

HEC MONTRÉAL

**Impact d'un environnement de faibles taux d'intérêt sur les
compagnies d'assurance vie au Canada**

par

Xavié Lachapelle Roy

**Sciences de la gestion
(Option Ingénierie financière)**

*Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences en gestion
(M. Sc.)*

Mars 2018
© Xavié Lachapele Roy

Impact d'un environnement de faibles taux d'intérêt sur les compagnies d'assurance vie au Canada

Xavié Lachapelle-Roy

HEC Montréal

mars 2018

Résumé

L'environnement de faibles taux d'intérêt est un défi de taille pour les gestionnaires d'actifs qui évoluent sous des contraintes imposées par des engagements à long terme. Plus spécialement, les conditions propres aux assureurs vie, tels que la disparité entre la durée de leur passif et celle des actifs disponibles sur le marché, rendent leur santé financière particulièrement fragile à cette situation. Ce papier utilise donc un modèle de gestion actif-passif afin de simuler la situation financière des compagnies d'assurance vie canadiennes avec un intérêt particulier porté aux structures spécifiques de ce secteur qui impactent leur solvabilité. Cette analyse explore les avenues offertes aux gestionnaires et aux régulateurs pour limiter l'impact de cette situation au Canada. Les résultats du présent papier permettent de conclure que la nouvelle réglementation sur les ratios de solvabilité des compagnies d'assurance vie, entrant en vigueur au 1er janvier 2018 au Canada, sera significativement plus stricte que celle actuellement en application. L'analyse des résultats du modèle indique que l'utilisation d'une gestion active des actifs en fonction du passif, pour contrôler les différents risques de l'entreprise, est préférable. Par contre, une stratégie de fuite vers le risque, pour sortir d'une situation adverse, a tendance à détruire la valeur des avoirs des différentes parties prenantes de l'entreprise en augmentant les probabilités de défaut de celle-ci. Les résultats permettent également de confirmer que les compagnies d'assurance vie canadiennes sont sensibles au niveau et à la vitesse d'évolution des taux d'intérêt sur le marché. En effet, selon cette analyse, un retour progressif vers des niveaux historiquement plus normaux est la voie la moins dommageable pour ce marché.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Revue de la littérature	8
2.1	Structure des polices d'assurance vie	8
2.2	Modélisation de la structure à terme de taux d'intérêt	10
2.3	Modèle de gestion de l'actif et du passif	12
2.4	Impact de l'environnement de taux d'intérêt	19
3	Méthodologie	22
3.1	Modèle	22
3.2	Données et environnement d'investissement	69
4	Résultats	72
4.1	Calibration de base	73
4.2	Analyse de l'impact des cadres réglementaires	76
4.3	Analyse des stratégies d'investissement	79
4.4	Analyse de l'impact de l'environnement de taux	83
4.5	Analyse des effets de la fuite vers le risque	86
4.6	Analyse des effets de l'hypothèse de taux strictement positifs	88
5	Conclusion	90
	Annexes A Description des variables et constantes	94
	Annexes B Codes Matlab	97

Liste des tableaux et des figures

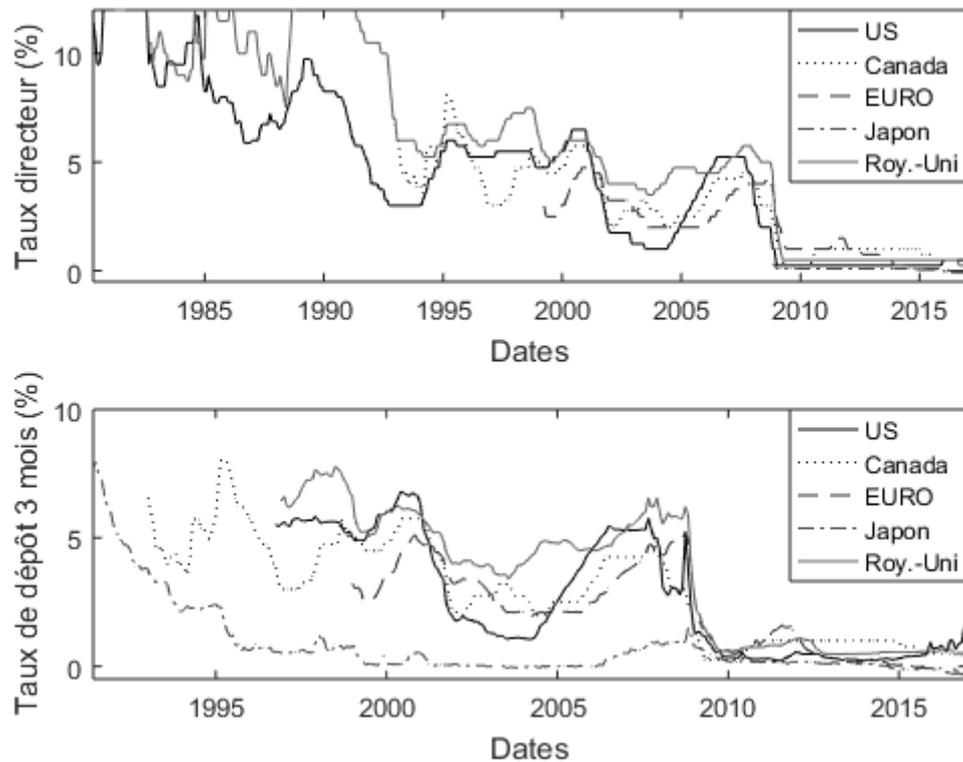
1	Taux directeurs et taux de dépôt 3 mois des pays développés (1980-2016)	4
2	Capital requis minimal lié au risque de taux d'intérêt en proportion des actifs des assureurs vie canadiens(2005-2016)	62
3	Capital requis minimal lié au risque d'assurance en proportion du passif des assureurs vie canadiens (2005-2016)	63
4	Capital requis minimal lié au risque de taux de change en proportion des actifs des assureurs vie canadiens (2005-2016)	65
5	Proportion des actifs des fonds généraux des assureurs canadiens par catégorie d'actifs (2005-2015)	70
6	Comparaison des probabilités de défaut selon les deux cadres réglementaires	78
7	Comparaison des probabilités de défaut selon les quatre stratégies analysées	80
8	Comparaison des distributions des rendements cumulés annualisés selon les quatre stratégies analysées	82
9	Comparaison des capacité de diminution des probabilités de défaut après un changement de stratégie	83
10	Comparaison des probabilités de défaut pour les quatres stratégies sous divers environnements de taux d'intérêt	86
11	Comparaison des probabilités de défaut avec et sans la fuite vers le risque	88
12	Comparaison des probabilités de défaut entre les simulations à l'aide du processus CIR et à l'aide du processus Vasicek	89
13	Comparaison des rendements annualisés des capitaux propres lorsqu'il n'y a pas de défaut entre les simulations à l'aide du processus CIR et à l'aide du processus Vasicek	90

1 Introduction

L'économie mondiale a été marquée par un environnement en chute libre dans la grande majorité des pays développés. À cause de l'inexistence ou de la faiblesse continue de l'inflation dans les pays développés, les banques centrales ont dû, durant des années tenter de stimuler l'économie de leur pays ou région économique en diminuant leur taux directeur généralement avec des résultats inférieurs aux attentes. Cette phase de diminution dure depuis le début des années 90 et est présentée à la figure 5 où l'historique des taux directeurs d'un échantillon de pays développés est proposé. Par contre, depuis l'explosion de la bulle financière au début des années 2000 et la crise financière de 2007 à 2008, qui ont exacerbé les problèmes économiques préalablement existants, ont mené les banques centrales vers des terrains de plus en plus inexplorés de la stimulation économique.

Historiquement, une baisse des taux permettait aux différents acteurs de la société de se procurer les outils nécessaires au développement de leur capacité de production et, par le fait même, de l'activité économique en plus de favoriser les exportations en diminuant la force de la devise nationale. Par contre, comme l'expérience du Japon l'a démontré, il y a une limite à ce que ce levier d'action peut accomplir et cette limite devient plus contraignante lorsque les taux s'approchent de la barre des zéros. En effet, tel que présenté à la figure 1, le Japon a été le premier pays développé à devoir faire face à ce problème et a donc eu le rôle de meneur de bal ou de testeur dans le développement des méthodes de stimulation économiques des dernières années.

Figure 1: Taux directeurs et taux de dépôt 3 mois des pays développés (1980-2016)



La limite théorique des taux d'intérêt à rester dans un espace positif a créé un espace absorbant, où les taux directeurs de la majorité des pays développés se sont retrouvés pris au piège. Des taux négatifs rendant les investissements peu intéressants et une inflation trop basse pour augmenter les taux, le levier d'action du taux directeur est devenu de moins en moins flexible et efficace au cours des dernières années. Les banques ont donc eu recours à d'autres méthodes plus radicales comme l'assouplissement quantitatif. Ces méthodes de stimulation économique n'affectent pas le taux directeur, mais le marché directement et diminuent les taux régnant sur le marché en jouant sur l'offre et la demande. Ces tentatives combinées ont eu pour effet de créer un environnement où les taux directeurs des pays développés sont dangereusement près de la barre des zéros et les taux sur le marché sont encore plus faibles pour certains pays. Pour certains émetteurs de dette souveraine et pour certaines maturités, les taux offerts ont même passé la barre des zéros. Bien que le niveau des taux ait bouleversé l'économie, c'est la durée de cet environnement qui inquiète de plus en plus sur le marché. Le terme "low for long" modèlent tranquillement la gestion des actifs avec des titres de plus en plus surévalués à travers les différentes classes d'actifs et des espérances

de rendements qui s'éloignent dangereusement des promesses faites aux crédeurs.

La littérature sur les effets d'un environnement prolongé de faibles taux d'intérêt est en développement et sera abordée dans la revue de la littérature à la section 2. Elle est à la base de l'analyse développée ci-après. Par contre, ce papier s'intéresse plus particulièrement à l'impact qu'un tel environnement peut avoir sur les compagnies d'assurance vie. En effet, en raison de leur passif à très long terme, ces entreprises doivent composer avec risque de taux d'intérêt important qui provient des deux côtés de leur bilan financier. Les promesses faites aux détenteurs de polices d'assurance vie dépendent généralement des conditions économiques au moment de la signature. Lorsque les taux chutent et restent bas sur une très longue période, sans que les gestionnaires aient couvert ce risque à la signature du contrat, il devient difficile d'investir les fonds disponibles dans des actifs permettant de générer des rendements suffisants pour couvrir les obligations futures et pratiquement impossible de générer des profits. Par conséquent, les gestionnaires des compagnies d'assurance vie, principalement en Amérique du Nord, migrent vers une gestion unifiée de l'actif et du passif de l'entreprise pour couvrir le risque de taux d'intérêt. Une proportion croissante de cette industrie va jusqu'à mettre le bilan à levier, pour couvrir totalement les flux futurs à verser, en investissant dans des titres obligataires tout en générant des revenus à partir d'investissements risqués achetés en empruntant des fonds. Cette méthode permet théoriquement de couvrir l'exposition au risque de taux d'intérêt et le succès de la méthode dépend uniquement de l'environnement d'investissement disponible aux gestionnaires d'actifs.

Au Canada, le cadre réglementaire sur les compagnies d'assurance vie est basé sur une analyse de la santé financière des institutions visant la protection des avoirs des assurés et la stabilité de l'industrie à long terme. Ces objectifs rendent les règles et leur application relativement plus strictes au Canada que dans d'autres pays développés. L'analyse de la santé financière est basée sur le ratio de solvabilité d'une entreprise. Ce type de ratio, dont la version canadienne est explicitée à la section 3, compare les capitaux disponibles aux différents risques soulevés par différents facteurs pour l'entreprise, tout au long de son existence. Présentement et depuis plusieurs années, les compagnies d'assurance vie affichent des ratios de solvabilité significativement supérieurs aux objectifs du Bureau du surintendant des institutions financières du Canada. Ce qui indique qu'il y a des

fonds capitalisés suffisants, dans ces entreprises, pour couvrir les risques pris en compte dans la méthodologie actuelle, en supposant que le capital requis, calculé pour ces risques, correspond au capital réel requis en cas de réalisation du risque. Aussi, les assureurs canadiens sont moins exposés aux polices avec garanties et participation que leurs équivalents européens. Cette particularité provient des différences structurelles et sociologiques d'investissement entre ces régions. De plus, les assureurs américains sont plus avancés dans le développement des méthodes de gestion de passif en fonction du passif, ce qui a pour impact de limiter les risques de l'entreprise et de mieux gérer les expositions.

Ceci étant dit, les régulateurs canadiens sont en processus de modification de la méthode d'évaluation des ratios de solvabilité. Telles que présentées à la section 3, des modifications importantes sont apportées aux calculs de capital requis et de nouvelles sources de risque sont prise en compte. Par conséquent, il est possible que la nouvelle méthode, qui entre en application en janvier 2018, soit plus limitante pour l'industrie que celle qui est actuellement en vigueur. Le tout, combiné à un environnement de taux d'intérêt qui ne donne pas de signe de hausse majeur à court ou moyen terme, rend l'analyse du comportement de la solvabilité des compagnies d'assurance vie, sous les deux cadres réglementaires, particulièrement intéressante.

L'objectif central du présent papier est donc d'analyser le comportement de la santé financière d'une compagnie d'assurance vie, évoluant dans le marché canadien, en modélisant le bilan financier d'une entreprise fictive visant à imiter une entreprise typique de ce secteur au Canada. Le modèle utilisé pour atteindre cet objectif est choisi en raison de sa flexibilité. En effet, à la revue de la littérature présentée à la section 2, certaines conclusions des auteurs étudiés s'intègrent aisément à la méthode d'analyse utilisée et sont à l'origine de certains objectifs secondaires du présent papier. D'autres objectifs sont plutôt soulevés par les caractéristiques de ce marché au Canada. Premièrement, le modèle est utilisé pour comparer le comportement des ratios de solvabilité qui dictent l'intervention des régulateurs sous les deux cadres réglementaires mentionnés précédemment et présentés en détail à la section 3. Deuxièmement, une analyse de l'impact des stratégies de gestion des actifs choisies par les gestionnaires sur la couverture des risques à long terme de l'entreprise est présentée. Troisièmement, le modèle permet de tester l'impact de la tendance des gestionnaires à augmenter le risque

lorsque l'entreprise s'approche d'un point d'intervention des régulateurs, tel que présenté dans la littérature. Quatrièmement, l'hypothèse de taux d'intérêt strictement positifs dans cette littérature est remise en question en comparant le cas où de tels scénarios sont exclus au cas où ils sont permis.

Pour ce faire, le modèle utilisé est basé sur ceux proposés par Gerstner & coll. (2008) et Berdin & Gründl (2015). Ces modèles permettent de construire des bilans financiers simplifiés, flexibles et réalistes qui peuvent ensuite être utilisés dans des simulations Monte Carlo pour analyser les probabilités de défaut futures sous divers scénarios.

Le présent papier est donc divisé de la façon suivante. La section 2 présente la revue des différentes branches de la littérature utilisée dans le développement de l'analyse. La section 3 présente la méthodologie utilisée pour arriver aux résultats et conclusions de ce papier qui sont, ensuite, présentés aux sections 4 et 5.

2 Revue de la littérature

Avant d'entrer dans le développement du modèle et la description de la méthode, la revue de la littérature développée, dans l'objectif d'atteindre les trois principaux objectifs du modèle, est présentée. En effet, les analyses effectuées dans ce papier requièrent que le modèle soit réaliste, efficace et flexible.

La revue de la littérature est donc organisée en cinq sections servant à atteindre l'un ou plusieurs de ces objectifs. Premièrement, les structures des polices et leur impact financier sur l'entreprise sont analysés à la sous-section 2.1. Deuxièmement, la sous-section 2.2 s'attarde à la simulation de la structure à terme des taux d'intérêt. Troisièmement, le processus de simulation du bilan financier d'une compagnie d'assurance vie est basé sur une étude des principaux modèles stochastiques de gestion des actifs et du passif des compagnies d'assurance présentés à la sous-section 2.3. Finalement, la sous-section 2.4 se concentre sur l'impact de différents environnements de taux d'intérêt sur le développement de la santé financière des compagnies d'assurance vie.

2.1 Structure des polices d'assurance vie

Cette sous-section présente la revue de la littérature sur la structure des polices d'assurance vie et leur structure financière. Il existe de très nombreuses formes de contrat d'assurance vie sur le marché et, même en se concentrant uniquement sur les plus communes, les combinaisons de clauses, de garanties et d'options disponibles sont nombreuses et présentent des structures de polices différentes. Ces différences des contrats engendrent des comportements des états financiers et du risque d'insolvabilité hétérogènes. Cette partie de la revue de la littérature est essentielle à la compréhension du comportement du passif et, par conséquent, l'accomplissement des objectifs de réalisme du modèle.

Une tendance commune dans cette littérature est de considérer les polices d'assurance vie comme des combinaisons d'obligations et de droits contingents.

L'article de Jorgensen (2004), sur l'évaluation comptable des polices d'assurance vie et des dettes des fonds de pension, fait la liste des particularités possibles que peuvent prendre les polices d'assurance vie. Il soulève du même coup les problèmes d'évaluation et de gestion des risques qui en découlent en se concentrant sur les

sources de risque principales. L'auteur sépare les risques d'une police, provenant de sa structure de paiement, de l'option d'abandon, des rendements minimaux garantis et des rendements additionnels, en diverses options qui se combinent à une obligation pour constituer la police. De cette manière, l'auteur arrive à évaluer leur juste valeur comptable.

Briys & De Varenne (1997) développent une formule fermée pour l'évaluation des polices d'assurance vie, dans un monde continu, incluant un risque de taux d'intérêt et un risque de défaut. En considérant une entreprise avec une seule police d'assurance, les auteurs sont en mesure de s'inspirer des approches de Merton (1973) et Black & Scholes (1973) pour décomposer et évaluer une police d'assurance vie universelle qui comprend un rendement minimal garanti et un rendement additionnel qui est fonction de la performance de l'entreprise. Ils concluent que la police est équivalente à une obligation sans coupon rapportant le taux garanti à laquelle on ajoute une option sur les rendements bonus possibles et on enlève l'option de défaut de l'entreprise. Grosen & Jorgensen (2000) et Grosen & Jorgensen (1997) présentent des approches similaires pour différentes catégories de polices. Ces auteurs s'intéressent surtout à la partie d'abandon de ces contrats qu'ils modélisent à l'aide d'une option américaine. Ces modèles traitent de polices simples, mais démontrent l'utilité de décomposer ces contrats en produits financiers classiques et permettent de soulever l'importance des clauses d'une police sur sa valeur, sa structure de paiements et sa sensibilité aux taux d'intérêt.

Bauer & coll. (2006) évaluent les polices sous la mesure risque neutre pour analyser le comportement des assureurs et déterminer si les contrats sont offerts aux clients à la juste valeur. Ils concluent, à l'aide de leur modèle, que les taux d'intérêt offerts sur les polices sont systématiquement inférieurs à leur valeur risque neutre et lient le comportement des assureurs à leur santé financière. Dans un même ordre d'idée, Gatzert (2008) et Bohnert & coll. (2015) analysent la gestion des actifs et leur redistribution par les assureurs, en se basant sur l'impact de certaines stratégies sous la mesure risque neutre. Ils concluent que l'utilisation de stratégies actives de gestion des actifs a un impact significativement positif sur la solvabilité de l'entreprise et sur le coût d'assurance pour les clients. Ils suggèrent donc de lier la gestion des actifs à celle du passif et même que l'évaluation et la formation des contrats devraient dépendre directement de la stratégie de gestion des actifs.

Ce point est abordé, plus en détail, dans la sous-section 2.3.

Jusqu'à présent, les articles mentionnés dans cette sous-section analysent principalement le comportement de la valeur des polices selon le type de contrat signé. Kling & coll. (2007) simulent les états financiers propres à une cohorte de polices homogène pour analyser le risque d'insolvabilité. Ces auteurs concluent que le risque de défaut dépend principalement de trois points qui sont les caractéristiques des polices, la gestion des actifs et la situation financière initiale. Ces trois facteurs sont au coeur du modèle développé dans le présent papier et seront discutés plus amplement dans la section 3.

Au moment de la signature du contrat, le taux d'intérêt garanti sur une police d'assurance vie est un élément crucial qui, tel que mentionné précédemment, a un impact majeur sur la valeur du contrat et le risque pris par l'entreprise face à l'évolution des taux d'intérêt. Dans cette optique, Schmeiser & Wagner (2015) travaillent sur la détermination du taux garanti minimal que les régulateurs devraient imposer pour maximiser l'utilité des détenteurs de polices. Ce papier se base encore une fois sur le cadre d'évaluation par droits contingents. Ils concluent que la stratégie d'investissement de la firme et la structure de capital sont fonction du taux garanti offert qui doit être choisi selon un compromis entre les rendements et le risque de défaut de la contrepartie pour les assurés.

Eling & Holder (2013) font une analyse comparative des cadres réglementaires de détermination du taux maximum que les assureurs peuvent offrir à leurs clients. En effet, sans surveillance, les assureurs risquent de se faire compétition sur ce taux au détriment de la stabilité financière du marché. En pratique, ce plafond devient donc souvent le taux offert sur le marché. Les auteurs comparent les cas de l'Allemagne, l'Autriche, la Suisse, les États-Unis et le Royaume-Uni sans chercher à déterminer le cadre le plus avantageux.

2.2 Modélisation de la structure à terme de taux d'intérêt

Cette sous-section présente la revue de la littérature sur les processus de taux court permettant de simuler la structure à terme des taux d'intérêt. Étant donné l'importance accordée aux taux d'intérêt dans le présent papier, le choix du processus de taux a un impact déterminant sur les résultats. Optimalement, on cherche une structure à terme qui se comporte sensiblement de la même façon que ce qui

est observé sur le marché. En raison des récentes chutes des taux sur certaines obligations gouvernementales sous la barre du zéro, ce choix est encore plus complexe. La littérature assume généralement que les taux suivent un processus de retour à la moyenne à long terme et que le taux court ne peut pas tomber dans les négatifs, mais cette dernière hypothèse est ébranlée depuis quelques années.

Les deux modèles les plus fréquents dans la littérature et, plus particulièrement, dans celle sur les modèles stochastiques de gestion des actifs et du passif des compagnies d'assurance sont ceux développés par Vasicek (1997) et Cox & coll. (1985) ci-après référencé par le modèle Vasicek et le modèle CIR respectivement.

$$dr_t = k(h - r_t)dt + \sigma dW_t \quad (1)$$

La formule 1 présente l'équation différentielle stochastique décrivant le processus du taux court selon le modèle de Vasicek.

$$dr_t = k(h - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t \quad (2)$$

La formule 2 présente l'équation différentielle stochastique décrivant le processus du taux court selon le modèle CIR. À noter que la seule différence provient de la racine carrée du taux court dans la partie de diffusion du processus qui empêche de tomber sous zéro étant donné que la diffusion dépend du niveau du taux court. Chan & coll. (1992) proposent une version généralisée qui englobe plusieurs autres modèles du même type. Cette version est présentée à l'équation 3.

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t \quad (3)$$

Depuis la publication de ces modèles, de nombreux papiers s'intéressent à la capacité de ceux-ci à produire les structures à terme observées sur le marché. Chan & coll. (1992), Nowman (1998), De Jong & coll.(1999), Duan & Simonato (1999), Zhang (2016), Song & coll. (2012), Lamoureux & Witte (2002) et Salah & Abid (2014) analysent tous ces processus stochastiques par différentes méthodes et les comparent entre eux, avec des modèles plus avancés ou avec les structures à terme observées dans divers marchés. Ils arrivent tous, avec plus ou moins de certitude, à la conclusion qu'au moins une partie de ces modèles procurent une liberté insuffisante au processus pour répliquer les structures à terme observées. Certains proposent l'utilisation d'autres modèles, incluant plus d'une partie de diffusion ou

des modèles plus complexes qui demandent un compromis entre la performance et la simplicité de calibration et d'application. De plus, généralement, ces papiers concluent que le modèle CIR performe mieux que le modèle Vasicek dans la majorité des environnements de taux d'intérêt. De nombreux modèles plus complexes, comme ceux présentés dans Duffie & Kan (1996) et Duffie (2002), sont disponibles dans la littérature. Ceci étant dit, l'avantage de la simplicité d'application des modèles de la forme à l'équation 3 semble encore avoir plus de poids que leurs faiblesses. Ceci est particulièrement vrai dans la littérature sur les modèles stochastiques de gestion de l'actif et du passif des compagnies d'assurance (présenté à la section 2.3).

Jones (2003) confirme des résultats précédents de la littérature selon lesquels, à court terme, la partie de dérive n'est pas linéaire. Il n'arrive cependant pas à cette conclusion à plus long terme et, puisque le modèle développé dans ce papier est discrétisé en longues périodes, les modèles de base avec une dérive linéaire sont conservés.

2.3 Modèle de gestion de l'actif et du passif

Cette sous-section présente la revue des principaux développements dans la modélisation stochastique de la gestion des actifs et du passif des compagnies d'assurance et, plus particulièrement, des compagnies d'assurance vie. Cette partie de la revue de la littérature est à la base du développement et des résultats présentés dans ce papier et participe à l'accomplissement des objectifs de réalisme et de flexibilité du modèle.

L'application des développements de la recherche en finance, au domaine particulier de l'assurance, permet d'avoir une vision plus globale de la structure et des particularités de ce type d'entreprise. Dans cette optique, la branche de la littérature au coeur de cette section s'attarde à la simulation stochastique du bilan, permettant l'analyse des meilleures stratégies disponibles aux gestionnaires de la compagnie et aux régulateurs.

Dans l'article de Curley (1974), on développe un simple modèle permettant d'analyser le comportement de différents types de polices d'assurance vie en ayant recours aux simulations Monte Carlo. Par contre, le modèle présenté dans le présent papier tente de déterminer le choix optimal du type de police d'assurance vie

pour le client et non pas pour la compagnie. Il est tout de même intéressant d'observer la flexibilité de cette approche qui peut être facilement généralisée à plusieurs dimensions et convient donc très bien à ce type de problème. L'auteur tente de déterminer les meilleures polices pour le consommateur selon la dominance stochastique des stratégies, mais la conclusion la plus intéressante pour ce papier est le comportement du modèle stochastique dans un tel cadre plutôt que les résultats à proprement dit.

Dans le même ordre d'idée. Jorgensen (2001) développe un modèle simplifié pour analyser le comportement des polices d'assurance avec diverses particularités, mais du point de vue de l'assureur. Le cadre d'analyse proposé permet de simuler les actifs afin de générer le bilan dans le temps et de produire une barrière de défaut endogène pour les polices, même si l'auteur opte plutôt pour une barrière exogène dans son analyse. Cet article présente plusieurs résultats intéressants en plus du modèle d'analyse proposé. La représentation classique des polices, comme des droits contingents, est utilisée pour comparer les polices à des options vanilles. Les contrats sont moins sensibles qu'attendu à la corrélation entre les processus des différents actifs et à leur volatilité.

Les articles de Babbel & Santomero (1997) et Babbel (2001) proposent une revue intéressante des développements de la recherche en finance et des pratiques sur le marché dans la gestion de l'actif et du passif des assureurs, en partant de la première approche financière de ce sujet avec l'article de Stulz (1984). Ce résumé de cette branche de la littérature jusqu'au début des années 2000 ressort bien l'importance de l'apport de l'approche financière et économique au problème de gestion des assureurs. Selon ces auteurs, concentrer les efforts sur la valeur économique des contrats est la plus grande force de ce type d'approche. Il est également intéressant de noter que, déjà, selon eux, le problème le plus important qui allait affecter le risque des assureurs au début des années 2000 proviendrait du fait que, lorsque les taux chutent, ils ont tendance à rester bas pour de longues périodes. Les deux côtés du bilan d'un assureur sont fortement affectés par cet unique facteur. Cet article justifie donc le cadre d'analyse utilisé, en plus de soulever l'importance de la problématique étudiée bien avant l'environnement de taux actuel et de présenter les premiers ouvrages sur ce type d'approche.

Dans l'objectif de simuler le bilan financier d'une compagnie d'assurance vie et,

ainsi, être en mesure de prédire le comportement de sa santé financière sous divers scénarios, il est important de développer un modèle permettant un certain niveau de flexibilité par rapport aux conditions initiales et à la structure des ententes de l'entreprise avec ses contreparties (détenteurs de polices, actionnaires, crédateurs, régulateurs...). Ce modèle doit également évoluer selon la valeur économique des actifs et du passif tout en respectant les conventions comptables et la structure financière requise. De plus, il est intéressant, lors des analyses, que le modèle permette l'utilisation d'un portefeuille de polices et un portefeuille d'actifs plutôt qu'un seul titre de chaque côté. En effet, comme présenté plus loin dans ce papier, les conditions des contrats évoluent avec l'environnement macroéconomique qui les entoure et les renégociations arrivent après plusieurs années lorsqu'il y en a. Cette réaction lente des contrats déjà signés aux nouvelles conditions amplifie la plupart des risques des assureurs, mais particulièrement celui lié au taux d'intérêt à cause des particularités des polices d'assurance vie. Ce sujet a été abordé à la sous-section 2.1. Les modèles proposés par Gerstner & coll. (2008) et Berdin & Gründl (2015) sont conçus pour répondre à ces besoins et le modèle proposé dans ce papier est basé sur leurs développements.

Le modèle stochastique de gestion de l'actif et du passif d'une compagnie d'assurance vie proposé par Gerstner & coll. (2008) a pour objectif d'être général et, ainsi, de pouvoir être utilisé pour diverses analyses. Le point fort de ce cadre d'analyse est qu'il permet d'utiliser un grand nombre de polices, avec des conditions différentes (contrat, durée de vie, risque de mortalité...), et plusieurs actifs différents peuvent évoluer simultanément avant d'être regroupés. Par contre, à des fins de simplicité, certains facteurs affectant le côté de la dette évoluent de manière déterministe, mais cette simplification ne pose pas de problème dans la présente analyse étant donné que le modèle se concentre sur les risques financiers plutôt que sur les risques actuariels. Pour une compagnie d'assurance, les détenteurs de polices sont des crédateurs avec des conditions particulières. Pour certaines polices, une partie des bénéfices de l'entreprise doit leur être versée avant que les actionnaires aient droit à des dividendes suivant la règle de priorité des flux monétaires en raison des garanties de rendements sur ces polices. Par contre, une partie des rendements sur les polices n'est pas garantie et, passé une certaine valeur des actifs, les actionnaires et les détenteurs de polices doivent se partager les gains additionnels. De plus, les flux ne sont généralement pas versés immédiatement aux assurés, mais plutôt à l'échéance du contrat contrairement à des crédateurs classiques. Ces

conditions particulières des assureurs vie sont traitées à l'aide de différents postes de réserves dans ce modèle. Les auteurs s'intéressent également aux processus utilisés pour la simulation des actifs. Dans un premier temps, ils concluent que, dans un contexte d'analyse de la solvabilité de l'entreprise, il est essentiel de ne pas simuler les actifs selon un seul mouvement brownien géométrique et proposent de simuler les obligations et les actifs ressemblant à des actions séparément. Plus particulièrement, ils utilisent le modèle CIR pour simuler la structure à terme des taux d'intérêt et un mouvement brownien géométrique pour simuler les actions.

Berdin & Gründl (2015) proposent un modèle basé sur celui de Gerstner & coll. (2008) qui est spécialement adapté pour évaluer l'impact des taux d'intérêt sur l'évolution de la santé financière des compagnies d'assurance vie en fonction du cadre réglementaire et des conventions comptables. Par conséquent, ce modèle convient parfaitement à l'analyse présentement développée et servira de base au modèle. Afin de rendre le modèle le plus réaliste possible, les auteurs génèrent un bilan comptable et un bilan économique de l'entreprise avec la reconnaissance des pertes et des gains économiques sur le bilan comptable selon les US GAAP. Ce double bilan permet de mieux appliquer certaines réglementations sur les rendements des polices tout en permettant d'analyser et de distinguer le comportement comptable des états financiers par rapport à leur valeur marchande.

Les auteurs posent quelques hypothèses centrales sur la structure d'évolution des actifs et du passif au cours de la vie d'un assureur vie. Les plus importantes sont présentées ci-après pour exposer le cadre de ce modèle. Certaines de ces hypothèses diffèrent de celles posées dans le courant papier, mais ce point sera abordé plus amplement lors du développement du modèle.

Les hypothèses sur le passif de l'assureur concernent principalement la structure des contrats utilisés dans le modèle et les règles de distributions des rendements aux différents créditeurs et actionnaires alors que d'autres hypothèses sont à la base du développement du côté des actifs de ce modèle. Premièrement, un seul type de contrat est offert aux clients par la firme. Cette police typique sur le marché est payée annuellement par le détenteur qui recevra, en échange, à la maturité de la police, le montant payé au fil des années et les intérêts cumulés.

Deuxièmement, les intérêts auxquels a droit le détenteur d'une police sous ce

modèle sont composés de rendements garantis et d'une partie de participation aux rendements de l'entreprise. La partie garantie dépend de l'environnement de taux d'intérêt à l'initiation du contrat et n'est pas modifiée jusqu'à la maturité. La partie de participation des rendements se sépare les gains non dédiés aux remboursements des créditeurs avec les actionnaires de la firme.

Troisièmement, tous les contrats ont la même maturité et les risques de mortalité et d'abandon de polices ne sont pas pris en compte. En fait, l'effet de la mortalité sur les contrats est seulement pris en compte à travers des rendements additionnels fixes à travers le temps qui représentent les corrections apportées aux passifs à cause de la mort des clients. Les auteurs prennent soin de prendre en considération l'impact de ne pas prendre en compte le risque d'abandon des polices sur la solvabilité. En effet, en raison de la partie des rendements garantis fixés à l'initiation du contrat, le détenteur de police rationnel conservera la même entente aussi longtemps que possible lorsque les taux sur le marché diminuent. Ainsi, il a droit à des rendements supérieurs à ceux auxquels il aurait droit en renégociant une nouvelle police dans ce nouvel environnement. Ces gains de l'assuré arrivent aux dépens de l'assureur qui se voit forcé de continuer à verser un niveau de rendement fixe alors que les investissements à sa disposition rapportent de moins en moins. Par contre, dans un environnement où les taux d'intérêt montent, il est de plus en plus intéressant pour le détenteur de la police de se retirer de son entente et de chercher à en signer une nouvelle pour augmenter les rendements garantis auxquels il aura droit dans le futur. Dans un tel cas, il y a un risque qu'une partie des fonds soit retirée de la compagnie d'assurance qui peut ainsi se retrouver en situation de manque pour payer les contrats arrivant à échéance et être forcée de vendre des actifs. Ces sorties de fond sont particulièrement problématiques si la tendance s'inverse après une hausse. Dans un tel cas, il y a une diminution momentanée des fonds et une augmentation des promesses futures. Les fluctuations importantes autour de la tendance à long terme ont le potentiel d'augmenter les risques de défaut sur les trajectoires de taux d'intérêt.

Quatrièmement, au moment de l'analyse, le portefeuille de polices n'est pas simplement posé pour correspondre à certaines caractéristiques, mais est plutôt construit à partir de la naissance de l'entreprise, qui arrive une vie de contrat avant le temps 0. Le portefeuille évolue donc sur une période équivalente à la maturité des contrats selon les conditions observées sur le marché à ce moment. Cette

dernière hypothèse diffère des autres modèles proposés dans la littérature et est cruciale dans l'analyse de la relation entre les taux garantis et les taux courants sur le marché, tout en procurant la flexibilité nécessaire pour adapter la durée du passif et le stade de croissance de la firme, même si les auteurs laissent le tout fixe.

Cinquièmement, la firme investit dans six catégories d'actifs (obligations gouvernementales, titres sur hypothèques, obligations d'institutions bancaires, crédit corporatif, actions et immobilier) suivant des processus ou des structures de paiements différents.

Sixièmement, le mécanisme d'investissement sépare simplement les flux monétaires disponibles entre les catégories d'actifs et les différentes maturités (pour les obligations) selon une pondération fixe dans le temps. Le modèle ne permet donc pas aux gestionnaires de prendre des décisions en fonction des contraintes futures et de la position courante des états financiers. Cette hypothèse implique qu'il n'y a pas d'effort pour diriger les investissements des actifs selon le passif alors que Van Bragt & Kort (2011) démontrent que l'investissement dirigé par le passif (LDI) permet d'éliminer les risques particuliers du passif des compagnies d'assurance vie et que cette stratégie de séparation du portefeuille d'actifs entre la couverture du passif et les rendements domine les stratégies classiques de gestion des actifs. Il est également intéressant de noter que cette stratégie de réinvestissement fixe, en plus de ne pas permettre l'utilisation de stratégies plus optimales, exclut la possibilité d'erreurs commises par les gestionnaires de l'entreprise. En effet, Lin & coll. (2014) s'intéressent à la tendance que les gestionnaires d'une compagnie d'assurance ont à augmenter le risque des actifs lorsqu'ils se rendent compte que le portefeuille est sous-capitalisé et qu'il y a un risque d'insolvabilité futur. Plusieurs théories sur les agents concluent que les gestionnaires d'une entreprise ont un avantage personnel à augmenter le risque inutilement pour avoir une chance d'en retirer des gains à moins d'être contraints. Selon Lin & coll. (2014), les assureurs vie font face au même problème. Selon leurs résultats, lorsque le niveau de solvabilité de l'entreprise arrive proche de l'intervention réglementaire, au lieu de réduire le risque et d'assainir tranquillement les états financiers, les gestionnaires réagissent négativement et optent pour une augmentation du risque, en espérant que les marchés se développent avantageusement pour eux. L'inclusion de cette erreur de stratégie dans le modèle augmenterait les probabilités d'insolvabilité et changerait le comportement des états financiers autour des points d'importance. Également,

à des fins de simplification, le modèle ne prend pas en compte les risques de défaut en dehors des primes de risque appliquées. Les auteurs justifient cette simplification par le fait que l'inclusion du risque de défaut ne ferait qu'augmenter le risque de crédit, mais ne détermine pas l'ordre de grandeur de cette hausse. Selon Eckert & coll. (2016), inclure le risque de crédit aurait un impact significatif et pourrait soulever des problèmes plus graves et plus nombreux lors des analyses. Ces auteurs concluent même que le risque de crédit impacte fortement le risque d'insolvabilité à travers des obligations à faible risque et, puisque la majorité des obligations non gouvernementales détenues par les compagnies d'assurance vie sont de qualité, les conclusions de Eckert & coll. (2016) peuvent apporter des changements plus importants que prévu dans les résultats de Berdin & Gründl (2015).

En résumé, le modèle développé par Berdin & Gründl (2015) part donc de la création d'une compagnie d'assurance vie et la fait évoluer selon les développements observés des marchés où elle investit jusqu'à l'échéance de la première police. Par la suite, avec un portefeuille de polices rendu stable, qui suppose une certaine maturité dans l'entreprise avec autant de clients partant qu'entrant, le modèle permet l'utilisation de simulations Monte Carlo. Avec les simulations des états financiers comptables et au marché ainsi obtenu, il est aisé d'extraire l'information sur les probabilités de défaut et d'analyser le comportement de l'entreprise fictive sous divers scénarios. Ce modèle est détaillé et complet, mais reste tout de même assez flexible pour être en mesure de modifier certaines hypothèses et généraliser son application à d'autres cas. Ce modèle est donc central dans ce papier et sera de nouveau discuté dans la section 3.

L'avantage de ce type de modèle est la grande flexibilité disponible. Plus particulièrement, en raison de l'utilisation des simulations Monte Carlo (ou Quasi-Monte Carlo) pour estimer les espérances en question, la dimension du problème est uniquement contrainte par la capacité de calcul disponible. En effet, le choix de Berdin & Gründl (2015) de se limiter à certaines sources de risque n'est pas essentiel et il serait aisé d'inclure d'autres variables dans l'évolution de la santé financière de la firme. Hanewald & coll. (2011) utilisent ce type de modèle en se concentrant plutôt sur le risque de mortalité des clients et modélisent cette dynamique à l'aide du modèle proposé par Lee & Carter (1992) auquel les auteurs apportent quelques modifications. Leur objectif est également de mesurer le

comportement de la solvabilité des compagnies d'assurance vie, en fonction de processus d'évolution des actifs et de la mortalité qui dépendent tous des développements macroéconomiques. Pour ce faire, ils utilisent un modèle plus simple que ceux présentés précédemment, mais restent dans le même type d'approche.

Gerstner & coll. (2009) analysent l'utilisation de méthodes de simulation minimisant la discrépance des variables aléatoires indépendantes pour les modèles stochastiques de gestion de l'actif et du passif des compagnies d'assurances. Ils concluent que l'utilisation de telles méthodes est plus efficace que les simulations Monte Carlo et conseillent l'utilisation de simulation quasi-Monte Carlo. Cependant, selon l'inégalité de Koksma-Hlawka, cette conclusion n'est véridique que pour un nombre de simulations minimal qui est fonction de la dimension du problème. En raison de la complexité de chaque simulation, différentes méthodes de réductions de la variance seront utilisées dans ce papier. Le lecteur peut se référer à Ben-Ameur & coll. (2004) pour une revue des principales méthodes proposées dans la littérature. Les méthodes utilisées seront discutées dans la section 3.

2.4 Impact de l'environnement de taux d'intérêt

Cette sous-section présente la revue de la littérature sur l'analyse de l'impact d'une période de faibles taux d'intérêt sur les compagnies d'assurance vie. Un intérêt particulier est porté aux facteurs influençant la sensibilité de ces entreprises aux taux d'intérêt ainsi qu'aux stratégies utilisées par les gestionnaires pour faire face à ce problème.

Albizzati & Geman (1994) s'intéressent à l'impact d'un environnement de faibles taux d'intérêt sur le comportement des détenteurs de polices. Plus particulièrement, ils traitent du cas où cet environnement cause des signatures de polices avec de faibles taux garantis, qui peuvent être abandonnées par les détenteurs lorsque les taux commencent à remonter et que des opportunités plus intéressantes sont offertes sur le marché. Cette option d'abandon représente un coût et un risque important pour la compagnie d'assurance. En effet, suite à une hausse de taux, les abandons qui surviennent peuvent causer un manque de liquidité pour la compagnie qui peut donc difficilement acheter de nouveaux actifs intéressants dans ce nouvel environnement et peut même se retrouver à devoir vendre des actifs pour couvrir les demandes en capital. Cet article démontre qu'un environnement de faibles taux d'intérêt a un impact sur la solvabilité d'une compagnie d'assurance

vie bien après que les taux aient remonté, ce qui justifie encore l'utilisation d'un portefeuille des polices signées dans des conditions historiques différentes dans le modèle. Il est également intéressant de noter que ces auteurs concluent que la structure à terme, au moment de la signature, est déterminante pour la sensibilité et la valeur de l'option d'abandon.

De nombreux articles s'intéressent au comportement des gestionnaires de compagnies d'assurance vie face au problème lié à de faibles taux d'intérêt. Antolin & coll. (2011) présentent le problème structurel des compagnies gérant du passif à très long terme. En effet, il est logique d'observer que la majorité des compagnies d'assurance vie et les fonds de pension aient une durée négative en raison des maturités du passif qui surpassent fréquemment celles des investissements liquides sur le marché. En raison de cette particularité de leur bilan, ces entreprises font face au risque que la valeur du passif augmente plus rapidement que celle des actifs dans un contexte de taux à la baisse, à moins de couvrir ce risque en liant les investissements au passif. Ces auteurs proposent que les gestionnaires ont tendance à augmenter le risque des investissements lorsque les taux baissent pour compenser les pertes et éviter une intervention de la part des régulateurs et cette approche va à l'encontre des intérêts des clients et des actionnaires. Pour eux, il faut que les gestionnaires optent plutôt pour des stratégies préventives, quand les taux d'intérêt sont à des niveaux historiquement normaux, en augmentant la durée des actifs et en modifiant les clauses des polices comme discuté à la sous-section 2.1. L'article de Holsboer (2000) présente également des stratégies à la disposition des compagnies d'assurance pour faire face à un environnement de faibles taux d'intérêt. Encore une fois, selon ces auteurs, il faut commencer par modifier la structure des polices offertes aux clients pour diminuer le risque de taux d'intérêt. De plus, une meilleure gestion des différents risques, grâce à la modélisation, permet de mieux comprendre le comportement du bilan et de l'adapter en conséquence, avant que les problèmes surviennent.

Dans un ordre d'idée similaire, Frey (2015) argumente que les compagnies d'assurance vie doivent investir les actifs, dans l'objectif de couvrir les risques provenant du passif et utiliser les produits dérivés, pour couvrir ce qui ne peut l'être à l'aide des actifs disponibles sur le marché. Cependant, cet auteur et Berends & coll. (2013) argumentent qu'il n'est pas toujours possible ou aisé de couvrir tout le passif et qu'il est logique de commencer par gérer le risque du passif en modifiant

les clauses des polices. En résumé, selon ces articles, il faut limiter la flexibilité des polices et des actions disponibles aux détenteurs, puisque le client individuel a avantage à prendre des décisions qui transfèrent du capital de l'assureur à son portefeuille, mais risque logiquement de perdre si l'assureur finit par ne plus être solvable. Une bonne gestion intégrée du passif et des actifs est donc profitable pour toutes les parties prenantes de l'entreprise.

Le problème du risque de taux d'intérêt, pour les compagnies d'assurance vie, a la particularité de ne pas augmenter en intensité lorsque le niveau des taux baisse et lorsqu'il reste bas pour une longue période. Plus les taux sont bas longtemps, plus les options d'investissement divergent des besoins de l'entreprise. De plus, les garanties et la durée des polices font en sorte que ces entreprises prennent beaucoup de temps à s'en remettre même après que les taux soient revenus à des niveaux historiquement plus normaux. Les articles de Berdin & Gründl (2015) et Kablau & Wedow (2012) s'intéressent justement à l'effet à long terme d'un environnement de faibles taux d'intérêt sur les assureurs vie. Dans le papier de Berdin & Gründl (2015), ces effets ont une place particulière dans ce papier en raison du modèle proposé. Ces auteurs modélisent une entreprise financière fictive et analysent l'impact de la tendance à long terme du processus de taux pour un même niveau initial, sur la solvabilité des assureurs, sous différents cadres réglementaires. Kablau & Wedow (2012) analysent plutôt le comportement des rendements financiers de l'industrie de l'assurance vie sous diverses périodes de taux d'intérêt. Ces articles démontrent l'importance des effets à long terme d'une période de faibles taux d'intérêt, en plus des effets directs attendus.

Une phase de faibles taux d'intérêt affecte également l'industrie de l'assurance vie indirectement par le biais de la régulation. Les récents exemples de faillites d'assureurs, liées aux faibles taux d'intérêt à travers le monde, poussent les régulateurs à mieux encadrer la gestion des risques des assureurs. Martin (2013) traite de ce sujet en analysant la modélisation des taux d'intérêt pour l'application des règles de Solvency II. Il est particulièrement intéressant, en ce moment, de lier l'analyse des taux d'intérêt à la réglementation des assureurs au Canada, en raison de l'entrée en vigueur des nouveaux tests de suffisance du capital des sociétés d'assurance-vie le 1er janvier 2018.

3 Méthodologie

3.1 Modèle

Dans l'objectif de simuler le bilan financier d'une compagnie d'assurance vie fictive évoluant au Canada, le modèle présenté à cette section, décortique l'évolution de la situation financière d'une telle entreprise, du moment de sa création jusqu'à sa maturité, avant de simuler des scénarios futurs possibles sous différents contextes. Les premières sous-sections présentent la structure générale du modèle alors que les suivantes présentent le développement détaillé du modèle.

3.1.1 Organisation du bilan

L'assureur vie est présenté à travers deux états financiers distincts. L'évolution des cadres réglementaires, entourant les entreprises financières, au cours des dernières décennies soulève l'importance de la valeur réelle des actifs et du passif par rapport à sa valeur comptable. Dans l'objectif de mieux comprendre et divulguer au marché les risques réels qui se dressent devant ces entreprises à caractère particulier, de nombreux régulateurs exigent que les actifs et le passif soient évalués à leur valeur marchande, lorsque possible. En effet, le ratio de solvabilité présentement utilisé au Canada pour les assureurs vie et celui entrant en vigueur le 1er janvier 2018 sont construits autour du capital disponible qui est évalué à sa valeur marchande. Ceci étant dit, le bilan comptable a également son importance. Il permet de communiquer de l'information sur la santé financière de l'entreprise au marché. Dans le présent modèle, on utilise donc le bilan comptable pour les décisions de distributions des rendements, puisque les actionnaires et les créditeurs ont accès à cette information. Par contre, pour les décisions qui concernent les risques auxquels est exposé l'assureur, c'est plutôt la valeur marchande qui est préférée, lorsqu'elle est disponible ou qu'il est possible de produire une estimation acceptable. Par conséquent, à chaque temps d'observation de l'entreprise, deux bilans, simplifiés à des fins d'efficacité, sont développés.

Tel que mentionné précédemment, l'entreprise fictive est analysée de sa création jusqu'à plusieurs années après être arrivée à maturité. Avant de discrétiser plus finement la période d'analyse, il est intéressant de subdiviser le modèle en trois segments représentant chacun une étape de développement distincte. Le premier segment traite de la création de l'entreprise. À ce moment, les premiers flux

monétaires, provenant de clients contractant des polices d'assurance, entrent dans les états financiers et sont investis sur le marché. Parallèlement, les actionnaires contribuent aux actifs dans une moindre proportion que les détenteurs de polices. Il est à noter que le modèle présentement développé ne permet pas à l'assureur de contracter d'autres formes de dettes à des fins de simplicité. Par contre le cadre utilisé fait en sorte qu'il serait aisé d'ajouter une dette bancaire ou des obligations vendues sur le marché aux états financiers. Une fois cette première étape franchie, l'assureur entre dans la phase de croissance durant laquelle les flux monétaires entrants sont supérieurs à ceux sortants. Dans le présent papier, cette période s'étend de la fin de la création de l'entreprise jusqu'à l'échéance de la première cohorte de polices signées et concorde avec le moment d'analyse. Ainsi, les deux premières phases se développent à partir de l'historique réel sur le marché et permettent de calibrer le modèle pour s'approcher de la situation actuelle des assureurs canadiens. La troisième phase fait évoluer un assureur vie mature qui contracte de nouvelles cohortes de polices chaque année tout en remboursant celles qui arrivent à échéance. Ce dernier segment du modèle est donc construit à partir des simulations et commence au moment où l'analyse est effectuée. Il est important de noter, qu'une fois à maturité, les actionnaires ne contribuent plus aux actifs et ne font que conserver leurs avoirs préalablement acquis et le rendement sur leur investissement.

3.1.2 Discrétisation

Le modèle ci-après développé est basé sur une discrétisation annuelle. En raison de l'utilisation de l'information comptable, pour transmettre l'information aux détenteurs de polices et aux actionnaires de l'entreprise fictive, il est logique d'observer la situation financière à chaque fin d'année fiscale et de prendre les décisions au même moment. Le défaut pourrait théoriquement survenir entre deux dates d'observation, mais il n'est pas exagéré de supposer que, en cas de défaut, les régulateurs peuvent prendre un certain temps à organiser la réaction. Par conséquent, une observation à la fin de chaque année permet de suivre le processus décisionnel des différents partis et de limiter le temps de calcul. Sujet qui sera plus amplement abordé à la fin de la présente section. Ceci étant dit, il serait possible de faire le même exercice avec une discrétisation trimestrielle en conservant le même cadre d'analyse.

À chaque période d'évolution, deux principales étapes surviennent. Dans un pre-

mier temps, il y a l'évolution des titres détenus dans le portefeuille de l'assureur au cours de l'année et la distribution de ces rendements (ou pertes) aux différentes parties prenantes dans l'entreprise. Cette étape permet donc de faire évoluer les actifs et le passif qui fait partie des états financiers depuis la fin de la période précédente. Cette étape est indiquée par un $-$ dans le modèle. Dans un second temps, il y a l'arrivée de nouveaux flux monétaires. Ces flux proviennent des primes annuelles sur les anciennes cohortes qui ne sont pas encore arrivées à échéance, de la nouvelle cohorte contractée par de nouveaux clients au cours de l'année et des actionnaires pour les phases de création et de croissance de l'entreprise. Ensuite, l'encaisse est investie dans les actifs disponibles sur le marché en suivant l'une des quatre stratégies d'investissement proposées. Cette étape est indiquée par un $+$ dans le modèle.

3.1.3 Stratégies d'investissement

Dans ce papier, quatre stratégies d'investissement sont présentées dans l'objectif d'analyser différents styles de gestion des actifs de l'entreprise et l'impact de ces décisions sur le risque de défaut. Étant donné l'importance des investissements en titres obligataires, par rapport aux autres actifs, les stratégies d'investissements proposées se concentrent, principalement, sur les investissements dans ces actifs et laissent les investissements dans les actions et l'immobilier suivre une stratégie fixe dans le temps. Par contre, il est possible de permettre aux gestionnaires d'augmenter ou de diminuer le risque de l'entreprise en augmentant ou en diminuant la proportion des actifs investis dans les actions.

Les deux premières stratégies sont rudimentaires. Les fonds disponibles sont distribués selon des pondérations fixes au fil du temps. La première consiste simplement à distribuer l'encaisse dans les actifs alors que la deuxième s'assure qu'à la fin de chaque période le portefeuille est rééquilibré pour correspondre aux pondérations désirées. Par conséquent, la première stratégie a l'avantage de ne pas avoir besoin de vendre d'actifs pour rééquilibrer, mais, contrairement à la seconde, présente plus de variabilité dans les résultats étant donné que certains actifs ont tendance à écraser le reste du portefeuille et, ainsi, augmenter le risque d'exposition à certains facteurs.

Les deux autres stratégies tentent de répliquer une gestion des actifs en fonction du passif en utilisant l'environnement d'investissement simplifié utilisé dans l'analyse.

Les stratégies doivent rester relativement simples en raison du temps de calcul important requis par chaque simulation. La troisième stratégie a pour objectif de diminuer la sensibilité du portefeuille total incluant le passif à l'environnement de taux d'intérêt. Pour ce faire, les primes reçues, provenant d'une police particulière, sont en majorité investies dans les titres obligataires ayant la durée la plus proche de cette police. Par conséquent, chaque contrat se voit attribuer un actif à sa création et tous les flux monétaires provenant de cette combinaison sont investis dans ce même actif, jusqu'à l'échéance de la police. Échéance qui arrivera toujours avant la maturité de l'actif étant donné l'appariement des durées et l'absence de versements de fonds au détenteur de la police au cours de sa vie active.

La quatrième stratégie est une combinaison entre la deuxième et la troisième stratégie. L'objectif de cette stratégie est de gérer l'actif en observant le portefeuille de polices dans son ensemble plutôt que chaque police individuellement. Par conséquent, les actifs sont distribués selon la même méthode que la seconde stratégie, mais en choisissant les poids pour minimiser l'écart de durée entre le portefeuille obligataire et le portefeuille de polices.

Un résumé des quatre stratégies est présenté à la table 1. L'identification qui y est présentée sera utilisée pour la suite de ce papier. Chaque stratégie sera développée plus en détail lors du développement du modèle.

Table 1: Stratégies d'investissement du modèle

Identification	Description
Stratégie 1	Distribution des flux entrants selon les poids fixes
Stratégie 2	Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période
Stratégie 3	Choix des investissements en fonction de chaque police
Stratégie 4	Ajustement du portefeuille à chaque période en minimisant l'écart de crédit entre le portefeuille de polices et celui des actifs

3.1.4 Comparaison avec le modèle d'origine

Avant de décrire le modèle utilisé dans ce papier, il est important de mentionner les similarités et les différences avec celui originalement proposé dans Berdin &

Gründl (2015). L'objectif de ce papier est d'adapter le modèle proposé par ces auteurs à une compagnie d'assurance vie canadienne dans le but d'analyser l'impact d'un environnement de faible taux d'intérêt sur le marché de l'assurance vie au Canada. Il est donc intéressant de conserver une structure et une nomenclature semblables. Par conséquent, lorsque possible, les variables sont attribuées selon la même méthode que dans Berdin & Gründl (2015). Aussi, la structure globale du développement reste sensiblement comparable et certaines constantes secondaires du modèle sont fixées au même point à des fins de comparaison.

Ceci étant dit, le modèle d'origine n'étant que la base du cadre d'analyse de ce papier, plusieurs différences existent entre les modèles proposés. Premièrement, le modèle ici présenté est divisé en trois phases distinctes d'existence de l'entreprise et chaque période de chaque phase est subdivisée en deux segments où des étapes de développement différentes sont réalisées. Cette structure a pour objectif de mieux représenter le processus décisionnel des différents acteurs de l'entreprise et de permettre au lecteur d'identifier les actions entreprises à chaque temps. Deuxièmement, le calcul du ratio de solvabilité est adapté à la réglementation canadienne et change le traitement du risque d'insolvabilité dans le modèle. Ces changements permettent, entre autres, de comparer des méthodes différentes de calcul des ratios de solvabilité ce qui est fait à la section 4. Troisièmement, le modèle original de Berdin & Gründl (2015) utilise la convention comptable GAAP qui ne convient pas à un assureur canadien. Par conséquent, le bilan comptable, dans le présent modèle, suit plutôt les IFRS. Cette modification a pour effet de modifier la reconnaissance des gains et des pertes sur les actifs et le passif. Quatrièmement, un autre objectif du présent papier est de comparer le comportement de différentes stratégies d'investissement. Par conséquent, le processus de réinvestissement est différent et ne permet pas à l'entreprise de piger au besoin dans les réserves cachées en vendant et rachetant des titres en dehors de la stratégie normale d'investissement. Cinquièmement, en raison des différentes stratégies d'investissement, le modèle ci-après développé ne fixe pas les obligations à leur valeur au pair. Un marché obligataire fictif existe et les gestionnaires peuvent choisir les actifs dans lesquelles investir en payant le prix courant sur le marché. D'autres dissimilitudes plus fines existent entre les deux modèles.

3.1.5 Hypothèses principales du modèle

La présente sous-section définit le cadre d'analyse en posant les hypothèses centrales derrière le modèle et les résultats présentés dans ce papier. Ces hypothèses découlent de compromis entre les objectifs de réalisme, de flexibilité et d'efficacité du modèle. Cette sous-section présente donc chacune des huit hypothèses centrales du modèle qui concernent la structure d'imposition, les frais de transaction, la mesure de risque utilisée pour les simulations des différents processus, la structure des polices, l'organisation des cohortes de polices, la mortalité, l'environnement d'investissement disponible à l'assureur et les conditions de défaut.

Premièrement, à des fins d'efficacité et de flexibilité, l'impôt n'est pas pris en compte dans le modèle. Le modèle visant à rester applicable à des assureurs de différentes tailles sur le marché canadien et l'application des règles sur l'imposition variant de façon significative entre les entreprises, l'inclusion de l'impôt aurait été trop simpliste et irréaliste ou trop lourde par rapport aux autres éléments du modèle. Par contre, cette hypothèse impacte négativement le réalisme du modèle et doit être prise en compte lors de l'analyse des résultats.

Deuxièmement, les frais de transaction ne sont pas pris en compte pour des raisons similaires à celles présentées au sujet de l'hypothèse sur l'imposition. En effet, en plus de la complexité additionnelle du traitement des frais de transaction lors de la signature des polices et lors de l'achat de titres financiers, l'impact de ces frais est fonction de la taille de l'entreprise et demanderait une adaptation relativement importante du modèle pour éviter d'être limité à des entreprises d'une certaine taille. Encore une fois, cette hypothèse diminue le niveau de réalisme du modèle pour simplifier son application et le rendre plus compréhensible.

Troisièmement, les simulations sont effectuées sous la mesure physique dans ce papier. Étant donné, que certains actifs et passifs du bilan financier d'un assureur vie ne sont pas transigés sur le marché, assumer l'absence d'opportunités d'arbitrage et, donc, l'existence de la mesure risque neutre est plus exagéré. De plus, étant donné que l'objectif central est de comparer différentes probabilités de défaut sur ces simulations entre elles et qu'il n'est pas nécessaire de répliquer les conditions actuelles et les hypothèses du marché, il n'est pas essentiel de simuler sous la mesure risque neutre.

Quatrièmement, tel que mentionné à la section 2, la structure des polices a un impact majeur sur le comportement et le risque des compagnies d'assurance vie. Par conséquent, il est important de définir les contrats utilisés dans le modèle ci-après présenté. Un seul type de contrat est utilisé. Ce contrat inclut une part de rendements garantis sur le capital investi et une part de participation aux bénéfices de l'entreprise. La partie garantie est déterminée en fonction des conditions de marché au moment de la signature et n'est pas modifiée avant l'échéance. La partie de participation est équivalente aux bénéfices versés aux actionnaires de l'entreprise et, par conséquent, les bénéfices sont divisés entre ces deux types de parties prenantes de l'entreprise chaque année. De plus, tous les flux monétaires sont versés à l'échéance de la police. Conséquemment, les rendements sur les polices sont composés au fil des années.

Cinquièmement, pour simplifier le modèle et assurer une certaine stabilité du côté du passif de l'entreprise et, ainsi, se concentrer sur les activités de gestion des actifs, toutes les cohortes de polices ont la même maturité fixe. Par conséquent, de la création de l'entreprise fictive jusqu'à la fin des simulations, une nouvelle cohorte, de même taille ou non, est signée à chaque période et, après que la première cohorte soit arrivée à échéance, une subséquente mature et les flux entendus doivent être versés aux détenteurs de ces polices. Il est important de noter que les polices faisant partie d'une cohorte et ayant donc les mêmes caractéristiques qui dépendent des conditions économiques au moment de la signature peuvent être considérées comme une seule entente.

Sixièmement, le présent papier s'intéresse particulièrement à la gestion des actifs dans le contexte particulier des assureurs vie et les hypothèses sur le risque d'assurance sont minimisées en excluant le risque de mortalité sur les polices du modèle. Cette décision permet d'analyser les entreprises de ce secteur d'un point de vue moins différent de celui utilisé dans la littérature sur l'assurance vie. Des hypothèses semblables sont posées dans de nombreux articles dans la littérature et, plus particulièrement, dans les articles présentés à la section 2.

Septièmement, l'environnement d'investissement, pour l'assureur fictif, est limité à certaines classes d'actifs et à certaines maturités. La restriction la plus importante liée à cette hypothèse concerne les classes d'actifs disponibles. Les gestionnaires fictifs du portefeuille peuvent uniquement investir dans le marché

des actions, de l'immobilier, des obligations gouvernementales et des obligations corporatives. Chaque marché est simulé avec un nombre d'actifs et de maturités différentes limités et un renouvellement des titres arrivant à échéance à chaque période. Par conséquent, les gestionnaires sont limités par ce qui est disponible sur le marché pour investir. De plus, les obligations corporatives accessibles ont une cote entre BBB et AAA.

Finalement, l'objectif central de ce papier étant d'analyser le comportement de la solvabilité des compagnies d'assurance vie dans un environnement de faible taux d'intérêt, il est crucial de définir la définition de défaut. Étant donné qu'il est difficile de prévoir les modifications apportées à un assureur vie par les régulateurs suite à leur intervention, il est considéré dans ce papier que les gestionnaires de l'entreprise ont failli à leur tâche et l'entreprise subit un défaut technique aussitôt que les régulateurs doivent intervenir dans les activités de l'entreprise. Au Canada, tel que mentionné précédemment, les compagnies d'assurance vie sont surveillées à l'aide du ratio de solvabilité qui changera au 1er janvier 2018. Par conséquent, la méthode actuelle et celle modifiée sont utilisées dans le modèle à des fins d'analyse de ces réglementations sur le risque pris par les entreprises de ce secteur. Dès que le ratio minimal imposé par le régulateur n'est pas respecté, la compagnie est considérée en situation de défaut et les simulations sont arrêtées puisqu'elle n'a pas la possibilité de revenir. Plus formellement, seul le premier temps d'atteinte de la barrière de défaut est considéré dans l'analyse.

3.1.6 Création de l'entreprise

Tel que mentionné précédemment, dans le but de générer une entreprise fictive complète et représentative de la situation actuelle des assureurs canadiens, le modèle part de sa création. Ainsi, les simulations ne partent pas d'un simple point fixe dans le temps avec un amalgame homogène de polices et d'actifs. Chaque police est développée avec l'historique de marché et possède ainsi ses propres caractéristiques qui influencent, par la suite, la solvabilité de l'entreprise. Le moment de création de l'entreprise est défini pour que la première police signée arrive à échéance le 1er janvier 2017. Par exemple, étant donné que dans le présent papier les polices ont une échéance fixe de 25 ans, la création de l'entreprise arrive en 1992.

Il est important de noter que les indices des polices et des obligations vont du

titre avec l'échéance la plus courte à celui qui a l'échéance la plus longue.

3.1.6.1 Au temps $t = 0^-$:

À la création, la première étape de la période est simplifiée par le fait qu'il n'y a aucune police et aucun actif existant avant la création. Par conséquent, à ce point, les bilans financiers comptables et à la valeur marchande sont créés. Cette première étape est présentée aux équations 4 à 7.

$$A_t^{BV} = A_t^{MV} = 0 \quad (4)$$

$$L_t^{BV,g} = L_t^{BV,p} = L_t^{MV} = 0 \quad (5)$$

$$E_t^{BV} = E_t^{MV} = 0 \quad (6)$$

$$CB_t^{BV} = 0 \quad (7)$$

La variable CB_t^{BV} sert de tampon de capital sur le bilan comptable. Ce poste permet, lors des bonnes années, de conserver une partie des rendements sur le bilan pour les utiliser lors des années difficiles pour répondre aux engagements de l'entreprise sans toucher directement aux capitaux propres.

3.1.6.2 Au temps $t = 0^+$:

À $t = 0^+$, l'assureur signe la première cohorte de polices. Étant signées dans la même année, il est supposé que les contrats de ces polices comportent des clauses découlant de conditions économiques semblables et que les différences provenant des caractéristiques propres des assureurs sont négligeables. Par conséquent, la cohorte est considérée comme un mélange homogène de polices arrivant à échéance en même temps et offrant les mêmes conditions aux détenteurs. Chaque cohorte est, par conséquent, équivalente à une seule police lorsqu'on ne prend pas en compte le risque de mortalité. Elle sera donc traitée comme tel dans le modèle à des fins de simplification. Tel que mentionné précédemment, le type de contrat analysé dans le présent papier présente une partie de rendements garantis et une

partie de participations aux profits de l'entreprise. Les fonds ne sont redistribués aux détenteurs qu'à la maturité de la police. La partie garantie est déterminée par un taux fixe attribué à la police au moment de l'initiation et est fonction du taux fédéral à long terme.

Les détenteurs des polices, composant la première cohorte signée, versent la première prime annuelle à l'assureur ce qui a pour résultat de créer une dette sur le bilan financier préalablement inexistant. Chaque police est évaluée sous trois mesures à chaque temps. À l'équation 8, la variable $l_{i,t}^{BV,g}$ présente la valeur comptable minimale de la police qui cumule les rendements garantis promis aux détenteurs tandis que la variable $l_{i,t}^{BV,p}$ est la valeur comptable réelle de la police incluant, en plus des rendements garantis, la partie de participation s'il y en a eu. Par conséquent, aussi longtemps qu'il n'y a pas eu de distribution de rendements additionnels aux détenteurs d'une police, les deux valeurs comptable sont identiques ce qui explique l'égalité des deux variables au temps $t = 0^+$. Étant donné que le modèle ne prend pas en compte d'autres formes de dette que les polices d'assurance, la dette comptable est une simple somme des valeurs comptables des polices et le même raisonnement s'applique pour la valeur comptable minimale que la valeur comptable réelle. Évidemment, c'est cette dernière qui est présentée au marché et les décisions des actionnaires, des régulateurs et des détenteurs de polices sont basées sur celle-ci, à moins d'avis contraire.

$$l_{i,t}^{BV,g} = l_{i,t}^{BV,p} = \pi_t^i \quad (8)$$

$$L_t^{BV,g} = L_t^{BV,p} = \sum_{i=1}^k l_{i,t}^{BV,g} \quad (9)$$

En raison de la différence entre le taux garanti fixe sur les polices et l'environnement de taux d'intérêt qui évolue au cours des années, le rendement promis et les rendements accessibles sur le marché causent une disparité entre la valeur marchande et la valeur comptable, tel que présenté à l'équation 10. Une prime de risque d'évaluation peut être ajoutée à travers le χ étant donné qu'il s'agit d'une simple estimation de la valeur marchande.

$$l_{i,t}^{MV} = \frac{l_{i,t}^{p,BV} P(t, T_i)}{P(r^i, t, T_i)} (1 + \chi) \quad (10)$$

$$L_t^{MV} = \sum_{i=1}^k l_{i,t}^{MV} \quad (11)$$

À l'équation 12, la contribution des actionnaires aux actifs de l'entreprise apparaît par l'entremise de la variable RAP qui est strictement supérieure à 1. Pour chaque dollar provenant des détenteurs d'assurance ou de la dette dans ce modèle simplifié, un certain montant est investi par les actionnaires. Au moment de la création de l'entreprise, les actifs prennent la même valeur sous l'évaluation marchande que sous l'évaluation comptable.

$$A_t^{BV} = A_t^{MV} = L_t^{BV,p} * RAP \quad (12)$$

Aux équations 13 à 15, les postes de capitaux propres et de capital tampon sont évalués. Dans un premier temps, le capital tampon est fixé à 0 étant donné, qu'au moment de la création, l'assureur n'a pas pu cumuler des gains excédentaires sur les périodes précédentes puisqu'il n'existait pas encore. Il est important de noter que le poste de capital tampon n'apparaît que sous le bilan comptable par construction. En effet, ce poste est un artifice de gestion permettant de lisser la distribution des rendements au fil des ans et que cette distribution dans le modèle est déterminée à partir de l'information comptable. Attribué une valeur marchande à ce poste est donc inutile dans ce modèle.

$$CB_t^{BV} = 0 \quad (13)$$

$$E_t^{BV} = E_t^{MV} = A_t^{BV} - L_t^{BV,p} \quad (14)$$

$$E_t^{MV} = A_t^{MV} - L_t^{MV} \quad (15)$$

Puisque les stratégies 3 et 4 sont respectivement basées sur l'appariement de la durée d'un actif à une police d'assurance et du portefeuille d'actifs au portefeuille de polices, les durées des obligations gouvernementales et corporatives sont évaluées aux équations 16 et 17 avant de présenter les stratégies d'investissement des actifs. À noter que ces calculs peuvent être évités dans le cas des stratégies d'investissement 1 et 2. Par contre, étant donné qu'il est possible de changer de stratégie pendant le développement de l'entreprise, il est intéressant de conserver l'évolution historique de cette mesure des obligations et, puisque ces étapes ne demandent que peu de temps de calcul, il est intéressant de les effectuer dans tous les cas et de garder l'information.

Pour les obligations gouvernementales ($\forall b \in (1, \dots, N^G)$):

$$DPA_t^b = \frac{\sum_{j=t+1}^{T_b} j * TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b) + T_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b)}{\sum_{j=t+1}^{T_b} TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b) + B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b)} \quad (16)$$

Pour les obligations corporatives ($\forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)$):

$$DPA_t^b = \frac{\sum_{j=t+1}^{T_b} j * TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b) + T_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b)}{\sum_{j=t+1}^{T_b} TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b) + B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b)} \quad (17)$$

Les fonds cumulés lors de la création de l'entreprise doivent être également distribués, pour générer les rendements nécessaires, au respect des ententes signées avec les détenteurs de polices et aux attentes des actionnaires. Les prochaines étapes de la phase de création présentent donc en détail les 4 stratégies proposées pour investir dans l'environnement d'investissement présenté précédemment.

Stratégies 1 & 2 : Distribution des flux entrants selon les poids fixes & Ajustement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période.

Étant donné qu'il n'y a que de l'encaisse à ce point dans le modèle, les stratégies 1 et 2 résultent en une démarche identique lors de la phase de création. Effectivement, la stratégie 1 investit l'encaisse selon une pondération fixe, sans se soucier de la pondération résultante du portefeuille, alors que la stratégie 2 pondère plutôt le portefeuille en ajoutant l'encaisse pour respecter la pondération fixe.

L'équation 18 calcule les valeurs marchandes et comptable de chaque obligation à partir des poids w_t^b qui sont fixes et déterminés par la proportion du portefeuille investie dans les titres obligataires et le positionnement de l'assureur par rapport aux maturités et au risque de crédit. La somme des w_t^b doit donc égaler W_{oblig} . Cette variable représente la proportion du portefeuille investie dans les titres obligataires. Le modèle est présenté dans sa version générale, à la présente section, mais les pondérations utilisées dans le papier sont exposées dans la section 4.

$$B(TC_b, t, T_b)^{MV} = B(TC_b, t, T_b)^{BV} = A_t^{BV} * w_t^b \quad \forall b \quad (18)$$

À des fins de réalisme du modèle, la seule variable fixe des obligations sur le marché est le taux de coupons. Cette variable a un impact sur la méthode et le moment utilisés pour reconnaître les gains et les pertes sur les titres obligataires, mais a relativement peu d'impact sur la vie de l'actif et la solvabilité de l'assureur. Par contre en fixant cette variable, il est possible de ne pas simplement acheter les obligations au pair. Cette caractéristique du modèle permet de produire un portefeuille plus réaliste et de racheter ou vendre la même obligation plus tard dans l'évolution du modèle. La valeur nominale n'est donc pas fixe et doit être calculée aux équations 19 et 20.

$$B(TC_b, t, T_b)^{FV} = \frac{TC_b, t, T_b)^{MV}}{\sum_{j=t+1}^{T_b} TC_{t,b} * P(t, j) + P(t, T_b)} \quad \forall b \in (1, \dots, N^G) \quad (19)$$

$$B(TC_b, t, T_b)^{FV} = \frac{TC_b, t, T_b)^{MV}}{\sum_{j=t+1}^{T_b} TC_{t,b} * P^*(t, j) + P^*(t, T_b)} \quad \forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B) \quad (20)$$

La dernière étape de la phase de création de l'entreprise, en suivant les stratégies 1 et 2, consiste à investir le reste de l'encaisse dans les titres de type action.

$$S(t)_s^{BV} = S(t)_s^{MV} = A_t^{BV} * w_t^s \quad \forall s \in (1, \dots, N^S) \quad (21)$$

Stratégie 3: Choix des investissements en fonction de chaque police.

Selon cette stratégie, les gestionnaires des actifs de l'assureur visent à couvrir le risque de taux d'intérêt soulevé par les polices composant le portefeuille de dette

en investissant dans le titre obligataire présentant la durée la plus rapprochée de celle de chaque cohorte de polices.

Étant donné que l'entreprise vient tout juste d'être créée, il n'y a qu'une seule cohorte de polices qui est signée. Par conséquent, on cherche un seul actif pour couvrir le portefeuille de polices. Ceci étant dit, comme pour toutes les autres stratégies, l'assureur investit dans des obligations gouvernementales et corporatives. On suppose ici que les gestionnaires investissent autant dans ces deux classes de titres obligataires. Les équations 22 et 23 servent à identifier les indices de ces deux obligations qui minimisent l'écart de durée avec la seule cohorte de polices. Étant donné que les polices versent des flux monétaires aux détenteurs uniquement à la maturité du contrat, leur durée est égale à leur maturité T_{NP} .

$$IG = \arg \min_{b \in (1, \dots, N^G + N^B)} \text{abs}(DPA_t^b - T_{NP}) \quad (22)$$

$$IC = \arg \min_{b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)} \text{abs}(DPA_t^b - T_{NP}) \quad (23)$$

Les équations 24 et 25 permettent de calculer le montant investi dans les obligations choisies préalablement en valeur marchande et en valeur comptable.

$$B(TC_{IG}, t, T_{IG})_{IG}^{MV} = B(TC_{IG}, t, T_{IG})_{IG}^{BV} = A_t^{BV} * 0.5 * \sum w_t \quad (24)$$

$$B(TC_{IC}, t, T_{IC})_{IC}^{MV} = B(TC_{IC}, t, T_{IC})_{IC}^{BV} = A_t^{BV} * 0.5 * \sum w_t \quad (25)$$

Suivant la même logique qu'aux équations 19, 20 et 21 des stratégies 1 et 2, on évalue les valeurs nominales des titres obligataires, avant de terminer la phase d'investissements, en investissant dans les actions. Ces étapes sont présentées aux équations 26 à 28 avec la particularité que la valeur nominale n'est évaluée que pour une obligation gouvernementale et une obligation corporative.+++

$$B(TC_{IG}, t, T_{IG})_{IG}^{FV} = \frac{TC_{IG}, t, T_{IG})_{IG}^{MV}}{\sum_{j=t+1}^{T_{IG}} TC_{t,IG} * P(t, j) + P(t, T_{IG})} \quad (26)$$

$$B(TC_{IC}, t, T_{IC})_{IC}^{FV} = \frac{TC_{IC}, t, T_{IC})_{IC}^{MV}}{\sum_{j=t+1}^{T_{IC}} TC_{t, IC} * P^*(t, j) + P^*(t, T_{IC})} \quad (27)$$

$$S(t)_s^{BV} = S(t)_s^{MV} = A_t^{BV} * w_t^s \quad \forall s \in (1, \dots, N^S) \quad (28)$$

Stratégie 4: Ajustement du portefeuille à chaque période en minimisant l'écart de crédit entre le portefeuille de polices et celui des actifs.

L'objectif de cette stratégie est d'optimiser le portefeuille obligataire pour minimiser l'écart de durée entre le portefeuille d'actifs et le portefeuille de polices d'assurance. À l'équation 29, la durée du portefeuille de polices est calculée sous la variable DPP_t . Étant donné qu'il n'y a qu'une seule police à ce point du modèle, la durée de ce portefeuille est égale à la maturité de la seule police.

$$DPP_t = T_i \quad (29)$$

Le problème de minimisation de l'écart de durée des portefeuilles est présenté à l'équation 30. Il est important de noter que les variables w_t et DPA_t sont respectivement un vecteur ligne et un vecteur colonne composés des poids désirés des $N^G + N^B$ titres obligataires et des durées de ces obligations. On exige que la pondération dans chaque titre se situe entre 0 et ϖ inclusivement et que la somme des poids égale la proportion des investissements en obligation représentée par la variable W_{oblig} . Pour corriger la durée pour la somme des poids inférieure ou égale à 1, la durée du portefeuille de polices est ajustée pour rendre les deux comparables.

$$w_t = \arg \min_{w_t} (w_t \otimes DPA_t) - (DPP_t * W_{oblig}) \quad (30)$$

$$s.c. \quad \sum_b w_t^b = W_{oblig}$$

$$w_t^b \leq \varpi$$

$$w_t^b \geq 0$$

Étant donné que la seule différence entre la stratégie 4 et la stratégie 2 provient des pondérations entre les différentes maturités des titres obligataires, le reste de la méthode d'investissement sous la stratégie 4 est identique pour cette phase du

modèle aux équations 18 à 21.

3.1.7 Croissance de l'entreprise

L'entreprise fictive, ayant maintenant passé la phase de création, entre dans la phase de croissance. Cette dernière se déroule du temps 1 à M^{Av} qui est le nombre de périodes nécessaires avant d'arriver à l'échéance de la première police. Un historique de rendement pour chaque actif disponible dans l'environnement d'investissements disponible du modèle est requis pour le développement de cette phase.

Les étapes de cette phase sont donc répétées pour développer le bilan financier de l'entreprise avant de commencer les simulations de la phase de maturité. La variable t passe donc de 1 à M^{Av} et le développement à chaque temps est exposé ci-après.

3.1.7.1 Au temps t^- :

Dans un premier temps, les bilans financiers sont mis à jour, selon l'évolution historique du marché depuis la fin de la période précédente, tout en respectant au mieux les normes comptables applicables au Canada. À noter que les obligations sont toujours traitées comme des actifs détenus jusqu'à maturité peu importe la stratégie de gestion des actifs utilisée. La reconnaissance des gains et des pertes sur le bilan à la valeur comptable diffère substantiellement de celle sous la valeur marchande. Cette différence, si elle n'est pas prise en compte par tous les acteurs du marché d'assurance, peut bénéficier à certains partis au détriment des autres. Ce sujet est abordé plus en détail aux sections suivantes.

Les obligations jouent un rôle crucial dans l'évolution de l'entreprise en raison de l'importance de cette catégorie d'actifs dans le portefeuille des assureurs vie et leur lien direct avec l'évolution des taux d'intérêt. Dans un premier temps, la dépréciation des actifs sur la période est évaluée selon la méthode des coûts amortis. Cependant, à des fins de simplicité et en raison de la flexibilité de la structure d'achat des titres obligataires dans le modèle, la dépréciation est calculée linéairement jusqu'à la maturité du titre pour les obligations gouvernementales et corporatives, tel que présenté aux équations 31 et 32.

Pour les obligations gouvernementales ($\forall b \in (1, \dots, N^G)$):

$$DEP_t^b = \frac{B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{BV} - B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{FV}}{T_b - t} \quad \forall b \in (1, \dots, N^G) \quad (31)$$

Pour les obligations corporatives ($\forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)$):

$$DEP_t^b = \frac{B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{BV} - B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{FV}}{T_b - t} * (1 - \xi_t) \quad \forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B) \quad (32)$$

La valeur aux livres des obligations, selon la méthode des coûts amortis prescrite par les IFRS, est constante dans le temps en dehors de la dépréciation qui fait tendre vers la valeur nominale à l'échéance. Seule une perte reconnue et mesurable peut diminuer la valeur d'une obligation. Par conséquent, dans le modèle, seul le défaut sur une obligation corporative et la dépréciation diminuent la valeur comptable d'un titre obligataire alors que sa valeur marchande évolue en fonction de l'environnement de taux d'intérêt au Canada tel que présenté aux équations 33 et 35. Pour les obligations sans risque de défaut, la valeur nominale de ces titres ne change pas et la valeur à la fin de la période précédente est simplement reportée à l'équation 34. L'équation 36 démontre que la seule différence dans le cas des obligations avec risque de défaut provient de la perte d'une proportion de ξ_t de cette obligation. À ce point, il est supposé que chaque obligation corporative est en fait un portefeuille diversifié d'obligations ayant des maturités similaires et respectant les conditions d'investissement du portefeuille.

Pour les obligations gouvernementales ($\forall b \in (1, \dots, N^G)$):

$$B(TC_b, t^-, T_b)_b^{BV} = B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{BV} - DEP_t^b \quad (33)$$

$$B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} = B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{FV} \quad (34)$$

Pour les obligations corporatives ($\forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)$):

$$B(TC_b, t^-, T_b)_b^{BV} = B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{BV} * (1 - \xi_t) - DEP_t^b \quad (35)$$

$$B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} = B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{FV} * (1 - \xi_t) \quad (36)$$

Ensuite, il suffit de déterminer la valeur marchande des obligations en actualisant les flux monétaires selon le taux d'intérêt correspondant à la maturité et au risque du titre obligataire. Par conséquent, les formules 37 et 38 diffèrent uniquement par le taux d'intérêt utilisé qui se reflète dans les facteurs d'actualisation des flux.

Pour les obligations gouvernementales ($\forall b \in (1, \dots, N^G)$):

$$B(TC_b, t^-, T_b)_b^{MV} = \sum_{j=t^-+1}^{T_b} B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} * TC_b * P(t^-, j) + B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} * P(t^-, T_b) \quad (37)$$

Pour les obligations corporatives ($\forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)$):

$$B(TC_b, t^-, T_b)_b^{MV} = \sum_{j=t^-+1}^{T_b} B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} * TC_b * P^*(t^-, j) + B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} * P^*(t^-, T_b) \quad (38)$$

Dans le cas des actifs classifiés comme des actions, la valeur comptable, sous les IFRS, est évaluée selon la juste valeur des actifs étant donné qu'ils sont tous considérés comme des actifs disponibles à la vente, dans le présent modèle. Par conséquent, seule une perte permanente permet de détériorer la valeur comptable de l'actif. Sinon les gains et les pertes sont reportés au cumul des autres éléments du résultat global. Par contre, à des fins de simplicité des états financiers comptables, dans le modèle, seules les pertes affectent la valeur comptable, ce qui est présenté à l'équation 40. Par contre, la valeur marchande dépend du taux de dividende sur l'année et du processus de prix. Tel que présenté à la formule 39, chaque action verse un dividende en proportion des gains sur la période à condition qu'il y ait eu des gains sur la période.

$$S(t^-)_s^{MV} = \begin{cases} S(t^+ - 1)_s^{MV} + (1 - \gamma_s)(S(t^-)_s^{PRO} - S(t^+ - 1)_s^{MV}), & \text{si } S(t^-)_s^{PRO} > S(t^+ - 1)_s^{MV} \\ S(t^-)_s^{PRO}, & \text{sinon} \end{cases} \quad (39)$$

$$S(t^-)_s^{BV} = \min(S(t^-)_s^{MV}, S(t^+ - 1)_s^{BV}) \quad (40)$$

Après la mise à jour des valeurs des actifs détenus dans le portefeuille de l'assureur vie, l'encaisse reçue de ces actifs est déterminée à l'équation 41. L'encaisse à t^- comprend donc tout argent qui n'aurait pas été investie à la fin de la période précédente, les coupons versés par les obligations détenues, le nominal des obligations arrivant à l'échéance, les dividendes sur les actions détenues et le capital récupéré des obligations qui ont fait défaut au cours de la période.

$$\begin{aligned} A_{t^-}^{cash,BV} = A_{t^-}^{cash,MV} = A_{t^+-1}^{cash,MV} &+ \sum_{b=1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} * TC_b \\ &+ B(TC_b, t^-, t^-)_1^{FV} + B(TC_b, t^-, t^-)_{N^G+1}^{FV} \\ &+ \sum_{s=1}^{N^S} \max(0, \gamma_s(S(t^-)_s^{GBM} - S(t^+ - 1)_s^{MV})) \\ &+ \sum_{b=1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^+ - 1, T_b)_b^{BV} * \xi_{t,b} * \Delta \end{aligned} \quad (41)$$

Les valeurs marchandes et comptables des différents actifs dans le portefeuille calculées précédemment combinées à l'encaisse, qui a la même valeur dans les deux bilans, permettent d'évaluer la valeur totale des actifs. L'équation 42 permet de déterminer la valeur comptable des actifs alors que l'équation 43 calcule leur valeur marchande.

$$A_{t^-}^{BV} = \sum_{b=1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^-, T_b)_b^{BV} + \sum_{s=1}^{N^S} S(t^-)_s^{BV} + A_{t^-}^{cash,BV} \quad (42)$$

$$A_{t^-}^{MV} = \sum_{b=1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^-, T_b)_b^{MV} + \sum_{s=1}^{N^S} S(t^-)_s^{MV} + A_{t^-}^{cash,BV} \quad (43)$$

La prochaine étape consiste à déterminer les rendements à distribuer aux détenteurs de polices et aux actionnaires. Pour ce faire, le rendement comptable des actifs sur la période est déterminé à l'équation 44. Ces rendements sont composés des coupons et des dividendes versés par les actifs détenus au cours de la période, de la dépréciation des obligations et des innovations actuarielles de mortalité.

En effet, le modèle de Berdin & Gründl (2015) considère uniquement les prédictions actuarielles de mortalité en ajoutant un rendement supplémentaire de 1% de la valeur totale des actifs. Cette simplification permet de concentrer les efforts du modèle sur la gestion financière de l'entreprise et est donc conservée dans le présent modèle. Il est important que ces rendements soient en unité et non pas en pourcentage des actifs. Ainsi, ce montant peut être divisé entre les différentes parties prenantes et augmente leurs droits sur les actifs de l'entreprise.

$$\begin{aligned}
 R_t^a &= \sum_{b=1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} * TC_b \\
 &+ \sum_{s=1}^{N^S} \max(0, \gamma_s(S(t^-)_s^{GBM} - S(t^+ - 1)_s^{MV})) \\
 &+ \sum_{b=1}^{N^G+N^B} DEP_t^b + r^q * A_{t^+}^{BV}
 \end{aligned} \tag{44}$$

Étant donné la priorité des droits des détenteurs de polices sur l'entreprise par rapport aux actionnaires, leurs rendements attribués sont calculés en premier aux équations 45 et 46. Dans un premier temps, les rendements $R_t^{i,a}$ attribuables aux polices sont déterminés. Dans un second temps, dépendamment si ces rendements sont suffisants où non pour remplir les promesses faites aux détenteurs de polices, le rendement garanti sur la période $r_t^{i,g}$ est calculé pour chaque police ($\forall i \in (1, \dots, N^p)$).

$$R_t^{i,a} = R_t^a * \frac{l_{i,t^+-1}^{BV,p}}{A_{t^+-1}^{BV}} \tag{45}$$

$$r_t^{i,g} = \begin{cases} r^i + r^q, & \text{si } RG * R_t^{i,a} \leq l_{i,t^+-1}^{BV,p} * r^i \\ \frac{RG * R_t^{i,a}}{l_{i,t^+-1}^{BV,p}}, & \text{sinon} \end{cases} \tag{46}$$

Ensuite, à l'aide des rendements garantis aux détenteurs de la police pour la période courante, on détermine la valeur comptable minimale de la police à l'équation 47 en faisant croître la valeur comptable réelle à la fin de la période précédente

$$l_{i,t^-}^{BV,g} = l_{i,t^+-1}^{BV,p} (1 + r_t^{i,g}) \quad (47)$$

Tel que mentionné précédemment, les normes comptables causent une disparité entre la valeur des actifs sur le bilan comptable et leur valeur marchande. Le bilan comptable est la principale source d'information menant aux décisions de distribution des rendements, mais il est crucial de prendre en compte cette différence intitulée réserves cachées. Effectivement, les réserves cachées appartiennent également aux parties prenantes, mais, dans le cas des détenteurs de polices, ne sont pas directement accessibles au moment de l'échéance du contrat. De plus, les réserves cachées peuvent être manipulées par les gestionnaires de l'assureur vie en décidant de remplacer les actifs dans le portefeuille plus tôt ou plus tard que prévu. Par conséquent, sans mécanisme de distribution de ces réserves aux détenteurs de polices arrivant à échéance, les gestionnaires de l'entreprise peuvent favoriser les actionnaires au détriment des clients en maximisant la valeur des réserves cachées. Ce mécanisme de distribution est présenté à l'équation 48 et est ensuite ajoutée au montant total de la valeur comptable minimale de la dette à l'équation 49.

$$HR_t^{ph} = \begin{cases} \frac{l_{i,t^-}^{BV,g}}{\sum_{i=1}^{\min(t, NP)} l_{i,t^-}^{BV,g}} (A_t^{MV} - A_t^{BV}) * HRD, & \text{si } A_t^{MV} > A_t^{BV} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (48)$$

$$L_{t^-}^{BV,g} = HR_t^{ph} + \sum_{i=1}^{\min(t, NP)} l_{i,t^-}^{BV,g} \quad (49)$$

Avant de distribuer les rendements additionnels, il faut déterminer la valeur des rendements garantis distribués aux détenteurs de polices. Les rendements garantis ainsi déterminés à l'équation 50 sont assurés d'être supérieur à zéro, étant donné que, peu importe les rendements de l'entreprise, chaque cohorte de polices doit croître à chaque période au taux minimal promis à la signature du contrat.

$$R_t^{ph,g} = L_{t^-}^{BV,g} - L_{t^+-1}^{BV,p} \quad (50)$$

Si les rendements des actifs sur la période sont plus que suffisants pour combler les besoins des rendements garantis ($R_t^a > R_t^{ph,g}$), les actionnaires ont droit à une part des profits de l'entreprise, les détenteurs de polices touchent une part de participation et l'excédent va dans le poste de capital tampon pour couvrir les pertes des périodes plus difficiles. Dans un tel cas, la valeur comptable réelle est supérieure à la valeur comptable réelle calculée précédemment. Ces étapes sont présentées aux équations 51 à 54.

$$R_t^{sh} = \min(R_t^a - R_t^{ph,g}, \psi(R_t^a)) \quad (51)$$

$$R_t^{ph,p} = \zeta(R_t^a - R_t^{ph,g} - R_t^{sh}) \quad (52)$$

$$l_{i,t^-}^{p,BV} = l_{i,t^-}^{p,BV} + R_t^{ph,p} \frac{l_{i,t^-}^{g,BV}}{L_{t^-}^{g,BV}} \quad (53)$$

$$L_{t^-}^{p,BV} = L_{t^-}^{p,BV} + R_t^{ph,p} \quad (54)$$

À l'inverse, si les rendements totaux des actifs sont à peine suffisants ou insuffisants pour couvrir les besoins en garanties des polices ($R_t^a \leq R_t^{ph,g}$), le manque est mathématiquement puisé dans le capital tampon en premier lieu et dans les capitaux propres par la suite. Ces dernières étapes ne sont pas explicitées ici, mais sont incluses dans les étapes subséquentes du développement de la période. Évidemment, si les rendements ne dépassent pas le minimum requis en garanties, aucun rendement de participation n'est attribué sur la période, tel que décrit aux équations 55 à 57.

$$R_t^{sh} = R_t^{ph,p} = 0 \quad (55)$$

$$l_{i,t^-}^{p,BV} = l_{i,t^-}^{p,BV} \quad (56)$$

$$L_{t^-}^{p,BV} = L_{t^-}^{g,BV} \quad (57)$$

Avant de passer au développement du second segment de chaque période, il faut mettre à jour les postes restants des deux bilans financiers. Aux équations 58 et 59, la valeur aux livres des capitaux propres est calculée à partir de la valeur précédente et des rendements attribués sur la période. Le poste de capital tampon correspond simplement à l'excédent de l'équation comptable entre les actifs et le passif.

$$E_{t^-}^{BV} = E_{t^+-1}^{BV} + R_t^{sh} \quad (58)$$

$$CB_{t^-}^{BV} = A_{t^-}^{BV} - L_{t^-}^{p,BV} - E_{t^-}^{BV} \quad (59)$$

Pour déterminer la valeur marchande des capitaux propres, il faut estimer la valeur marchande des polices d'assurance selon la même méthode qu'à l'équation 10. Ensuite, il ne reste plus qu'à faire la différence entre les actifs et la dette pour estimer la valeur des capitaux propres de l'entreprise. Ces étapes sont réalisées aux équations 60 et 61.

$$L_{t^-}^{MV} = \sum_i \frac{l_{i,t^-}^{p,BV} P(t, T)}{P(r^i, t, T)} (1 + \chi) \quad (60)$$

$$E_{t^-}^{MV} = A_{t^-}^{MV} - L_{t^-}^{MV} \quad (61)$$

Le premier segment du développement d'une période de la phase de croissance de l'assureur vie se termine ainsi, avec la valeur des actifs et des polices mis à jour, les deux bilans financiers complétés et les rendements sur la période distribués aux différentes parties prenantes de l'entreprise.

3.1.7.2 Au temps t^+ :

Le deuxième segment par période part des actifs mis à jour au segment précédent et des flux monétaires pour positionner le portefeuille d'actifs avant la prochaine

période.

La première étape de ce segment consiste à recevoir les primes des polices déjà contractées et signer la nouvelle cohorte pour la période courante. Par conséquent, la valeur comptable minimale et la valeur comptable réelle augmentent du montant de la prime annuelle pour chaque police, tel que présenté aux équations 62 et 63 $\forall i \in (1, \dots, N^p)$.

$$l_{i,t^+}^{BV,g} = l_{i,t^-}^{BV,g} + \pi_t^i \quad (62)$$

$$l_{i,t^+}^{BV,p} = l_{i,t^-}^{BV,p} + \pi_t^i \quad (63)$$

La valeur comptable minimale de la dette totale est égale à la somme des polices d'assurance la composant, tel que présent à l'équation 64. Par contre, il est inutile d'évaluer la valeur comptable réelle des polices, pour ce segment, étant donné que la différence entre la dette réelle et la dette minimale correspond aux rendements de participations attribués aux détenteurs de polices, au segment précédent, ce qui explique le calcul à l'équation 65.

$$L_{t^+}^{BV,g} = \sum_{i=1}^{N^p} l_{i,t^+}^{BV,g} \quad (64)$$

$$L_{t^+}^{BV,p} = L_{t^+}^{BV,g} + R_t^{ph,p} \quad (65)$$

Aux équations 66 et 67 on estime encore une fois la valeur marchande des polices d'assurance pour déterminer la valeur marchande de la dette totale. Donc $\forall i \in (1, \dots, N^p)$:

$$l_{i,t^+}^{MV} = \frac{l_{i,t^-}^{p,BV} P(t, T)}{P(r^i, t, T)} (1 + \chi) \quad (66)$$

$$L_{t^+}^{MV} = \sum_{i=1}^{N^p} l_{i,t^+}^{MV} \quad (67)$$

À ce point du développement, on cherche l'encaisse disponible à être investie en vue de la prochaine période. Plusieurs flux monétaires surviennent au cours d'une période et sont regroupés à la formule 68. Premièrement, il y a l'encaisse provenant des actifs détenus à la période précédente et calculée au premier segment. Deuxièmement, il y a les primes annuelles reçues pour toutes les polices d'assurance actives majorées par la contribution des actionnaires représentée par le coefficient RAP . Ce montant est, par la suite, diminué par les sorties de fond sur la période qui sont le paiement de la cohorte de polices arrivant à échéance incluant la part de réserves cachées qui lui est attribuée et le dividende versé aux actionnaires. À noter que le montant du dividende annuel version aux actionnaires de l'entreprise provient du taux de redistribution y . Par conséquent, l'assureur leur verse, à chaque période, une partie de la valeur comptable des capitaux propres leur appartenant.

$$A_{t^+}^{cash,BV} = A_{t^+}^{cash,MV} = A_{t^-}^{cash,BV} + \left(\sum_i \pi_t^i \right) * RAP - HR_t^{ph} - l_{1,t^+}^{BV,g} - E_{t^-}^{BV} * y \quad (68)$$

Pour déterminer la valeur totale des actifs sur le bilan comptable et sur le bilan à la valeur marchande à la fin de la période, on ajoute simplement la différence de l'encaisse, entre le deuxième et le premier segment, aux équations 69 et 70

$$A_{t^+}^{BV} = A_{t^-}^{BV} + A_{t^-}^{cash,BV} - A_{t^-}^{cash,BV} \quad (69)$$

$$A_{t^+}^{MV} = A_{t^-}^{MV} + A_{t^-}^{cash,MV} - A_{t^-}^{cash,BV} \quad (70)$$

Tout comme à la phase de création et pour les mêmes raisons qui étaient mentionnées à ce point du développement du modèle, avant de commencer les stratégies d'investissement des actifs disponibles, les équations 74 et 75 calculent les durées de tous les titres obligataires sur le marché.

Pour les obligations gouvernementales ($\forall b \in (1, \dots, N^G)$):

$$DPA_t^b = \frac{\sum_{j=t+1}^{T_b} j * TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b) + n * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b)}{\sum_{j=t+1}^{T_b} TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b) + B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P(j, T_b)} \quad (71)$$

Pour les obligations corporatives ($\forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)$):

$$DPA_t^b = \frac{\sum_{j=t+1}^{T_b} j * TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b) + n * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b)}{\sum_{j=t+1}^{T_b} TC_b * B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b) + B(TC_b, j, T_b)_b^{FV} * P^*(j, T_b)} \quad (72)$$

Les fonds disponibles à ce point doivent être investis sur le marché. Les prochaines étapes présentent donc en détail les 4 stratégies proposées pour investir dans l'environnement d'investissement, présenté précédemment, dans le contexte de la phase de croissance. La principale différence entre le développement des stratégies durant la phase de création et durant la phase de croissance de l'entreprise est l'existence préalable du portefeuille dans cette dernière. Par conséquent, les stratégies d'investissement 1 et 2 ne correspondent plus et le processus de gestions des actifs est plus complexe pour toutes les stratégies.

Stratégie 1 : Distribution des flux entrants selon les poids fixes.

En suivant la stratégie d'investissement 1, on distribue simplement l'encaisse disponible dans les actifs selon une pondération fixe. Par conséquent, il n'y a pas de rééquilibrage à la fin de chaque période et certains actifs peuvent diminuer en importance sur la valeur totale du portefeuille. Étant donné que la grande majorité des actifs du portefeuille de l'assureur doit être investie dans des titres obligataires et que les décisions d'investissement sont prises en fonction de la valeur marchande des titres par rapport à leur valeur nominale, cette stratégie demande de réinvestir dans des actifs déjà détenus dans le portefeuille et de conserver l'information en mémoire. Cette particularité justifie l'utilisation d'un marché simulé d'actifs, plutôt que d'acheter les obligations au pair, tel que mentionné plus tôt.

Il est supposé que les gestionnaires du portefeuille d'actifs se basent sur la valeur marchande pour déterminer la structure du portefeuille et prendre les décisions d'investissement à chaque période. Par contre, étant donné qu'il n'y a pas de rebalancement dans cette stratégie, les actifs achetés à l'aide de l'encaisse ont la même valeur comptable et marchande. Par conséquent, aux équations 76 et 77, la juste proportion de l'encaisse est simplement ajoutée à chaque titre obligataire, autant sous l'évaluation comptable, que marchande.

Donc, pour toutes les obligations ($\forall b$):

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{MV} = B(TC_b, t^-, T_b)_b^{MV} + A_{t^+}^{cash, MV} * w_t^b \quad \forall b \quad (73)$$

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{BV} = B(TC_b, t^-, T_b)_b^{BV} + A_{t^+}^{cash, MV} * w_t^b \quad \forall b \quad (74)$$

Tel que mentionné précédemment, les titres obligataires sont puisés dans un marché fictif qui évolue selon l'environnement de marché. Par conséquent, la valeur nominale des titres qui sont achetés doit être déterminée. Étant donné que le même titre peut être ajouté au portefeuille à différents points de sa vie et à différente valeur marchande, il peut être acquis à des valeurs marchandes différentes. Par conséquent, la valeur nominale précédente des achats sur la période doit être augmentée par la nouvelle valeur, telle que présentée aux équations suivantes.

Pour les obligations gouvernementales ($\forall b \in (1, \dots, N^G)$):

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{FV} = B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} + \frac{A_{t^+}^{cash, MV} * w_t^b}{\sum_{j=t^++1}^{T_b} TC_{t^+, b} * P(t^+, j) + P(t^+, T_b)} \quad (75)$$

Pour les obligations corporatives ($\forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)$):

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{FV} = B(TC_b, t^-, T_b)_b^{FV} + \frac{A_{t^+}^{cash, MV} * w_t^b}{\sum_{j=t^++1}^{T_b} TC_{t^+, b} * P^*(t^+, j) + P^*(t^+, T_b)} \quad (76)$$

Encore une fois, selon cette stratégie, il n'y a pas de rebalancement et les titres sont simplement achetés au fur et à mesure que le modèle évolue. Il en va de même pour les produits financiers du type action dans lesquels de nouveaux fonds sont injectés. Pour les mêmes raisons que pour les titres obligataires, cette méthode a pour résultat que les étapes de mise à jour de la valeur comptable et de la valeur marchande sont identiques. Ces étapes sont présentées aux formules 80 et 81 pour tous les titres de ce type ($\forall s \in (1, \dots, N^S)$).

$$S(t^+)_s^{MV} = S(t^-)_s^{MV} + A_{t^+}^{cash,BV} * w_t^s \quad (77)$$

$$S(t^+)_s^{BV} = S(t^-)_s^{BV} + A_{t^+}^{cash,BV} * w_t^s \quad (78)$$

Stratégie 2 : Ajustement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période.

La deuxième stratégie d'investissement a pour objectif de s'assurer que le portefeuille suive des pondérations fixes dans le temps. Conséquemment, à chaque période, le portefeuille est rebalancé en fonction de la valeur marchande des actifs. Il est donc possible que les valeurs comptables ne suivent pas ces pondérations, mais il est plus réaliste que les gestionnaires de portefeuille suivent les valeurs marchandes que comptables pour prendre leurs décisions. Le processus d'investissement est donc initié par l'évaluation de la valeur marchande désirée pour chaque titre obligataire à l'équation 82. Ensuite, à l'équation 83, les nouveaux actifs entrent sur le bilan comptable à leur valeur marchande.

Pour toutes les obligations ($\forall b$):

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{MV} = A_{t^+}^{MV} * w_t^b \quad \forall b \quad (79)$$

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{BV} = B(TC_b, t^+, T_b)_b^{MV} + A_{t^+}^{MV} * w_t^b - B(TC_b, t^-, T_b)_b^{MV} \quad \forall b \quad (80)$$

Puisque le portefeuille est rebalancé à chaque période, la valeur nominale est recalculée à chaque période. Évidemment, l'approche présentée aux équations 84 et 85 implique que les fonds dans les titres obligataires sont en grande partie réinvestis, ce qui diminue en partie le réalisme de la stratégie. Ceci étant dit, dans le présent cadre d'analyse qui ne prend pas en compte les frais de transaction et l'impôt, les impacts de cette simplification sont réduits à la reconnaissance des gains et des pertes comptables. De plus, cette simplification permet de gérer efficacement le portefeuille sans coût de calcul additionnel et d'utiliser la même méthode à la stratégie 4, ce qui permet de comparer les deux méthodes sur un même pied

d'égalité.

Pour les obligations gouvernementales ($\forall b \in (1, \dots, N^G)$):

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{FV} = \frac{B(TC_b, t^+, T_b)_b^{MV}}{\sum_{j=t^++1}^{T_b} TC_{t^+, b} * P(t^+, j) + P(t^+, T_b)} \quad (81)$$

Pour les obligations corporatives ($\forall b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)$):

$$B(TC_b, t^+, T_b)_b^{FV} = \frac{B(TC_b, t^+, T_b)_b^{MV}}{\sum_{j=t^++1}^{T_b} TC_{t^+, b} * P^*(t^+, j) + P^*(t^+, T_b)} \quad (82)$$

Les investissements dans les actions sont effectués selon la même approche en deux temps qui a été utilisée pour les titres obligataires. Premièrement, à l'équation 86, les titres sont investis selon leur valeur marchande en rééquilibrant au besoin. Deuxièmement, à l'équation 87, la valeur comptable est mise à jour en ajoutant les nouveaux titres achetés. $\forall s \in (1, \dots, N^S)$

$$S(t^+)_s^{MV} = A_{t^+}^{MV} * w_t^s \quad (83)$$

$$S(t^+)_s^{BV} = S(t^+)_s^{BV} + A_{t^+}^{MV} * w_t^s - S(t^-)_s^{MV} \quad (84)$$

Stratégie 3: Choix des investissements en fonction de chaque police.

La stratégie 3 est basée sur la première, étant donné que les nouveaux fonds investis sont ajoutés aux portefeuilles préalablement détenus aux conditions de marché régnant sur la période. Par contre, cette stratégie introduit la gestion des actifs en fonction du passif. Par conséquent, sous cette stratégie, les gestionnaires des actifs de l'assureur vie choisissent, pour chaque police, les obligations gouvernementales et corporatives dont la sensibilité aux taux d'intérêt mesurée par la durée correspond le mieux et divisent les fonds liés à cette police d'assurance entre ces deux actifs. Par conséquent, la première étape consiste à trouver, pour toutes les polices ($\forall i \in (1, \dots, N^P)$), les actifs présentant le plus faible écart de crédit ce qui est fait à l'équation 88 pour les obligations gouvernementales et à l'équation 89 pour les obligations corporatives.

$$IG = \arg \min_{b \in (1, \dots, N^G + N^B)} \text{abs}(DPA_t^b - T_i) \quad (85)$$

$$IC = \arg \min_{b \in (N^G + 1, \dots, N^G + N^B)} \text{abs}(DPA_t^b - T_i) \quad \forall i \in (1, \dots, N^P) \quad (86)$$

Pour l'obligation gouvernementale choisie pour chaque police, la moitié des fonds disponibles attribués à cette assurance sont ajoutés à la valeur marchande des actifs déjà détenus, tel que présenté à l'équation 90. La mise à jour de la valeur comptable et de la valeur nominale du titre obligataire suit la même méthode qu'à la stratégie 1. À l'équation 91, les nouveaux achats sont ajoutés au bilan comptable et, à l'équation 92 la valeur nominale totale de l'obligation est ajustée pour les nouveaux achats, en conservant l'information sur les achats précédents.

$$B(TC_{IG}, t^+, T_{IG})_{IG}^{MV} = B(TC_{IG}, t^-, T_{IG})_{IG}^{MV} + A_{t^+}^{cash, MV} * 0.5 * \sum w_t * \frac{l_{i, t^+}^{BV, p}}{L_{t^+}^{BV, p}} \quad (87)$$

$$B(TC_{IG}, t^+, T_{IG})_{IG}^{BV} = B(TC_{IG}, t^-, T_{IG})_{IG}^{BV} + A_{t^+}^{cash, MV} * 0.5 * \sum w_t * \frac{l_{i, t^+}^{BV, p}}{L_{t^+}^{BV, p}} \quad (88)$$

$$B(TC_{IG}, t^+, T_{IG})_{IG}^{FV} = B(TC_{IG}, t^-, T_{IG})_{IG}^{FV} + \frac{B(TC_{IG}, t^+, T_{IG})_{IG}^{MV} - B(TC_{IG}, t^-, T_{IG})_{IG}^{MV}}{\sum_{j=t^++1}^{T_{IG}} TC_{t^+, IG} * P(t^+, j) + P(t^+, T_{IG})} \quad (89)$$

Pour l'obligation corporative choisie, l'approche est identique en dehors de la correction pour la prime de risque. Les équations 93 à 95 ne sont donc pas plus amplement commentées. Par contre, il est intéressant de noter que les investissements dans ces titres comportant un risque de défaut, pour couvrir le risque des polices sur lesquelles l'assureur ne doit pas faire défaut, soulèvent des problèmes de gestion des risques qui ne sont pas présents avec des obligations gouvernementales. Les primes de risque des obligations corporatives rendent ces titres intéressants sous divers environnements de marché, mais les pertes possibles et le prépaiement,

qui peut survenir en cas de défaut de l'entreprise émettrice, causent des disparités dans la couverture de risque de taux d'intérêt. Dans un contexte réel, ce problème peut être corrigé en utilisant d'autres produits financiers plus complexes ou en utilisant du levier pour ajuster la position relative aux polices. Évidemment, l'environnement d'investissement disponible, dans le modèle ici proposé, est trop limitant pour ce type de stratégies plus complexes et les stratégies 3 et 4 ne couvrent pas parfaitement le risque de crédit. Par contre, l'effort de gestion des actifs en fonction du passif de ces stratégies permet de les comparer aux stratégies 1 et 2 qui sont aveugles à l'autre côté du bilan financier.

$$B(TC_{IC}, t^+, T_{IC})_{IC}^{MV} = B(TC_{IC}, t^-, T_{IC})_{IC}^{MV} + A_{t^+}^{cash, MV} * 0.5 * \sum w_t * \frac{l_{i, t^+}^{BV, p}}{L_{t^+}^{BV, p}} \quad (90)$$

$$B(TC_{IC}, t^+, T_{IC})_{IC}^{BV} = B(TC_{IC}, t^-, T_{IC})_{IC}^{BV} + A_{t^+}^{cash, MV} * 0.5 * \sum w_t * \frac{l_{i, t^+}^{BV, p}}{L_{t^+}^{BV, p}} \quad (91)$$

$$B(TC_{IC}, t^+, T_{IC})_{IC}^{FV} = B(TC_{IC}, t^-, T_{IC})_{IC}^{FV} + \frac{B(TC_{IC}, t^+, T_{IC})_{IC}^{MV} - B(TC_{IC}, t^-, T_{IC})_{IC}^{MV}}{\sum_{j=t^++1}^{T_{IC}} TC_{t^+, IC} * P^*(t^+, j) + P^*(t^+, T_{IC})} \quad (92)$$

Le processus de réinvestissement des actions est identique à celui présenté aux équations 80 et 81 de la stratégie 1.

Stratégie 4: Ajustement du portefeuille à chaque période en minimisant l'écart de crédit entre le portefeuille de polices et celui des actifs.

L'unique différence, entre la stratégie 2 et 4, se situe au niveau des pondérations attribuées aux titres obligataires dans le portefeuille. En effet, dans l'objectif d'adapter la stratégie d'investissement à la situation du passif dans son ensemble, le portefeuille obligataire est construit pour minimiser l'écart de durée entre le portefeuille d'actifs et le portefeuille de polices d'assurance sur le bilan de l'assureur vie. Les poids sont donc déterminés à chaque période selon l'équation 97 à partir de la durée du passif qui est déterminée à l'équation 97. Le reste du processus de réinvestissement selon cette stratégie suit les étapes présentées aux

équations 82 à 87 de la stratégie 2.

$$\forall b \in (1, \dots, N^G + N^B)$$

$$DPP_t = \frac{\sum_{i=1}^{N^P} T_i * l_{i,t}^{BV,p}}{\sum_{i=1}^{N^P} l_{i,t}^{BV,p}} \quad (93)$$

$$w_t = \arg \min_{w_t} (w_t \otimes DPA_t) - (DPP_t * W_{oblig}) \quad (94)$$

$$s.c. \quad \sum w_t = W_{oblig}$$

$$w_t^b \leq \varpi$$

$$w_t^b \geq 0$$

Pour terminer chaque période de la phase de croissance, on doit réévaluer la valeur comptable totale des actifs. Effectivement, puisque les stratégies de réinvestissement sont construites autour de la valeur marchande des actifs et qu'il existe une disparité entre la valeur marchande et la valeur comptable des actifs, il est possible que la valeur comptable totale des actifs ne correspondent plus à celle calculée à l'équation 69. Conséquemment, cette valeur est recalculée à l'équation 71.

$$A_{t^-}^{BV} = \sum_{b=1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^-, T_b)_b^{BV} + \sum_{s=1}^{N^S} S(t^-)_s^{BV} + A_{t^-}^{cash,BV} \quad (95)$$

Les équations 71 à 73 permettent ensuite de terminer de mettre à jour les postes principaux des deux bilans.

$$CB_{t^+}^{BV} = CB_{t^-}^{BV} \quad (96)$$

$$E_{t^+}^{BV} = A_{t^+}^{BV} - L_{t^+}^{BV,p} - CB_{t^-}^{BV} \quad (97)$$

$$E_{t^+}^{MV} = A_{t^+}^{MV} - L_{t^+}^{MV} \quad (98)$$

3.1.8 Simulation de l'entreprise

Avec les phases de création et de croissance de l'entreprise complétées, on entre dans la phase de maturité. Dans le présent modèle et selon le cadre d'analyse de ce papier, cette phase correspond au moment de l'analyse et toutes les périodes de cette phase sont donc construites à partir des simulations du marché. Cette sous-section présente les différences apportées aux étapes de développement de la phase de croissance présentée à la sous-section précédente, pour les périodes appartenant à la phase de maturité ($t = M^{Av} + 1 : M^{Av} + M^{Ap}$). Trois modifications sont présentées ci-après. La première concerne l'utilisation de simulations de marché au lieu de l'historique, la deuxième traite du comportement des actionnaires de l'assureur et la troisième s'intéresse à la tentation des gestionnaires d'augmenter le risque en cas de difficultés financières, tel que mentionné à la section 2. Autrement, la méthode reste identique à celle présentée à la phase de croissance.

3.1.8.1 Marché simulé

Le marché fictif à simuler est construit autour de quatre facteurs centraux qui sont développés à l'aide des processus stochastiques corrélés présentés ci-après. La corrélation de ces processus est effectuée à l'aide de la méthode de la décomposition de Cholesky.

À cause du cadre et des objectifs d'analyse du présent papier et du fait que les polices d'assurance composant le bilan financier de l'assureur ne sont pas transigées sur le marché, les simulations sont effectuées sous la mesure physique. L'objectif étant de comparer des probabilités de défaut entre elles, il n'est pas nécessaire de passer sous la mesure risque neutre. De plus, l'illiquidité d'une partie majeure des états financiers d'un assureur vie rendrait l'utilisation de cet artifice plus questionnable.

Le premier facteur est le taux court permettant de générer la courbe de taux d'intérêt fédéral du Canada. Ce facteur est simulé à l'aide d'un processus CIR ou d'un processus Vasicek puisque, tel que mentionné à la section 2, un des objectifs de ce papier est d'analyser l'impact de l'inclusion de scénario avec un taux d'intérêt sous la barre du zéro sur la solvabilité des compagnies d'assurance vie. Le processus CIR, généralement utilisé dans la littérature, n'admet pas de tels

scénarios.

Le deuxième facteur permet de simuler la prime de risque sur les obligations corporatives. En raison de sa ressemblance à un taux d'intérêt, la prime de risque est générée comme un taux court selon un processus CIR. En raison du lien entre la prime de risque et la probabilité de défaut sur les obligations corporatives, cette dernière est simulée à partir de la prime de risque en utilisant une régression linéaire, préalablement effectuée sur les données historiques.

Les processus CIR et Vasicek, utilisés pour simuler les deux premiers facteurs, sont calibrés par la méthode des moindres carrés et laissés sous la mesure physique, pour les raisons mentionnées ci-haut. L'équation 1 reprise ci-bas de la section 2 présente l'équation différentielle stochastique du processus Vasicek et l'équation 2 fait la même chose pour les processus CIR.

$$dr_t = k(h - r_t)dt + \sigma dW_t^r \quad (1)$$

$$dr_t = k(h - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t^r \quad (2)$$

Les titres de type action suivent plutôt un mouvement brownien géométrique dont l'équation différentielle stochastique est présentée à l'équation 99

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t^s \quad (99)$$

Le modèle développé étant en temps discret, il faut approximer ces processus en temps continu, ce qui est réalisé à l'aide de l'approximation de Milstein, aux équations 100 à 102, pour les trois processus.

$$r_{t+1} = r_t + k(h - r_t)\Delta_t + \sigma\epsilon_t^r\sqrt{\Delta_t} \quad (100)$$

$$r_{t+1} = r_t + k(h - r_t)\Delta_t + \sigma\epsilon_t^r\sqrt{\Delta_t}\sqrt{r_t} \quad (101)$$

$$S_{t+1} = S_t + \mu S_t \Delta_t + \sigma S_t \sqrt{\Delta_t} \epsilon_t^s \quad (102)$$

3.1.8.2 Contribution des actionnaires

Tel que mentionné précédemment, lors des phases de création et de croissance de l'entreprise, les actionnaires contribuent aux actifs de l'entreprise par le biais de la variable RAP qui est strictement supérieur à 1. Cette participation aux états financiers constitue progressivement les capitaux propres qui sont augmentés (diminués) par les bénéfices (pertes) distribués(es) aux actionnaires sur le bilan comptable. Par contre, à la phase de maturité de l'entreprise, il est supposé que les actionnaires n'ont plus avantage à continuer de fournir du capital additionnel. Les capitaux propres qui leur appartiennent croient avec les rendements de l'entreprise et ils continuent de recevoir un dividende annuel au même taux qu'aux phases précédentes. L'équation 68 est donc modifiée à la phase de maturité, pour être remplacée par l'équation 103

$$A_{t^+}^{cash,BV} = A_{t^+}^{cash,MV} = A_{t^-}^{cash,BV} + \left(\sum_i \pi_t^i \right) - HR_t^{ph} - l_{1,t^+}^{BV,g} - E_{t^-}^{BV} * y \quad (103)$$

3.1.8.3 Fuite vers le risque

Dans leur article, Antolin & coll. (2011) proposent que les gestionnaires des compagnies d'assurance vie ont tendance à augmenter la prise de risque lorsque l'entreprise éprouve des difficultés financières suffisantes pour s'approcher d'un point d'intervention des régulateurs.

Dans le présent modèle, l'intervention des régulateurs est déterminée à l'aide des ratios de solvabilité présentés à la prochaine sous-section. La méthode de calcul du ratio actuellement en vigueur et celle entrant en fonction le 1er janvier 2018 comportent toutes deux une cible et un ratio minimal. Par conséquent, pour tester les conclusions de Antolin & coll. (2011), le modèle permet d'augmenter le risque lorsque le seuil cible est franchi vers le bas et de continuer à l'augmenter linéairement jusqu'à ce que le seuil minimal soit atteint. L'augmentation du risque se fait donc par une diminution de la variable W_{oblig} qui représente la proportion totale des investissements du portefeuille dans les titres obligataires. Cette diminution

se fait au profit de la pondération des titres du type action qui sont supposés plus risqués.

En résumé, le modèle permet de modifier la distribution des fonds entre les actions et les obligations entre deux bornes en fonction du niveau de proximité de la santé financière de l'entreprise d'un point d'intervention des régulateurs.

3.1.9 Évaluation des ratios de solvabilité

L'objectif central de ce papier étant d'analyser l'impact d'un environnement de faible taux d'intérêt sur la solvabilité des compagnies d'assurance vie canadienne, la mesure de la solvabilité est un élément crucial du modèle.

Au Canada, le Bureau du Surintendant des Institutions Financières (BSIF) impose un certain niveau de capital disponible pour couvrir les risques d'une compagnie d'assurance. Ce niveau de capital est déterminé à l'aide du ratio de solvabilité qui met en relation le capital disponible et la somme du capital requis minimal pour couvrir les risques de l'assureur. Tel que mentionné précédemment, le BSIF impose un ratio cible vers lequel les compagnies d'assurance doivent tendre et un ratio minimal en dessous duquel le BSIF intervient dans la gestion de l'entreprise. Dans ce modèle, on considère que le moment où l'assureur vie atteint le seuil du ratio de solvabilité minimal correspond au défaut. À partir de ce point, les gestionnaires n'ont plus la même liberté en raison de l'intervention du BSIF et, arrêter le modèle à ce point, permet d'éviter de poser des hypothèses sur les méthodes utilisées par le BSIF. Il est particulièrement intéressant de réaliser cette analyse dans le contexte réglementaire actuel au Canada. En effet, comme indiqué dans les sections précédentes de ce papier, la méthode actuellement utilisée pour déterminer le ratio de solvabilité des assureurs vie au Canada sera remplacée par une nouvelle approche au 1er janvier 2018. Le modèle permet donc d'analyser l'effet de ces changements sur le comportement de la solvabilité des entreprises oeuvrant dans ce secteur et l'impact que cela pourrait avoir sur les décisions des gestionnaires, par rapport à la prise de risque.

Cette sous-section commence par une comparaison entre la méthode actuelle et celle qui entrera en vigueur au début de la prochaine année. Par la suite, l'application de ces ratios de solvabilité dans le modèle proposé est présentée. Finalement, les calculs de capital requis de base pour certains risques sont trop

complexes pour le modèle et sont simplifiés en prenant leur moyenne historique sur l'ensemble du secteur. Cette sous-section se termine donc sur une analyse historique du capital requis de base pour certaines sources de risque qui justifie le choix des coefficients utilisés.

3.1.9.1 Comparaison des ratios de solvabilité

Les informations utilisées dans l'analyse des ratios de solvabilité proviennent de la ligne directrice sur le ratio actuel, publié par le Bureau du surintendant des institutions financières du Canada (2015), et celle sur le nouveau ratio entrant en vigueur le 1er janvier 2018, également diffusée par le BSIF (2016). Ces textes servent à définir comment les différentes composantes de ces ratios sont évaluées et quelles sont les contraintes imposées aux compagnies d'assurance vie.

En raison des simplifications imposées par la modélisation d'une compagnie d'assurance, il est évident que ces ratios ne peuvent pas être déterminés aussi fidèlement que dans le cas d'une entreprise réelle. De plus, une analyse approfondie de ces lignes directrices dépasserait les objectifs et le cadre d'analyse du présent papier. Conséquemment, l'information ci-après présentée pour comparer les deux ratios de solvabilité est limitée au cadre d'analyse du papier et ne couvre donc pas la totalité des lignes directrices et le lecteur devrait se référer à ces dernières pour obtenir de plus amples informations.

La table 2 présente un résumé des éléments les plus importants de chaque ligne directrice. Les deux versions requièrent l'utilisation combinée de deux ratios qui comparent les fonds disponibles au capital requis pour le risque pris par l'assureur. Pour les deux méthodes, les deux ratios diffèrent selon la définition du capital disponible. En effet, le ratio total présenté à la table 2 est basé sur un capital disponible qui inclut, en plus du capital de catégorie 1, tout autre capital disponible alors que le ratio de noyau de capital utilise principalement le capital de catégorie 1. Dans le cas du ratio de test de suffisance du capital des sociétés d'assurance-vie (TSAV), le capital disponible et le capital de catégorie 1 sont bonifiés par d'autres éléments du passif, ce qui allègerait la pression réglementaire sur les assureurs, par rapport au ratio de montant minimal permanent requis pour le capital et l'excédent (MMPRCE), si toute chose était égale par ailleurs. Pour chaque méthode, les deux ratios ont un seuil minimal imposé et une cible désirée par le régulateur. La nouvelle réglementation est moins restrictive sur ce point

avec une quantité minimale de capital disponible plus faible pour chaque unité de capital requis. Par contre, il est intéressant d'observer que, sous la nouvelle réglementation, le capital de catégorie 1 doit être composé en plus grande partie par des actions ordinaires, ce qui est plus contraignant.

Les états financiers simplifiés du modèle permettent uniquement de simuler du capital action. Par conséquent, le capital disponible est uniquement composé de capital de catégorie 1 et les deux ratios sont identiques dans un tel cas. Pour cette raison, seul le ratio le plus contraignant est utilisé dans le modèle et analysé plus en détail. C'est évidemment le ratio total qui est plus demandant pour l'assureur vie étant donné que le capital action doit être suffisant pour compenser les autres catégories de capital qui sont absents. De plus, la quantité minimale de capital action composant le capital de catégorie 1 n'est pas active dans le modèle, pour les mêmes raisons. La table 2 présente également les sources de risque de l'entreprise qui imposent une certaine attribution de capital qui est ensuite détaillée à la table 3. Le ratio TSAV prend en compte le risque opérationnel, en plus des sources de risques comprises dans le ratio MPRCE, ce qui augmente le niveau de supervision des compagnies d'assurance vie au Canada.

Le résumé général des deux lignes directrices n'indique pas de différences majeures. Certains éléments sont ajoutés aux capitaux disponibles et au capital requis pour le risque sous la nouvelle réglementation, mais, en considérant uniquement ces informations, il n'est pas possible de déterminer si le bureau du surintendant des institutions financières du Canada est plus ou moins restrictif sur le niveau de risque pris par les assureurs vie.

La table 3 présente un résumé de la méthode de calcul des coefficients, pour toutes les sources de risque, selon chaque approche. La colonne résumée présentant l'évolution de la pression imposée sur les assureurs vie par le BSIF indique clairement une augmentation du capital requis pour couvrir le risque pris par l'assureur. En effet, seuls le risque de taux d'intérêt et le risque de garanties de fonds distinct ne subissent pas de changements majeurs alors que les quatre autres sources de risque, existant dans l'ancienne réglementation, subissent une majoration du coefficient d'attribution du capital et que le risque opérationnel est ajouté aux sources de risque. Les modifications sont commentées ci-après.

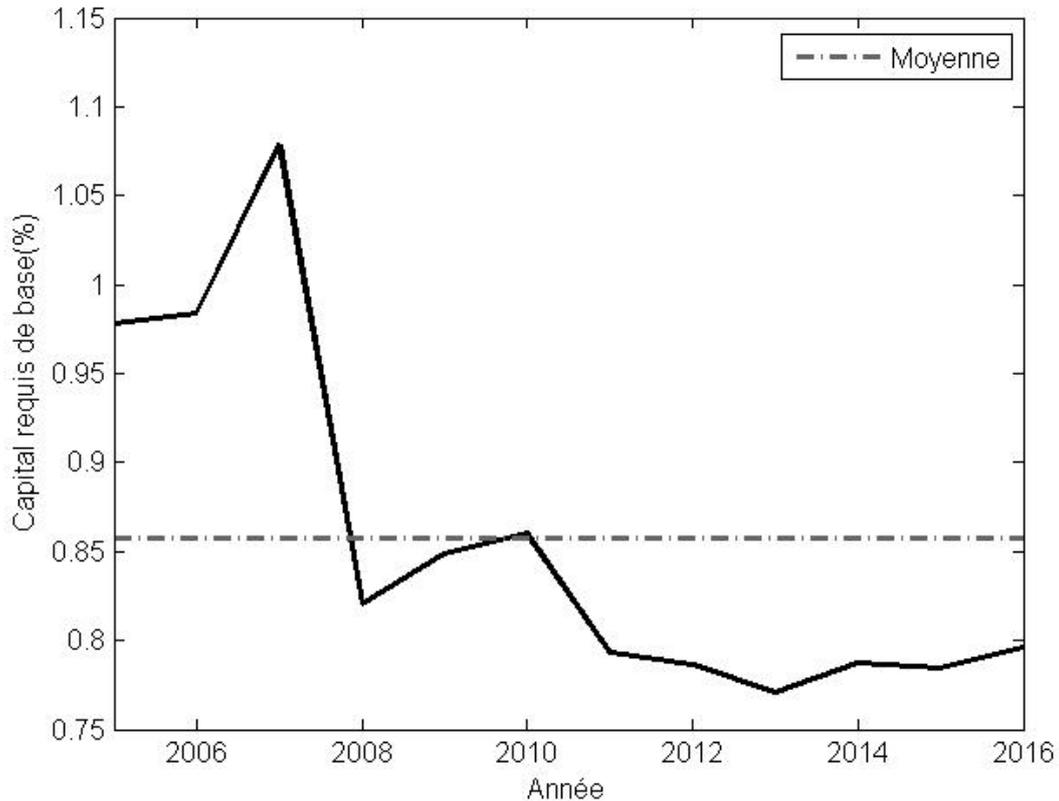
Table 2: Comparaison des ratios de solvabilité

	Ratio de montant minimal permanent requis pour le capital et l'excédent (MMPRCE)	Ratio de test de suffisance du capital des sociétés d'assurance-vie (TSAV)	Pression imposée sur l'assureur
Ratio total:	$\frac{\text{Total du capital disponible}}{\text{Capital requis de base}}$	$\frac{\text{Capital disponible} + \text{Provisions d'excédent} + \text{Dépôts}}{\text{Capital requis de base}}$	-
Ratio noyau de capital	$\frac{\text{Capital net redressé de catégorie 1}}{\text{Capital requis de base}}$	$\frac{\text{Catégorie 1} + 70 \% \text{ Provisions d'excédent} + 70 \% \text{ Dépôts}}{\text{Capital requis de base}}$	-
Ratio total minimal:	120%	90%	-
Ratio total minimal ciblé:	150%	100%	-
Ratio noyau de capital minimal:	60%	60%	=
Ratio noyau de capital ciblé:	105%	70%	+
Proportion minimale du tier 1 en actions ordinaires:	60%	75%	+
Sources de capital requis de base	<ol style="list-style-type: none"> 1. Risque de crédit 2. Risque de taux d'intérêt 3. Risque de marché actions 4. Risque de marché immobilier 5. Risque d'assurance 6. Risques de garanties de fonds distinct 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Risque de crédit 2. Risque de taux d'intérêt 3. Risque de marché actions 4. Risque de marché immobilier 5. Risque d'assurance 6. Risques de change 7. Risque opérationnel 	+

Premièrement, le risque de crédit est modifié significativement. En effet, en plus d'une augmentation générale du niveau des coefficients, la nouvelle méthode prend en compte l'échéance des titres. Ce changement permet de mieux prendre en compte le risque lié à ces actifs et s'intègre bien dans le cadre d'analyse proposée dans le présent papier. Ces coefficients sont pris directement des lignes directrices pour chaque méthode.

Deuxièmement, le BSIF requiert que le coefficient du risque de taux d'intérêt soit évalué à l'aide de simulations de l'impact de la structure à terme des taux d'intérêt sur la situation financière de la firme. Cette approche s'apparente à l'analyse présentée dans ce rapport, mais, malheureusement, l'inclusion de simulations dans les simulations du modèle rendrait les calculs trop complexes pour être effectués dans un temps raisonnable. Par conséquent, pour le ratio TSAV et le ratio MMPRCE, le coefficient de risque de taux d'intérêt est déterminé en fonction de son historique chez les compagnies d'assurance vie canadiennes. En raison des impacts variés du risque de taux d'intérêt sur les états financiers d'un assureur vie, le capital de risque requis pour cette source est comparé aux actifs totaux de l'entreprise. Ces données, pour l'ensemble du secteur de l'assurance vie au Canada de 2005 à 2016, sont extraites du site du Bureau du surintendant des institutions financières et présentées au graphique 5. La moyenne du capital requis de base est inférieure à 1% des actifs totaux des assureurs vie canadiens sur l'historique et dépasse ce seuil une seule fois. Par conséquent, ce coefficient est fixé à 1% pour les deux méthodes.

Figure 2: Capital requis minimal lié au risque de taux d'intérêt en proportion des actifs des assureurs vie canadiens(2005-2016)



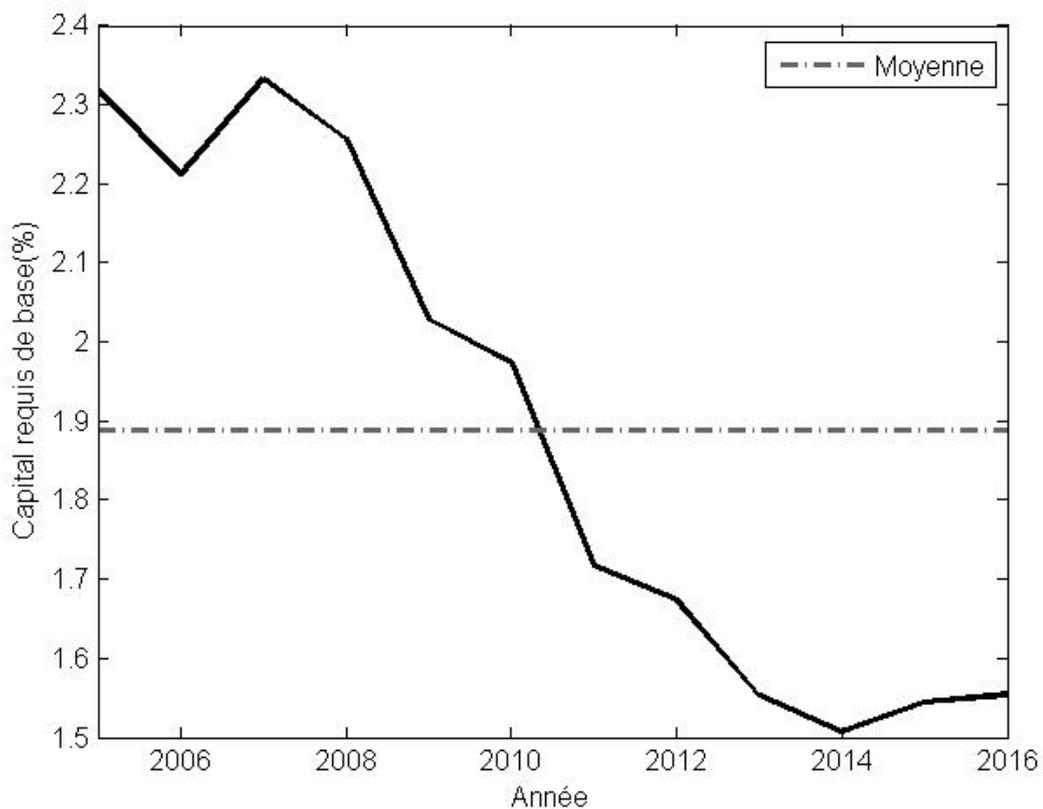
Troisièmement, le coefficient de 15% appliqué aux actions détenues par l'assureur est fortement augmenté, pour atteindre 35%, selon la nouvelle approche. De plus, le coefficient est maintenant modifié, en fonction de la liquidité et du risque du marché où les actions sont transigées, et peut aller jusqu'à 50% de la valeur totale des titres transigés sur un marché.

Quatrièmement, le capital requis pour le risque du marché immobilier subit une modification similaire à celui pour le risque du marché des actions. Le coefficient est augmenté, dans la nouvelle méthode, pour passer de 15% à 30% de la valeur des investissements.

Cinquièmement, le capital requis pour le risque d'assurance comprend plus de sous-catégories de risque dans le cas du ratio TSAV que dans le cas du ratio MM-PRCE. Par contre, l'évaluation du capital requis demande plus d'informations sur les polices signées par l'assureur vie que celles traitées dans le modèle. Par

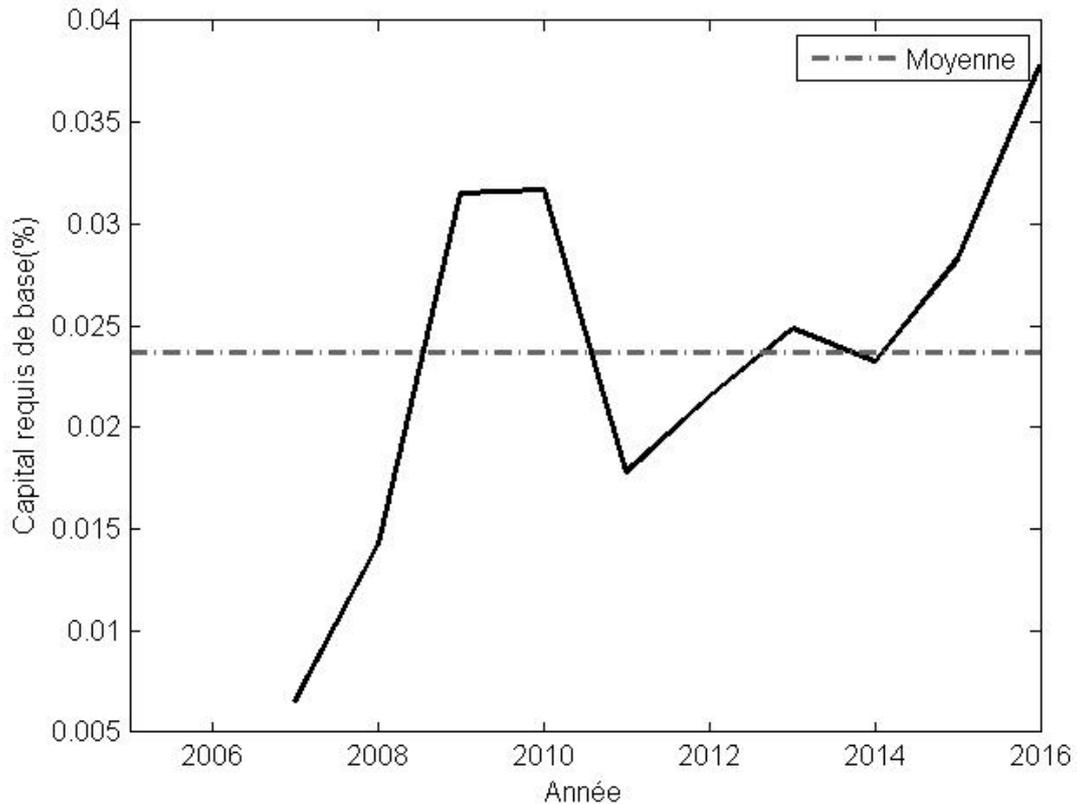
conséquent, ce coefficient est également déterminé en fonction de l'historique des assureurs vie canadiens. Par contre, en raison des facteurs de risque additionnels, pris en compte dans la nouvelle réglementation, on pose l'hypothèse que le coefficient historique sous le ratio MPRCE sera majoré d'une fois et demie dans le calcul du ratio TSA. L'historique du capital requis pour le risque d'assurance, en proportion du passif sur le marché canadien de 2005-2016, est présenté à la figure 3. Ce ratio, produit à partir des données du BSIF, passe de 2.3% à environ 1.6% sur la période avec deux environnements bien distincts et une moyenne en bas de 2%. Les dernières années indiquent un coefficient plus faible, mais le choix défensif d'un coefficient de 2% est fait pour le ratio MPRCE dans le modèle. Ce qui donne donc un coefficient de 3% pour le ratio TSAV. À noter que le BSIF ne fournit pas assez d'information pour séparer le risque de garantie de fonds distincts du risque d'assurance. Par conséquent, ces risques sont calculés ensemble dans les calculs de ratio de solvabilité.

Figure 3: Capital requis minimal lié au risque d'assurance en proportion du passif des assureurs vie canadiens (2005-2016)



Sixièmement, ces ratios comportent une partie de capital de risque attribué à l'exposition de l'assureur aux devises étrangères. Dans un contexte réel, certains produits financiers achetés par un assureur vie sont détenus en devises étrangères et comportent donc une exposition aux fluctuations de ces devises par rapport à la devise utilisée par l'entreprise. Évidemment, il est possible pour les gestionnaires de portefeuille de couvrir le portefeuille, en partie ou en totalité, contre ce risque. Les deux méthodes de calcul du ratio de solvabilité attribuent du capital de risque requis pour la position nette de l'exposition aux différentes devises. Malheureusement, l'environnement utilisé dans le modèle inclut uniquement des actifs en devise canadienne pour simplifier leur évolution. Par conséquent, il n'y aurait pas de capital de risque requis à attribuer, mais, par souci de réalisme, il est supposé que les actifs détenus par l'entreprise comportent une part de risque fictive de change non couvert. Le coefficient de risque de taux de change est donc également déterminé en fonction de l'historique du capital requis pour ce risque par les assureurs vie canadiens présenté à la figure 4. Le capital de risque requis est relativement faible par rapport aux actifs de 2005 à 2016 avec une moyenne sous 0.025% et des variations importantes par rapport à la moyenne sur l'historique. En 2015 et 2016, le capital requis était supérieur, mais, en raison de la faible importance de ce coefficient par rapport aux autres et de son instabilité, le coefficient est posé à 10 fois la moyenne historique (0.25%). Ce choix arbitraire a pour objectif de prendre en compte les différences importantes, dans le niveau de sophistication, des assureurs dans un marché. Il est attendu que les plus petits joueurs ne couvrent pas leurs expositions aux devises de la même façon que les assureurs les plus importants et la moyenne historique du marché agrégé cache de fortes disparités. Étant donné que le modèle ne vise pas nécessairement à analyser uniquement les compagnies d'assurance vie de taille importante, les coefficients augmentés pour les deux ratios pour cette source de risque permettent d'assurer la représentation de cette source de risque dans le calcul des ratios de solvabilité.

Figure 4: Capital requis minimal lié au risque de taux de change en proportion des actifs des assureurs vie canadiens (2005-2016)



Cette sous-section avait pour principal objectif de présenter les deux méthodes de calcul dans un contexte réel et de présenter leur application théorique dans le modèle.

3.1.9.2 Ratio de solvabilité avant 2018

Cette sous-section présente la méthode utilisée pour appliquer le ratio MPRCE utilisé au Canada avant le 1er janvier 2018. L'équation 104 présente le calcul du capital de risque requis pour le dénominateur du ratio de risque présenté à l'équation 105. Un résumé des coefficients de risque utilisés selon cette méthode est présenté à la table 6. Il est important de noter que le capital disponible au numérateur du ratio de solvabilité est présenté en valeur marchande. Cette particularité reflète la tendance des régulateurs au Canada, tout comme dans la majorité des pays développés, à analyser la santé financière des assureurs vie en fonction de sa valeur réelle plutôt que la valeur comptable qui peut être influencée

Table 3: Comparaison des sources de capital requis de base

	Ratio de montant minimal permanent requis pour le capital et l'excédent (MMPRCE)	Ratio de test de suffisance du capital des sociétés d'assurance-vie (TSAV)	Pression imposée sur l'assureur
1. Risque de crédit	0% pour les obligations gouvernementales et voir table 4 pour les obligations corporatives	0% pour les obligations gouvernementales et voir table 5 pour les obligations corporatives	+
2. Risque de taux d'intérêt:	Simulation du risque de taux d'intérêt	Simulation du risque de taux d'intérêt	=
3. Risque de marché actions	Coefficient de 15% pour toutes les actions ordinaires	Coefficient de 35% pour toutes les actions ordinaires des marchés développés et peut augmenter jusqu'à 50% pour les marchés non développés et les actifs non liquides	+
4. Risque de marché immobilier :	Coefficient de 15% pour tous les actifs immobiliers (avec exceptions)	Coefficient de 30% pour tous les actifs immobiliers	+
5. Risque d'assurance:	1. Risque de mortalité 2. Risque de morbidité 3. Risque de déchéance	1. Risque de mortalité 2. Risque de morbidité 3. Risque de déchéance 4. Risque de longévité lié aux rentes 5. Risque lié aux dépenses	+
6. Risque de change	En fonction de la position nette en devise.	En fonction de la position nette en devise.	=
7. Risque opérationnel:	NA	1. Le capital requis pour volume d'affaires 2. Le capital requis pour forte hausse du volume d'affaires 3. Le capital requis général.	+

Table 4: Coefficients de risque de crédit en fonction de la cote de crédit (MM-PRCE)

Notation	Facteur
AAA	0.25%
AA	0.50%
A	1.00%
BBB	2.00%
BB	4.00%
B	8.00%
Inférieur à B	16.00%

Table 5: Coefficients de risque de crédit en fonction de la cote de crédit (TSAV)

Notation	Facteur					
	Échéance effective en années					
	1	2	3	4	5	10+
AAA	0.25%	0.25%	0.50%	0.50%	1.00%	1.25%
AA	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	1.25%	1.75%
A	0.75%	1.00%	1.50%	1.75%	2.00%	3.00%
BBB	1.50%	2.75%	3.25%	3.75%	4.00%	4.75%
BB	3.75%	6.00%	7.25%	7.75%	8.00%	8.00%
B	7.50%	10.00%	10.50%	10.50%	10.50%	10.50%
Inférieur à B	15.50%	18.00%	18.00%	18.00%	18.00%	18.00%

par l'équipe de gestion pour divulguer la réalité au moment le plus opportun pour eux.

$$\begin{aligned}
 CRB_t^{MMPRCE} = & \sum_{b=N^G+1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^+, T_b)_b^{BV} * \rho^{IG,MMPRCE} + \\
 & \sum_{s=1}^{N^S} S(t^+)_s^{BV} * \rho^{S,MMPRCE} + \\
 & L_{t^+}^{BV,p} * \rho^{Ass,MMPRCE} + \\
 & A_{t^+}^{BV} * \rho^{R,MMPRCE} + \\
 & A_{t^+}^{BV} * \rho^{C,MMPRCE}
 \end{aligned} \tag{104}$$

$$RS_t^M = \frac{E_{t^+}^{MV}}{CRB_t^M} \tag{105}$$

Table 6: Coefficients de capital de risque pour le ratio MPRCE dans le modèle

Coefficient	Source de risque	Valeur dans le modèle
$\rho^{IG,MMPRCE}$	Crédit	1.125%
$\rho^{S,MMPRCE}$	Marché	15.00%
$\rho^{Ass,MMPRCE}$	Assurance	Moy. hist. (graphique g) = 2%
$\rho^{R,MMPRCE}$	Taux	Moy. hist. (graphique g) = 1%
$\rho^{C,MMPRCE}$	Change	10 x Moy. hist. (graphique g) = 0.25%

3.1.9.3 Ratio de solvabilité après 2018

Cette sous-section présente la méthode utilisée pour appliquer le ratio TSAV qui entrera en vigueur au 1er janvier 2018. À l'instar de la sous-section précédente, le calcul du capital requis pour le risque est présenté à l'équation 106. Le capital disponible est ensuite comparé au capital requis selon l'équation 107. Le résumé des coefficients choisis est présenté à la table 7.

$$\begin{aligned}
 CRB_t^{TSA} = & \left(\sum_{b=N^G+1}^{N^G+N^B} B(TC_b, t^+, T_b)_b^{BV} * \rho^{IG,TSA} \right) (1 + \rho^{o,g,TSA}) + \\
 & \left(\sum_{s=1}^{N^S} S(t^+)_s^{BV} * \rho^{S,TSA,s} \right) (1 + \rho^{o,g,TSA}) + \\
 & (L_{t^+}^{BV,p} * \rho^{Ass,TSA}) (1 + \rho^{o,g,TSA}) + \\
 & (A_{t^+}^{BV} * \rho^{R,TSA}) (1 + \rho^{o,g,TSA}) + \\
 & (A_{t^+}^{BV} * \rho^{C,TSA}) (1 + \rho^{o,g,TSA}) + \\
 & L_{t^+}^{BV,g} * \rho^{o,gar,TSA} + \\
 & \left(\sum_i \pi_t^i \right) * \rho^{o,vol,TSA}
 \end{aligned} \tag{106}$$

$$RS_t^{TSA} = \frac{E_{t^+}^{MV}}{CRB_t^{TSA}} \tag{107}$$

Table 7: Coefficients de capital de risque pour le ratio TSAV dans le modèle

Coefficient	Source de risque	Valeur dans le modèle					
		Échéance en années					
		1	2	3	4	5	10+
$\rho^{IG,TSA}$	Risque de crédit	0.875%	1.50%	1.875%	2.125%	2.50%	3.00%
$\rho^{S,TSA,s}$	Risque de marché	35% pour les actions et 30% pour l'immobilier					
$\rho^{Ass,TSA}$	Risque d'assurance	1.5 x Moy. hist. (graphique g) = 3%					
$\rho^{R,TSA}$	Risque de taux	Moy. hist. (graphique g) = 1%					
$\rho^{C,TSA}$	Risque de change	Moy. hist. (graphique g) = 0.25%					
$\rho^{o,g,TSA}$	Risque opérationnel	5.75%					
$\rho^{o,gar,TSA}$	Risque opérationnel	2.50%					
$\rho^{o,vol,TSA}$	Risque opérationnel	20%					

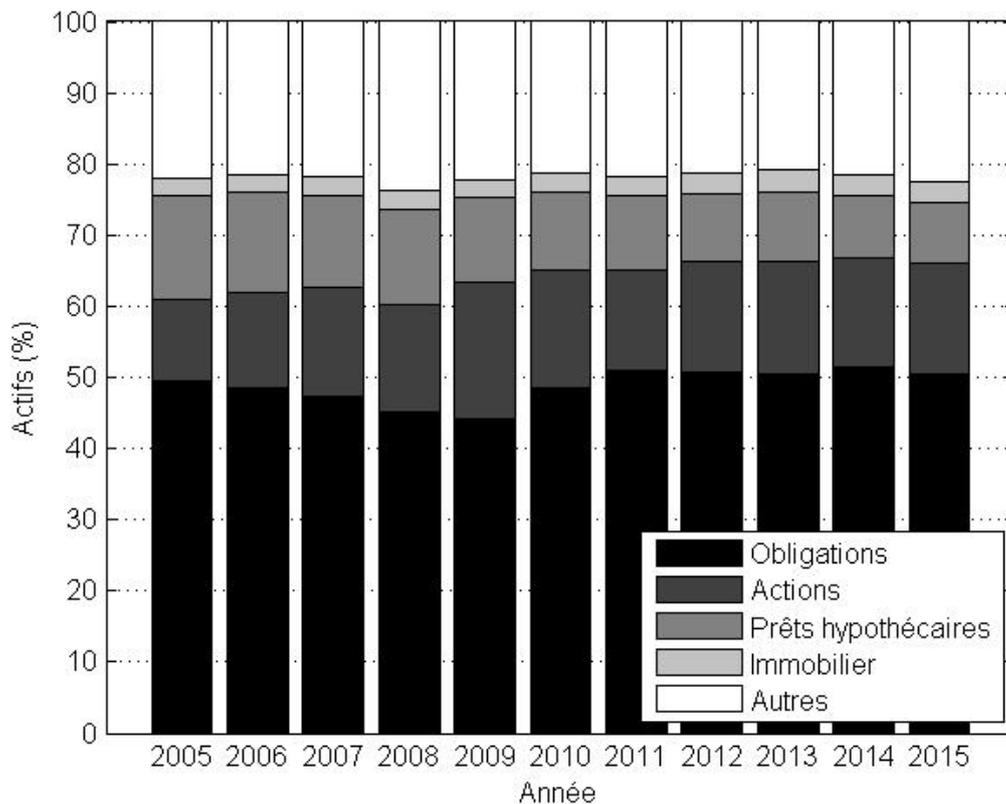
3.2 Données et environnement d'investissement

Cette sous-section présente une brève analyse de la composition historique des actifs des assureurs canadiens, afin de justifier l'environnement d'investissement

utilisé dans le modèle, suivi d'une présentation des données utilisées.

La figure 5 présente la segmentation historique des actifs des assureurs canadiens entre les principales classes d'actifs de 2005 à 2015. Ces données proviennent de l'Association canadienne des compagnies d'assurances de personnes (2016) et présentent l'information agrégée pour toutes les compagnies d'assurances canadiennes. Étant donné que l'analyse actuelle s'intéresse aux assureurs vie, ces données servent principalement d'indications de la structure des actifs investis.

Figure 5: Proportion des actifs des fonds généraux des assureurs canadiens par catégorie d'actifs (2005-2015)



Source: Canadian Life and Health Insurance Facts 2016 Edition

Selon ces informations, les assureurs canadiens investissent environ la moitié des actifs dans les obligations corporatives et gouvernementales. Au début de l'historique, les assureurs investissaient une portion plus importante dans les prêts hypothécaires que dans les actions, mais cette tendance s'est fortement inversée.

Le reste des actifs est investi dans de l'immobilier et d'autres actifs.

En raison des caractéristiques particulières des assureurs vie, ces entreprises s'exposent davantage à des actifs avec une durée à long terme que les autres assureurs canadiens. De plus, à des fins de simplicité, il n'y a pas de prêt hypothécaire modélisé dans le modèle. Par conséquent, ces actifs sont regroupés avec les obligations corporatives et gouvernementales qui représentent une proportion équivalente des actifs.

En résumé, la compagnie d'assurance vie fictive sous le scénario de base investit 42.50% de ses actifs disponibles dans les obligations corporatives, 42.50% dans les obligations gouvernementales, 7.50% dans les actions et 7.50% dans de l'immobilier. Pour tester l'hypothèse d'augmentation du risque par les gestionnaires en situation difficile, la somme des actifs en actions et en immobilier peut passer de 15% à 25%.

La suite de cette sous-section présente les sources de données utilisées pour l'application du modèle.

L'historique des suites de taux sur obligations zéro coupon sans risque est extraite directement de la Banque du Canada (2017).

L'historique des taux d'intérêt, sur les obligations corporatives des différentes maturités, est basée sur les informations fournies par la réserve fédérale de St-Louis (2017). Ces données sont préférées à celles sur les obligations corporatives canadiennes puisque l'historique est plus complet. Les primes de risque historiques aux États-Unis sont donc ajoutées aux taux sans risque canadien pour générer le marché fictif d'obligations corporatives. Étant donné que l'entreprise fictive ne peut investir que dans des obligations ayant une cote supérieure à BBB, seules ces données sont utilisées pour évaluer les primes de risque.

Le rendement additionnel sur les obligations corporatives est une rémunération pour le risque de défaut sur ces investissements. Par conséquent, le modèle requiert également l'historique de défaut sur les titres obligataires par les entreprises cotées BBB et plus. Encore une fois, les données sur le marché américain sont préférées à celle sur le marché canadien pour les mêmes raisons. Les probabilités

de défaut sont donc extraites du rapport annuel de Standards & Poor's (2016) qui fournissent l'historique de défaut de cette catégorie d'entreprises.

Les données sur l'historique de rendement sur l'indice action canadien *S&P-TSX* et sur l'indice REITCALC, utilisé à titre d'indice des rendements immobiliers au Canada, sont extraites de Bloomberg. À noter que l'indice REITCALC est incomplet et le même indice pour le monde (REITGLOB Index) est utilisé pour ajuster la série de données.

4 Résultats

En utilisant le modèle explicité à la section précédente et les données historiques sur le marché canadien, également présentées à la section 3, on développe le bilan financier. L'entreprise fictive est calibrée de manière à s'approcher de la situation actuelle des assureurs vie canadiens agrégés. Par la suite, cette entreprise est simulée par simulation Monte Carlo et les informations sur sa santé financière sont utilisées pour développer les analyses nécessaires à l'atteinte des objectifs principaux et secondaires du papier.

La présente section sert donc à exposer et analyser les résultats du modèle. La sous-section 4.1 commence par présenter les entrants de base utilisés dans le modèle. Les sous-sections subséquentes sont organisées en fonction des objectifs principaux et secondaires. Par conséquent, la sous-section 4.2 permet de comparer l'ancienne et la nouvelle réglementation sur les ratios de solvabilité. La sous-section 4.3 analyse l'impact du choix de la stratégie de gestion des investissements sur la santé financière de l'entreprise. Ces parties de l'analyse sont présentées en premier, étant donné qu'elles permettent de déterminer la méthode de calcul du point de défaut et la stratégie de base considérée, qui est ensuite utilisée dans les autres segments de l'analyse. La sous-section 4.4 s'attaque directement à l'analyse du comportement de la solvabilité des compagnies d'assurance vie sous divers environnements futurs de taux d'intérêt. La sous-section 4.5 s'intéresse à l'effet de la fuite vers le risque, lorsque l'entreprise arrive près d'un point d'intervention des régulateurs, tel que mentionné dans la littérature. La sous-section 4.6 termine l'analyse en comparant les résultats obtenus en imposant des taux d'intérêt strictement positifs et en les laissant plonger sous zéro.

4.1 Calibration de base

En raison de la complexité et de la flexibilité du modèle, de nombreuses variables entrantes doivent être posées. Certaines sont définies en fonction de l'historique ou des conditions actuelles de marché, d'autres proviennent de la littérature pour assurer une meilleure comparabilité des résultats et quelques-unes sont posées pour approcher la situation financière de l'entreprise fictive de celle du marché des assureurs vie canadiens. La table 8 présente les valeurs de base attribuées aux variables entrantes du modèle qui ne découlent pas directement des conditions de marchés actuelles ou historiques. Une brève explication du raisonnement derrière les valeurs attribuées aux différentes variables est présentée ci-après.

La variable M^{Av} qui représente le nombre de périodes (années dans le cas présent) qui composent les phases de création et de croissance de l'entreprise. Cette variable est fixée à 25 ans étant donné que les polices ont toutes une durée de vie de 25 ans et la phase de croissance doit se terminer au même moment que la première police signée. La troisième phase, où le futur de l'entreprise fictive est simulé, compte $M^{Ap} = 15$ périodes. Ce choix est arbitraire et dépend simplement du compromis entre le temps de calcul par simulation et le besoin de simuler sur une longue période.

Les variables N^G et N^B représente la maturité maximale des titres obligataires disponibles sur le marché fictif et sont fixées arbitrairement en restant à l'intérieur des normes habituelles sur le marché réel. À noter qu'une obligation de chaque type est émise chaque année et que, par conséquent, ces variables correspondent également au nombre d'obligations disponibles à chaque période. La variable N^S est fixée à 2, étant donné que la présente analyse n'inclut qu'un indice d'actions et un indice immobilier dans l'environnement d'investissement.

La variable r^q qui représente le rendement provenant des gains sur les hypothèses de mortalité est prise directement de l'article de Berdin & Gründl (2015). Peu d'information est disponible à ce sujet au Canada et cette hypothèse réaliste permet de garder les deux modèles comparables.

Les variables ψ , HRD , ζ et y permettent de déterminer le processus de distri-

bution des bénéfices aux actionnaires. Ces variables sont utilisées pour ajuster le niveau de solvabilité de l'entreprise avant de commencer les simulations tout en les laissant dans un intervalle réaliste.

Les variables W_{oblig} , Δ et TC représentent respectivement la proportion des actifs investis dans les titres obligataires, le taux de recouvrement en cas de défaut et le taux de coupon sur les obligations. La proportion des actifs investis dans les titres obligataires est choisie en fonction des conditions actuelles sur le marché canadien et selon la réglementation sur les investissements maximaux par classe d'actifs (moins de 25% dans les actions et les titres immobiliers selon le BSIF). Les deux autres variables ont peu d'impact sur les résultats, mais sont déterminées en fonction des niveaux approximatifs sur le marché au moment de l'analyse.

Le multiple appliqué au taux souverain long terme, pour déterminer le taux garanti maximal, est basé sur le même multiple de 0.6 utilisé en Allemagne. Le BSIF ne fournissant pas de méthode spécifique sur la détermination de ce taux. L'hypothèse que le Canada utilise une méthode relativement similaire à l'Allemagne, tout en restant plus conservateur, est choisie.

La croissance du volume de nouvelles polices signées à chaque année est fixée à 1% pour être en dessous de la croissance mondiale tout en restant positive pour permettre à l'entreprise fictive de croître.

On fixe le nombre de simulations effectuées pour chaque scénario à 1000 en raison du temps de calcul important requis par le modèle.

Table 8: Entrants de base du modèle

Variable	Description	Valeur
M^{Av}	Échéance des polices (années)	25
M^{Ap}	Nombre d'années simulées	15
π	Prime annuelle de base reçue sur une police (\$)	1
RAP	Ratio d'actif sur dette	1.2
N^G	Maturité maximale des obligations gouvernementales disponibles (années)	30
N^B	Maturité maximale des obligations corporatives disponibles (années)	25
N^S	Nombre de titres du type action	2
r^q	Taux de croissance lié aux gains liés à la mortalité (%)	1
ψ	Distribution maximale des bénéfices aux actionnaires (%)	10
HRD	Taux de redistribution des réserves cachées (%)	10
ζ	Ratio d'attribution des rendements aux détenteurs de polices (%)	85
y	Taux de dividendes versés aux actionnaires (%)	2.5
W_{oblig}	Pondération du portefeuille investi en titres obligataires (%)	80
Δ	Taux de recouvrement en cas de défaut de titres obligataires (%)	40
TC	Taux de coupon sur les obligations (%)	2
NA	Multiple de taux garanti maximal	0.5
NA	Croissance du volume de polices (%)	1
NA	Nombre de simulations	1000
NA	Stratégie de gestion	2

Les processus stochastiques, servant à modéliser les comportements des actifs financiers dans les différentes simulations, sont calibrés par la méthode des moindres carrés ordinaires et conservés sous la mesure physique pour les raisons mentionnées précédemment. À la table 9, les différentes valeurs possibles pour les variables de taux court sont présentées en raison de l'importance que ces processus jouent dans l'analyse à la sous-section 4.4. À noter que la seconde calibration pour chaque

variable représente la valeur de base obtenue par la méthode des moindres carrés ordinaires et que les autres calibrations sont simplement des multiples de celle-ci.

Table 9: Entrants des processus de taux court

Variable	Calibrations - CIR			Vasicek
	1	2	3	Fixe
Theta (%)	0.81	1.62	3.25	2.07
Sigma (%)	6.3			1.32
Kappa (%)	18.29			0.26

Il est important de noter que le modèle des états financiers de l'entreprise est calibré dans l'objectif d'analyser sa solvabilité sous divers scénarios. En raison de l'analyse relative ci-après présentée, positionner l'entreprise à un niveau de santé financière sain, mais relativement près de la zone à risque, permet de concentrer les simulations et de générer moins de scénarios inutiles. Cependant, il est crucial que le lecteur garde en tête que les probabilités de défaut affichées dans les résultats sont gonflées en absolu. Toutes les probabilités de défaut doivent donc être prises en comparaison à d'autres.

4.2 Analyse de l'impact des cadres réglementaires

Cette sous-section présente le comportement des ratios de solvabilités selon les différentes lignes directrices présentées à la section 3. Cette analyse est développée en comparant le point d'intervention des régulateurs, qui est considéré comme le premier temps où l'entreprise est en défaut dans ce papier, sous les deux approches. Les ratios proposés comportent certaines similitudes et la version la plus récente semble plus restrictive que la précédente telle que mentionnée plus tôt, mais il est difficile de conclure en raison des modifications sur les ratios qui ne sont pas unidirectionnels. De plus, il est intéressant d'analyser l'amplitude du changement. En effet, selon l'ancienne méthode, le marché de l'assurance vie canadien est largement surcapitalisé, en date du 1er janvier 2017, selon les données du BSIF, ce qui indique une excellente santé financière et une faible probabilité d'intervention massive des régulateurs. Par conséquent, une analyse de l'amplitude de l'impact de ce changement permet aux différents acteurs de se préparer à l'entrée en vigueur

des nouveaux ratios au 1er janvier 2018.

La figure 6 est séparée en deux graphiques distincts qui présentent les mêmes ratios de solvabilité, mais en calibrant l'entreprise selon la méthode TSAV ou la méthode MMRCE.

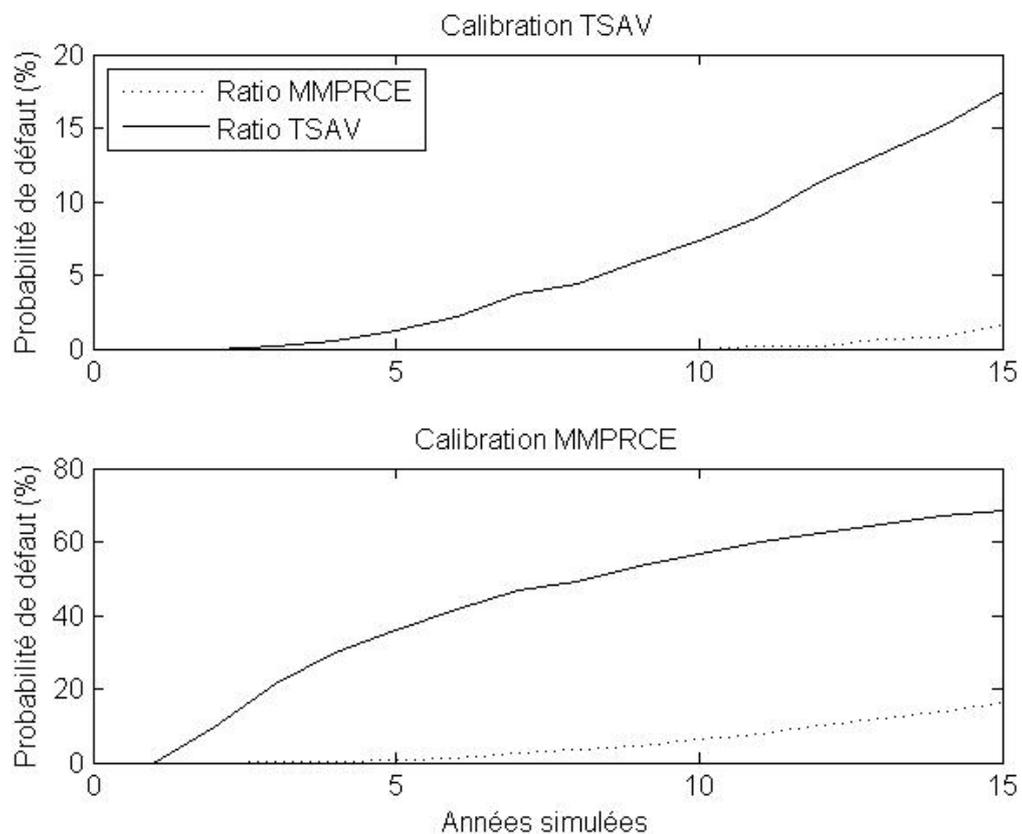
Les graphiques présentent la proportion des 1000 simulations quasi-Monte-Carlo qui produisent un bilan insolvable, selon les critères de chaque méthode, à chacune des quinze périodes simulées dans la phase de maturité de l'entreprise. Étant donné qu'il s'agit de la proportion des simulations ayant fait défaut à un point donné et non pas la proportion des simulations faisant défaut à cette période, cette proportion estime la probabilité cumulée de défaut à un moment donné depuis le début de la phase de maturité.

La probabilité cumulée de défaut est clairement plus importante en utilisant le ratio TSAV que le ratio MMRCE. En effet, selon la première calibration présentée au premier graphique, le ratio MMRCE précédemment utilisé au Canada ne signale pratiquement pas de défaut durant les 15 périodes simulées alors que le ratio TSAV indique rapidement que certaines trajectoires rendent le bilan financier insuffisamment capitalisé. Le second graphique présente les résultats pour une calibration en fonction de ratio MMRCE. La seule modification apportée à cette calibration est un ajustement du multiple de contribution des actionnaires aux actifs de l'entreprise par rapport aux capitaux injectés par les détenteurs des polices d'assurance via les primes versées annuellement. La variable *RAP* passe de 1.2 à 1.1. Les actionnaires participent donc un dollar pour tous les dix dollars fournis pour les détenteurs de polices, plutôt qu'un dollar à tous les cinq dollars versés. Ce changement diminue significativement la capitalisation de l'entreprise et il n'est donc pas nécessaire d'apporter d'autres modifications. Le deuxième graphique présente la structure des probabilités de défaut selon le ratio MMRCE, similaires à celles du ratio TSAV selon la calibration de base. Par contre, les différences marquées, entre les résultats des deux méthodes, amènent les probabilités de défaut, selon la seconde calibration, à des niveaux si élevés que près des trois quarts des simulations présentent du défaut et qu'elles tendent vers une asymptote au lieu d'une augmentation progressive.

Lors de la description des deux méthodes de calcul présentée à la section 3, il était

difficile de conclure quelle approche était plus contraignante pour les gestionnaires des compagnies d'assurance vie et si les différences étaient significatives. Les résultats, présentés à la figure 6, indiquent que le ratio TSAV, tel que proposé dans la nouvelle méthodologie, signale du défaut plus rapidement et plus fréquemment que l'ancienne méthode avec le ratio MMRPCE. En comparaison, l'ancienne méthode est peu contraignante.

Figure 6: Comparaison des probabilités de défaut selon les deux cadres réglementaires



Notes: Cette figure présente les probabilités de défaut de la compagnie d'assurance vie simulée en fonction des cadres réglementaires définis à la section 3. Le premier graphique présente les probabilités simulées en calibrant la période historique en fonction de la méthode TSAV et le deuxième en utilisant la méthode MMRPCE. Ces résultats sont construits en utilisant la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période) et sous l'environnement de taux d'intérêt simulés par le modèle CIR normal avec un θ de 1.62%. Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9.

Une analyse qualitative des modifications appliquées à la nouvelle ligne directrice indique que les régulateurs canadiens ont pour objectif de prendre en compte plus de sources de risque dans leurs analyses et de mieux quantifier ceux-ci. Par contre, le présent modèle permet d'analyser la question d'un point de vue plus quantitatif et de conclure que ce changement d'approche du BSIF causera des transformations matérielles de la structure de supervision des compagnies d'assurance vie au

Canada et que les différents acteurs devront faire face à un marché plus strictement réglementé.

Toutes les analyses suivantes sont calibrées en fonction du ratio TSAV et utilisent celui-ci pour la construction du signal de défaut et, lorsqu'applicable, pour ajuster le niveau de risque pris par les gestionnaires de l'entreprise.

4.3 Analyse des stratégies d'investissement

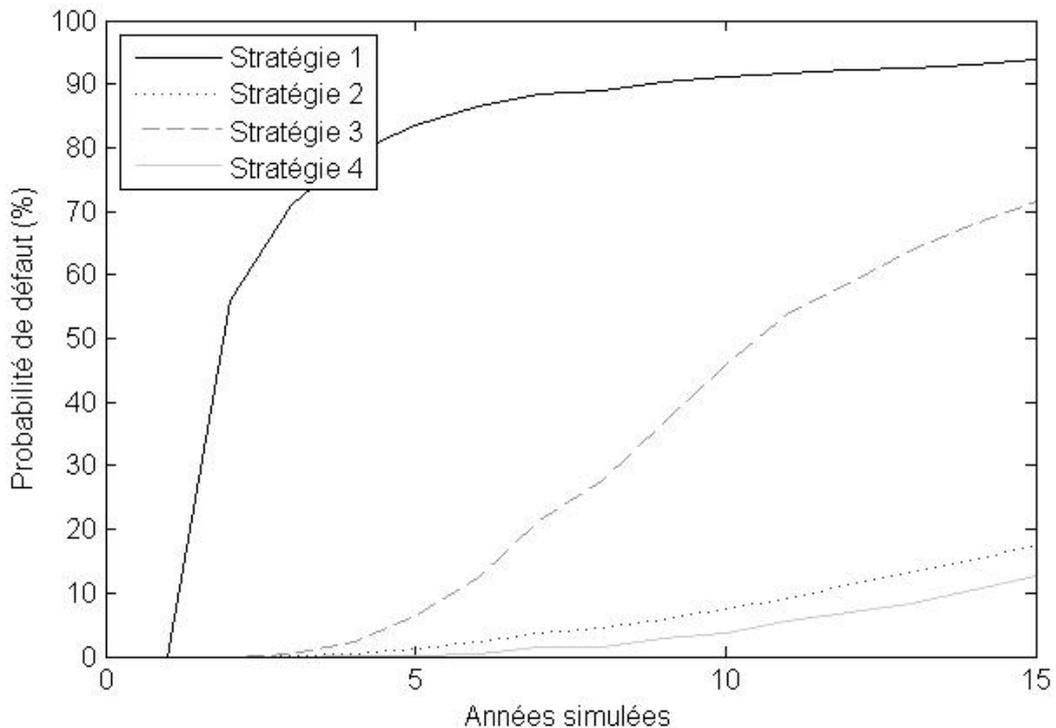
Une des principales contributions de ce papier, à cette branche de la littérature, concerne l'inclusion de diverses stratégies fondamentalement différentes au modèle qui permettent d'analyser le comportement de la santé financière de la firme en fonction de la vision de ses gestionnaires et analyser les approches les plus efficaces qui peuvent ensuite être recommandées ou exigées par les régulateurs. La présente sous-section analyse ces résultats.

Tel que mentionné à la section 2, Frey (2015) et Berends & Coll. (2013) recommandent fortement la gestion des actifs en fonction du passif pour les assureurs vie, en raison du passif à très long terme de cette catégorie d'entreprises. Cependant, ils concluent qu'une gestion parfaite est souvent impossible en raison de l'écart de durée entre les actifs disponibles sur le marché et les polices d'assurance du portefeuille. Évidemment, les firmes les plus sophistiquées sont en mesure de réduire cet écart de durée en créant un portefeuille obligataire artificiel avec des produits dérivés, mais cette option n'est pas accessible à tous les assureurs. Étant donné que le marché est analysé dans son ensemble, il est préférable de ne pas faire de la gestion des actifs en fonction du passif optimal et la version simplifiée de cette approche des stratégies 3 et 4 représente un compromis entre réalisme et simplicité qui permet d'atteindre cet objectif.

La figure 7 présente l'analyse comparative des probabilités de défaut, pour les quatre stratégies, selon la calibration de base. Dans un premier temps, il est important de noter que la gestion active du portefeuille permet de diminuer significativement la probabilité d'insolvabilité. Effectivement, les stratégies 2 et 4 dominent les stratégies 1 et 3 qui n'incluent pas de rééquilibrage. Dans un second temps, la gestion des actifs en fonction du passif est préférable à une gestion indépendante des deux étant donné que les stratégies 3 et 4 dominent respective-

ment les stratégies 1 et 2. Une gestion active des actifs liée au passif semble donc être la meilleure approche selon ces résultats.

Figure 7: Comparaison des probabilités de défaut selon les quatre stratégies analysées



Notes: Cette figure présente les probabilités de défaut de la compagnie d'assurance vie simulée pour la Stratégie 1 (Distribution des flux entrants selon les poids fixes), la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période), la Stratégie 3 (Choix des investissements en fonction de chaque police) et la Stratégie 4 (Ajustement du portefeuille à chaque période en minimisant l'écart de crédit entre le portefeuille de polices et celui des actifs) sous l'environnement de taux d'intérêt simulés par le modèle CIR normal avec un θ de 1.62%. Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9. La méthode TSAV est utilisée pour déterminer le défaut.

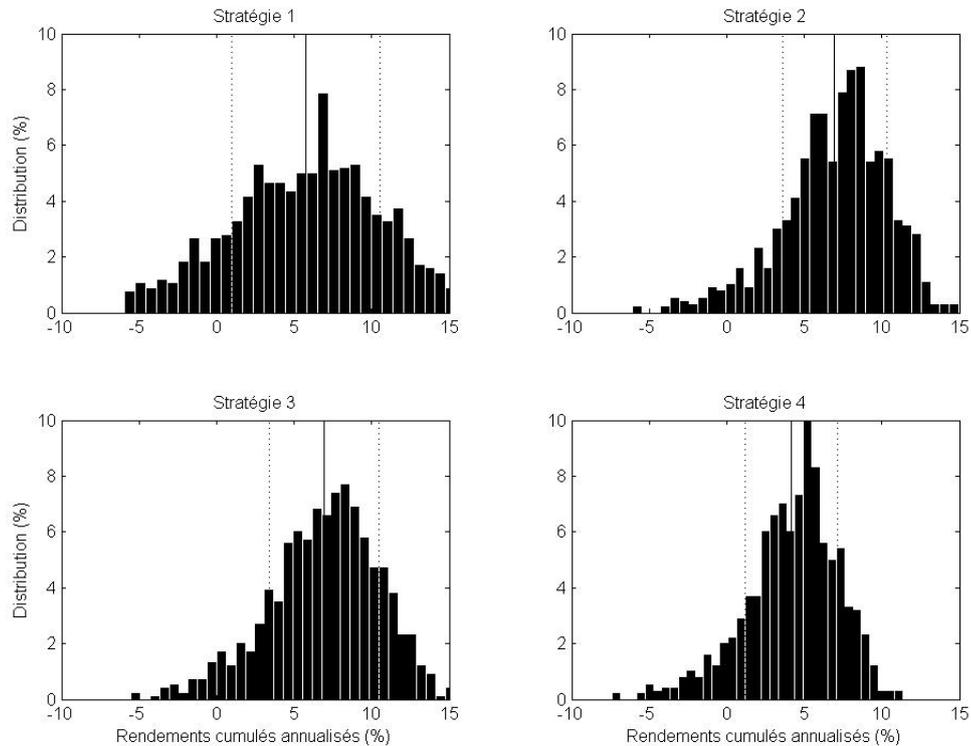
Pour confirmer les résultats de la figure 7, la figure 8 analyse la distribution des rendements annualisés pour les quatre stratégies avec la calibration de base. La première stratégie présente une distribution de rendement très étendue et centrée légèrement au-dessus de 5%. Étant donné que cette stratégie a préalablement été définie comme dominée par les trois autres, elle sert de point de référence.

La deuxième stratégie présente une distribution de rendements supérieure en moyenne à la première et drastiquement moins étendue, ce qui explique la dominance de cette stratégie exposée précédemment. La gestion active est donc préférable à une gestion passive pour une compagnie d'assurance vie. Ce résultat n'est pas surprenant, mais permet de s'approcher d'un modèle recommandable.

La troisième stratégie présente des améliorations similaires à la seconde par rapport au point de référence. Ces résultats combinés au précédent permettent de confirmer les résultats de la littérature, selon lesquels l'industrie devrait tendre vers une gestion des actifs en fonction du passif.

La quatrième stratégie combine les stratégies 2 et 3 et réussit à présenter la distribution de rendement la moins étendue des quatre. Par contre, cette amélioration vient au coût d'une diminution de l'espérance des rendements. En effet, cette stratégie présente les rendements espérés les plus faibles des quatre, mais la diminution des risques permettrait, dans un contexte réel, de mettre le portefeuille à levier et d'aller combler cette diminution de rendements. Par conséquent, cette dernière stratégie reste la plus efficace pour contrôler les risques.

Figure 8: Comparaison des distributions des rendements cumulés annualisés selon les quatre stratégies analysées



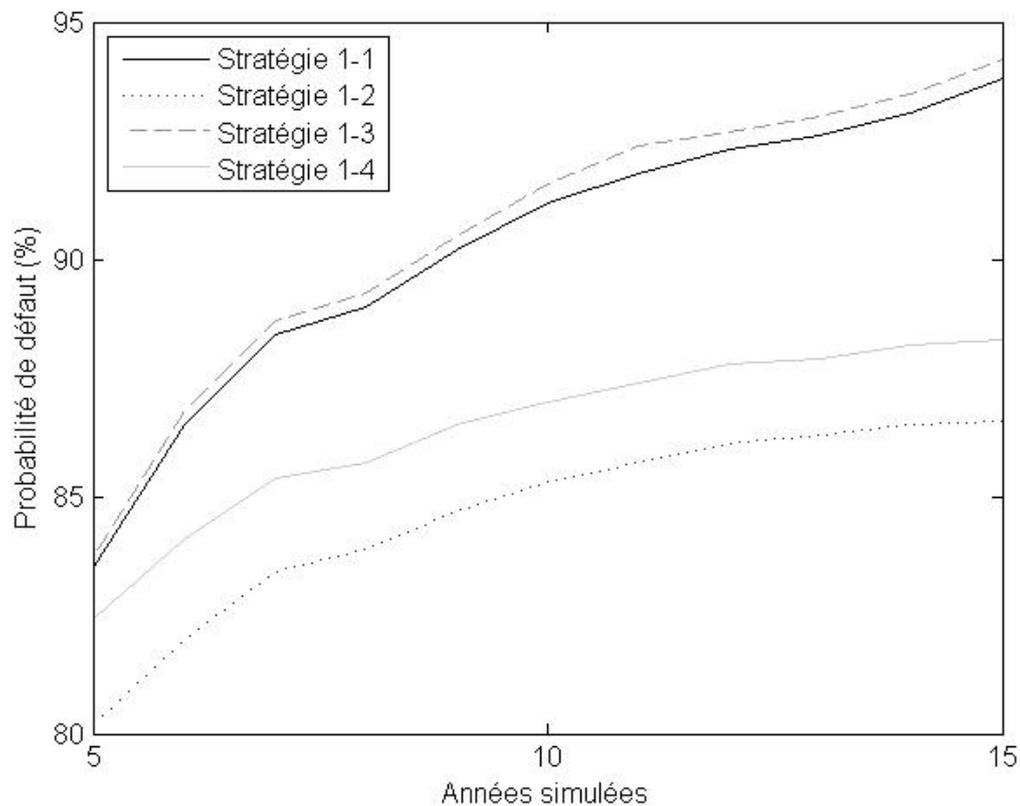
Notes: Cette figure présente les rendements annualisés des capitaux propres de la compagnie d'assurance vie simulée pour la Stratégie 1 (Distribution des flux entrants selon les poids fixes), la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période), la Stratégie 3 (Choix des investissements en fonction de chaque police) et la Stratégie 4 (Ajustement du portefeuille à chaque période en minimisant l'écart de crédit entre le portefeuille de polices et celui des actifs) sous l'environnement de taux d'intérêt simulés par le modèle CIR normal avec un θ de 1.62%. Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9. La ligne pleine indique la moyenne des rendements des simulations et les lignes pointillées indiquent un intervalle de 1σ autour de cette moyenne. La méthode TSAV est utilisée pour déterminer le défaut.

Antolin & coll.(2011) concluent que le meilleur moyen pour les compagnies d'assurance vie de faire face à des situations adverses, comme un environnement de faibles taux d'intérêt, est d'opter pour des stratégies préventives à long terme, plutôt que de tenter de corriger le portefeuille lorsque l'événement survient.

Pour tester cette hypothèse, l'analyse présentée à la figure 7 est reprise en utilisant la stratégie 1, qui est la moins efficace durant les phases de création et de croissance, et en changeant de stratégie à l'entrée dans la phase de maturité. Ce changement de stratégie cause des ventes pour certaines stratégies ce qui donne un avantage aux stratégies 2 et 4 qui incluent du rééquilibrage dès la première période. Par contre, il est intéressant de noter que ces stratégies diminuent également la vitesse à laquelle la probabilité d'insolvabilité augmente. Cependant, les niveaux restent élevés pour toutes les stratégies et le changement, vers la gestion des act-

ifs en fonction du passif, augmente même la probabilité de défaut. Ces résultats permettent donc de tirer les mêmes conclusions que Antolin & coll.(2011). Les compagnies d'assurance vie doivent se doter des outils de gestion et des stratégies les plus efficaces en fonction de leurs besoins avant que des problèmes surviennent.

Figure 9: Comparaison des capacité de diminution des probabilités de défaut après un changement de stratégie



Notes: Cette figure présente les probabilités de défaut de la compagnie d'assurance vie simulée en développant l'historique de l'entreprise et son bilan avec la Stratégie 1 (Distribution des flux entrants selon les poids fixes) et en changeant vers la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période), la Stratégie 3 (Choix des investissements en fonction de chaque police) ou la Stratégie 4 (Ajustement du portefeuille à chaque période en minimisant l'écart de crédit entre le portefeuille de polices et celui des actifs) ou en conservant la Stratégie 1 à l'entrée dans la phase de simulation. Les simulations sont développées sous l'environnement de taux d'intérêt simulé par le modèle CIR normal avec un θ de 1.62%. Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9. La méthode TSAV est utilisée pour déterminer le défaut.

4.4 Analyse de l'impact de l'environnement de taux

L'objectif central du présent papier est d'analyser l'impact d'un environnement de faibles taux d'intérêt sur la solvabilité des compagnies d'assurance vie au Canada. Le coeur des résultats de cette analyse est exposé dans cette sous-section. Tel que présenté à la section 2, Albizzati & German (1994) s'intéressent à ce sujet et

concluent que les conditions, au moment de la signature d'un contrat, impactent fortement sa solvabilité future et, particulièrement, lors de changements de régime. De plus, des papiers comme Berdin & Gründl (2015) et Kablau & Wedow (2012) argumentent que la tendance à long terme des taux a un impact plus important que le niveau actuel et que cet impact est à très long terme. Selon ces conclusions, des hausses de taux ponctuelles ne sont pas suffisantes pour avoir un impact significatif sur la santé financière des compagnies d'assurance vie. C'est plutôt la tendance à long terme qui importe et, comme la zone près de la barre du zéro semble absorbante, il est particulièrement intéressant de se questionner sur les impacts à long terme de l'environnement de taux actuel dans les pays développés.

Pour effectuer cette analyse, la calibration de base est utilisée, mais la tendance à long terme du processus de taux court CIR est modifiée, telle que présentée au tableau 9. Par contre, les résultats de la sous-section précédente soulèvent l'importance de la stratégie de gestion utilisée sur le comportement de la solvabilité de l'assureur vie. Par conséquent, l'analyse est répétée pour chacune des quatre stratégies présentées dans le papier. La figure 10 expose donc un graphique de résultats pour chaque stratégie. Il est intéressant de constater que les gestionnaires peuvent avoir un impact significatif sur la sensibilité de leur entreprise à l'environnement de taux d'intérêt. À noter que toutes les stratégies sont basées sur la calibration de base, ce qui explique des niveaux absolus de probabilité de défaut très élevés, pour certaines stratégies.

Selon la première stratégie, les flux disponibles sont simplement investis dans les obligations disponibles sans rééquilibrage. Dans cette situation, un changement de régime à la hausse rapide simulé en augmentant la tendance à long terme du processus de taux a un impact négatif, à court terme, comme pour toutes les autres stratégies. Le comportement à long terme de ce changement n'est pas observable selon cette calibration, mais les conclusions sont similaires à celles des autres stratégies sur ce point avec des calibrations différentes. Il est intéressant de noter qu'une continuité de la baisse des taux a un impact positif sur la probabilité de défaut pour les premières années en raison des gains en capital sur les obligations. Par contre, l'effet s'inverse à long terme lorsque les obligations à faibles rendements récentes prennent plus de place que les anciennes à rendement élevé.

Selon la seconde stratégie, le portefeuille est rééquilibré à chaque période. En

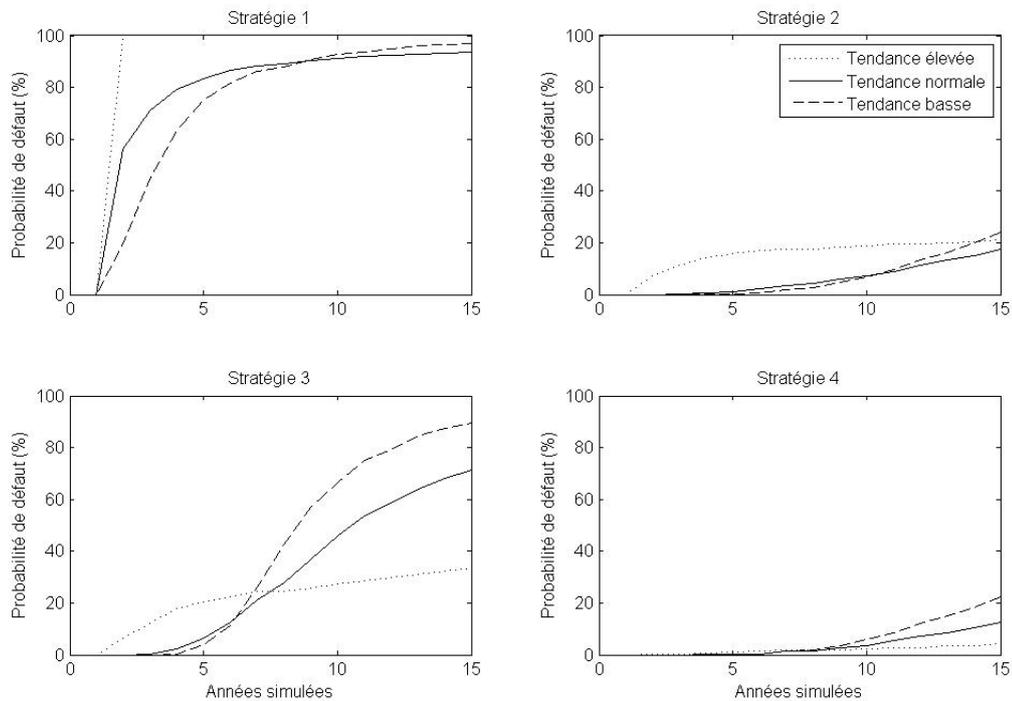
dehors du niveau des probabilités, les conclusions sont similaires à celles de la première stratégie. Ceci étant dit, il est plus aisé d'analyser la structure de défaut sur ce graphique. Un choc à la hausse amène des défauts plus rapides, mais a l'avantage de croître de moins en moins rapidement à l'inverse des deux autres scénarios. Le choc initial est cependant trop important pour qu'une hausse soit préférable, sur la période étudiée, selon cette stratégie.

La troisième stratégie avec la gestion simple des actifs liée au passif sans rééquilibrage présente un comportement qui est préférable à la stratégie 1 pour tous les scénarios. Par contre, le portefeuille est beaucoup plus impacté par des environnements de faibles taux d'intérêt que la stratégie avec le rééquilibrage. Cet effet provient de la conservation de titres qu'il serait préférable de vendre avant l'échéance, en raison de la structure à terme.

La quatrième stratégie utilise la gestion des actifs en fonction du passif et le rééquilibrage. Cette approche domine les trois autres avec des niveaux absolus plus faibles pour les trois scénarios. Pour cette stratégie, qui est plus complète que les précédentes, il est possible de conclure qu'un retour à des niveaux de taux d'intérêt serait préférable.

L'analyse combinée de l'impact d'un environnement de faibles taux d'intérêt sur la solvabilité des compagnies d'assurance vie au Canada, pour les quatre stratégies, permet de tirer les conclusions suivantes. Premièrement, les gestionnaires ont la capacité de contrôler l'impact de la tendance des taux d'intérêt sur la solvabilité de leur entreprise et peuvent donc se positionner en fonction de leur vue sur les décisions des banques centrales. Deuxièmement, des changements de régime progressifs sont généralement préférables pour limiter les chocs à court terme et laisser les assureurs s'adapter au nouveau contexte. Troisièmement, l'environnement actuel de taux d'intérêt a un impact négatif sur la solvabilité à long terme des entreprises de cette industrie.

Figure 10: Comparaison des probabilités de défaut pour les quatre stratégies sous divers environnements de taux d'intérêt



Notes: Cette figure présente les probabilités de défaut de la compagnie d'assurance vie simulée pour la Stratégie 1 (Distribution des flux entrants selon les poids fixes), la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période), la Stratégie 3 (Choix des investissements en fonction de chaque police) et la Stratégie 4 (Ajustement du portefeuille à chaque période en minimisant l'écart de crédit entre le portefeuille de polices et celui des actifs) sous trois environnements de taux d'intérêt simulés par le modèle CIR (Tendance basse avec un θ de 0.81%, tendance normale avec un θ de 1.62% et tendance élevée avec un θ de 3.25%). Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9. La méthode TSAV est utilisée pour déterminer le défaut.

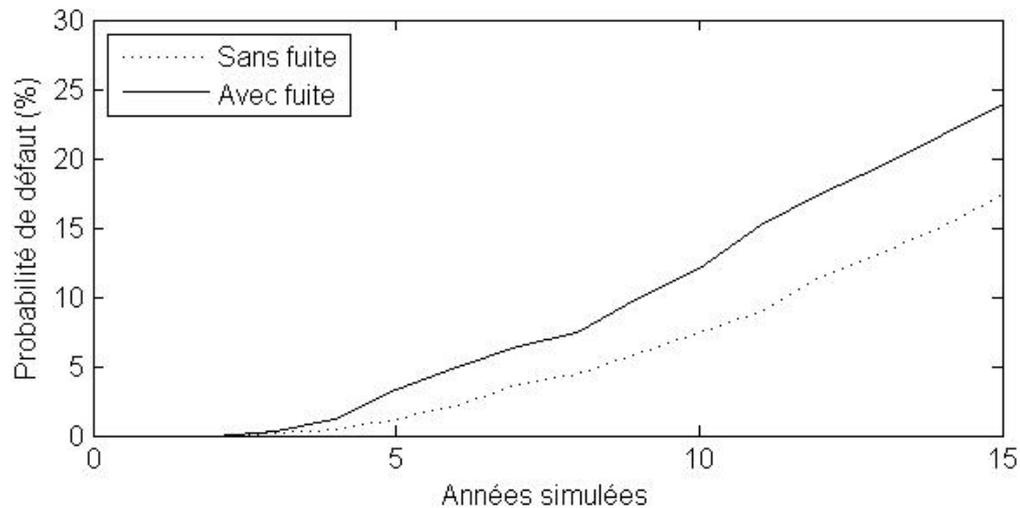
4.5 Analyse des effets de la fuite vers le risque

Cette sous-section présente les résultats obtenus au sujet des effets de la fuite vers le risque des gestionnaires lorsque le bilan financier approche d'un point d'intervention des régulateurs tel qu'exposé dans Antolin & coll.(2011). En raison du désalignement inévitable des objectifs des gestionnaires et des propriétaires de l'entreprise, il n'est pas surprenant de constater des décisions de l'équipe de gestion d'une entreprise qui vont à l'encontre des intérêts des actionnaires et des autres parties prenantes. Comme Antolin & coll.(2011) le mentionnent dans leur article, ce cas général se retrouve également dans le contexte des compagnies d'assurance vie. Dans une certaine mesure, il serait possible et intéressant d'argumenter que ces problèmes sont même exacerbés dans ce secteur, en raison des obligations à très long terme de l'entreprise, qui font face à des objectifs à relativement court terme pour les gestionnaires, mais ce sujet sort du cadre d'analyse de ce papier.

Pour tester les impacts de la fuite vers le risque, on part avec l'hypothèse que cette stratégie existe et on compare les probabilités de défaut de l'entreprise avec et sans l'utilisation de cette stratégie. La calibration de base est utilisée pour présenter les résultats. La seule modification apportée concerne la proportion du portefeuille investi dans les actifs du type actions ($1 - W_{oblig}$). À partir du moment où la situation financière de l'entreprise résulte en un ratio de solvabilité sous la cible des régulateurs, la proportion des actifs investis augmente linéairement de 20% à 25% lorsque ce ratio tombe sous le niveau minimal et que l'on considère qu'il y a défaut.

La figure 11 présente les résultats de cette analyse qui confirme l'hypothèse de Antolin & coll.(2011) selon laquelle ce changement de stratégie visant à accomplir des objectifs à court terme va à l'encontre des intérêts des principales parties prenantes de l'entreprise. En effet, plus cette stratégie a un impact négatif sur la solvabilité de l'assureur, plus il est particulièrement intéressant de noter que cette stratégie, lorsqu'utilisée à long terme, a un impact négatif grandissant. En effet, en plus de faire chuter les scénarios où l'entreprise était à peine solvable, de nombreuses simulations qui étaient relativement loin de faire défaut se retrouvent sous le ratio minimal avant la fin de la période de maturité analysée.

Figure 11: Comparaison des probabilités de défaut avec et sans la fuite vers le risque



Notes: Cette figure présente les probabilités de défaut de la compagnie d'assurance vie simulée avec et sans la fuite vers le risque. Le cas avec fuite où la prise de risque dans la construction du portefeuille est adaptée lorsque le ratio de solvabilité TSAV est entre la cible et le ratio minimal. Plus il y a de risque et plus la pondération en marchés boursiers est augmentée (20 à 20% du portefeuille). Ces résultats sont construits en utilisant la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période) et sous l'environnement de taux d'intérêt simulés par le modèle CIR normal avec un θ de 1.62%. Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9. La méthode TSAV est utilisée pour déterminer le défaut.

4.6 Analyse des effets de l'hypothèse de taux strictement positifs

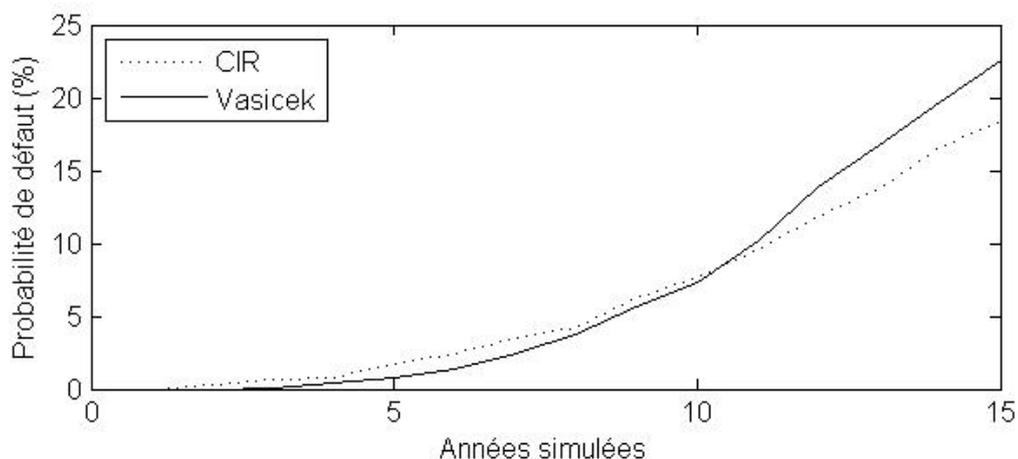
Les différents modèles proposés dans la littérature qui servent de base au modèle ici utilisé sont construits sur des processus de taux différents qui, implicitement, posent une hypothèse récemment remise en question. En effet, certains de ces modèles utilisent des processus de taux court qui excluent la possibilité d'obtenir des taux sous la barre théorique du zéro alors que d'autres optent pour des processus qui ne limitent pas les taux dans l'espace positif sans pour autant laisser les taux être fortement négatifs. Au cours des dernières années, les taux sur les obligations souveraines de nombreux pays développés sont tombés sous zéro et l'hypothèse de taux strictement positif qui était acceptée par le passé est questionnée sur le marché et dans la littérature.

Cette sous-section tente donc d'analyser l'impact de cette hypothèse sur cette catégorie de modèles d'analyse. Dans cet objectif, les probabilités de défaut sous la calibration de base sont comparées à celles obtenues en utilisant un processus de taux court qui permet à la courbe de taux d'intérêt de tomber sous zéro. Les processus les plus connus présentés à la section 2 sont utilisés dans cette anal-

yse. Le processus CIR génère la courbe strictement positive alors que le processus Vasicek génère les taux qui peuvent tomber sous zéro. À noter que le processus Vasicek est calibré pour observer des taux légèrement négatifs.

Le résumé des analyses effectuées à ce sujet est présenté à la figure 12. Bien qu'il ait une certaine différence entre le comportement de la solvabilité avec et sans cette hypothèse, il n'y a pas de tendance forte observée à travers les différentes calibrations et il est donc impossible de tirer des conclusions sur l'ampleur de l'impact de cette hypothèse sur les conclusions de cette catégorie de modèle. La figure 12 est donc présentée à titre indicatif plutôt que pour amener des conclusions.

Figure 12: Comparaison des probabilités de défaut entre les simulations à l'aide du processus CIR et à l'aide du processus Vasicek

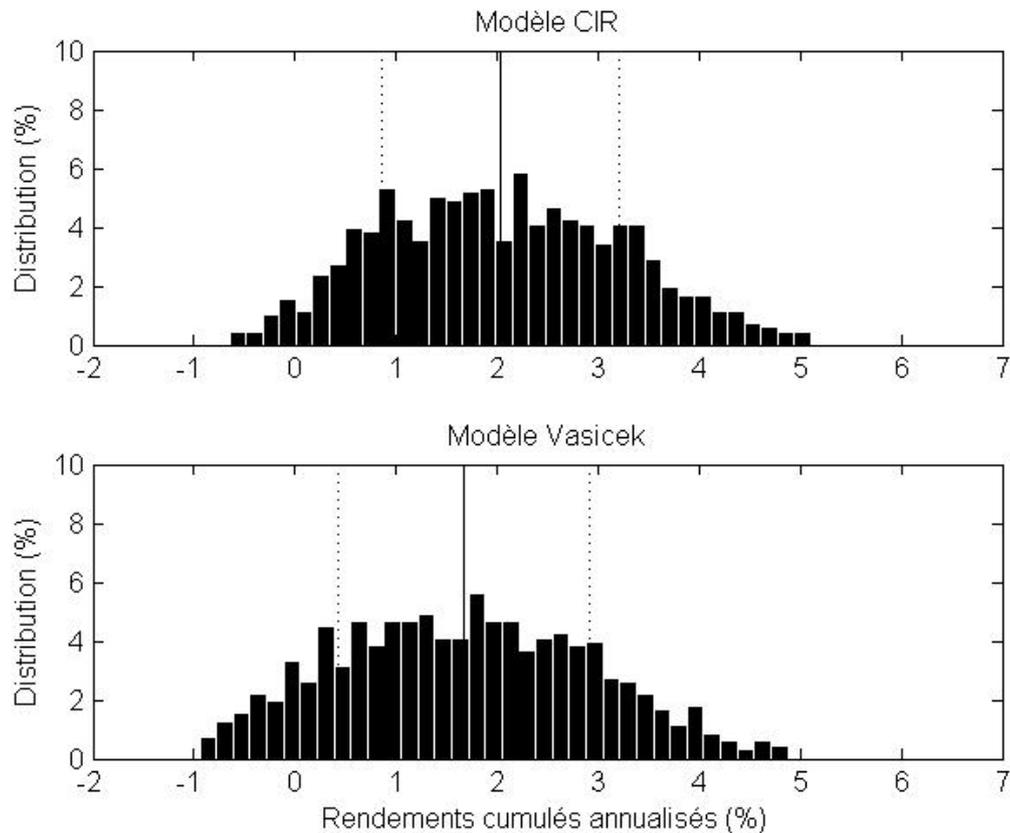


Notes: Cette figure présente les probabilités de défaut de la compagnie d'assurance vie simulée en utilisant le modèle CIR et le modèle Vasicek pour simuler les taux d'intérêt. Les deux processus visent à simuler une tendance de taux à long terme normale (θ de 1.62% selon la calibration du modèle CIR et θ de 2.07% pour le modèle Vasicek). Ces résultats sont construits en utilisant la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période) et sous l'environnement de taux d'intérêt simulés par le modèle CIR normal avec un θ de 1.62%. Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9. La méthode TSAV est utilisée pour déterminer le défaut.

La grande similitude des probabilités de défaut sous les deux modèles de simulation du processus de taux court ne permet pas de conclure à un impact significatif pour des calibrations réalistes du modèle. Afin d'analyser plus en profondeur les impacts de l'inclusion des taux d'intérêt négatifs dans les scénarios possibles, la figure 13 présente les rendements annualisés de capitaux propres de l'entreprise sur la période de simulation lorsqu'il n'y a pas de défaut. On constate qu'il n'y a pas de différence majeure entre les résultats des deux modèles. L'analyse ici présentée ne peut donc pas conclure sur ce point. Pour tirer des conclusions sur

cet effet, le modèle devrait être simplifié pour être en mesure de répliquer la simulation un grand nombre de fois pour déterminer si la différence est statistiquement significative.

Figure 13: Comparaison des rendements annualisés des capitaux propres lorsqu'il n'y a pas de défaut entre les simulations à l'aide du processus CIR et à l'aide du processus Vasicek



Notes: Cette figure présente les rendements annualisés des capitaux propres de la compagnie d'assurance vie simulée en utilisant le modèle CIR et le modèle Vasicek pour simuler les taux d'intérêt pour les scénarios où il n'y a pas de défaut sur la période de simulation. Les deux processus visent à simuler une tendance de taux à long terme normale (θ de 1.62% selon la calibration du modèle CIR et θ de 2.07% pour le modèle Vasicek). Ces résultats sont construits en utilisant la Stratégie 2 (Rebalancement du portefeuille aux pondérations fixes à chaque période) et sous l'environnement de taux d'intérêt simulés par le modèle CIR normal avec un θ de 1.62%. Les variables de base du modèle sont définies aux tables 8 et 9. La ligne pleine indique la moyenne des rendements des simulations et les lignes pointillées indiquent un intervalle de 1σ autour de cette moyenne. La méthode TSAV est utilisée pour déterminer le défaut.

5 Conclusion

Au cours des sections précédentes, le présent papier visait à analyser l'impact d'un environnement de faibles taux d'intérêt sur les compagnies d'assurance vie au Canada. Démarche qui était divisée en cinq objectifs qui sont individuellement analysés aux sous-sections de la section 4 et visent à répondre à l'objectif central.

Pour atteindre ces objectifs, l'analyse du secteur de l'assurance vie canadien présentée est construite autour d'un modèle stochastique de gestion des actifs et du passif qui permet de simuler le bilan comptable et le bilan au marché simultanément tout en admettant une construction progressive de l'entreprise. L'application de ce modèle au contexte actuel du marché de l'assurance vie au Canada a permis d'arriver à certaines conclusions qui sont résumées ci-après.

Premièrement, l'analyse des cadres réglementaires, à l'aide du modèle, a permis de conclure que le changement de méthode de calcul des ratios de solvabilité imposée par le BSIF à partir du 1er janvier 2018 aura un impact majeur sur le niveau de solvabilité des assureurs vie canadiens. En effet, sous cette nouvelle approche, les entreprises signalent du défaut plus rapidement et plus fréquemment en raison de l'inclusion de nouveaux facteurs de risque et de l'augmentation du capital de risque requis. Ces résultats fournissent une meilleure compréhension de l'impact quantitatif de ces changements et permettent aux différents acteurs de ce marché de se positionner.

Deuxièmement, la sous-section 4.3 analyse l'impact des gestionnaires sur la solvabilité de l'entreprise d'assurance vie qu'ils gèrent. Ces résultats permettent de conclure que les gestionnaires ont la capacité de structurer la gestion des actifs pour diminuer leur sensibilité aux obligations futures. En effet, selon le modèle utilisé, une gestion active des actifs en fonction du passif permet de diminuer les risques d'insolvabilité de manière significative tout en améliorant significativement le profil de rendement et de risque de l'entreprise dans un cadre d'analyse simplifié.

Troisièmement, la combinaison des résultats précédents à l'analyse de l'impact de l'environnement de taux à la sous-section 4.4 permet de conclure que les compagnies d'assurance vie canadiennes sont fortement exposées au niveau des taux d'intérêt. Par contre, les résultats les plus intéressants de cette analyse sont les suivants. Dans un premier temps, la solvabilité des assureurs vie dépend fortement de la tendance à long terme des taux, ce qui confirme l'hypothèse présentée dans la littérature selon laquelle l'impact d'un environnement de faibles taux d'intérêt se fait particulièrement ressentir à long terme, lorsque les engagements et les investissements encourus durant cette période occupent une majeure partie des actifs et du passif de l'entreprise. Dans un second temps, les mouvements rapides de taux d'intérêt ne permettent pas aux entreprises de s'adapter et augmentent la

probabilité de défaut à court terme. Dans un dernier temps, l'analyse a permis de conclure que la stratégie de gestion des actifs a un impact majeur sur la solvabilité de l'entreprise, mais seulement lorsqu'elle est implantée de manière préventive. Ici encore, le modèle indique qu'une gestion active des actifs en fonction du passif domine les autres stratégies.

Quatrièmement, la section 4.5 permet de confirmer l'hypothèse selon laquelle une stratégie d'augmentation du risque du portefeuille en période difficile a tendance à diminuer la valeur des avoirs des parties prenantes dans l'entreprise en augmentant les probabilités de défaut.

Cinquièmement, la section 4.6 présente une analyse qui visait à déterminer l'impact des hypothèses derrière le processus de taux court choisi dans cette catégorie de modèle. Malheureusement, le faible nombre de simulations combiné au léger impact de cette décision sur la structure des probabilités de défaut ne permet pas de conclure et laisse cet objectif inachevé.

L'approche présentée dans ce papier a l'avantage d'être très flexible, ce qui a permis de tester différentes hypothèses et de tirer des conclusions sur divers objectifs sans dévier du cadre d'analyse. En raison de cette grande flexibilité, l'objectif de réalisme initialement énoncé a été respecté dans la mesure du possible. En effet, la structure séquentielle a rendu possible une représentation simplifiée de certains aspects essentiels de la réalité des compagnies d'assurance vie.

Ceci étant dit, les points forts du modèle sont également accompagnés de points faibles qui doivent être considérés par le lecteur dans l'analyse des différents résultats. Premièrement, la complexité du modèle rend son utilisation très lourde et limite donc le nombre de simulations pouvant être utilisées. Cette limite du modèle explique la présentation des résultats en relatif à d'autres plutôt qu'en absolu pour éviter que le lecteur accorde trop d'importance aux chiffres. Deuxièmement, la complexité du modèle rend difficile l'analyse des différents impacts de chaque entrant et limite également l'analyse des résultats. Troisièmement, il est important de noter que certains facteurs secondaires qui sont utilisés pour calibrer l'entreprise ont un impact majeur sur l'évolution de sa solvabilité. Différentes configurations du modèle ont été analysées, mais aucune ne permettait de réduire suffisamment ce problème pour ne pas affecter les résultats.

Le présent papier contribue à la littérature en utilisant les modèles stochastiques de gestions des actifs et du passif dans le cadre de l'analyse d'un changement de réglementation, tout en intégrant l'impact des gestionnaires sur la solvabilité de leur entreprise par le biais des différentes stratégies de gestion présentées. De plus, les différents résultats permettent de confirmer certaines hypothèses proposées dans la littérature. En effet, le modèle permet de conclure qu'un environnement de faibles taux d'intérêt a un impact particulièrement fort à long terme, qu'une stratégie de fuite vers le risque détruit les avoirs des parties prenantes de l'entreprise et qu'une stratégie de gestion des actifs qui tient compte des risques de l'entreprise et qui est implantée de manière préventive permet de contrôler les risques d'insolvabilité.

Ceci étant dit, l'analyse présentée dans ce papier soulève également de nouvelles questions au sujet de l'impact de l'environnement de taux d'intérêt sur les compagnies d'assurance vie. Dans un premier temps, il serait particulièrement intéressant, dans les études subséquentes d'inclure le risque de mortalité au modèle pour observer l'impact d'une source de risque provenant du côté du passif et son interaction avec les autres sources. Dans un second temps, effectuer l'analyse du marché de l'assurance vie au Canada avec la même approche, mais en partant du bas plutôt que du haut permettrait de mieux différencier le caractère spécifique des différentes entreprises composant ce marché. En effet, reproduire le modèle pour toutes les entreprises actuellement actives dans ce marché et le calibrer en fonction de la situation actuelle permettrait d'analyser le comportement interne du marché et l'impact du défaut d'une entreprise sur ses concurrents. Le principal problème de la présente analyse est le temps de calcul du modèle. En effet, en raison de ses nombreuses composantes et de sa structure, chaque simulation est coûteuse en temps de calcul ce qui rend irréaliste de simuler un nombre suffisant de scénarios pour générer une distribution de probabilité de défaut permettant de tirer des conclusions statistiquement significatives. Par conséquent, une version simplifiée du modèle proposé permettant de régler cette faiblesse permettrait d'améliorer grandement la qualité et la quantité des résultats obtenus. Finalement, les stratégies proposées dans le présent papier sont simplifiées pour permettre une application efficace, mais pourraient gagner en réalisme et en ajoutant un certain niveau de complexité.

Annexes A Description des variables et constantes

Table 10: Description des variables et constantes

Variable	Description
A_t^{BV}	Valeur aux livres des actifs de l'assureur au temps t
A_t^{MV}	Valeur au marché des actifs de l'assureur au temps t
$L_t^{BV,g}$	Valeur aux livres minimale de la dette de l'assureur au temps t
$L_t^{BV,p}$	Valeur aux livres réelle de la dette de l'assureur au temps t
L_t^{MV}	Valeur au marché estimée de la dette de l'assureur au temps t
E_t^{BV}	Valeur aux livres des capitaux propres de l'assureur au temps t
E_t^{MV}	Valeur au marché des capitaux propres de l'assureur au temps t
CB_t^{BV}	Valeur aux livres du tampon de capital de l'assureur au temps t
π_t^i	Prime payée liée à la police i payée au temps t
$l_{i,t}^{BV,g}$	Valeur aux livres minimale de la police i au temps t
$l_{i,t}^{BV,p}$	Valeur aux livres réelle de la police i au temps t
$l_{i,t}^{MV}$	Valeur marchande de la police i au temps t
r^i	Taux d'intérêt minimal garanti sur la police i
$P(t, T)$	Valeur au temps t d'une obligation zéro-coupon sans risque de défaut d'échéance T
$P^*(t, T)$	Valeur au temps t d'une obligation zéro-coupon avec risque de défaut d'échéance T
$P(r, t, T)$	Valeur au temps t d'une obligation zéro-coupon d'échéance T utilisant un taux d'actualisation r
RAP	Ratio d'actif sur dette
N^G	Nombre d'obligations gouvernementales
N^B	Nombre d'obligations corporatives
N^S	Nombre d'indices du type action

Table 11: Description des variables et constantes (Suite)

Variable	Description
w_t^b	Proportion des actifs investis dans l'obligation b
w_t^s	Proportion des actifs investis dans l'indice action s
$B(TC_b, t, T_b)_b^{BV}$	Valeur aux livres de l'obligation b d'échéance T_B et de taux de coupon $TC_{t,b}$ au temps t
$B(TC_b, t, T_b)_b^{MV}$	Valeur au marché de l'obligation b d'échéance T_B et de taux de coupon $TC_{t,b}$ au temps t
$B(TC_b, t, T_b)_b^{FV}$	Valeur nominale de l'obligation b d'échéance T_B et de taux de coupon $TC_{t,b}$ au temps t
TC_b	Taux de coupon en vigueur sur l'obligation b
$S(t)_s^{BV}$	Valeur aux livres de l'indice de type action s au temps t
$S(t)_s^{MV}$	Valeur au marché de l'indice de type action s au temps t
$S(t)_s^{PRO}$	Valeur au marché de l'indice de type action s au temps t selon le processus historique ou les simulations
$\xi_{t,b}$	Probabilité de défaut de l'obligation b au temps t
γ_s	Taux de redistribution sur l'indice du type action s
ψ	Distribution maximale aux actionnaires
ζ	Proportion des rendements restants distribués aux détenteurs de polices
T_x	Échéance d'un instrument financier x
R_t^a	Rendements en dollars comptables des actifs de l'assureur sur la période t
$R_t^{i,a}$	Rendements en dollars comptables des actifs de l'assureur sur la période t attribué à la police i
$r_t^{i,g}$	Taux de croissance minimale attribué à la police i
r^q	Taux de croissance lié aux gains pour causes de mortalité minimale attribué à la police i
r_t^{ref}	Taux de référence sur les obligations gouvernementales au temps t

Table 12: Description des variables et constantes (Suite)

Variable	Description
HR_t^{ph}	Réserves cachées au bilan comptable distribuées aux détenteurs de polices
HRD	Taux de distribution des réserves cachées
$R_t^{ph,g}$	Rendements minimaux en dollars comptables distribués aux détenteurs de polices au temps t
$R_t^{ph,p}$	Rendements réels en dollars comptables distribués aux détenteurs de polices au temps t
R_t^{sh}	Rendements en dollars comptables distribués aux actionnaires de la compagnie
DPA_t^b	Durée du titre obligataire b au temps t
DPP_t	Durée du portefeuille de polices au temps t
T_i	Maturité du titre i
IG	Obligation gouvernementale minimisant l'écart de durée avec un police
IC	Obligation corporative minimisant l'écart de durée avec un police
W_{oblig}	Proportion des actifs investis dans les obligations
ϖ	Proportion des actifs investis dans les obligations
DEP_t^b	Dépréciation du titre obligataire b au temps t
$A_t^{cash,BV}$	Valeur au livre de l'encaisse au temps t
$A_t^{cash,MV}$	Valeur marchande de l'encaisse au temps t

Table 13: Description des variables et constantes (Suite)

Variable	Description
$\rho^{IG,MMPRCE}$	Coefficient de risque de crédit dans le ratio MMPRCE
$\rho^{S,MMPRCE}$	Coefficient de risque de marché dans le ratio MMPRCE
$\rho^{Ass,MMPRCE}$	Coefficient de risque d'assurance dans le ratio MMPRCE
$\rho^{R,MMPRCE}$	Coefficient de risque de taux dans le ratio MMPRCE
$\rho^{C,MMPRCE}$	Coefficient de risque de change dans le ratio MMPRCE
$\rho^{IG,TSA}$	Coefficient de risque de crédit dans le ratio TSAV
$\rho^{S,TSA,s}$	Coefficient de risque de marché dans le ratio TSAV
$\rho^{Ass,TSA}$	Coefficient de risque d'assurance dans le ratio TSAV
$\rho^{R,TSA}$	Coefficient de risque de taux dans le ratio TSAV
$\rho^{C,TSA}$	Coefficient de risque de Change dans le ratio TSAV
$\rho^{o,g,TSA}$	Coefficient de risque opérationnel général dans le ratio TSAV
$\rho^{o,gar,TSA}$	Coefficient de risque opérationnel de garanties dans le ratio TSAV
$\rho^{o,vol,TSA}$	Coefficient de risque opérationnel de volume dans le ratio TSAV

Annexes B Codes Matlab

```

1  %_____Initiation_____
2
3  clear;
4  close all hidden;
5  clc;
6
7  %_____Inputs Modele_____
8
9  %Echeance des polices
10 INPUTS_MODEL.TMax_Polices = 25;
11 %Nombre d'annees simulees
12 INPUTS_MODEL.TMax_Model = 15;
13 %Prime payee au temps t liee a la police i
14 INPUTS_MODEL.Pi = 1;
15 %Marge de risque ajoutee a la valeur au marche estime des ...
    polices d'assurance

```

```

16 INPUTS_MODEL.chi = 0.15;
17 %Ratio d'actif sur dette
18 INPUTS_MODEL.RAP = 1.25;
19 %Nombre d'obligations gouvernementales
20 INPUTS_MODEL.NG = 30;
21 %Nombre d'obligation corporatives
22 INPUTS_MODEL.NB = 25;
23 %Nombre d'indices du type action
24 INPUTS_MODEL.NS = 2;
25 %Taux de croissance lie aux gains pour causes de mortalite ...
    minimale attribue a la police i
26 INPUTS_MODEL.rq = 0.01;
27 %Distribution maximale aux actionnaires
28 INPUTS_MODEL.psi = 0.3;
29 %Proportion des rendements restants distribues aux detenteurs ...
    de polices
30 INPUTS_MODEL.zeta = 0.5;
31 %Taux de redistribution sur l'indice du type action
32 INPUTS_MODEL.gamma = 1*ones(1, INPUTS_MODEL.NS);
33 %Taux de distribution des reserves cachees
34 INPUTS_MODEL.HRD = 0.1;
35 %Taux de recouvrement en cas de defaut sur les obligations
36 INPUTS_MODEL.Delta = 0.4;
37 %Ponderation en obligations
38 INPUTS_MODEL.PoidsOblig = 0.85;
39 %Taux de coupon sur les obligations
40 INPUTS_MODEL.TC = 0.02;
41 %Multiple du taux garanti maximal
42 INPUTS_MODEL.MG = 0.5;
43 %Ratio d'attribution des rendements aux detenteurs de polices
44 INPUTS_MODEL.RG = 0.75;
45 %Ratio de distribution des Rsh aux actionnaires
46 INPUTS_MODEL.DIV = 0.01;
47 %Taux de croissance du volume de polices vendues
48 INPUTS_MODEL.OPTIONS.Croissance_Volume = 0.02;
49 %Augmentation du risque en cas de difficulte
50 INPUTS_MODEL.OPTIONS.Flight_To_Risk = 0;
51 %Proportion maximale en actions
52 INPUTS_MODEL.OPTIONS.Maximal_Stocks = 0.25;
53 %Strategie d'investissement (1-4)
54 INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv = 3;
55 %Ponderation initiale des actifs (obligation par maturite et ...
    indices du type action)

```

```

56 INPUTS_MODEL.wb = ones( 1 , INPUTS_MODEL.NG+INPUTS_MODEL.NB) * ...
    INPUTS_MODEL.PoidsOblig / (INPUTS_MODEL.NG+INPUTS_MODEL.NB);
57 INPUTS_MODEL.ws = ones( 1 , ...
    INPUTS_MODEL.NS) * (1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig) / INPUTS_MODEL.NS;
58 %Entrer les inputs du calculs du ratio de solvabilite avant 2018
59 INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Credit = 0.02;      ...
    %Coefficient de risque de credit IG
60 INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Marche = 0.15;      ...
    %Coefficient de risque de marche
61 INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Assurance = 0.02;    ...
    %Coefficient de risque d'assurance
62 INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Taux = 0.01;      ...
    %Coefficient de risque de taux
63 INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Change = 0.0025;    ...
    %Coefficient de risque de change
64 INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Ratio_Min = 1.2;          %Ratio ...
    MMPRCE minimal
65 INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Ratio_Cible = 1.5;        %Ratio ...
    MMPRCE cible
66 %Entrer les inputs du calculs du ratio de solvabilite apres 2018
67 %Coefficients de risque de credit IG
68 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit = [ 1      2      3 ...
    4      5      10 ; 0.00875 0.0150 0.01875 0.02125 ...
    0.025 0.03 ];
69 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Marche = [0.35 0.30]; ...
    %Coefficients de risque de marche
70 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Assurance = 0.03;      ...
    %Coefficient de risque d'assurance
71 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Taux = 0.01;          ...
    %Coefficient de risque de taux
72 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Change = 0.0025;      ...
    %Coefficient de risque de change
73 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General = 0.0575;      %Risque ...
    operationnel general
74 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_Assurance = 0.025;      %Risque ...
    operationnel d'assurance
75 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_Volume = 0.2;          %Risque ...
    operationnel de volume
76 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Ratio_Min = 0.9;            %Ratio TSA ...
    minimal
77 INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Ratio_Cible = 1;            %Ratio TSA ...
    cible
78
79 %_____Donnees historiques_____

```

```

80
81 %Dossier de donnees a partir du dossier courant
82 DossierDonnees = strcat(pwd, '\Data');
83 %Extraire et traiter les donnees
84 DATA = GetDATA( DossierDonnees );
85 %Eliminer les variables non-essentielles
86 clear DossierDonnees;
87
88 %_____alibration des processus_____
89
90 CALIBRATION = GetCalibration( DATA );
91
92 %_____Historique & Simulation_____
93
94 [ ZERO_TAUX , ZERO_OBLIG , ZERO_TAUX_CREDIT , ...
    ZERO_OBLIG_CREDIT , HISTO_ACTIONS , ...
    Vec_Maturite,Ecart_Credit , DefaultProb , DATA ] = ...
    OrganiserDonnees( DATA,INPUTS_MODEL );
95
96 %_____Creation des tables_____
97
98 [ Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , ...
    Obligations_GOV_t_minus , Obligations_CORPO_t_minus , ...
    Actions_t_minus , Polices_t_minus , Bilan_BV_t_plus , ...
    Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus , ...
    Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , Polices_t_plus ...
    , Rendements_et_FCF , Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume ...
    , Poids_Obligs ] = CreerTables( INPUTS_MODEL );
99
100 %_____Incorporation de l'entreprise_____
101
102 [ Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , Bilan_BV_t_plus , ...
    Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus, ...
    Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , Polices_t_plus ...
    , Ratio_Solvabilite , Poids_Obligs ] = Incorporation ( ...
    INPUTS_MODEL , ZERO_TAUX , ZERO_OBLIG , ZERO_OBLIG_CREDIT , ...
    Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , Bilan_BV_t_plus , ...
    Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus , ...
    Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , Polices_t_plus ...
    , Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume , Poids_Obligs );
103
104 %_____Developpement de l'entreprise_____
105
106 %Initiallisation de la barre de progression

```

```

107 xtextprogressbar(INPUTS_MODEL.TMax_Polices-1 , 'Developpement ...
      de la compagnie : ');
108 %Boucle a travers les annees de calibration
109 for t = 1:INPUTS_MODEL.TMax_Polices-1;
110     [ Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , ...
      Obligations_GOV_t_minus , Obligations_CORPO_t_minus , ...
      Actions_t_minus , Polices_t_minus , Bilan_BV_t_plus , ...
      Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus , ...
      Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , ...
      Polices_t_plus , Rendements_et_FCF , Ratio_Solvabilite ...
      , Croissance_Volume , Poids_Obligs ] = Developpement ( ...
      t , 1 , INPUTS_MODEL , Bilan_BV_t_minus , ...
      Bilan_MV_t_minus , Obligations_GOV_t_minus , ...
      Obligations_CORPO_t_minus , Actions_t_minus , ...
      Polices_t_minus , Bilan_BV_t_plus , Bilan_MV_t_plus , ...
      Obligations_GOV_t_plus , Obligations_CORPO_t_plus , ...
      Actions_t_plus , Polices_t_plus , Rendements_et_FCF , ...
      Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume , Poids_Obligs , ...
      ZERO_TAUX , ZERO_OBLIG , ZERO_OBLIG_CREDIT , ...
      HISTO_ACTIONS , [] , DefaultProb , [] , 1 );
111 % Mettre a jour de la progression
112     xtextprogressbar(t)
113 end
114 clear t;
115
116 %_____Inputs Simulation_____
117
118 %Strategie d'investissement
119 INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv = INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv;
120 %Nombre de trajectoires simulees
121 INPUTS_SIMULATIONS.N = 10;
122 %Nombre d'annee simulees
123 INPUTS_SIMULATIONS.T = INPUTS_MODEL.TMax_Model + ...
      max([INPUTS_MODEL.TMax_Polices INPUTS_MODEL.NG ...
      INPUTS_MODEL.NB]);
124 %Discretisation
125 INPUTS_SIMULATIONS.Delta = 1;
126 %Calibration (1-3)
127 INPUTS_SIMULATIONS.Calibration = 2;
128 %CIR:1 et Vasicek:2
129 INPUTS_SIMULATIONS.Processus = 1;
130 %1:MC - 2:QMC
131 INPUTS_SIMULATIONS.OPTIONS.MonteCarlo = 2;
132 %Rendementes moyen des actions

```

```

133 INPUTS_SIMULATIONS.Actions.mu = CALIBRATION.GBM_ACTIONS.Mu;
134 %Volatilite des stocks
135 INPUTS_SIMULATIONS.Actions.sigma = CALIBRATION.GBM_ACTIONS.Sigma;
136 %Prix de l'indice actions a t0
137 INPUTS_SIMULATIONS.Actions.S0 = HISTO_ACTIONS(end,1);
138 %Rendement moyen des RE
139 INPUTS_SIMULATIONS.REIT.mu = CALIBRATION.GBM_REIT.Mu;
140 %Volatilite des RE
141 INPUTS_SIMULATIONS.REIT.sigma = CALIBRATION.GBM_REIT.Sigma;
142 %Prix de l'indice RE a t0
143 INPUTS_SIMULATIONS.REIT.S0 = HISTO_ACTIONS(end,2);
144 %Parametre du processus CIR des taux d'interet
145 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.Theta = [ CALIBRATION.CIR_ZC.Theta ...
    * 0.5 ; CALIBRATION.CIR_ZC.Theta ; CALIBRATION.CIR_ZC.Theta ...
    * 2 ] ' ;
146 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.Kappa = repmat( ...
    CALIBRATION.CIR_ZC.Kappa , 1 , 3 );
147 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.sigma = [ CALIBRATION.CIR_ZC.Sigma ...
    / 3 ; CALIBRATION.CIR_ZC.Sigma ; CALIBRATION.CIR_ZC.Sigma * ...
    3 ] ' ;
148 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.r0 = repmat( ZERO_TAUX( end , 1 ) ...
    , 1 , 5 );
149 %Parametre du processus Vasicek des taux d'interet
150 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.Theta = [ ...
    CALIBRATION.VASICEK_ZC.Theta * 0.5 ; ...
    CALIBRATION.VASICEK_ZC.Theta ; CALIBRATION.VASICEK_ZC.Theta ...
    * 2 ] ' ;
151 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.Kappa = repmat( ...
    CALIBRATION.VASICEK_ZC.Kappa , 1 , 3 );
152 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.sigma = [ ...
    CALIBRATION.VASICEK_ZC.Sigma / 3 ; ...
    CALIBRATION.VASICEK_ZC.Sigma ; CALIBRATION.VASICEK_ZC.Sigma ...
    * 3 ] ;
153 INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.r0 = repmat( ZERO_TAUX( end , ...
    1 ) , 1 , 3 );
154 INPUTS_SIMULATIONS.CORREL = CALIBRATION.Matrice_Correl;
155
156 %_____Simulation des processus_____
157
158 [ ZERO_OBLIG_SIMUL , ZERO_TAUX_SIMUL , ZERO_TAUX_CREDIT_SIMUL ...
    , ZERO_OBLIG_CREDIT_SIMUL , HISTO_ACTIONS_SIMUL , ...
    HISTO_RE_SIMUL , DefaultProb_SIMUL ] = SimulerProcessus ( ...
    INPUTS_MODEL , INPUTS_SIMULATIONS , DATA , ZERO_OBLIG , ...
    ZERO_TAUX , ZERO_TAUX_CREDIT , ZERO_OBLIG_CREDIT , ...

```

```

        HISTO_ACTIONS , Vec_Maturite , DefaultProb );
159
160
161 %_____Simulation de la compagnie_____
162
163 %Creer la table de resultats des simulations
164 Simulations = table;
165 Simulations.Annee_Defaut_MMPRCE = NaN(INPUTS_SIMULATIONS.N,1);
166 Simulations.Annee_Defaut_TSA = NaN(INPUTS_SIMULATIONS.N,1);
167 Simulations.CP_MV = ...
        NaN(INPUTS_SIMULATIONS.N,INPUTS_MODEL.TMax_Model);
168 Simulations.Solvabilite_MMPRCE = ...
        NaN(INPUTS_SIMULATIONS.N,INPUTS_MODEL.TMax_Model);
169 Simulations.Solvabilite_TSA = ...
        NaN(INPUTS_SIMULATIONS.N,INPUTS_MODEL.TMax_Model);
170 Simulations.Ponderation_Actions = ...
        NaN(INPUTS_SIMULATIONS.N,INPUTS_MODEL.TMax_Model);
171 %Initier le temps de calcul
172 tic;
173 %Initiation de la barre de progression
174 xtextprogressbar(INPUTS_SIMULATIONS.N, 'Simulations : ');
175 for n = 1:INPUTS_SIMULATIONS.N;
176     %Reinitialiser la ponderation dans les indices action
177     Ponderation_Stocks = 1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
178     %Boucle a travers les annees de calibration
179     for t = ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices:INPUTS_MODEL.TMax_Polices+ ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Model-1;
180     %Developpement de la compagnie
181     [ Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , ...
        Obligations_GOV_t_minus , Obligations_CORPO_t_minus ...
        , Actions_t_minus , Polices_t_minus , ...
        Bilan_BV_t_plus , Bilan_MV_t_plus , ...
        Obligations_GOV_t_plus , Obligations_CORPO_t_plus , ...
        Actions_t_plus , Polices_t_plus , Rendements_et_FCF ...
        , Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume , ...
        Poids_Obligs ] = Developpement ( t , n , ...
        INPUTS_MODEL , Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , ...
        Obligations_GOV_t_minus , Obligations_CORPO_t_minus ...
        , Actions_t_minus , Polices_t_minus , ...
        Bilan_BV_t_plus , Bilan_MV_t_plus , ...
        Obligations_GOV_t_plus , Obligations_CORPO_t_plus , ...
        Actions_t_plus , Polices_t_plus , Rendements_et_FCF ...
        , Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume , ...

```

```

        Poids_Obligs , ZERO_TAUX_SIMUL , ZERO_OBLIG_SIMUL , ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT_SIMUL , HISTO_ACTIONS_SIMUL , ...
        HISTO_RE_SIMUL , DefaultProb_SIMUL , ...
        Ponderation_Stocks , 2 );
182     %Selection du risque pour la prochaine periode et ...
        enregistrement de default
183     [ Ponderation_Stocks , Ratio_Solvabilite ] = ...
        FlightToRisk( t , n , INPUTS_MODEL , Simulations , ...
        Ratio_Solvabilite );
184     %Cas ou la compagnie fait default pour la premiere fois ...
        a cette periode selon les deux ratios
185     if (Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) < ...
        Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1) && ...
        Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1) < ...
        Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Minimum(t+1))
186         break;
187     end
188     %Enregistrer la ponderation dans les indices du type ...
        actions
189     Simulations.Solvabilite_MMPRCE( n , ...
        t-INPUTS_MODEL.TMax_Polices+1) = ...
        Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1);
190     Simulations.Solvabilite_TSA( n , ...
        t-INPUTS_MODEL.TMax_Polices+1) = ...
        Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1);
191     Simulations.CP_MV( n , t-INPUTS_MODEL.TMax_Polices+1 ) ...
        = Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres(t+1);
192     Simulations.Ponderation_Actions( n , ...
        t-INPUTS_MODEL.TMax_Polices+1 ) = Ponderation_Stocks;
193     end
194     clear t;
195     % Mettre a jour de la progression
196     xtextprogressbar(n)
197
198 end
199 clear n;
200 %Terminer le temps de calcul
201 Temps_Simulation = toc;

```

```

1 function DATA = GetData( DossierDonnees )
2 %Fonction d'extraction et de traitement des donnees historiques
3
4     %Importer les donnees sur les taux d'interet canadien ...

```

```

    (journalier et annuel)
5   Fichier_ZC_Annuel = ...
    '\ZCCAN_1987-2017_YEAR_XLR_01-06-2017.xlsx';
6   Fichier_ZC_Mensuel = ...
    '\ZCCAN_1987-2017_MONTH_XLR_01-06-2017.xlsx';
7   DATA.HistoZC_Annuel = readtable( strcat( DossierDonnees , ...
    Fichier_ZC_Annuel ) );
8   DATA.HistoZC_Mensuel = readtable( strcat ( DossierDonnees ...
    , Fichier_ZC_Mensuel ) );
9   DATA.HistoZC_Annuel( strcmp( DATA.HistoZC_Annuel.Date , '' ...
    ) , : ) = [];
10  DATA.HistoZC_Mensuel( strcmp( DATA.HistoZC_Mensuel.Date , ...
    '' ) , : ) = [];
11  %Importer les donnees sur les prime de risque IG aux US ...
    (mensuel et annuel)
12  Fichier_CreditSpread_Annuel = ...
    '\Aaa_Baa_1987-2017_YEAR_XLR_01-06-2017.xlsx';
13  Fichier_CreditSpread_Mensuel = ...
    '\Aaa_Baa_1987-2017_MONTH_XLR_01-06-2017.xlsx';
14  DATA.CreditSpread_Annuel = readtable( strcat( ...
    DossierDonnees , Fichier_CreditSpread_Annuel ) );
15  DATA.CreditSpread_Mensuel = readtable( strcat( ...
    DossierDonnees , Fichier_CreditSpread_Mensuel ) );
16  DATA.CreditSpread_Annuel( strcmp( ...
    DATA.CreditSpread_Annuel.Date , '' ) , : ) = [];
17  DATA.CreditSpread_Mensuel( strcmp ( ...
    DATA.CreditSpread_Mensuel.Date , '' ) , : ) = [];
18  %Importer les donnees sur l'historique de default des IG ...
    (annuel)
19  Fichier_DefaultProb_Annuel = ...
    '\Default_Prob_1987-2017_YEAR_XLR_01-06-2017.xlsx';
20  DATA.DefaultProb_Annuel = readtable( strcat( ...
    DossierDonnees , Fichier_DefaultProb_Annuel ) );
21  DATA.DefaultProb_Annuel( strcmp( ...
    DATA.DefaultProb_Annuel.Date , '' ) , : ) = [];
22  %Importer les donnees sur indices de type action (mensuel ...
    et annuel)
23  Fichier_Actions_Annuel = ...
    '\INDEX_1987-2017_YEAR_XLR_01-06-2017.xlsx';
24  Fichier_Actions_Mensuel = ...
    '\INDEX_1987-2017_MONTH_XLR_01-06-2017.xlsx';
25  DATA.Actions_Annuel = readtable( strcat( DossierDonnees , ...
    Fichier_Actions_Annuel ) );
26  DATA.Actions_Mensuel = readtable( strcat ( DossierDonnees ...

```

```

        , Fichier_Actions_Mensuel ) );
27 DATA.Actions_Annuel( strcmp ( DATA.Actions_Annuel.Date , ...
        '' ) , : ) = [];
28 DATA.Actions_Mensuel( strcmp( DATA.Actions_Mensuel.Date , ...
        '' ) , : ) = [];
29 %Annees utilisees pour l'historique
30 Annee_Histo = (1992:2016);
31 %Lecture des annees en texte importees d'excel
32 [Y_ZC_Annuel, r, r, r, r, r] = datevec( ...
        DATA.HistoZC_Annuel.Date );
33 [Y_CreditSpread_Annuel, r, r, r, r, r] = datevec( ...
        DATA.CreditSpread_Annuel.Date );
34 [Y_DefaultProb_Annuel, r, r, r, r, r] = datevec( ...
        DATA.DefaultProb_Annuel.Date );
35 [Y_Actions_Annuel, r, r, r, r, r] = datevec( ...
        DATA.Actions_Annuel.Date );
36 [Y_ZC_Mensuel, r, r, r, r, r] = datevec( ...
        DATA.HistoZC_Mensuel.Date );
37 [Y_CreditSpread_Mensuel, r, r, r, r, r] = datevec( ...
        DATA.CreditSpread_Mensuel.Date );
38 [Y_Actions_Mensuel, r, r, r, r, r] = datevec( ...
        DATA.Actions_Mensuel.Date );
39 %Initier les vecteurs de selection des annees (Annuel)
40 Indice_HistoZC_Annuel = zeros( size( ...
        DATA.HistoZC_Annuel.Date , 1 ) , 1 );
41 Indice_CreditSpread_Annuel = zeros( size( ...
        DATA.CreditSpread_Annuel.Date , 1 ) , 1 );
42 Indice_DefaultProb_Annuel = zeros( size( ...
        DATA.DefaultProb_Annuel.Date , 1 ) , 1 );
43 Indice_Actions_Annuel = zeros( size( ...
        DATA.Actions_Annuel.Date , 1 ) , 1 );
44 %Initier les vecteurs de selection des annees (Mensuel)
45 Indice_HistoZC_Mensuel = zeros( size( ...
        DATA.HistoZC_Mensuel.Date , 1 ) , 1 );
46 Indice_CreditSpread_Mensuel = zeros( size( ...
        DATA.CreditSpread_Mensuel.Date , 1 ) , 1 );
47 Indice_Actions_Mensuel = zeros( size( ...
        DATA.Actions_Mensuel.Date , 1 ) , 1 );
48 %Boucle a travers les donnees historiques et selection des ...
        donnees a conserver (Annuel)
49 for i = 1:max( [size( DATA.HistoZC_Annuel.Date , 1 ) size( ...
        DATA.CreditSpread_Annuel.Date , 1 ) size( ...
        DATA.Actions_Annuel.Date , 1 ) ] );
50     % Recherche des donnees dans les taux sans risque ...

```

```

        canadiens
51     if sum(find(Annee_Histo==Y_ZC_Annuel(i)))==0;
52         Indice_HistoZC_Annuel(i) = 1;
53     end
54     % Recherche des donnees dans les primes de risque
55     if sum(find(Annee_Histo==Y_CreditSpread_Annuel(i)))==0;
56         Indice_CreditSpread_Annuel(i) = 1;
57     end
58     % Recherche des donnees dans les probabilite de default
59     if sum(find(Annee_Histo==Y_DefaultProb_Annuel(i)))==0;
60         Indice_DefaultProb_Annuel(i) = 1;
61     end
62     % Recherche des donnees dans les indices action
63     if sum(find(Annee_Histo==Y_Actions_Annuel(i)))==0;
64         Indice_Actions_Annuel(i) = 1;
65     end
66 end
67 %Boucle a travers les donnees historiques et selection des ...
    donnees a conserver (Mensuel)
68 for i = 1:max( [ size( DATA.HistoZC_Mensuel.Date , 1 ) ...
    size( DATA.CreditSpread_Mensuel.Date , 1 ) size( ...
    DATA.Actions_Mensuel.Date , 1 ) ] );
69     % Recherche des donnees dans les taux sans risque ...
        canadiens
70     if i ≤ numel(Y_ZC_Mensuel);
71         if sum(find(Annee_Histo==Y_ZC_Mensuel(i)))==0;
72             Indice_HistoZC_Mensuel(i) = 1;
73         end
74     end
75     % Recherche des donnees dans les primes de risque
76     if i ≤ numel(Y_CreditSpread_Mensuel);
77         if sum( find( Annee_Histo == ...
78             Y_CreditSpread_Mensuel( i ) ) ) == 0;
79             Indice_CreditSpread_Mensuel(i) = 1;
80         end
81     end
82     % Recherche des donnees dans les indices action
83     if i ≤ numel(Y_Actions_Mensuel);
84         if sum(find(Annee_Histo==Y_Actions_Mensuel(i)))==0;
85             Indice_Actions_Mensuel(i) = 1;
86         end
87     end
88     %Convertir les indices binaires en position (Annuel)

```

```

89     Indice_HistoZC_Annuel = find(Indice_HistoZC_Annuel);
90     Indice_CreditSpread_Annuel = find(Indice_CreditSpread_Annuel);
91     Indice_DefaultProb_Annuel = find(Indice_DefaultProb_Annuel);
92     Indice_Actions_Annuel = find(Indice_Actions_Annuel);
93     %Convertir les indices binaires en position (Mensuel)
94     Indice_HistoZC_Mensuel = find(Indice_HistoZC_Mensuel);
95     Indice_CreditSpread_Mensuel = ...
        find(Indice_CreditSpread_Mensuel);
96     Indice_Actions_Mensuel = find(Indice_Actions_Mensuel);
97     %Eliminer les lignes non utilisees (Annuel)
98     DATA.HistoZC_Annuel(Indice_HistoZC_Annuel,:)=[];
99     DATA.CreditSpread_Annuel(Indice_CreditSpread_Annuel,:)=[];
100    DATA.DefaultProb_Annuel(Indice_DefaultProb_Annuel,:)=[];
101    DATA.Actions_Annuel(Indice_Actions_Annuel,:)=[];
102    %Eliminer les lignes non utilisees (Mensuel)
103    DATA.HistoZC_Mensuel(Indice_HistoZC_Mensuel,:)=[];
104    DATA.CreditSpread_Mensuel(Indice_CreditSpread_Mensuel,:)=[];
105    DATA.Actions_Mensuel(Indice_Actions_Mensuel,:)=[];
106    end

```

```

1  function CALIBRATION = GetCalibration( DATA )
2  %Fonction de calibration des processus a partir des donnees ...
   historiques dans la structure DATA.
3
4  %Extraire les donnees pour la calbration des processus de taux
5  CALIBRATION.DATA_ZC_Niveau = DATA.HistoZC_Mensuel.T_00_25;
6  CALIBRATION.DATA_CreditSpread_Niveau = ( ( ...
       DATA.CreditSpread_Mensuel.AAA + ...
       DATA.CreditSpread_Mensuel.BAA ) / 2 - ...
       DATA.CreditSpread_Mensuel.GS10 );
7  %Creer les vecteurs pour les processus d'indices du type ...
   action
8  CALIBRATION.DATA_SPTSX = NaN( size( ...
       DATA.Actions_Mensuel.SPTSX_Index , 1 ) - 1 , 1 );
9  CALIBRATION.DATA_REIT = NaN( size( ...
       DATA.Actions_Mensuel.SPTSX_Index , 1 ) - 1 , 1 );
10 %Boucle de developpement des indices du type action
11 for i = size( DATA.Actions_Mensuel.SPTSX_Index , 1 ) - 1 : ...
       - 1 : 1 ;
12     %Calculer les rendements sur le S&P-TSX
13     CALIBRATION.DATA_SPTSX( i ) = log( ...
           DATA.Actions_Mensuel.SPTSX_Index( i ) / ...
           DATA.Actions_Mensuel.SPTSX_Index( i+1 ) );

```

```

14      %Correction pour donnees manquantes au Canada sur ...
        l'indice REIT
15      if ( isnan( DATA.Actions_Mensuel.REITCALC_Index( i ) ) ...
          == 1 && isnan( DATA.Actions_Mensuel.REITCALC_Index( ...
          i+1 ) ) == 1 );
16          %Calculer les rendements sur l'indice REIT
17          CALIBRATION.DATA_REIT( i ) = log( ...
              DATA.Actions_Mensuel.REITGLOB_Index( i ) / ...
              DATA.Actions_Mensuel.REITGLOB_Index( i+1 ) );
18      elseif ( isnan( DATA.Actions_Mensuel.REITCALC_Index( i ...
          ) ) == 0 && isnan( ...
          DATA.Actions_Mensuel.REITCALC_Index( i+1 ) ) == 1 );
19          %Calculer les rendements sur l'indice REIT
20          CALIBRATION.DATA_REIT( i ) = log( ...
              DATA.Actions_Mensuel.REITCALC_Index( i ) / ...
              DATA.Actions_Mensuel.REITGLOB_Index( i+1 ) );
21      else
22          %Calculer les rendements sur l'indice REIT
23          CALIBRATION.DATA_REIT( i ) = log( ...
              DATA.Actions_Mensuel.REITCALC_Index( i ) / ...
              DATA.Actions_Mensuel.REITCALC_Index( i+1 ) );
24      end
25  end
26  %Renverser les tables (dates anciennes en haut)
27  CALIBRATION.DATA_SPTSX = flipud( CALIBRATION.DATA_SPTSX );
28  CALIBRATION.DATA_REIT = flipud( CALIBRATION.DATA_REIT );
29  %Evaluer les variation des taux d'interet
30  CALIBRATION.DATA_ZC_Variation = diff( ...
      CALIBRATION.DATA_ZC_Niveau ) ./ ...
      CALIBRATION.DATA_ZC_Niveau( 1:end-1 );
31  CALIBRATION.DATA_CreditSpread_Variation = diff( ...
      CALIBRATION.DATA_CreditSpread_Niveau ) ./ ...
      CALIBRATION.DATA_CreditSpread_Niveau( 1:end-1 );
32  %Evaluer les correlation entre les differents facteurs
33  CALIBRATION.Matrice_Correl = corrcoef( [ ...
      CALIBRATION.DATA_ZC_Variation ...
      CALIBRATION.DATA_CreditSpread_Variation ...
      CALIBRATION.DATA_SPTSX CALIBRATION.DATA_REIT ] );
34  %Fixer la longueur des periodes (mois)
35  Delta = 1/12;
36  %Estimer les parametres du processus CIR pour les taux ZC
37  Parametres_CIR_ZC = GetParamCIR( ...
      CALIBRATION.DATA_ZC_Niveau , Delta );
38  CALIBRATION.CIR_ZC.Kappa = Parametres_CIR_ZC(1);

```

```

39 CALIBRATION.CIR_ZC.Theta = Parametres_CIR_ZC(2);
40 CALIBRATION.CIR_ZC.Sigma = Parametres_CIR_ZC(3);
41 %Estimer les parametres du processus CIR pour les ecarts ...
    de credit
42 Parametres_CIR_CreditSpread = GetParamCIR( ...
    CALIBRATION.DATA_CreditSpread_Niveau , Delta );
43 CALIBRATION.CIR_CreditSpread.Kappa = ...
    Parametres_CIR_CreditSpread( 1 );
44 CALIBRATION.CIR_CreditSpread.Theta = ...
    Parametres_CIR_CreditSpread( 2 );
45 CALIBRATION.CIR_CreditSpread.Sigma = ...
    Parametres_CIR_CreditSpread( 3 );
46 %Estimer les parametres du processus Vasicek pour les taux ZC
47 Parametres_Vasicek = GetParamVasicek( ...
    CALIBRATION.DATA_ZC_Niveau , Delta );
48 CALIBRATION.VASICEK_ZC.Kappa = Parametres_Vasicek(1);
49 CALIBRATION.VASICEK_ZC.Theta = Parametres_Vasicek(2);
50 CALIBRATION.VASICEK_ZC.Sigma = Parametres_Vasicek(3);
51 %Estimer les parametres du MBG pour l'indice actions
52 CALIBRATION.GBM_ACTIONS.Mu = mean( CALIBRATION.DATA_SPTSX( ...
    end-59:end ) / Delta );
53 CALIBRATION.GBM_ACTIONS.Sigma = sqrt( var( ...
    CALIBRATION.DATA_SPTSX( end-59:end ) / Delta ) );
54 %Estimer les parametres du MBG pour l'indice REIT
55 CALIBRATION.GBM_REIT.Mu = mean( CALIBRATION.DATA_REIT( ...
    end-59:end ) / Delta );
56 CALIBRATION.GBM_REIT.Sigma = sqrt( var( ...
    CALIBRATION.DATA_REIT( end-59:end ) / Delta ) );
57 end

```

```

1 function [ ZERO_TAUX , ZERO_OBLIG , ZERO_TAUX_CREDIT , ...
    ZERO_OBLIG_CREDIT , HISTO_ACTIONS , Vec_Maturite , ...
    Ecart_Credit , DefaultProb , DATA ] = OrganiserDonnees( ...
    DATA , INPUTS_MODEL )
2 %Fonction d'organisation des donnees
3
4 %Vecteurs de maturites voulues pour les obligations
5 Vec_Maturite = ( 1:( size( DATA.HistoZC_Annuel , 2 )-2 )/4 );
6 Indice_Maturite = ( 4:4:size( DATA.HistoZC_Annuel , 2 ) );
7 %Creer le matrice de ZC au canada pour toutes par dates et ...
    maturites
8 ZERO_TAUX = DATA.HistoZC_Annuel;
9 ZERO_TAUX.Date = [];

```

```

10 ZERO_TAUX = table2array( ZERO_TAUX );
11 ZERO_TAUX = ZERO_TAUX ( : , Indice_Maturite );
12 %Etendre les donnees pour les maturitees manquantes
13 if (INPUTS_MODEL.NG > size( Vec_Maturite , 2 ) || ...
    INPUTS_MODEL.NB > size( Vec_Maturite , 2 ) );
14     ZERO_TAUX = [ZERO_TAUX repmat( ZERO_TAUX( : , end ) , ...
        1 , max( INPUTS_MODEL.NG - size( Vec_Maturite , 2 ) ...
        , INPUTS_MODEL.NB - size( Vec_Maturite , 2 ) ) ) ];
15     Vec_Maturite = ( 1:max( INPUTS_MODEL.NG , ...
        INPUTS_MODEL.NB ) );
16 end
17 %Convertir les taux en prix d'obligation ZC
18 ZERO_OBLIG = GetPrixZC( ZERO_TAUX , 0 , repmat( ...
    Vec_Maturite , size( ZERO_TAUX , 1 ) , 1 ) );
19 %Creer le vecteur de primes de risque par annee
20 Ecart_Credit = ( DATA.CreditSpread_Annuel.AAA + ...
    DATA.CreditSpread_Annuel.BAA ) / 2 - ...
    DATA.CreditSpread_Annuel.GS10;
21 ZERO_TAUX_CREDIT = ZERO_TAUX + repmat( Ecart_Credit , 1 , ...
    size( ZERO_TAUX , 2 ) );
22 %Convertir les taux en prix d'obligation ZC
23 ZERO_OBLIG_CREDIT = GetPrixZC( ZERO_TAUX_CREDIT , 0 , ...
    repmat( Vec_Maturite , size( ZERO_TAUX , 1 ) , 1 ) );
24 %Conserver les donnees utiles au modele
25 ZERO_TAUX = ZERO_TAUX( : , 1:max( INPUTS_MODEL.NG , ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices ) );
26 ZERO_OBLIG = ZERO_OBLIG( : , 1:max( INPUTS_MODEL.NG , ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices ) );
27 ZERO_TAUX_CREDIT = ZERO_TAUX_CREDIT( : , 1:INPUTS_MODEL.NB );
28 ZERO_OBLIG_CREDIT = ZERO_OBLIG_CREDIT( : , ...
    1:INPUTS_MODEL.NB );
29 %Creer le vecteur de probabilite de default des IG par annee
30 DefaultProb = DATA.DefaultProb_Annuel.IG;
31 %Creer la matrice des prix normalises d'indices du type action
32 HISTO_ACTIONS = ones( size( ...
    DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index , 1 ) , 2 );
33 %Boucle de calcul des prix normalises d'indices du type action
34 for i = size( DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index , 1 ) ...
    -1:-1:1;
35     %Correction pour donnees manquantes au Canada sur ...
        l'indice REIT
36     if ( isnan( DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index( i ) ) ...
        == 1 && isnan( DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index( ...
        i+1 ) ) == 1 );

```

```

37         HISTO_ACTIONS( i , 2 ) = HISTO_ACTIONS( i+1 , 2 ) ...
           * DATA.Actions_Annuel.REITGLOB_Index( i ) / ...
           DATA.Actions_Annuel.REITGLOB_Index( i+1 );
38     elseif ( isnan( DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index( i ...
           ) ) == 0 && isnan( ...
           DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index( i+1 ) ) == 1 );
39         HISTO_ACTIONS( i , 2 ) = HISTO_ACTIONS( i+1 , 2 ) ...
           * DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index( i ) / ...
           DATA.Actions_Annuel.REITGLOB_Index( i+1 );
40     else
41         HISTO_ACTIONS( i , 2 ) = HISTO_ACTIONS( i+1 , 2 ) ...
           * DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index( i ) / ...
           DATA.Actions_Annuel.REITCALC_Index( i+1 );
42     end
43     %Developper l'indice S&P-TSX
44     HISTO_ACTIONS( i , 1 ) = HISTO_ACTIONS( i+1 , 1 ) * ...
           DATA.Actions_Annuel.SPTSX_Index( i ) / ...
           DATA.Actions_Annuel.SPTSX_Index( i+1 ) ;
45     end
46     %Renverser la matrice
47     HISTO_ACTIONS = flipud( HISTO_ACTIONS );
48     %Regresser les ecarts de credit sur les probabilites ...
           historiques
49     DATA.Regression_Prob_Default = fitlm( DefaultProb , ...
           Ecart_Credit );
50     end

```

```

1 function [ Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , ...
           Obligations_GOV_t_minus , Obligations_CORPO_t_minus , ...
           Actions_t_minus , Polices_t_minus , Bilan_BV_t_plus , ...
           Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus , ...
           Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , Polices_t_plus ...
           , Rendements_et_FCF , Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume ...
           , Poids_Obligs ] = CreerTables( INPUTS_MODEL )
2 %Fonction de creation des tables
3
4     %Creation de la table du bilan financier au livre avant ...
           les transactions
5     Bilan_BV_t_minus = table;
6     Bilan_BV_t_minus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
           INPUTS_MODEL.TMax_Model-1 )';
7     Bilan_BV_t_minus.Actifs = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
           INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );

```

```

8     Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH = nan( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
9     Bilan_BV_t_minus.Dettes_g = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
        + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
10    Bilan_BV_t_minus.Dettes_p = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
        + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
11    Bilan_BV_t_minus.CapitauxPropres = nan( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
12    Bilan_BV_t_minus.CapitalTampon = nan( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
13    %Creation de la table du bilan financier au marche avant ...
        les transactions
14    Bilan_MV_t_minus = table;
15    Bilan_MV_t_minus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Model-1 )';
16    Bilan_MV_t_minus.Actifs = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
17    Bilan_MV_t_minus.Actifs_CASH = nan( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
18    Bilan_MV_t_minus.Dettes = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
19    Bilan_MV_t_minus.CapitauxPropres = nan( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
20    %Creation de la table des informations sur les obligations ...
        gouvernementales avant les transactions
21    Obligations_GOV_t_minus = table;
22    Obligations_GOV_t_minus.Periode = ( ...
        0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model-1 )';
23    Obligations_GOV_t_minus.TC = nan( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
        INPUTS_MODEL.NG );
24    Obligations_GOV_t_minus.Maturite = nan( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
        INPUTS_MODEL.NG );
25    Obligations_GOV_t_minus.BV = zeros( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
        INPUTS_MODEL.NG );
26    Obligations_GOV_t_minus.MV = zeros( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
        INPUTS_MODEL.NG );
27    Obligations_GOV_t_minus.FV = zeros( ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
        INPUTS_MODEL.NG );
28    Obligations_GOV_t_minus.Depreciation = nan( ...

```

```

INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.NG );
29 %Creation de la table des informations sur les obligations ...
corporatives avant les transactions
30 Obligations_CORPO_t_minus = table;
31 Obligations_CORPO_t_minus.Periode = ( ...
0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model-1 )';
32 Obligations_CORPO_t_minus.TC = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.NB );
33 Obligations_CORPO_t_minus.Maturite = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.NB );
34 Obligations_CORPO_t_minus.BV = zeros( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices+ INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.NB );
35 Obligations_CORPO_t_minus.MV = zeros( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.NB );
36 Obligations_CORPO_t_minus.FV = zeros( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.NB );
37 Obligations_CORPO_t_minus.Depreciation = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.NB );
38 %Creation de la table des informations sur les indices du ...
type action avant les transactions
39 Actions_t_minus = table;
40 Actions_t_minus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model-1 )';
41 Actions_t_minus.BV = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.NS );
42 Actions_t_minus.MV = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.NS );
43 Actions_t_minus.PRO = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.NS );
44 %Creation de la table des informations sur les polices ...
avant les transactions
45 Polices_t_minus = table;
46 Polices_t_minus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model-1 )';
47 Polices_t_minus.BV_g = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
48 Polices_t_minus.BV_p = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...

```

```

INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
49 Polices_t_minus.MV = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
50 Polices_t_minus.ri = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
51 Polices_t_minus.Maturite = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
+ INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
52 Polices_t_minus.Croissance = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
53 Polices_t_minus.Ria = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
54 Polices_t_minus.rig = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
55 %Creation de la table du bilan financier au livre apres ...
les transactions
56 Bilan_BV_t_plus = table;
57 Bilan_BV_t_plus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model - 1 )';
58 Bilan_BV_t_plus.Actifs = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
59 Bilan_BV_t_plus.Actifs_CASH = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
60 Bilan_BV_t_plus.Dettes_g = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
+ INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
61 Bilan_BV_t_plus.Dettes_p = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
+ INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
62 Bilan_BV_t_plus.CapitauxPropres = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
63 Bilan_BV_t_plus.CapitalTampon = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
64 %Creation de la table du bilan financier au marche apres ...
les transactions
65 Bilan_MV_t_plus = table;
66 Bilan_MV_t_plus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model - 1 )';
67 Bilan_MV_t_plus.Actifs = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
68 Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
69 Bilan_MV_t_plus.Dettes = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
70 Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres = nan( ...
INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );

```

```

71 %Creation de la table des informations sur les obligations ...
    gouvernementales apres les transactions
72 Obligations_GOV_t_plus = table;
73 Obligations_GOV_t_plus.Periode = ( ...
    0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model - ...
    1 )';
74 Obligations_GOV_t_plus.TC = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
    + INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.NG );
75 Obligations_GOV_t_plus.Maturite = nan( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NG );
76 Obligations_GOV_t_plus.BV = zeros( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NG );
77 Obligations_GOV_t_plus.MV = zeros( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NG );
78 Obligations_GOV_t_plus.FV = zeros( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NG );
79 Obligations_GOV_t_plus.Duree = nan( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NG );
80 %Creation de la table des informations sur les obligations ...
    corporatives apres les transactions
81 Obligations_CORPO_t_plus = table;
82 Obligations_CORPO_t_plus.Periode = ( ...
    0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model - ...
    1 )';
83 Obligations_CORPO_t_plus.TC = nan( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NB );
84 Obligations_CORPO_t_plus.Maturite = nan( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NB );
85 Obligations_CORPO_t_plus.BV = zeros( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NB );
86 Obligations_CORPO_t_plus.MV = zeros( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NB );
87 Obligations_CORPO_t_plus.FV = zeros( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
    INPUTS_MODEL.NB );

```

```

88 Obligations_CORPO_t_plus.Duree = nan( ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
      INPUTS_MODEL.NB );
89 %Creation de la table des informations sur les indices du ...
      type action avant les transactions
90 Actions_t_plus = table;
91 Actions_t_plus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model - 1 )';
92 Actions_t_plus.BV = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.NS );
93 Actions_t_plus.MV = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.NS );
94 %Creation de la table des informations sur les polices ...
      avant les transactions
95 Polices_t_plus = table;
96 Polices_t_plus.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model - 1 )';
97 Polices_t_plus.BV_g = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
98 Polices_t_plus.BV_p = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
99 Polices_t_plus.MV = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
100 Polices_t_plus.ri = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
101 Polices_t_plus.Maturite = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
102 Polices_t_plus.Croissance = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
      + INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.TMax_Polices );
103 %Creation de la table des informations sur les rendements ...
      et les FCF avant les transactions
104 Rendements_et_FCF = table;
105 Rendements_et_FCF.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
      + INPUTS_MODEL.TMax_Model - 1 )';
106 Rendements_et_FCF.Ra = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
107 Rendements_et_FCF.Ra_PRCT = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
      + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
108 Rendements_et_FCF.HRph = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
109 Rendements_et_FCF.Rphg = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
110 Rendements_et_FCF.Rsh = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );

```

```

111 Rendements_et_FCF.Rphp = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
112 %Creation de la table de ratio de solvabilite
113 Ratio_Solvabilite = table;
114 Ratio_Solvabilite.Periode = ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices ...
    + INPUTS_MODEL.TMax_Model - 1 )';
115 Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Minimum = ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Ratio_Min * ones( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
116 Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Cible = ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Ratio_Cible * ones( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
117 Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant = nan( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
118 Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum = ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Ratio_Min * ones( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
119 Ratio_Solvabilite.TSA_Cible = ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Ratio_Cible * ones( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
120 Ratio_Solvabilite.TSA_Courant = nan( ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Polices + INPUTS_MODEL.TMax_Model , 1 );
121 %Creation du vecteur de croissance du volume
122 Croissance_Volume = exp( ( 0:INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Model - 1 )' * ...
    INPUTS_MODEL.OPTIONS.Croissance_Volume );
123 Poids_Obligs = nan( INPUTS_MODEL.TMax_Polices + ...
    INPUTS_MODEL.TMax_Model , INPUTS_MODEL.NB + ...
    INPUTS_MODEL.NG );
124 end

```

```

1 function [ Bilan_BV_t_minus,Bilan_MV_t_minus , ...
    Bilan_BV_t_plus,Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus , ...
    Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , Polices_t_plus ...
    , Ratio_Solvabilite , Poids_Obligs ] = Incorporation ( ...
    INPUTS_MODEL , ZERO_TAUX , ZERO_OBLIG , ZERO_OBLIG_CREDIT , ...
    Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , Bilan_BV_t_plus , ...
    Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus , ...
    Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , Polices_t_plus ...
    , Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume , Poids_Obligs )
2 %Fonction de creation de la compagnie. Genere le premier temps de
3 %developpement historique.
4

```

```

5      %Remplir la table d'etats financiers au livre avant les ...
        premieres transactions
6      Bilan_BV_t_minus.Actifs( 1 ) = 0;
7      Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( 1 ) = 0;
8      Bilan_BV_t_minus.Dettes_g( 1 ) = 0;
9      Bilan_BV_t_minus.Dettes_p( 1 ) = 0;
10     Bilan_BV_t_minus.CapitauxPropres( 1 ) = 0;
11     Bilan_BV_t_minus.CapitalTampon( 1 ) = 0;
12     %Remplir la table d'etats financiers au marche avant les ...
        premieres transactions
13     Bilan_MV_t_minus.Actifs( 1 ) = 0;
14     Bilan_MV_t_minus.Actifs_CASH( 1 ) = 0;
15     Bilan_MV_t_minus.Dettes( 1 ) = 0;
16     Bilan_MV_t_minus.CapitauxPropres( 1 ) = 0;
17     %Entrer les informations sur la premiere cohort de polices
18     Polices_t_plus.Croissance( 1 , end ) = Croissance_Volume( ...
        1 );
19     Polices_t_plus.BV_g( 1 , end ) = INPUTS_MODEL.Pi * ...
        Polices_t_plus.Croissance( 1 , end );
20     Polices_t_plus.BV_p( 1 , end ) = INPUTS_MODEL.Pi * ...
        Polices_t_plus.Croissance( 1 , end );
21     Polices_t_plus.ri( 1 , end ) = INPUTS_MODEL.MG * ...
        ZERO_TAUX( 1 , 10 );
22     Polices_t_plus.Maturite( 1 , end ) = ...
        INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
23     Polices_t_plus.MV( 1 , end ) = Polices_t_plus.BV_p( 1 , end...
        ) * ZERO_OBLIG( 1 , end ) * ( 1 + INPUTS_MODEL.chi ) ...
        / GetPrixZC( Polices_t_plus.ri( 1 , end ) , 0 , ...
        Polices_t_plus.Maturite( 1 , end ) );
24     %Mettre a jour les informations sur la dette dans les tables
25     Bilan_BV_t_plus.Dettes_g( 1 ) = nansum( ...
        Polices_t_plus.BV_g( 1 , : ) );
26     Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( 1 ) = nansum( ...
        Polices_t_plus.BV_p( 1 , : ) );
27     Bilan_MV_t_plus.Dettes( 1 ) = nansum( Polices_t_plus.MV( 1 ...
        , : ) );
28     %Mettre a jour les informations sur les actifs dans les tables
29     Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 ) = Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( 1 ...
        ) * INPUTS_MODEL.RAP;
30     Bilan_MV_t_plus.Actifs( 1 ) = Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
31     %Mettre a jour les informations sur les capitaux propres ...
        et le capital tampon dans les tables
32     Bilan_BV_t_plus.CapitauxPropres( 1 ) = ...
        Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 )-Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( 1 );

```

```

33 Bilan_BV_t_plus.CapitalTampon( 1 ) = 0;
34 Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres( 1 ) = ...
    Bilan_MV_t_plus.Actifs( 1 ) - Bilan_MV_t_plus.Dettes( 1 );
35 %Mettre a jour les informations sur l'encaisse dans les tables
36 Bilan_BV_t_plus.Actifs_CASH( 1 ) = ...
    Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( 1 );
37 Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( 1 ) = ...
    Bilan_MV_t_minus.Actifs_CASH( 1 );
38 %Enregistrer les taux de coupons et les maturites des ...
    obligations gouvernementales
39 Obligations_GOV_t_plus.TC( 1 , : ) = INPUTS_MODEL.TC;
40 Obligations_GOV_t_plus.Maturite( 1 , : ) = ( ...
    1:INPUTS_MODEL.NG );
41 %Calculer la duree des obligations gouvernementales
42 for b=1:INPUTS_MODEL.NG;
43 Obligations_GOV_t_plus.Duree( 1 , b ) = ( ( ...
    Obligations_GOV_t_plus.TC( 1 , b ) * ( ...
    1:Obligations_GOV_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) ) * ...
    ZERO_OBLIG( 1 , ( 1:Obligations_GOV_t_plus.Maturite( 1 ...
    , b ) ) )' + Obligations_GOV_t_plus.Maturite( 1 , b ) ...
    * ZERO_OBLIG( 1 , Obligations_GOV_t_plus.Maturite( 1 , ...
    b ) ) ) / ( ( Obligations_GOV_t_plus.TC( 1 , b ) * ...
    ones( 1 , Obligations_GOV_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) ) ...
    * ZERO_OBLIG( 1 , ( 1:Obligations_GOV_t_plus.Maturite( ...
    1 , b ) ) )' + ZERO_OBLIG( ...
    1,Obligations_GOV_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) );
44 end
45 %Enregistrer les taux de coupons et les maturites des ...
    obligations corporatives
46 Obligations_CORPO_t_plus.TC( 1 , : ) = INPUTS_MODEL.TC;
47 Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , : ) = ( ...
    1:INPUTS_MODEL.NB );
48 %Calculer la duree des obligations corporatives
49 for b=1:INPUTS_MODEL.NB;
50 Obligations_CORPO_t_plus.Duree( 1 , b ) = ( ( ...
    Obligations_CORPO_t_plus.TC( 1 , b ) * ( ...
    1:Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) ...
    ) * ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , ( ...
    1:Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) )' + ...
    Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , b ) * ...
    ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , ...
    Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) ) / ( ( ...
    Obligations_CORPO_t_plus.TC( 1 , b ) * ones( 1 , ...
    Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) ) * ...

```

```

ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , ( ...
1:Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) )' + ...
ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , ...
Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( 1 , b ) ) );
51     end
52
53 %Reinvestir les actifs libres dans les produits financiers ...
    disponibles
54
55 % Strategies d'investissement 1 et 2
56 if ( INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 1 || ...
INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 2 );
57     %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
        gouvernementales dans les tables
58     Obligations_GOV_t_plus.BV( 1 , : ) = INPUTS_MODEL.wb( ...
        1:INPUTS_MODEL.NG ) * Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
59     Obligations_GOV_t_plus.MV( 1 , : ) = ...
        Obligations_GOV_t_plus.BV( 1 , : );
60     %Boucle d'evaluation de valeur nominale des ...
        obligations gouvernementales
61     for b = 1:INPUTS_MODEL.NG;
62         Obligations_GOV_t_plus.FV( 1 , b ) = ...
            Obligations_GOV_t_plus.MV( 1 , b ) / ( ...
            Obligations_GOV_t_plus.TC( 1 , 1:b ) * ...
            ZERO_OBLIG( 1 , 1:b )' + ZERO_OBLIG( 1 , b ) );
63     end
64     %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
        corporatives dans les tables
65     Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , : ) = ...
        INPUTS_MODEL.wb( INPUTS_MODEL.NG + ...
        1:INPUTS_MODEL.NG + INPUTS_MODEL.NB ) * ...
        Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
66     Obligations_CORPO_t_plus.MV( 1 , : ) = ...
        Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , : );
67     %Boucle d'evaluation de valeur nominale des ...
        obligations corporatives
68     for b = 1:INPUTS_MODEL.NB;
69         Obligations_CORPO_t_plus.FV( 1 , b ) = ...
            Obligations_CORPO_t_plus.MV( 1 , b ) / ( ...
            Obligations_CORPO_t_plus.TC( 1 , 1:b ) * ...
            ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , 1:b )' + ...
            ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , b ) );
70     end
71     clear b;

```

```

72 % Strategies d'investissement 3
73 elseif INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 3;
74     [ ~ , id_GOV ] = min( abs( ...
75         Obligations_GOV_t_plus.Duree( 1 , : ) - ...
76         Polices_t_plus.Maturite( 1 , end ) ) );
77     [ ~ , id_CORPO ] = min( abs( ...
78         Obligations_CORPO_t_plus.Duree( 1 , : ) - ...
79         Polices_t_plus.Maturite( 1 , end ) ) );
80 %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
81     gouvernementales dans les tables
82 Obligations_GOV_t_plus.BV( 1 , id_GOV ) = ...
83     INPUTS_MODEL.PoidsOblig * 0.5 * ...
84     Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
85 Obligations_GOV_t_plus.MV( 1 , id_GOV ) = ...
86     Obligations_GOV_t_plus.BV( 1 , id_GOV );
87 %Boucle d'evaluation de valeur nominale des ...
88     obligations gouvernementales
89 Obligations_GOV_t_plus.FV( 1 , id_GOV ) = ...
90     Obligations_GOV_t_plus.MV( 1 , id_GOV ) / ( ...
91     Obligations_GOV_t_plus.TC( 1 , 1:id_GOV ) * ...
92     ZERO_OBLIG( 1 , 1:id_GOV )' + ZERO_OBLIG( 1 , ...
93     id_GOV ) );
94 %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
95     corporatives dans les tables
96 Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , id_CORPO ) = ...
97     INPUTS_MODEL.PoidsOblig * 0.5 * ...
98     Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
99 Obligations_CORPO_t_plus.MV( 1 , id_CORPO ) = ...
100    Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , id_CORPO );
101 %Boucle d'evaluation de valeur nominale des ...
102    obligations corporatives
103 Obligations_CORPO_t_plus.FV( 1 , id_CORPO ) = ...
104    Obligations_CORPO_t_plus.MV( 1 , id_CORPO ) / ( ...
105    Obligations_CORPO_t_plus.TC( 1 , 1:id_CORPO ) * ...
106    ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , 1:id_CORPO )' + ...
107    ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , id_CORPO ) );
108 % Strategies d'investissement 4
109 elseif INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 4;
110     %Calculer la duree ponderee du portefeuille de polices
111     Duree_Dette = nansum( Polices_t_plus.Maturite( 1 , : ) ...
112         .* ( Polices_t_plus.BV_p( 1 , : ) / nansum( ...
113             Polices_t_plus.BV_p( 1 , : ) .* not( isnan( ...
114                 Polices_t_plus.BV_p( 1 , : ) ) ) ) ) );
115     %Assembler les durees des obligations disponibles

```

```

91     Durees_Actifs = [ Obligations_GOV_t_plus.Duree( 1 , : ...
92         ) Obligations_CORPO_t_plus.Duree( 1 , : ) ];
93     %Fixer les bornes inferieures et superieures de poids ...
94     par obligation
95     lb = zeros( 1 , size( INPUTS_MODEL.wb , 2 ) );
96     ub = 0.2 * ones( 1 , size( INPUTS_MODEL.wb , 2 ) );
97     %Etablir les contraintes d'egalite
98     Aeq = ones( 1 , size( INPUTS_MODEL.wb , 2 ) );
99     beq = INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
100    %Desactiver le rapport du solveur et les alertes
101    OPTIONS_FMINCON = optimoptions( 'fmincon' , 'Display' ...
102        , 'off' );
103    warning( 'off' , 'all' );
104    %Optimiser le portefeuille d'obligation
105    Poids_Obligs( 1 , : ) = fmincon( @( Poids ...
106        )Ecart_Duree_PF( Poids , Durees_Actifs , ...
107        Duree_Dette ) , INPUTS_MODEL.wb , [] , [] , Aeq , ...
108        beq , lb , ub , [] , OPTIONS_FMINCON );
109    %Reactiver les alertes
110    warning( 'on' , 'all' );
111    %Eliminer les variables temporaires liees au solveur
112    clear Duree_Dette Durees_Actifs lb ub Aeq beq ...
113        OPTIONS_FMINCON;
114    %Utiliser les poids de base en cas d'erreur du solveur
115    if sum( Poids_Obligs( 1 , : ) ) ≠ INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
116        Poids_Obligs( 1 , : ) = INPUTS_MODEL.wb;
117    end
118    %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
119    gouvernementales dans les tables
120    Obligations_GOV_t_plus.BV( 1 , : ) = Poids_Obligs( 1 , ...
121        1:INPUTS_MODEL.NG ) * Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
122    Obligations_GOV_t_plus.MV( 1 , : ) = ...
123        Obligations_GOV_t_plus.BV( 1 , : );
124    %Boucle d'evaluation de valeur nominale des ...
125    obligations gouvernementales
126    for b = 1:INPUTS_MODEL.NG;
127        Obligations_GOV_t_plus.FV( 1 , b ) = ...
128            Obligations_GOV_t_plus.MV( 1 , b ) / ( ...
129            Obligations_GOV_t_plus.TC( 1 , 1:b ) * ...
130            ZERO_OBLIG( 1 , 1:b )' + ZERO_OBLIG( 1 , b ) );
131    end
132    %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
133    corporatives dans les tables
134    Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , : ) = Poids_Obligs( 1 ...

```

```

    , INPUTS_MODEL.NG + 1:INPUTS_MODEL.NG + ...
    INPUTS_MODEL.NB ) * Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
120 Obligations_CORPO_t_plus.MV( 1 , : ) = ...
    Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , : );
121 %Boucle d'evaluation de valeur nominale des ...
    obligations corporatives
122 for b = 1:INPUTS_MODEL.NB;
123     Obligations_CORPO_t_plus.FV( 1 , b ) = ...
        Obligations_CORPO_t_plus.MV( 1 , b ) / ( ...
        Obligations_CORPO_t_plus.TC( 1 , 1:b ) * ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , 1:b )' + ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , b ) );
124     end
125     clear b;
126 end
127 %Mettre a jour les informations sur les actions dans les ...
    tables
128 Actions_t_plus.BV( 1 , : ) = INPUTS_MODEL.ws( ...
    1:INPUTS_MODEL.NS ) * Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 );
129 Actions_t_plus.MV( 1 , : ) = Actions_t_plus.BV( 1 , : );
130
131 %Fin du reinvestissement
132
133 %Evaluer le ratio de solvabilite MMRPCE
134 Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Courant( 1 ) = ...
    Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres( 1 ) / ( nansum( ...
    Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , : ) ) * ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.MMRPCE.Risque_Credit + nansum( ...
    Actions_t_plus.BV( 1 , : ) ) ...
    *INPUTS_MODEL.BSIF.MMRPCE.Risque_Marche + ...
    Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( 1 ) * ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.MMRPCE.Risque_Assurance + ...
    Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 ) * ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.MMRPCE.Risque_Taux + ...
    Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 ) * ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.MMRPCE.Risque_Change );
135 %Initer le ratio de solvabilite TSA
136 Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( 1 ) = 0;
137 %Boucle d'evaluation de la partie credit du ratio de ...
    solvabilite TSA
138 for b = 1:INPUTS_MODEL.NB;
139     if Obligations_CORPO_t_plus.Duree( 1 , b ) > ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 1 , end );
140     Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( 1 ) = ...

```

```

Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( 1 ) + ...
Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , b ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 2 , end );
141 else
142     Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( 1 ) = ...
        Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( 1 ) + ...
        Obligations_CORPO_t_plus.BV( 1 , b ) * ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 2 , find( ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 1 , : ) ≥ ...
        Obligations_CORPO_t_plus.Duree( 1 , b ) , 1 , ...
        'first' ) );
143     end
144 end
145 %Evaluer le ratio de solvabilite TSA
146 Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( 1 ) = ...
        Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres( 1 ) / ( ...
        Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( 1 ) * ( ...
        1+INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + nansum( ...
        Actions_t_plus.BV( 1 , : ) .* ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Marche ) * ( ...
        1+INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ( ...
        Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( 1 ) * ( ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Assurance + ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_Assurance ) ) * ( ...
        1+INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ...
        Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 ) * ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Taux * ( ...
        1+INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ...
        Bilan_BV_t_plus.Actifs( 1 ) * ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Change * ( ...
        1+INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ...
        INPUTS_MODEL.Pi * INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_Volume );
147 end

```

```

1 function [ Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , ...
    Obligations_GOV_t_minus , Obligations_CORPO_t_minus , ...
    Actions_t_minus , Polices_t_minus , ...
    Bilan_BV_t_plus , Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus ...
    , Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , ...
    Polices_t_plus , Rendements_et_FCF , Ratio_Solvabilite , ...
    Croissance_Volume , Poids_Obligs ] = Developpement ( t , n ...
    , INPUTS_MODEL , Bilan_BV_t_minus , Bilan_MV_t_minus , ...
    Obligations_GOV_t_minus , Obligations_CORPO_t_minus , ...

```

```

    Actions_t_minus , Polices_t_minus , Bilan_BV_t_plus , ...
    Bilan_MV_t_plus , Obligations_GOV_t_plus , ...
    Obligations_CORPO_t_plus , Actions_t_plus , Polices_t_plus ...
    , Rendements_et_FCF , Ratio_Solvabilite , Croissance_Volume ...
    , Poids_Obligs , ZERO_TAUX , ZERO_OBLIG , ZERO_OBLIG_CREDIT ...
    , HISTO_ACTIONS , HISTO_RE , DefaultProb , ...
    Ponderation_Stocks , SWITCH )
2 %Fonction de developpement de la compagnie sur une periode.
3
4 %Mettre a jour les inforamtions sur les obligations ...
    gouvernementales en fonction de l'evolution sur la periode
5 Obligations_GOV_t_minus.TC( t+1 , : ) = ...
    Obligations_GOV_t_plus.TC( t , : );
6 Obligations_GOV_t_minus.Maturite( t+1 , : ) = ...
    Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t , : )-1;
7 Obligations_GOV_t_minus.Depreciation( t+1 , : ) = ( ...
    Obligations_GOV_t_plus.BV( t , : ) - ...
    Obligations_GOV_t_plus.FV( t , : ) ) ./ ...
    Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t , : );
8 Obligations_GOV_t_minus.BV( t+1 , : ) = ...
    Obligations_GOV_t_plus.BV( t , : ) - ...
    Obligations_GOV_t_minus.Depreciation( t+1 , : );
9 Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , : ) = ...
    Obligations_GOV_t_plus.FV( t , : );
10 Obligations_GOV_t_minus.MV( t+1 , 1 ) = ...
    Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , 1 );
11 %Evaluer la valeur au marche des obligations en fonction ...
    des taux sur le marche
12 for b = 2:INPUTS_MODEL.NG;
13     Obligations_GOV_t_minus.MV( t+1 , b ) = nansum( ...
        Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , b ) * ...
        Obligations_GOV_t_minus.TC( t+1 , b ) * ZERO_OBLIG( ...
        t+1 , 1:Obligations_GOV_t_minus.Maturite( t+1 , b ) ...
        , n ) ) + Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , b ) * ...
        ZERO_OBLIG( t+1 , Obligations_GOV_t_minus.Maturite( ...
        t+1 , b ) , n );
14     end
15     clear b;
16 %Mettre a jour les inforamtions sur les obligations ...
    corporative en fonction de l'evolution sur la periode
17 Obligations_CORPO_t_minus.TC( t+1 , : ) = ...
    Obligations_CORPO_t_plus.TC( t , : );
18 Obligations_CORPO_t_minus.Maturite( t+1 , : ) = ...
    Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t , : ) - 1;

```

```

19 Obligations_CORPO_t_minus.Depreciation( t+1 , : ) = ( ( ...
    Obligations_CORPO_t_plus.BV( t , : ) - ...
    Obligations_CORPO_t_plus.FV( t , : ) ) ./ ...
    Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t , : ) ) * ( ...
    1-DefaultProb( t+1 , n ) );
20 Obligations_CORPO_t_minus.BV( t+1 , : ) = ...
    Obligations_CORPO_t_plus.BV( t , : ) * ( 1-DefaultProb( ...
    t+1 , n ) ) - Obligations_CORPO_t_minus.Depreciation( ...
    t+1 , : );
21 Obligations_CORPO_t_minus.FV( t+1 , : ) = ...
    Obligations_CORPO_t_plus.FV( t , : ) * ( 1-DefaultProb( ...
    t+1 , n ) );
22 Obligations_CORPO_t_minus.MV( t+1 , 1 ) = ...
    Obligations_CORPO_t_minus.FV( t+1 , 1 );
23 %Evaluer la valeur au marche des obligations en fonction ...
    des taux sur le marche
24 for b = 2:INPUTS_MODEL.NB;
25     Obligations_CORPO_t_minus.MV( t+1 , b ) = nansum( ...
        Obligations_CORPO_t_minus.FV( t+1 , b ) * ...
        Obligations_CORPO_t_minus.TC( t+1 , b ) * ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , ...
        1:Obligations_CORPO_t_minus.Maturite( t+1 , b ) , n ...
        ) ) + Obligations_CORPO_t_minus.FV( t+1 , b ) * ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , ...
        Obligations_CORPO_t_minus.Maturite( t+1 , b ) , n );
26 end
27 clear b;
28 if SWITCH == 1;
29     %Evaluer la valeur des actions incluant la partie ...
        dividende
30     Actions_t_minus.PRO( t+1 , : ) = Actions_t_plus.MV( t ...
        , : ).*( 1+log( HISTO_ACTIONS( t+1 , : ) ./ ...
        HISTO_ACTIONS( t , : ) ) );
31 else
32     %Evaluer la valeur des actions incluant la partie ...
        dividende
33     Actions_t_minus.PRO( t+1 , : ) = [ Actions_t_plus.MV( ...
        t , 1 ) .* ( 1+log( HISTO_ACTIONS( t+1 , n ) ./ ...
        HISTO_ACTIONS( t , n ) ) ) Actions_t_plus.MV( t , 2 ...
        ) .* ( 1+log( HISTO_RE( t+1 , n ) ./ HISTO_RE( t , ...
        n ) ) ) ];
34 end
35 %Evaluer la valeur aux livre et la valeur au marche des ...
    actions

```

```

36     for s = 1:INPUTS_MODEL.NS;
37         %Cas ou l'indice a cru sur la periode et une partie ...
           des gains est versee sous forme de dividende
38         if Actions_t_minus.PRO( t+1 , s ) > Actions_t_plus.MV( ...
           t , s );
39             Actions_t_minus.MV( t+1 , s ) = Actions_t_plus.MV( ...
           t , s ) + (1 - INPUTS_MODEL.gamma( s ) ) .* ( ...
           Actions_t_minus.PRO( t+1 , s ) - ...
           Actions_t_plus.MV( t , s ) );
40         %Cas ou l'indice a baisse sur la periode
41         else
42             Actions_t_minus.MV( t+1 , s ) = ...
           Actions_t_minus.PRO( t+1 , s );
43         end
44         %La valeur au livre ne change que s'il y a une baisse ...
           de la valeur marchande
45         Actions_t_minus.BV( t+1 , s ) = min( ...
           Actions_t_minus.MV( t+1 , s ) , Actions_t_plus.BV( ...
           t , s ) );
46     end
47     clear s;
48     %Evaluer l'encaisse recue des actifs (MV=BV)
49     Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 ) = ...
           Bilan_BV_t_plus.Actifs_CASH( t ) + nansum( ...
           Obligations_GOV_t_plus.FV( t , : ) .* ...
           Obligations_GOV_t_plus.TC( t , : ) ) + nansum( ...
           Obligations_CORPO_t_plus.FV( t , : ) .* ...
           Obligations_CORPO_t_plus.TC( t , : ) ) + nansum( max( 0 ...
           , INPUTS_MODEL.gamma .* ( Actions_t_minus.PRO( t+1 , : ...
           ) - Actions_t_plus.MV( t , : ) ) ) ) + nansum( ...
           Obligations_CORPO_t_plus.FV( t , : ) * DefaultProb( t+1 ...
           , n ) * INPUTS_MODEL.Delta ) + max( 0 , ...
           Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , 1 ) + ...
           Obligations_CORPO_t_minus.FV( t+1 , 1 ) );
50     Bilan_MV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 ) = ...
           Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 );
51     %Mettre a jour la valeur des actifs
52     Bilan_BV_t_minus.Actifs( t+1 ) = nansum( ...
           Obligations_GOV_t_minus.BV( t+1 , 2:end ) ) + nansum( ...
           Obligations_CORPO_t_minus.BV( t+1 , 2:end ) ) + nansum( ...
           Actions_t_minus.BV( t+1 , : ) ) + ...
           Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 );
53     Bilan_MV_t_minus.Actifs( t+1 ) = nansum( ...
           Obligations_GOV_t_minus.MV( t+1 , 2:end ) ) + nansum( ...

```

```

    Obligations_CORPO_t_minus.MV( t+1 , 2:end ) ) + nansum( ...
    Actions_t_minus.MV( t+1 , : ) ) + ...
    Bilan_MV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 );
54 %Calculer les rendements des actifs
55 Rendements_et_FCF.Ra( t+1 ) = Obligations_GOV_t_plus.FV( t ...
    , : ) * Obligations_GOV_t_plus.TC( t , : )' + ...
    Obligations_CORPO_t_plus.FV( t , : ) * ...
    Obligations_CORPO_t_plus.TC ( t , : )' + nansum( max( 0 ...
    , INPUTS_MODEL.gamma .* ( Actions_t_minus.PRO( t+1 , : ...
    ) - Actions_t_plus.MV( t , : ) ) ) ) - nansum( ...
    Obligations_GOV_t_minus.Depreciation( t+1 , : ) ) - ...
    nansum( Obligations_CORPO_t_minus.Depreciation( t+1 , : ...
    ) ) + INPUTS_MODEL.rq * Bilan_BV_t_plus.Actifs( t );
56 %Calculer les rendements sur actif en pourcentage de la ...
    valeur des actifs avant la periode
57 Rendements_et_FCF.Ra_PRCT( t+1 ) = Rendements_et_FCF.Ra( ...
    t+1 ) / Bilan_BV_t_plus.Actifs( t );
58 %Attribuer les rendements aux polices selon leur ...
    proportion de la valeur aux livres
59 Polices_t_minus.Ria( t+1 , : ) = Rendements_et_FCF.Ra( t+1 ...
    ) * Polices_t_plus.BV_p( t , : ) / ...
    Bilan_BV_t_plus.Actifs( t );
60 %Boucle de calcul des rendements minimaux attribues aux ...
    polices
61 for i = 1:INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
62     %Cas ou les rendements sont inferieur aux rendements ...
        garantis minimaux sur la police
63     if ( INPUTS_MODEL.RG * Polices_t_minus.Ria( t+1 , i ) <= ...
        Polices_t_plus.BV_p( t , i ) * Polices_t_plus.ri( ...
        t , i ) && isnan( Polices_t_plus.BV_p( t , i ) ) == 0 );
64         Polices_t_minus.rig( t+1 , i ) = ...
            Polices_t_plus.ri( t , i ) + INPUTS_MODEL.rq;
65     %Cas ou les rendements dépassent les promesses
66     elseif ( INPUTS_MODEL.RG * Polices_t_minus.Ria( t+1 , ...
        i ) > Polices_t_plus.BV_p( t , i ) * ...
        Polices_t_plus.ri( t , i ) && isnan( ...
        Polices_t_plus.BV_p( t , i ) ) == 0 );
67         Polices_t_minus.rig( t+1 , i ) =INPUTS_MODEL.RG * ...
            ( Polices_t_minus.Ria( t+1 , i ) / ...
            Polices_t_plus.BV_p( t , i ) );
68     end
69 end
70 clear i;
71 %Mettre a jour les informations sur les polices

```

```

72     Polices_t_minus.BV_g( t+1 , : ) = Polices_t_plus.BV_p( t , ...
       : ) .* ( 1 + Polices_t_minus.rig( t+1 , : ) );
73     Polices_t_minus.ri( t+1 , : ) = Polices_t_plus.ri( t , : );
74     Polices_t_minus.Maturite( t+1 , : ) = ...
       Polices_t_plus.Maturite( t , : )-1;
75     Polices_t_minus.Croissance( t+1 , : ) = ...
       Polices_t_plus.Croissance( t , : );
76     %Evaluer les reserves cachees attribuees au detenteur de ...
       la police arrivant a echeance (si il y a lieu)
77     if ( Bilan_MV_t_minus.Actifs( t+1 ) > ...
       Bilan_BV_t_minus.Actifs( t+1 ) && isnan( ...
       Polices_t_minus.BV_g( t+1 , 1 ) ) == 0 );
78         Rendements_et_FCF.HRph( t+1 ) = Polices_t_minus.BV_g( ...
       t+1 , 1 ) * ( Bilan_MV_t_minus.Actifs( t+1 ) - ...
       Bilan_BV_t_minus.Actifs( t+1 ) ) * INPUTS_MODEL.HRD ...
       / nansum( Polices_t_minus.BV_g( t+1 , : ) ) ;
79     else
80         Rendements_et_FCF.HRph( t+1 ) = 0;
81     end
82     %Calculer la valeur minimale aux livres de la dette
83     Bilan_BV_t_minus.Dettes_g( t+1 ) = nansum( ...
       Polices_t_minus.BV_g( t+1 , : ) ) + ...
       Rendements_et_FCF.HRph( t+1 );
84     %Calculer les rendements minimaux de attribuees aux ...
       detenteurs des polices sur la periode
85     Rendements_et_FCF.Rphg( t+1 ) = Bilan_BV_t_minus.Dettes_g( ...
       t+1 ) - Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( t );
86     %Cas ou les rendements sont suffisants pour couvrir les ...
       rendements minimaux sur les polices
87     if Rendements_et_FCF.Ra( t+1 ) > Rendements_et_FCF.Rphg( t+1 );
88         %Calculer les gains distribues aux actionnaires
89         Rendements_et_FCF.Rsh( t+1 ) = min( ...
       Rendements_et_FCF.Ra( t+1 ) - ...
       Rendements_et_FCF.Rphg( t+1 ) , INPUTS_MODEL.psi * ...
       ( Rendements_et_FCF.Ra( t+1 ) ) );
90         %Calculer les gains additionnels distribues aux ...
       detenteurs de polices
91         Rendements_et_FCF.Rphp( t+1 ) = INPUTS_MODEL.zeta * ( ...
       ( Rendements_et_FCF.Ra( t+1 ) - ...
       Rendements_et_FCF.Rphg( t+1 ) - ...
       Rendements_et_FCF.Rsh( t+1 ) ) );
92     %Cas ou les rendements ne sont pas suffisants pour couvrir ...
       les rendements minimaux sur les polices
93     else

```

```

94     %Calculer les gains distribues aux actionnaires
95     Rendements_et_FCF.Rsh( t+1 ) = 0;
96     %Calculer les gains additionnels distribues aux ...
          detenteurs de polices
97     Rendements_et_FCF.Rphp( t+1 ) = 0;
98     %Evaluer la valeur aux livres actuelle des polices
99     Polices_t_minus.BV_p( t+1 , : ) = ...
          Polices_t_minus.BV_g( t+1 , : );
100    %Evaluer la valeur aux livres actuelle de la dette
101    Bilan_BV_t_minus.Dettes_p( t+1 ) = ...
          Bilan_BV_t_minus.Dettes_g( t+1 );
102    end
103    %Evaluer la valeur aux livre des capitaux propres
104    Bilan_BV_t_minus.CapitauxPropres( t+1 ) = ...
          Bilan_BV_t_plus.CapitauxPropres( t ) + ...
          Rendements_et_FCF.Rsh( t+1 );
105    %Evaluer la valeur aux livres du compte de capital tampon
106    Bilan_BV_t_minus.CapitalTampon( t+1 ) = max( 0 , ...
          Bilan_BV_t_minus.Actifs( t+1 ) - ...
          Bilan_BV_t_minus.Dettes_p( t+1 ) - ...
          Bilan_BV_t_minus.CapitauxPropres( t+1 ) );
107    %Boucle d'evaluation de la valeur marchande des polices
108    for i = 1:INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
109        %Cas ou la polices existe et n'arrive pas a maturite
110        if ( isnan( Polices_t_minus.BV_p( t+1 , i ) ) == 0 && ...
          Polices_t_minus.Maturite( t+1 , i ) ≠ 0 );
111            Polices_t_minus.MV( t+1 , i ) = ...
          Polices_t_minus.BV_p( t+1 , i ) * ZERO_OBLIG( ...
          t+1 , Polices_t_minus.Maturite( t+1 , i ) , n ) ...
          * ( 1+INPUTS_MODEL.chi ) / GetPrixZC( ...
          Polices_t_minus.ri( t+1 , i ) , 0 , ...
          Polices_t_minus.Maturite( t+1 , i ) );
112        %Cas ou la polices existe et arrive a maturite
113        elseif ( isnan(Polices_t_minus.BV_p( t+1 , i ) ) == 0 ...
          && Polices_t_minus.Maturite( t+1 , i ) == 0 );
114            Polices_t_minus.MV( t+1 , i ) = ...
          Polices_t_minus.BV_p( t+1 , i );
115        end
116    end
117    clear i;
118    %Evaluer la valeur marchande de la dette et des capitaux ...
          propres
119    Bilan_MV_t_minus.Dettes( t+1 ) = nansum( ...
          Polices_t_minus.MV( t+1 , : ) );

```

```

120   Bilan_MV_t_minus.CapitauxPropres( t+1 ) = ...
        Bilan_MV_t_minus.Actifs( t+1 ) - ...
        Bilan_MV_t_minus.Dettes( t+1 );
121   %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
        gouvernementales toujours en vie
122   Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_GOV_t_minus.TC( t+1 , 2:end );
123   Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_GOV_t_minus.Maturite( t+1 , 2:end );
124   Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_GOV_t_minus.MV( t+1 , 2:end );
125   Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_GOV_t_minus.BV( t+1 , 2:end );
126   Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , 2:end );
127   %Mettre a jour les informations sur les obligations ...
        corporatives toujours en vie
128   Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_CORPO_t_minus.TC( t+1 , 2:end );
129   Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_CORPO_t_minus.Maturite( t+1 , 2:end );
130   Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_CORPO_t_minus.MV( t+1 , 2:end );
131   Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_CORPO_t_minus.BV( t+1 , 2:end );
132   Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Obligations_CORPO_t_minus.FV( t+1 , 2:end );
133   %Mettre a jour les informations sur les indices du type action
134   Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) = Actions_t_minus.MV( t+1 , : );
135   Actions_t_plus.BV( t+1 , : ) = Actions_t_minus.BV( t+1 , : );
136   %Preparer l'arrivee de la nouvelle obligation ...
        gouvernementale disponible sur le marche
137   Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , end ) = 0;
138   Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , end ) = 0;
139   Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , end ) = 0;
140   %Preparer l'arrivee de la nouvelle obligation corporatives ...
        disponible sur le marche
141   Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , end ) = 0;
142   Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , end ) = 0;
143   Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , end ) = 0;
144   %Mettre a jour des informations sur les polices et la dette
145   Polices_t_plus.BV_g( t+1 , 1:end-1 ) = ...
        Polices_t_minus.BV_g( t+1 , 2:end ) + INPUTS_MODEL.Pi * ...
        Polices_t_minus.Croissance( t+1 , 2:end );

```

```

146 Polices_t_plus.BV_p( t+1 , 1:end-1 ) = ...
      Polices_t_minus.BV_p( t+1 , 2:end ) + INPUTS_MODEL.Pi * ...
      Polices_t_minus.Croissance( t+1 , 2:end );
147 Polices_t_plus.ri( t+1 , 1:end-1 ) = Polices_t_minus.ri( ...
      t+1 , 2:end );
148 Polices_t_plus.Maturite( t+1 , 1:end-1 ) = ...
      Polices_t_minus.Maturite( t+1 , 2:end );
149 Polices_t_plus.Croissance( t+1 , 1:end-1 ) = ...
      Polices_t_minus.Croissance( t+1 , 2:end );
150 Polices_t_plus.BV_g( t+1 , end ) = INPUTS_MODEL.Pi * ...
      Croissance_Volume( t+1 );
151 Polices_t_plus.BV_p( t+1 , end ) = INPUTS_MODEL.Pi * ...
      Croissance_Volume( t+1 );
152 Polices_t_plus.ri( t+1 , end ) = INPUTS_MODEL.MG * ...
      ZERO_TAUX( t+1 , 10 , n );
153 Polices_t_plus.Maturite( t+1 , end ) = ...
      INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
154 Polices_t_plus.Croissance( t+1 , end ) = ...
      Croissance_Volume( t+1 );
155 Bilan_BV_t_plus.Dettes_g( t+1 ) = ...
      Bilan_BV_t_minus.Dettes_g( t+1 ) + ( INPUTS_MODEL.Pi * ...
      sum( not( isnan( Polices_t_plus.BV_g( t+1 , : ) ) ) ) ) ...
      - max( 0 , Polices_t_minus.BV_g( t+1 , 1 ) );
156 Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( t+1 ) = ...
      Bilan_BV_t_minus.Dettes_p( t+1 ) + ( INPUTS_MODEL.Pi * ...
      sum( not( isnan( Polices_t_plus.BV_g( t+1 , : ) ) ) ) ) ...
      - max( 0 , Polices_t_minus.BV_p ( t+1 , 1 ) );
157 %Boucle d'evaluation de la valeur marchande des polices
158 for i = 1:INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
159     if isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) ) == 0;
160         Polices_t_plus.MV( t+1 , i ) = ...
            Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) * ZERO_OBLIG( ...
            t+1 , Polices_t_plus.Maturite( t+1 , i ) , n ) * ...
            ( 1+INPUTS_MODEL.chi ) / GetPrixZC( ...
            Polices_t_plus.ri( t+1 , i ) , 0 , ...
            Polices_t_plus.Maturite( t+1 , i ) );
161     end
162 end
163 clear i;
164 %Mettre a jour la valeur marchande de la dette
165 Bilan_MV_t_plus.Dettes( t+1 ) = Bilan_MV_t_minus.Dettes( ...
      t+1 ) + ( INPUTS_MODEL.Pi * nansum( ...
      Polices_t_plus.Croissance( t+1 , : ) .* not( isnan( ...
      Polices_t_plus.BV_g( t+1 , : ) ) ) ) ) - max( 0 , ...

```

```

    Polices_t_minus.MV( t+1 , 1 ) );
166  if SWITCH == 1;
167      %Determiner l'encaisse avec les nouvelles entrees
168      Bilan_BV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) = ...
          Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 ) - max( 0 , ( ...
          Polices_t_minus.BV_p( t+1 , 1 ) + ...
          Rendements_et_FCF.HRph( t+1 ) ) * not( isnan( ...
          Polices_t_minus.BV_p( t+1 , 1 ) ) ) ) + ( ...
          INPUTS_MODEL.Pi * nansum( ...
          Polices_t_plus.Croissance( t+1 , : ) .* not( isnan( ...
          Polices_t_plus.BV_g( t+1 , : ) ) ) ) ) * ...
          INPUTS_MODEL.RAP - ...
          Bilan_BV_t_minus.CapitauxPropres( t+1 ) * ...
          INPUTS_MODEL.DIV;
169  else
170      %Determiner l'encaisse avec les nouvelles entrees
171      Bilan_BV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) = ...
          Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 ) - max( 0 , ( ...
          Polices_t_minus.BV_p( t+1 , 1 ) + ...
          Rendements_et_FCF.HRph( t+1 ) ) * not( isnan( ...
          Polices_t_minus.BV_p( t+1 , 1 ) ) ) ) + ( ...
          INPUTS_MODEL.Pi * nansum( ...
          Polices_t_plus.Croissance( t+1 , : ) .* not( isnan( ...
          Polices_t_plus.BV_g( t+1 , : ) ) ) ) ) - ...
          Bilan_BV_t_minus.CapitauxPropres( t+1 ) * ...
          INPUTS_MODEL.DIV;
172  end
173  Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) = ...
          Bilan_BV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 );
174  %Mettre a jour la valeur des actifs
175  Bilan_BV_t_plus.Actifs( t+1 ) = nansum( ...
          Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , : ) ) + nansum( ...
          Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , : ) ) + nansum( ...
          Actions_t_plus.BV( t+1 , : ) ) + ...
          Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) - ...
          Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 );
176  Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) = nansum( ...
          Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : ) ) + nansum( ...
          Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) ) + nansum( ...
          Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) ) + ...
          Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) - ...
          Bilan_BV_t_minus.Actifs_CASH( t+1 );
177  %Mettre a jour la valeur du capital tampon et des capitaux ...
          propres

```

```

178     Bilan_BV_t_plus.CapitalTampon( t+1 ) = ...
        Bilan_BV_t_minus.CapitalTampon( t+1 );
179     Bilan_BV_t_plus.CapitauxPropres( t+1 ) = ...
        Bilan_BV_t_plus.Actifs( t+1 ) - ...
        Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( t+1 ) - ...
        Bilan_BV_t_plus.CapitalTampon( t+1 );
180     Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres( t+1 ) = ...
        Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) - Bilan_MV_t_plus.Dettes( ...
        t+1 );
181     %Enregistrer les taux de coupons et les maturites des ...
        obligations gouvernementales
182     Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , end ) = INPUTS_MODEL.TC;
183     Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , end ) = ...
        INPUTS_MODEL.NG;
184     %Calcul de la duree des obligations gouvernementales
185     for b=1:INPUTS_MODEL.NG;
186         Obligations_GOV_t_plus.Duree( t+1 , b ) = ( ( ...
            Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , b ) * ( ...
            1:Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ) ) * ...
            ZERO_OBLIG( t+1 , ( ...
            1:Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ) , n ...
            )' + Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ...
            *ZERO_OBLIG( t+1 , Obligations_GOV_t_plus.Maturite( ...
            t+1 , b ) , n ) ) / ( ( Obligations_GOV_t_plus.TC( ...
            t+1 , b ) * ones( 1 , ...
            Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ) ) * ...
            ZERO_OBLIG( t+1 , ( ...
            1:Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ) , n ...
            )' + ZERO_OBLIG( t+1 , ...
            Obligations_GOV_t_plus.Maturite( t+1 , b ) , n ) );
187     end
188     %Enregistrer les taux de coupons et les maturites des ...
        obligations corporatives
189     Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , end ) = INPUTS_MODEL.TC;
190     Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , end ) = ...
        INPUTS_MODEL.NB;
191     %Calcul de la duree des obligations corporatives
192     for b=1:INPUTS_MODEL.NB;
193         Obligations_CORPO_t_plus.Duree( t+1 , b ) = ( ( ...
            Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , b ) * ( ...
            1:Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ) ) ...
            * ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , ( ...
            1:Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ) , ...
            n )' + Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ...

```

```

        * ZERO_OBLIG_CREDIT( 1 , ...
        Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , b ) , n ) ...
        ) / ( ( Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , b ) * ...
        ones( 1 , Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , ...
        b ) ) ) * ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , ( ...
        1:Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , b ) ) , ...
        n )' + ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , ...
        Obligations_CORPO_t_plus.Maturite( t+1 , b ) , n ) );
194     end
195     if SWITCH == 1;
196         %Calculer les poids de base en fonction du partage ...
            obligation action sur l'annee simulee
197         Poids_Oblig = INPUTS_MODEL.wb;
198         Poids_Stocks = INPUTS_MODEL.ws;
199     else
200         %Calculer les poids de base en fonction du partage ...
            obligation action sur l'annee simulee
201         Poids_Oblig = ones( 1 , INPUTS_MODEL.NG + ...
            INPUTS_MODEL.NB ) * ( 1 - Ponderation_Stocks ) / ( ...
            INPUTS_MODEL.NG + INPUTS_MODEL.NB );
202         Poids_Stocks = ones( 1 , INPUTS_MODEL.NS ) * ...
            Ponderation_Stocks / INPUTS_MODEL.NS;
203     end
204
205     %Reinvestir les actifs libres dans les produits financiers ...
        disponibles
206
207         %Strategie d'investissement 1
208     if INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 1;
209         %Investir dans les obligations gouvernementales
210         Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...
            Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : ) + ...
            Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) .* ...
            Poids_Oblig( 1:INPUTS_MODEL.NG );
211         Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
            Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , : ) + ...
            Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) .* ...
            Poids_Oblig( 1:INPUTS_MODEL.NG );
212         Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , end ) = ...
            Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , end ) / ( ...
            Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , ...
            1:size(Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , end ) , ...
            2 ) ) * ZERO_OBLIG( t+1 , 1:size( ...
            Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , end ) , 2 ) , n ...

```

```

) ' + ZERO_OBLIG( t+1 , size( ...
Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , end ) , 2 ) , n ...
) );
213 %Boucle de calcul des nouvelles valeurs nominales ...
des obligations gouvernementales
214 for b = 1:INPUTS_MODEL.NG-1;
215 Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , b ) = ...
Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , b+1 ) + ( ...
Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) .* ...
Poids_Oblig( b ) ) / ( ...
Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , 1:b ) * ...
ZERO_OBLIG( t+1 , 1:b , n )' + ZERO_OBLIG( ...
t+1 , b , n ) );
216 end
217 clear b;
218 %Investir dans les obligations corporatives
219 Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...
Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) + ...
Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) .* ...
Poids_Oblig( INPUTS_MODEL.NG+1:INPUTS_MODEL.NG ...
+ INPUTS_MODEL.NB );
220 Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , : ) + ...
Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) .* ...
Poids_Oblig( INPUTS_MODEL.NG+1:INPUTS_MODEL.NG ...
+ INPUTS_MODEL.NB );
221 Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , end ) = ...
Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , end ) / ( ...
Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , 1:size( ...
Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , end ) , 2 ) ...
) * ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , 1:size( ...
Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , end ) , 2 ) ...
, n )' + ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , size( ...
Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , end ) , 2 ) ...
, n ) );
222 %Boucle de calcul des nouvelles valeurs nominales ...
des obligations corporatives
223 for b = 1:INPUTS_MODEL.NB-1;
224 Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , b ) = ...
Obligations_CORPO_t_minus.FV( t+1 , b+1 ) + ...
( Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) .* ...
Poids_Oblig( b+INPUTS_MODEL.NG ) ) / ( ...
Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , 1:b ) * ...
ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , 1:b , n )' + ...

```

```

                                ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , b , n ) );
225     end
226     clear b;
227     %Investir dans les indices du type action
228     Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) = Actions_t_plus.MV( ...
                                t+1 , : ) + Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) ...
                                .* Poids_Stocks;
229     Actions_t_plus.BV( t+1 , : ) = Actions_t_plus.BV( ...
                                t+1 , : ) + Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) ...
                                .* Poids_Stocks;
230     %Strategie d'investissement 2
231     elseif INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 2;
232         %Enregistrer temporairement la valeur des ...
                                obligations avant l'investissement
233         Obligations_GOV_t_plus_MV_Tempo = ...
                                Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : );
234         Obligations_GOV_t_plus_BV_Tempo = ...
                                Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , : );
235         %Investir dans les obligations gouvernementales
236         Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...
                                Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) .* Poids_Oblig( ...
                                1:INPUTS_MODEL.NG );
237         Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
                                Obligations_GOV_t_plus_BV_Tempo + ...
                                Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : ) - ...
                                Obligations_GOV_t_plus_MV_Tempo;
238         %Boucle de calcul des nouvelles valeurs nominales ...
                                des obligations gouvernementales
239         for b = 1:INPUTS_MODEL.NG;
240             Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , b ) = ...
                                Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , b ) / ( ...
                                Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , 1:b ) * ...
                                ZERO_OBLIG( t+1 , 1:b , n )' + ZERO_OBLIG( ...
                                t+1 , b , n ) );
241         end
242         clear b;
243         %Enregistrer temporairement la valeur des ...
                                obligations avant l'investissement
244         Obligations_CORPO_t_plus_MV_Tempo = ...
                                Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : );
245         Obligations_CORPO_t_plus_BV_Tempo = ...
                                Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , : );
246         %Investir dans les obligations corporatives
247         Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...

```

```

        Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) .* Poids_Oblig( ...
        INPUTS_MODEL.NG+1:INPUTS_MODEL.NG+INPUTS_MODEL.NB ...
    );
248 Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
        Obligations_CORPO_t_plus_BV_Tempo + ...
        Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) - ...
        Obligations_CORPO_t_plus_MV_Tempo;
249 %Boucle de calcul des nouvelles valeurs nominales ...
        des obligations corporatives
250 for b = 1:INPUTS_MODEL.NB;
251     Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , b ) = ...
        Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , b ) / ( ...
        Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , 1:b ) * ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , 1:b , n )' + ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , b , n ) );
252 end
253 clear b;
254 %Enregistrer temporairement la valeur des indices ...
        action avant l'investissement
255 Actions_t_plus_MV_Tempo = Actions_t_plus.MV( t+1 , ...
        : );
256 Actions_t_plus_BV_Tempo = Actions_t_plus.BV( t+1 , ...
        : );
257 %Investir dans les indices du type action
258 Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...
        Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) .* Poids_Stocks;
259 Actions_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
        Actions_t_plus_BV_Tempo + Actions_t_plus.MV( ...
        t+1 , : ) - Actions_t_plus_MV_Tempo;
260 %Eliminer les variables temporaires
261 clear Obligations_GOV_t_plus_MV_Tempo ...
        Obligations_GOV_t_plus_BV_Tempo ...
        Obligations_CORPO_t_plus_MV_Tempo ...
        Obligations_CORPO_t_plus_BV_Tempo ...
        Actions_t_plus_MV_Tempo Actions_t_plus_BV_Tempo;
262 %Strategie d'investissement 3
263 elseif INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 3;
264     Ponderation_Stocks = 1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
265     %Boucle a travers les polices
266     for i = 1:INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
267         %Cas ou la police existe
268         if isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) ) == 0;
269             %Identifier les obligations avec la duree ...
                la plus proche

```

```

270     [ ~ , id_GOV ] = min( abs( ...
        Obligations_GOV_t_plus.Duree( t+1 , : ) ...
        - Polices_t_plus.Maturite( t+1 , i ) ) );
271     [ ~ , id_CORPO ] = min( abs( ...
        Obligations_CORPO_t_plus.Duree( t+1 , : ...
        ) - Polices_t_plus.Maturite( t+1 , i ) ...
        ) );
272     %Investir dans les obligations ...
        gouvernementales
273     Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , id_GOV ) ...
        = Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , ...
        id_GOV ) + Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( ...
        t+1 ) * ( 1-Ponderation_Stocks ) * 0.5 ...
        * Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) / ...
        nansum( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ) ...
        .* not( isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 ...
        , : ) ) ) );
274     Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , id_GOV ) ...
        = Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , ...
        id_GOV ) + Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( ...
        t+1 ) * ( 1-Ponderation_Stocks ) * 0.5 ...
        * Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) / ...
        nansum( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ) ...
        .* not( isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 ...
        , : ) ) ) );
275     if id_GOV == size( ...
        Obligations_GOV_t_plus.FV , 2 );
276     %Calculer les nouvelles valeurs nominales ...
        des obligations gouvernementales
277     Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , end ) = ...
        Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , end ) ...
        / ( Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , ...
        1:size( Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 ...
        , end ) , 2 ) ) * ZERO_OBLIG( t+1 , ...
        1:size( Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 ...
        , end ) , 2 ) , n )' + ZERO_OBLIG( t+1 ...
        , size( Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 ...
        , end ) , 2 ) , n ) );
278     else
279     %Calculer les nouvelles valeurs nominales ...
        des obligations gouvernementales
280     Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , id_GOV ) ...
        = Obligations_GOV_t_minus.FV( t+1 , ...
        id_GOV+1 ) + ( ...

```

```

Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) * ( ...
1-Ponderation_Stocks ) * 0.5 * ...
Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) / ...
nansum( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ) ...
.* not( isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 ...
, : ) ) ) ) / ( ...
Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , ...
1:id_GOV ) * ZERO_OBLIG( t+1 , 1:id_GOV ...
, n )' + ZERO_OBLIG( t+1 , id_GOV , n ) );
281 end
282 %Investir dans les obligations corporatives
283 Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , ...
id_CORPO ) = ...
Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , ...
id_CORPO ) + ...
Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) * ( ...
1-Ponderation_Stocks ) * 0.5 * ...
Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) / ...
nansum( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ) ...
.* not( isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 ...
, : ) ) ) );
284 Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , ...
id_CORPO ) = ...
Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , ...
id_CORPO ) + ...
Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) * ( ...
1-Ponderation_Stocks ) * 0.5 * ...
Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) / ...
nansum( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ) ...
.* not( isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 ...
, : ) ) ) );
285 %Calculer les nouvelles valeurs nominales ...
des obligations gouvernementales
286 Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , ...
id_CORPO ) = ...
Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , ...
id_CORPO ) + ( ...
Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) * ( ...
1-Ponderation_Stocks ) * 0.5 * ...
Polices_t_plus.BV_p( t+1 , i ) / ...
nansum( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ) ...
.* not( isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 ...
, : ) ) ) ) / ( ...
Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , ...

```

```

1: id_CORPO ) * ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , ...
1: id_CORPO , n )' + ZERO_OBLIG_CREDIT( ...
t+1 , id_CORPO , n ) );
287     end
288 end
289     %Investir dans les indices du type action
290     Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) = Actions_t_plus.MV( ...
        t+1 , : ) + Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) ...
        .* Poids_Stocks;
291     Actions_t_plus.BV( t+1 , : ) = Actions_t_plus.BV( ...
        t+1 , : ) + Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH( t+1 ) ...
        .* Poids_Stocks;
292 %Strategie d'investissement 4
293 elseif INPUTS_MODEL.OPTIONS.Strat_Inv == 4;
294     %Calculer la duree ponderee du portefeuille de ...
        polices
295     Duree_Dette = nansum( Polices_t_plus.Maturite( ...
        t+1 , : ) .* ( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ...
        ) / nansum( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ) ...
        .* not( isnan( Polices_t_plus.BV_p( t+1 , : ...
        ) ) ) ) ) );
296     %Assembler les durees des obligations disponibles
297     Durees_Actifs = [ ...
        Obligations_GOV_t_plus.Duree( t+1 , : ) ...
        Obligations_CORPO_t_plus.Duree( t+1 , : ) ];
298     %Fixer les contraintes
299     Aeq = ones( 1 , size( INPUTS_MODEL.wb , 2 ) );
300     if SWITCH == 1;
301         beq = INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
302     else
303         beq = 1-Ponderation_Stocks;
304     end
305     %Fixer les bornes inferieures et superieures ...
        de poids par obligation
306     lb = zeros( 1 , size( INPUTS_MODEL.wb , 2 ) );
307     ub = beq * ones( 1 , size( INPUTS_MODEL.wb , 2 ...
        ) );
308     %Desactiver le rapport du solveur et les alertes
309     OPTIONS_FMINCON = optimoptions( 'fmincon' , ...
        'Display' , 'off' );
310     warning( 'off' , 'all' )
311     %Optimiser le portefeuille d'obligation
312     Poids_Obligs( t+1 , : ) = fmincon( @ ( Poids ...
        )Ecart_Duree_PF( Poids , Durees_Actifs , ...

```

```

        Duree_Dette ), zeros( size( Poids_Oblig ) ...
        ), [], [], Aeq , beq , lb , ub , [], ...
        OPTIONS_FMINCON );
313 %Reactiver les alertes
314 warning( 'on' , 'all' );
315 %Eliminer les variables temporaires liees au ...
        solveur
316 clear Duree_Dette Durees_Actifs lb ub Aeq beq ...
        OPTIONS_FMINCON;
317 %Enregistrer temporairement la valeur des ...
        obligations avant l'investissement
318 Obligations_GOV_t_plus_MV_Tempo = ...
        Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : );
319 Obligations_GOV_t_plus_BV_Tempo = ...
        Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , : );
320 %Investir dans les obligations gouvernementales
321 Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...
        Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) .* ...
        Poids_Obligs( t+1 , 1:INPUTS_MODEL.NG );
322 Obligations_GOV_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
        Obligations_GOV_t_plus_BV_Tempo + ...
        Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , : ) - ...
        Obligations_GOV_t_plus_MV_Tempo;
323 %Boucle de calcul des nouvelles valeurs ...
        nominales des obligations gouvernementales
324 for b = 1:INPUTS_MODEL.NG;
325     Obligations_GOV_t_plus.FV( t+1 , b ) = ...
        Obligations_GOV_t_plus.MV( t+1 , b ) / ...
        ( Obligations_GOV_t_plus.TC( t+1 , 1:b ...
        ) * ZERO_OBLIG( t+1 , 1:b , n )' + ...
        ZERO_OBLIG( t+1 , b , n ) );
326 end
327 clear b;
328 %Enregistrer temporairement la valeur des ...
        obligations avant l'investissement
329 Obligations_CORPO_t_plus_MV_Tempo = ...
        Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : );
330 Obligations_CORPO_t_plus_BV_Tempo = ...
        Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , : );
331 %Investir dans les obligations corporatives
332 Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...
        Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) .* ...
        Poids_Obligs( t+1 , INPUTS_MODEL.NG + ...
        1:INPUTS_MODEL.NG + INPUTS_MODEL.NB );

```

```

333 Obligations_CORPO_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
      Obligations_CORPO_t_plus_BV_Tempo + ...
      Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) - ...
      Obligations_CORPO_t_plus_MV_Tempo;
334 %Boucle de calcul des nouvelles valeurs ...
      nominales des obligations corporatives
335 for b = 1:INPUTS_MODEL.NB;
336     Obligations_CORPO_t_plus.FV( t+1 , b ) = ...
          Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , b ) ...
          / ( Obligations_CORPO_t_plus.TC( t+1 , ...
              1:b ) * ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , 1:b , ...
              n )' + ZERO_OBLIG_CREDIT( t+1 , b , n ) );
337 end
338 clear b;
339 %Enregistrer temporairement la valeur des ...
      indices action avant l'investissement
340 Actions_t_plus_MV_Tempo = Actions_t_plus.MV( ...
      t+1 , : );
341 Actions_t_plus_BV_Tempo = Actions_t_plus.BV( ...
      t+1 , : );
342 %Investir dans les indices du type action
343 Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) = ...
      Bilan_MV_t_plus.Actifs( t+1 ) .* Poids_Stocks;
344 Actions_t_plus.BV( t+1 , : ) = ...
      Actions_t_plus_BV_Tempo + ...
      Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) - ...
      Actions_t_plus_MV_Tempo;
345 %Eliminer les variables temporaires
346 clear Obligations_GOV_t_plus_MV_Tempo ...
      Obligations_GOV_t_plus_BV_Tempo ...
      Obligations_CORPO_t_plus_MV_Tempo ...
      Obligations_CORPO_t_plus_BV_Tempo ...
      Actions_t_plus_MV_Tempo ...
      Actions_t_plus_BV_Tempo;
347 end
348 %Mettre a jour la valeur de l'encaisse
349 Bilan_BV_t_plus.Actifs_CASH(t+1) = 0;
350 Bilan_MV_t_plus.Actifs_CASH(t+1) = 0;
351
352 % Fin du reinvestissement
353
354 %Evaluer le ratio de solvabilite MMRPCE
355 Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Courant( t+1 ) = ...
      Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres( t+1 ) / ( nansum( ...

```

```

Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , : ) ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Credit + nansum( ...
Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Marche + ...
Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( t+1 ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Assurance + ...
Bilan_BV_t_plus.Actifs( t+1 ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Taux + ...
Bilan_BV_t_plus.Actifs( t+1 ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Change );
356 %Initer le ratio de solvabilite TSA
357 Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( t+1 ) = 0;
358 %Boucle d'evaluation de la partie credit du ratio de ...
      solvabilite TSA
359 for b = 1:INPUTS_MODEL.NB;
360     if Obligations_CORPO_t_plus.Duree( t+1 , b ) > ...
        INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 1 , end );
361         Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( t+1 ) = ...
            Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( t+1 ) + ...
            Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , b ) * ...
            INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 2 , end );
362     else
363         Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( t+1 ) = ...
            Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( t+1 ) + ...
            Obligations_CORPO_t_plus.MV( t+1 , b ) * ...
            INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 2 , find( ...
            INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Credit( 1 , : ) ≥ ...
            Obligations_CORPO_t_plus.Duree( t+1 , b ) , 1 , ...
            'first' ) );
364     end
365 end
366 clear b;
367 %Evaluer le ratio de solvabilite TSA
368 Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( t+1 ) = ...
    Bilan_MV_t_plus.CapitauxPropres( t+1 ) / ( ...
    Ratio_Solvabilite.TSA_Courant( t+1 ) * ( 1 + ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + nansum( ...
    Actions_t_plus.MV( t+1 , : ) .* ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Marche ) * ( 1 + ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ( ...
    Bilan_BV_t_plus.Dettes_p( t+1 ) * ( ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Risque_Assurance + ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_Assurance ) ) * ( 1 + ...
    INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ...

```

```

Bilan_BV_t_plus.Actifs( t+1 ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Taux * ( 1 + ...
INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ...
Bilan_BV_t_plus.Actifs( t+1 ) * ...
INPUTS_MODEL.BSIF.MMPRCE.Risque_Change * ( 1 + ...
INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_General ) + ( ...
INPUTS_MODEL.Pi * nansum( Polices_t_plus.Croissance( ...
t+1 , : ) .* not( isnan( Polices_t_plus.BV_g( t+1 , : ) ...
) ) ) * INPUTS_MODEL.BSIF.TSA.Oper_Volume );

```

369 end

```

1 function [ ZERO_OBLIG_SIMUL , ZERO_TAUX_SIMUL , ...
ZERO_TAUX_CREDIT_SIMUL , ZERO_OBLIG_CREDIT_SIMUL , ...
HISTO_ACTIONS_SIMUL , HISTO_RE_SIMUL , DefaultProb_SIMUL ] ...
= SimulerProcessus ( INPUTS_MODEL , INPUTS_SIMULATIONS , ...
DATA , ZERO_OBLIG , ZERO_TAUX , ZERO_TAUX_CREDIT , ...
ZERO_OBLIG_CREDIT , HISTO_ACTIONS , Vec_Maturite , ...
DefaultProb )
2 %Fonction de simulation des processus.
3
4 %Cas ou le taux court est simule a l'aide du modele CIR
5 if INPUTS_SIMULATIONS.Processus == 1;
6     [ ~ , TRAJ_STOCKS , TRAJ_RE , TRAJ_TauxCourt , TRAJ_CS ...
7         ] = TRAJECTOIRES_CIR( INPUTS_SIMULATIONS );
8 %Cas ou le taux court est simule a l'aide du modele Vasicek
9 elseif INPUTS_SIMULATIONS.Processus == 2;
10     [ ~ , TRAJ_STOCKS , TRAJ_RE , TRAJ_TauxCourt , TRAJ_CS ...
11         ] = TRAJECTOIRES_VASICEK( INPUTS_SIMULATIONS );
12 end
13 %Creation des tables de taux d'interet, d'obligations et ...
14 de credit
15 ZERO_OBLIG_SIMUL = NaN( INPUTS_MODEL.TMax_Model , max( ...
16     INPUTS_MODEL.NG , INPUTS_MODEL.NB ) , ...
17     INPUTS_SIMULATIONS.N );
18 ZERO_TAUX_SIMUL = NaN( INPUTS_MODEL.TMax_Model , max( ...
19     INPUTS_MODEL.NG , INPUTS_MODEL.NB ) , ...
20     INPUTS_SIMULATIONS.N );
21 ZERO_TAUX_CREDIT_SIMUL = NaN( INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
22     INPUTS_MODEL.NB , INPUTS_SIMULATIONS.N );
23 ZERO_OBLIG_CREDIT_SIMUL = NaN( INPUTS_MODEL.TMax_Model , ...
24     INPUTS_MODEL.NB , INPUTS_SIMULATIONS.N );
25 %Remplir les tables de taux d'interet, d'obligations et de ...
26 credit

```

```

17     for n = 1:INPUTS_SIMULATIONS.N;
18         for t = 1:INPUTS_MODEL.TMax_Model;
19             ZERO_OBLIG_SIMUL( t , : , n ) = exp( -cumsum( ...
                TRAJ_TauxCourt( n , t:t + max( INPUTS_MODEL.NG ...
                    , INPUTS_MODEL.NB ) - 1 ) ) );
20             ZERO_TAUX_SIMUL( t , : , n ) = cumsum( ...
                TRAJ_TauxCourt( n , t:t + max( INPUTS_MODEL.NG ...
                    , INPUTS_MODEL.NB ) - 1 ) ) ./ ( 1:max( ...
                    INPUTS_MODEL.NG , INPUTS_MODEL.NB ) );
21             ZERO_TAUX_CREDIT_SIMUL( t , : , n ) = ...
                ZERO_TAUX_SIMUL( t , 1:INPUTS_MODEL.NB , n ) + ...
                TRAJ_CS( n , 1:INPUTS_MODEL.NB );
22             ZERO_OBLIG_CREDIT_SIMUL( t , : , n ) = GetPrixZC( ...
                ZERO_TAUX_CREDIT_SIMUL( t , : , n ) , 0 , ...
                Vec_Maturite( 1:INPUTS_MODEL.NB ) );
23         end
24     end
25     %Selectioner les donnees necessaires
26     ZERO_OBLIG_SIMUL = ZERO_OBLIG_SIMUL( : , 1:max( ...
        INPUTS_MODEL.NG , INPUTS_MODEL.TMax_Polices ) , : );
27     ZERO_TAUX_SIMUL = ZERO_TAUX_SIMUL( : , 1:max( ...
        INPUTS_MODEL.NG , INPUTS_MODEL.TMax_Polices ) , : );
28     %Simuler les probabilites de default a partir des ecarts de ...
        credit
29     DefaultProb_SIMUL = ( TRAJ_CS( : , ...
        1:INPUTS_MODEL.TMax_Model ) - ...
        DATA.Regression_Prob_Default.Coefficients.Estimate( 1 ) ...
        ) / DATA.Regression_Prob_Default.Coefficients.Estimate( ...
        2 );
30     %Joindre la partie simulee a l'historique
31     ZERO_OBLIG_SIMUL = vertcat( repmat( ZERO_OBLIG , 1 , 1 , ...
        INPUTS_SIMULATIONS.N ) , ZERO_OBLIG_SIMUL );
32     ZERO_TAUX_SIMUL = vertcat( repmat( ZERO_TAUX , 1 , 1 , ...
        INPUTS_SIMULATIONS.N ) , ZERO_TAUX_SIMUL );
33     ZERO_TAUX_CREDIT_SIMUL = vertcat( repmat( ZERO_TAUX_CREDIT ...
        , 1 , 1 , INPUTS_SIMULATIONS.N ) , ...
        ZERO_TAUX_CREDIT_SIMUL( : , 1:INPUTS_MODEL.NB , : ) );
34     ZERO_OBLIG_CREDIT_SIMUL = vertcat( repmat( ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT , 1 , 1 , INPUTS_SIMULATIONS.N ) , ...
        ZERO_OBLIG_CREDIT_SIMUL( : , 1:INPUTS_MODEL.NB , : ) );
35     HISTO_ACTIONS_SIMUL = vertcat( repmat( HISTO_ACTIONS( : , ...
        1 ) , 1 , INPUTS_SIMULATIONS.N ) , TRAJ_STOCKS( : , ...
        2:INPUTS_MODEL.TMax_Model + 1 )' );
36     HISTO_RE_SIMUL = vertcat( repmat( HISTO_ACTIONS( : , 2 ) , ...

```

```

1 , INPUTS_SIMULATIONS.N ) , TRAJ_RE( : , ...
2:INPUTS_MODEL.TMax_Model + 1 )' );
37 DefaultProb_SIMUL = vertcat( repmat( DefaultProb , 1 , ...
INPUTS_SIMULATIONS.N ) , DefaultProb_SIMUL' );
38 end

```

```

1 function [ Simulations,Ponderation_Stocks,Ratio_Solvabilite ] ...
= FlightToRisk( ...
t,n,INPUTS_MODEL,Simulations,Ratio_Solvabilite )
2 %Fonction qui permet, lors des simulation de la compagnie ...
d'ajuster le niveau de risque du portefeuille et de ...
determiner les annees ou il y a default.
3 %Cas ou le modele n'accepte pas de changement de poids ...
entre les classes d'actifs
4 if INPUTS_MODEL.OPTIONS.Flight_To_Risk == 0;
5 %Evaluer la ponderation des actifs a investir a la ...
prochaine periode
6 Ponderation_Stocks = 1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
7 %Cas ou la compagnie fait default pour la premiere fois ...
a cette periode selon le ratio MMRPCE
8 if (Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Courant(t+1) < ...
Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Minimum(t+1) && ...
isnan(Simulations.Annee_Default_MMRPCE(n)))
9 %Enregistrer le premier moment de default
10 Simulations.Annee_Default_MMRPCE(n) = ...
t+1-INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
11 end
12 %Cas ou la compagnie fait default pour la premiere fois ...
a cette periode selon le ratio TSA
13 if (Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) < ...
Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1) && ...
isnan(Simulations.Annee_Default_TSA(n)))
14 %Enregistrer le premier moment de default
15 Simulations.Annee_Default_TSA(n) = ...
t+1-INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
16 end
17 %Cas ou le modele accepte les changement de ponderation ...
entre les classes d'actifs en fonction du MMRPCE
18 elseif INPUTS_MODEL.OPTIONS.Flight_To_Risk == 1;
19 %Cas ou le ratio MMRPCE permet d'augmenter le risque ...
du portefeuille
20 if (Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Courant(t+1) ≤ ...
1.2*Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Cible(t+1) && ...

```

```

Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1) ≥ ...
Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Minimum(t+1));
21 %Evaluer la ponderation des actifs a investir dans ...
    les indices du type actions a la prochaine periode
22 Ponderation_Stocks = ...
    ((1.2*Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Cible(t+1) - ...
    Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1)) * ...
    INPUTS_MODEL.OPTIONS.Maximal_Stocks + ...
    (Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1) - ...
    Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Minimum(t+1)) * ...
    (1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig)) / ...
    (1.2*Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Cible(t+1) - ...
    Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Minimum(t+1));
23 %Cas ou le ratio MMPRCE ne permet pas d'augmenter le ...
    risque du portefeuille
24 elseif Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1) > ...
    1.2*Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Cible(t+1)
25 %Evaluer la ponderation des actifs a investir dans ...
    les indices du type actions a la prochaine periode
26 Ponderation_Stocks = 1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
27 %Cas ou le ratio MMPRCE indique un default
28 elseif Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1) < ...
    Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Minimum(t+1)
29 %Evaluer la ponderation des actifs a investir dans ...
    les indices du type actions a la prochaine periode
30 Ponderation_Stocks = NaN();
31 end
32 %Cas ou la compagnie fait default pour la premiere fois ...
    a cette periode selon le ratio MMPRCE
33 if (Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Courant(t+1) < ...
    Ratio_Solvabilite.MMPRCE_Minimum(t+1) && ...
    isnan(Simulations.Annee_Defaut_MMPRCE(n)))
34 %Enregistrer le premier moment de default
35 Simulations.Annee_Defaut_MMPRCE(n) = ...
    t+1-INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
36 end
37 %Cas ou la compagnie fait default pour la premiere fois ...
    a cette periode selon le ratio TSA
38 if (Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) < ...
    Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1) && ...
    isnan(Simulations.Annee_Defaut_TSA(n)))
39 %Enregistrer le premier moment de default
40 Simulations.Annee_Defaut_TSA(n) = ...
    t+1-INPUTS_MODEL.TMax_Polices;

```

```

41     end
42     %Cas ou le modele accepte les changement de ponderation ...
         entre les classes d'actifs en fonction du TSA
43 elseif INPUTS_MODEL.OPTIONS.Flight_To_Risk == 2;
44     %Cas ou le ratio TSA permet d'augmenter le risque du ...
         portefeuille
45     if (Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) ≤ ...
         1.2*Ratio_Solvabilite.TSA_Cible(t+1) && ...
         Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) ≥ ...
         Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1));
46         %Evaluer la ponderation des actifs a investir dans ...
             les indices du type actions a la prochaine periode
47         Ponderation_Stocks = ...
             ((1.2*Ratio_Solvabilite.TSA_Cible(t+1) - ...
             Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1)) * ...
             INPUTS_MODEL.OPTIONS.Maximal_Stocks+ ...
             (Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) - ...
             Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1)) * ...
             (1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig)) / ...
             (1.2*Ratio_Solvabilite.TSA_Cible(t+1) - ...
             Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1));
48     %Cas ou le ratio TSA ne permet pas d'augmenter le ...
         risque du portefeuille
49 elseif Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) > ...
         1.2*Ratio_Solvabilite.TSA_Cible(t+1)
50     %Evaluer la ponderation des actifs a investir dans ...
         les indices du type actions a la prochaine periode
51     Ponderation_Stocks = 1-INPUTS_MODEL.PoidsOblig;
52     %Cas ou le ratio TSA indique un default
53 elseif Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) < ...
         Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1)
54     %Evaluer la ponderation des actifs a investir dans ...
         les indices du type actions a la prochaine periode
55     Ponderation_Stocks = NaN();
56     end
57     %Cas ou la compagnie fait default pour la premiere fois ...
         a cette periode selon le ratio MMRPCE
58     if (Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Courant(t+1) < ...
         Ratio_Solvabilite.MMRPCE_Minimum(t+1) && ...
         isnan(Simulations.Annee_Defaut_MMRPCE(n)))
59
60         %Enregistrer le premier moment de default
61         Simulations.Annee_Defaut_MMRPCE(n) = ...
             t+1-INPUTS_MODEL.TMax_Polices;

```

```

62     end
63     %Cas ou la compagnie fait défaut pour la première fois ...
        a cette période selon le ratio TSA
64     if (Ratio_Solvabilite.TSA_Courant(t+1) < ...
        Ratio_Solvabilite.TSA_Minimum(t+1) && ...
        isnan(Simulations.Annee_Defaut_TSA(n)))
65         %Enregistrer le premier moment de défaut
66         Simulations.Annee_Defaut_TSA(n) = ...
            t+1-INPUTS_MODEL.TMax_Polices;
67
68     end
69 end
70 end

```

```

1 function [ Duree_PF ] = Ecart_Duree_PF( Poids , Durees , ...
    Duree_Dette )
2 %Fonction permettant de calculer l'ecart de durée du ...
    portefeuille obligataire avec celle du portefeuille de ...
    polices qui est fournie en entrant.
3
4     Duree_PF = abs( Poids * Durees' / sum( Poids ) - Duree_Dette);
5 end

```

```

1 function [ Parametres_CIR ] = GetParamCIR( Data , Delta )
2 %Fonction de calibration des paramètres du processus CIR en ...
    fonction des données historiques contenues dans Data pour ...
    un pas de temps correspondant Δ.
3
4     %Estimation initiale des paramètres par OLS
5     Ecart_OLS = diff( Data ) ./ Data( 1:end-1 ) .^ 0.5;
6     Coefficients_OLS = [ Delta ./ Data( 1:end-1 ) .^ 0.5 , ...
        Delta * Data( 1:end-1 ) .^ 0.5 ];
7     DERIVE = Coefficients_OLS \ Ecart_OLS;
8     RESIDUS = Coefficients_OLS * DERIVE - Ecart_OLS;
9     Kappa = -DERIVE( 2 );
10    Theta = -DERIVE( 1 ) / DERIVE( 2 );
11    Sigma = sqrt( var( RESIDUS , 1 ) / Delta );
12    Parametres_CIR_Initiaux = [Kappa Theta Sigma];
13    %Optimisation de la fonction de log-vraisemblance
14    [ Parametres_CIR , ~ , ~ ] = fminsearch( @( ...
        Parametres_CIR ) LV_CIR( Parametres_CIR , Data , Delta ...

```

```

        ) , Parametres_CIR_Initiaux );
15 end

```

```

1 function Param_Vasicek = GetParamVasicek( Data , Delta )
2 %Fonction de parametrisation du processus Vasicek par ...
   maximisation de la Log-vraisemblance.
3
4 n = length( Data ) - 1;
5 Sx = sum( Data( 1:end-1 ) );
6 Sy = sum( Data( 2:end ) );
7 Sxx = sum( Data( 1:end-1 ) .^ 2 );
8 Sxy = sum( Data( 1:end-1 ) .* Data( 2:end ) );
9 Syy = sum( Data( 2:end ) .^ 2 );
10 Theta = ( Sy * Sxx - Sx * Sxy ) / ( n * ( Sxx - Sxy ) - (Sx ...
   ^ 2 - Sx * Sy ) );
11 Kappa = -log( ( Sxy - Theta * Sx - Theta * Sy + n * Theta ^ ...
   2 ) / ( Sxx - 2 * Theta * Sx + n * Theta ^ 2 ) ) / Delta;
12 a = exp( -Kappa * Delta );
13 sigmah2 = ( Syy - 2 * a * Sxy + a ^ 2 * Sxx - 2 * Theta * ( ...
   1 - a ) * ( Sy - a * Sx ) + n * Theta ^ 2 * ( 1 - a ) ^ 2 ...
   ) / n;
14 Sigma = sqrt( sigmah2 * 2 * Kappa / ( 1 - a ^ 2 ) );
15 Param_Vasicek = [ Kappa , Theta , Sigma ];
16 end

```

```

1 function P = GetPrixZC( r,t,T )
2 %Fonction d'evaluation d'une obligation ZC en date t pour un ...
   taux d'interet continu r et une maturite T.
3
4 P = exp( -r .* ( T - t ) );
5 end

```

```

1 function [ LV ] = LV_CIR( Parametres_CIR , Data , Delta )
2 %Fonction de Log-vraisemblance pour la parametrisation du ...
   processus CIR
3
4 %Extraction des parametres initiaux
5 Kappa = Parametres_CIR( 1 );
6 Theta = Parametres_CIR( 2 );
7 Sigma = Parametres_CIR( 3 );

```

```

8      %Log-vraisemblance
9      C = 2*Kappa / ( Sigma ^ 2 * ( 1 - exp( -Kappa * Delta ) ) );
10     Q = 2 * Kappa * Theta / Sigma ^ 2 - 1;
11     U = C * exp( -Kappa * Delta ) * Data( 1:end-1 );
12     V = C * Data( 2:end );
13     Z = 2 * sqrt( U .* V );
14     Bf = besseli( Q , Z , 1 );
15     LV= -( size( Data , 1 ) -1 ) * log( C ) + sum( U + V - 0.5 ...
          * Q * log( V ./ U ) - log( Bf ) - Z );
16 end

```

```

1 function [ Vec_Temps , TRAJ_STOCKS , TRAJ_RE , TRAJ_TauxCourt ...
          , TRAJ_CS ] = TRAJECOIRES( INPUTS_SIMULATIONS )
2 % Cette fonction permet de simuler le prix des indices actions ...
  et real estate selon des processus de mouvement brownien ...
  geometrique (MBG) et le processus de taux court selon un ...
  processus CIR et Vasicek. Le tout a partir des inputs de la ...
  fonction et d'approximation d'Euler.
3
4 % Extractions des inputs des simulations
5 %Nombre de trajectoires simulees
6 N = INPUTS_SIMULATIONS.N;
7 %Nombre d'annee simulees
8 T = INPUTS_SIMULATIONS.T;
9 %Discretisation
10 Delta = INPUTS_SIMULATIONS.Delta;
11 %Calibration
12 Calib = INPUTS_SIMULATIONS.Calibration;
13 %Rendementes moyen des actions
14 Stocks_mu = INPUTS_SIMULATIONS.Actions.mu;
15 %Volatilite des stocks
16 Stocks_sigma = INPUTS_SIMULATIONS.Actions.sigma;
17 %Prix de l'indice actions a t0
18 Stocks_S0 = INPUTS_SIMULATIONS.Actions.S0;
19 %Rendementes moyen des RE
20 RE_mu = INPUTS_SIMULATIONS.REIT.mu;
21 %Volatilite des RE
22 RE_sigma = INPUTS_SIMULATIONS.REIT.sigma;
23 %Prix de l'indice RE a t0
24 RE_S0 = INPUTS_SIMULATIONS.REIT.S0;
25 %Theta du CIR
26 CS_Theta = INPUTS_SIMULATIONS.CIR_CreditSpread.Theta;
27 %Kappa du CIR

```

```

28 CS_Kappa = INPUTS_SIMULATIONS.CIR_CreditSpread.Kappa;
29 %Volatilite du taux court
30 CS_sigma = INPUTS_SIMULATIONS.CIR_CreditSpread.sigma;
31 %Taux court a t0
32 CS_r0 = INPUTS_SIMULATIONS.CIR_CreditSpread.r0;
33 %Matrice de correlation;
34 CORREL = INPUTS_SIMULATIONS.CORREL;
35 %Cas ou le taux court est simule a l'aide du modele CIR
36 if INPUTS_SIMULATIONS.Processus == 1;
37     %Theta du CIR
38     BONDS_Theta = INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.Theta( ...
39         Calib );
40     %Kappa du CIR
41     BONDS_Kappa = INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.Kappa( ...
42         Calib );
43     %Volatilite du taux court
44     BONDS_sigma = INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.sigma( ...
45         Calib );
46     %Taux court a t0
47     BONDS_r0 = INPUTS_SIMULATIONS.Taux_CIR.r0( Calib );
48 %Cas ou le taux court est simule a l'aide du modele Vasicek
49 elseif INPUTS_SIMULATIONS.Processus == 2;
50     %Theta du CIR
51     BONDS_Theta = ...
52     INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.Theta( Calib );
53     %Kappa du CIR
54     BONDS_Kappa = ...
55     INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.Kappa( Calib );
56     %Volatilite du taux court
57     BONDS_sigma = ...
58     INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.sigma( Calib );
59     %Taux court a t0
60     BONDS_r0 = INPUTS_SIMULATIONS.Taux_VASICEK.r0( ...
61         Calib );
62 end
63 % Generation des v.a. uniformes correlees
64 COV = [ Stocks_sigma ^ 2 Stocks_sigma * RE_sigma ...
65     Stocks_sigma * BONDS_sigma Stocks_sigma * CS_sigma ; ...
66     RE_sigma * Stocks_sigma RE_sigma ^ 2 RE_sigma * ...
67     BONDS_sigma RE_sigma * CS_sigma ; BONDS_sigma * ...
68     Stocks_sigma BONDS_sigma * RE_sigma BONDS_sigma ^ 2 ...
69     BONDS_sigma * CS_sigma ; CS_sigma * Stocks_sigma ...
70     CS_sigma * RE_sigma BONDS_sigma * CS_sigma CS_sigma ^ 2 ];
71 Vec_Temps = ( 0:Delta:T );

```

```

59 M = size( Vec_Temps , 2 ) - 1;
60 COV = COV .* CORREL;
61 COV_CHOL = chol( COV );
62 %Cas ou on simule avec MC
63 if INPUTS_SIMULATIONS.OPTIONS.MonteCarlo == 1;
64     UNIF_NC=randn( N , size( COV , 1 ), M );
65 %Cas ou on simule avec QMC
66 else
67     I = size( COV , 1 );
68     p = haltonset( I * M , 'Skip' , 1e3 , 'Leap' , 1e2 );
69     p = scramble( p , 'RR2' );
70     X0 = net( p , N );
71     QR = NaN( N , I , M );
72     for i = 1:M;
73         QR( : , : , i ) = X0( : , I * ( i - 1 ) + 1:I * i );
74     end
75     UNIF_NC=norminv( QR , 0 , 1 );
76 end
77 UNIF_C=NaN( N , size( COV , 1 ) , M );
78 for i = 1:M
79     UNIF_C( : , : , i )=( COV_CHOL' * UNIF_NC( : , : , i) )';
80 end
81 % Simulation du processus de prix des actions
82 UNIF_C_STOCKS = squeeze( UNIF_C( : , 1 , : ) );
83 TRAJ_STOCKS = NaN( N , size( Vec_Temps , 2 ) );
84 TRAJ_STOCKS( : , 1 ) = repmat( Stocks_S0 , N , 1 );
85 for t = 2:M+1
86     TRAJ_STOCKS( : , t ) = TRAJ_STOCKS( : , t-1 ) + ...
87         Stocks_mu .* TRAJ_STOCKS( : , t-1 ) .* Delta + ...
88         Stocks_sigma .* TRAJ_STOCKS( : , t-1 ) .* sqrt( ...
89             Delta ) .* UNIF_C_STOCKS( : , t-1 );
90 end
91 % Simulation du processus de prix des real estate
92 UNIF_C_RE = squeeze( UNIF_C( : , 2 , : ) );
93 TRAJ_RE = NaN( N , size( Vec_Temps , 2 ) );
94 TRAJ_RE( : , 1 ) = repmat( RE_S0 , N , 1 );
95 for t = 2:M+1
96     TRAJ_RE( : , t ) = TRAJ_RE( : , t-1 ) + RE_mu .* ...
97         TRAJ_RE( : , t-1 ) .* Delta + RE_sigma .* TRAJ_RE( ...
98             : , t-1 ) .* sqrt( Delta ) .* UNIF_C_RE( : , t-1 );
99 end
100 % Simulation du processus de taux court
101 UNIF_C_TauxCourt = squeeze( UNIF_C( : , 3 , : ) );
102 TRAJ_TauxCourt = NaN( N , size( Vec_Temps , 2 ) );

```

```

98     TRAJ_TauxCourt( : , 1 ) = repmat( BONDS_r0 , N , 1 );
99     %Cas ou le taux court est simule a l'aide du modele CIR
100    if INPUTS_SIMULATIONS.Processus == 1;
101        for t = 2:M+1
102            TRAJ_TauxCourt( : , t ) = TRAJ_TauxCourt( : , ...
103                t-1 ) + BONDS_Kappa .* ( BONDS_Theta - ...
104                    TRAJ_TauxCourt( : , t-1 ) ) .* Delta + ...
105                    BONDS_sigma .* sqrt( Delta .* ...
106                        TRAJ_TauxCourt( : , t-1 ) ) .* ...
107                    UNIF_C_TauxCourt( : , t-1 );
108        end
109    %Cas ou le taux court est simule a l'aide du modele Vasicek
110    elseif INPUTS_SIMULATIONS.Processus == 2;
111        for t=2:M+1
112            TRAJ_TauxCourt( : , t ) = TRAJ_TauxCourt( : , ...
113                t-1 ) + BONDS_Kappa .* ( BONDS_Theta - ...
114                    TRAJ_TauxCourt( : , t-1 ) ) .* Delta + ...
115                    BONDS_sigma .* sqrt( Delta ) .* ...
116                    UNIF_C_TauxCourt( : , t-1 );
117        end
118    end
119    % Simulation du processus d'ecart de credit
120    UNIF_C_CS = squeeze( UNIF_C( : , 4 , : ) );
121    TRAJ_CS = NaN( N , size( Vec_Temps , 2 ) );
122    TRAJ_CS( : , 1 ) = repmat( CS_r0 , N , 1 );
123    for t = 2:M+1
124        TRAJ_CS( : , t ) = TRAJ_CS( : , t-1 ) + CS_Kappa .* ( ...
125            CS_Theta - TRAJ_CS( : , t-1 ) ) .* Delta + CS_sigma ...
126            .* sqrt( Delta .* TRAJ_CS( : , t-1 ) ) .* ...
127            UNIF_C_CS( : , t-1 );
128    end
129 end

```

References

- [1] Albizzati, M.-O. and Geman, H. (1994). Interest rate risk management and valuation of the surrender option in life insurance policies. *Journal of Risk and Insurance*, pages 616–637.
- [2] Antolin, P., Schich, S., and Yermo, J. (2011). The economic impact of protracted low interest rates on pension funds and insurance companies. *OECD Journal: Financial Market Trends*, 2011(1):237–256.
- [3] Association canadienne des compagnies d'assurances de personnes (2016). Canadian Life and Health Insurance Facts 2016 Edition. [https://www.clhia.ca/domino/html/clhia/CLHIA_LP4W_LND_Webstation.nsf/resources/Factbook_2/\\$file/2016+CLHIA+Factbook+ENG.pdf](https://www.clhia.ca/domino/html/clhia/CLHIA_LP4W_LND_Webstation.nsf/resources/Factbook_2/$file/2016+CLHIA+Factbook+ENG.pdf). [En ligne; accédé 03-mai-2017].
- [4] Babbel, D. F. (2001). Asset/liability management for insurers in the new era: Focus on value. *The Journal of Risk Finance*, 3(1):9–17.
- [5] Banque du Canada (2017). Taux d'intérêt. <http://www.bankofcanada.ca/rates/interest-rates/bond-yield-curves/>. [En ligne; accédé 01-juin-2017].
- [6] Bauer, D., Kiesel, R., Kling, A., and Ruß, J. (2006). Risk-neutral valuation of participating life insurance contracts. *Insurance: Mathematics and Economics*, 39(2):171–183.
- [7] Ben-Ameur, H., L'Ecuyer, P., and Lemieux, C. (2004). Combination of general antithetic transformations and control variables. *Mathematics of Operations Research*, 29(4):946–960.
- [8] Berdin, E. and Gründl, H. (2015). The effects of a low interest rate environment on life insurers. *The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice*, 40(3):385–415.
- [9] Berends, K. R., McMenamán, R., Plestis, T., and Rosen, R. J. (2013). The sensitivity of life insurance firms to interest rate changes.
- [10] Black, F. and Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of political economy*, 81(3):637–654.

- [11] Bohnert, A., Gatzert, N., and Jørgensen, P. L. (2015). On the management of life insurance company risk by strategic choice of product mix, investment strategy and surplus appropriation schemes. *Insurance: Mathematics and Economics*, 60:83–97.
- [12] Brigo, D. and Mercurio, F. (2007). *Interest rate models-theory and practice: with smile, inflation and credit*. Springer Science & Business Media.
- [13] Briys, E. and De Varenne, F. (1997). On the risk of insurance liabilities: debunking some common pitfalls. *Journal of Risk and Insurance*, pages 673–694.
- [14] Bureau du surintendant des institutions financières du Canada (2015). Montant minimal permanent requis pour le capital et l'excédent (2016). *Ligne directrice A*, pages 1–194.
- [15] Bureau du surintendant des institutions financières du Canada (2016). Test de suffisance du capital des sociétés d'assurance-vie. *Ligne directrice A*, pages 1–196.
- [16] Bureau du surintendant des institutions financières du Canada (2017). Données financières des sociétés d'assurance-vie. <http://www.osfi-bsif.gc.ca/Fra/wt-ow/Pages/FINDAT-li.aspx>. [En ligne; accédé 03-Juillet-2017].
- [17] Chan, K. C., Karolyi, G. A., Longstaff, F. A., and Sanders, A. B. (1992). An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate. *The journal of finance*, 47(3):1209–1227.
- [18] Cox, J. C., Ingersoll Jr, J. E., and Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 385–407.
- [19] Curley, A. J. (1974). Monte carlo evaluation of life insurance strategy. *Journal of Risk and Insurance*, pages 667–683.
- [20] De Jong, F., Santa-Clara, P., et al. (1999). The dynamics of the forward interest rate curve: A formulation with state variables. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34(1).
- [21] Duan, J.-C. and Simonato, J.-G. (1999). Estimating and testing exponential-affine term structure models by kalman filter. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 13(2):111–135.

- [22] Duffee, G. R. (2002). Term premia and interest rate forecasts in affine models. *The Journal of Finance*, 57(1):405–443.
- [23] Duffie, D. and Kan, R. (1996). A yield-factor model of interest rates. *Mathematical finance*, 6(4):379–406.
- [24] Eckert, J., Gatzert, N., and Martin, M. (2016). Valuation and risk assessment of participating life insurance in the presence of credit risk. *Insurance: Mathematics and Economics*, 71:382–393.
- [25] Eling, M. and Holder, S. (2013). Maximum technical interest rates in life insurance in europe and the united states: An overview and comparison. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Issues and Practice*, 38(2):354–375.
- [26] Federal Reserve of St. Louis (2017). Data. <https://fred.stlouisfed.org/series>. [En ligne; accédé 02-juin-2017].
- [27] Frey, A. (2015). Facing the interest rate challenge: A key risk management issue for insurers. *Journal of Risk Management in Financial Institutions*, 8(2):147–152.
- [28] Gatzert, N. (2008). Asset management and surplus distribution strategies in life insurance: An examination with respect to risk pricing and risk measurement. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(2):839–849.
- [29] Gerstner, T., Griebel, M., and Holtz, M. (2009). Efficient deterministic numerical simulation of stochastic asset-liability management models in life insurance. *Insurance: Mathematics and Economics*, 44(3):434–446.
- [30] Gerstner, T., Griebel, M., Holtz, M., Goschnick, R., and Haep, M. (2008). A general asset-liability management model for the efficient simulation of portfolios of life insurance policies. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(2):704–716.
- [31] Grosen, A. and Jørgensen, P. L. (1997). Valuation of early exercisable interest rate guarantees. *Journal of Risk and Insurance*, pages 481–503.
- [32] Grosen, A. and Jørgensen, P. L. (2000). Fair valuation of life insurance liabilities: the impact of interest rate guarantees, surrender options, and bonus policies. *Insurance: Mathematics and Economics*, 26(1):37–57.

- [33] Hanewald, K., Post, T., and Gründl, H. (2011). Stochastic mortality, macroeconomic risks and life insurer solvency. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Issues and Practice*, 36(3):458–475.
- [34] Holsboer, J. H. (2000). The impact of low interest rates on insurers. *The Geneva Papers on Risk and Insurance. Issues and Practice*, 25(1):38–58.
- [35] Jones, C. S. (2003). Nonlinear mean reversion in the short-term interest rate. *Review of Financial Studies*, 16(3):793–843.
- [36] Jørgensen, P. L. (2001). Life insurance contracts with embedded options: Valuation, risk management, and regulation.
- [37] Jørgensen, P. L. (2004). On accounting standards and fair valuation of life insurance and pension liabilities. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2004(5):372–394.
- [38] Kablau, A. and Wedow, M. (2012). Gauging the impact of a low interest rate environment on german life insurers. *Applied Economics Quarterly*, 58(4):279–298.
- [39] Kling, A., Richter, A., and Ruß, J. (2007). The interaction of guarantees, surplus distribution, and asset allocation in with-profit life insurance policies. *Insurance: Mathematics and Economics*, 40(1):164–178.
- [40] Lamoureux, C. G. and Witte, H. D. (2002). Empirical analysis of the yield curve: The information in the data viewed through the window of cox, ingersoll, and ross. *The Journal of Finance*, 57(3):1479–1520.
- [41] Lee, R. D. and Carter, L. R. (1992). Modeling and forecasting us mortality. *Journal of the American statistical association*, 87(419):659–671.
- [42] Lin, W.-C., Lai, Y.-H., and Powers, M. R. (2014). The relationship between regulatory pressure and insurer risk taking. *Journal of Risk and Insurance*, 81(2):271–301.
- [43] Martin, M. (2013). Assessing the model risk with respect to the interest rate term structure under solvency ii. *The Journal of Risk Finance*, 14(3):200–233.
- [44] Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of economics and management science*, pages 141–183.

- [45] Nowman, K. B. (1998). Continuous-time short term interest rate models. *Applied Financial Economics*, 8(4):401–407.
- [46] Salah, M. B. and Abid, F. (2014). Did linear stochastic processes predict accurately short term interest rate intertemporal behaviour? *Journal of Applied Finance and Banking*, 4(2):73.
- [47] Santomero, A. M. and Babbel, D. F. (1997). Financial risk management by insurers: An analysis of the process. *Journal of risk and insurance*, pages 231–270.
- [48] Schmeiser, H. and Wagner, J. (2015). A proposal on how the regulator should set minimum interest rate guarantees in participating life insurance contracts. *Journal of Risk and Insurance*, 82(3):659–686.
- [49] Song, N., Siu, T. K., Fard, F. A., Ching, W.-K., and Fung, E. S. (2012). Risk measures and behaviors for bonds under stochastic interest rate models. *Mathematical and Computer Modelling*, 56(9):204–217.
- [50] Standars and Poor's Financial Services (2016). 2016 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions. <https://www.spglobal.com/our-insights/2016-Annual-Global-Corporate-Default-Study-and-Rating-Transitions.html>. [En ligne; accédé 02-juin-2017].
- [51] Stulz, R. M. (1984). Optimal hedging policies. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19(02):127–140.
- [52] Van Bragt, D. and Kort, D.-J. (2011). Liability-driven investing for life insurers. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Issues and Practice*, 36(1):30–49.
- [53] Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2):177–188.
- [54] Zhang, Y., Chen, Z., and Li, Y. (2016). Bayesian testing for short term interest rate models. *Finance Research Letters*.