

HEC Montréal

**Évaluation par simulation Monte Carlo des options quanto énergétiques et
climatiques en Amérique du Nord**

**par
Anne-Marie Bizier**

**Sciences de la gestion
(Ingénierie financière)**

*Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences
(M. Sc.)*

Jun 2015
©Anne-Marie Bizier, 2015

Résumé

Les options énergétiques et climatiques servent aux agents d'un marché à se protéger contre des variations imprévues des prix de l'énergie et de la température. Ce mémoire présente un modèle d'évaluation des options quanto d'électricité et de température par simulation Monte Carlo, ainsi que les étapes nécessaires à l'estimation des paramètres. Ce modèle est basé sur celui présenté par Caporin et al. (2012) et apporte des modifications significatives pour en augmenter l'efficacité. Les résultats pour les villes d'Oslo et de New York sont présentés et comparés. Cela permet de mettre en perspectives les similitudes et les différences existantes entre les deux marchés, notamment celles liées au mode principal de production d'électricité et à la demande de climatisation.

Mots-clés : dérivés sur la température, dérivés d'électricité, options quanto, approches actuarielles et financières, modèle dynamique, simulation Monte Carlo

Liste des tableaux

2.1	Comparaison entre les <i>forwards</i> et les <i>futures</i>	5
2.2	Caractéristiques des marchés monétaires et énergétiques	10
2.3	Risques liés à la modélisation des produits dérivés sur commodités	16
4.1	Statistiques descriptives des rendements d'électricité à Oslo	34
4.2	Statistiques descriptives de la température à Oslo en °C	36
4.3	Corrélation entre la série des prix d'électricité et la série climatique pour Oslo	37
4.4	Répartition de la consommation totale d'énergie en kWh par ménage à Oslo en 2012	38
4.5	Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour Oslo selon le mo- dèle de Caporin et al. (2012) 1999-2007	39
4.6	Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour Oslo 1999-2007 . .	39
4.7	Coefficients de l'élément dynamique de la moyenne pour Oslo 1999-2007 . .	42
4.8	Coefficients de la variance dynamique pour Oslo 1999-2007	42
4.9	Coefficients de la corrélation dynamique pour Oslo 1999-2007	43
4.10	Caractéristiques des options quanto sur les <i>HDD</i> et les prix d'électricité à Oslo	47
4.11	Résultats de l'évaluation des options quanto pour Oslo (méthode empirique)	49
4.12	Statistiques descriptives des rendements d'électricité à New York	51
4.13	Statistiques descriptives de la température à New York en °C	52
4.14	Corrélation entre la série des prix d'électricité et la série climatique pour New York	53
4.15	Sources d'énergie pour le chauffage (état de New York en 2011)	54

4.16	Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour New York selon le modèle de Caporin et al. (2012) 2004-2012	54
4.17	Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour New York 2009-2012	56
4.18	Coefficients de l'élément dynamique de la moyenne pour New York 2009-2012	56
4.19	Coefficients de la variance dynamique pour New York 2009-2012	57
4.20	Coefficients de la corrélation dynamique pour New York 2009-2012	58
4.21	Caractéristiques des options quanto sur les <i>HDD</i> ou <i>CDD</i> et les prix énergétiques à New York	61
4.22	Résultats de l'évaluation des options quanto de type 1 (HDD) pour New York : loi normale pour les résidus	63
4.23	Résultats de l'évaluation des options quanto de type 3 (CDD) pour New York : loi normale pour les résidus	64
4.24	Valeurs des RMSE et biais pour New York (2008) : loi normale pour les résidus	64
4.25	Résultats de l'évaluation des options quanto de type 1 (HDD) pour New York : méthode empirique, échantillonnage selon les résidus	65
4.26	Résultats de l'évaluation des options quanto de type 3 (CDD) pour New York : méthode empirique, échantillonnage selon les résidus	66
4.27	Valeurs des RMSE et biais pour New York (2008) : méthode empirique pour les résidus (soit d'échantillonnage)	66
4.28	Résultats de l'évaluation des options quanto de type 1 (HDD) pour New York : corrélation fixée à 0	67
4.29	Résultats de l'évaluation des options quanto de type 3 (CDD) pour New York : corrélation fixée à 0	68
4.30	Valeurs des RMSE et biais pour New York (2008) : corrélation fixée à 0 pour les résidus	68
D.1	Détails des <i>forwards</i> pour Oslo pour 2008	86
G.1	Détails des <i>forwards on-peak</i> pour New York pour 2013	89
G.2	Détails des <i>forwards off-peak</i> pour New York pour 2013	89

Table des figures

2.1	Profil de gains : <i>forwards</i> et <i>futures</i>	5
2.2	Profil de gains : options	6
3.1	Représentation graphique des scénarios pour un détaillant	21
4.1	Graphique des valeurs ajustées et résiduelles d'électricité pour Oslo 1999-2007	40
4.2	Graphique des valeurs ajustées et résiduelles climatiques pour Oslo 1999-2007	41
4.3	Graphique des prix d'électricité selon les courbes annuelles pour Oslo	43
4.4	Figure de la corrélation : Oslo	44
4.5	Courbe des prix <i>forwards</i> à Oslo pour 2008	45
4.6	Graphique des prix d'électricité selon les courbes annuelles pour New York .	55
4.7	Figure de la corrélation : New York 2009-2012	59
4.8	Courbes des prix <i>forwards</i> à New York en 2013	60
C.1	Graphique qqnorm : résidus d'électricité à Oslo	85
C.2	Graphique qqnorm : résidus climatiques à Oslo	85
F.1	Graphique qqnorm : résidus d'électricité à New York	88
F.2	Graphique qqnorm : résidus climatiques à New York	88

Table des matières

Résumé	i
Liste des tableaux	iii
Table des figures	iv
Table des matières	v
Remerciements	viii
1 Introduction	1
2 Revue de littérature	3
2.1 Produits dérivés financiers et leurs modèles d'évaluation	3
2.1.1 Introduction aux produits dérivés financiers : les contrats à terme de type <i>futures</i> , les contrats à terme de type <i>forwards</i> et options	4
2.1.2 Options quanto	7
2.1.3 Modèle de Black-Scholes pour les options	7
2.1.4 Limites du modèle de Black-Scholes	8
2.1.5 Survol des méthodes d'évaluation	9
2.2 Marché de l'électricité	9
2.2.1 Nord de l'Europe	10
2.2.2 Amérique du Nord	11
2.3 Dérivés climatiques	12

2.3.1	Approches actuarielles et financières	13
2.4	Dérivés énergétiques	14
2.4.1	Approches	16
2.4.2	Modèles d'évaluation : modèles GARCH	17
3	Méthodologie	19
3.1	Données	19
3.1.1	Sources	19
3.1.2	Traitement	20
3.2	Modèle	20
3.2.1	Options quanto climatiques et énergétiques	20
3.2.2	Modèle dynamique pour les séries climatiques et énergétiques	22
3.2.3	Modèle SARFIMAX	24
3.2.4	Modèle log-GARCH-X	26
3.2.5	Modèle dynamique de la corrélation	27
3.2.6	Estimation : méthode de Sucarrat et al. (2014)	28
3.2.7	Estimation des coefficients	29
3.2.8	Courbe <i>forward</i> énergétique	30
3.2.9	Simulation Monte Carlo	31
4	Résultats	33
4.1	Oslo	33
4.1.1	Statistiques descriptives des prix de l'électricité	33
4.1.2	Statistiques descriptives de la température	35
4.1.3	Estimation du modèle dynamique entre les deux séries	36
4.1.4	Description courbe <i>forward</i> énergétique	45
4.1.5	Valeurs des options quanto	46

4.2	New York	50
4.2.1	Statistiques descriptives des prix de l'électricité	50
4.2.2	Statistiques descriptives de la température	52
4.2.3	Estimation du modèle dynamique entre les deux séries	53
4.2.4	Description courbe <i>forward</i> énergétique	58
4.2.5	Valeurs des options quanto	60
4.3	Comparaison des résultats des deux villes	69
5	Conclusion	72
	Références	74
	Annexes	80
A	Splines cubiques	81
B	Détails : méthode d'estimation de Sucarrat et al. (2014)	83
C	Graphiques des résidus : qqnorm Oslo	85
D	Détails des <i>forwards</i> utilisés pour Oslo	86
E	Taux Euribor et Libor utilisés	87
F	Graphiques des résidus : qqnorm New York	88
G	Détails des <i>forwards</i> utilisés pour New York	89

Remerciements

Je tiens à remercier ma directrice de mémoire, Mme Debbie Dupuis, pour ses précieux conseils. Votre disponibilité et vos recommandations m'ont permis d'apprendre énormément à travers ce processus de recherche.

Je tiens aussi à remercier M. Mohamed Jabir pour son aide concernant les banques de données et l'utilisation des serveurs et Mathieu Leclerc pour le style bibliographique en LaTeX. Merci aussi à mes partenaires d'études : Andréanne Forget, Marie-Chantal Leduc et Mathieu Lapointe. Encore merci à Andréanne pour les corrections.

Finalement, je veux remercier mes parents, ma famille et mes amis pour leur soutien tout au long de ce travail. Merci notamment pour les cartes d'encouragements et votre écoute.

Chapitre 1

Introduction

Ce mémoire a pour objectif de modéliser efficacement le comportement des séries climatiques et énergétiques dans les villes d'Oslo et New York. En effet, à cause de, notamment, la demande pour le chauffage et la climatisation, la température aura un impact sur les prix de l'électricité. Suite à cette modélisation, les paramètres seront utilisés pour simuler les trajectoires servant à calculer le prix des options. Cela permettra aux agents des différents marchés de mieux comprendre les liens entre les deux séries et de faciliter leur prise de décisions. Ce sujet de recherche est donc pertinent. De plus, il permet une évaluation plus précise des prix des options sélectionnées. En outre, avec les recherches sur le réchauffement climatique et ses répercussions, ce sujet reste brûlant d'actualité.

La méthodologie utilisée dans le cadre de ce mémoire se base sur l'article de Caporin et al. (2012). Le modèle de Caporin et al. (2012) utilise des indices de températures et de prix d'électricité pour calculer les gains du produit dérivé. La fonction de gains comprend le produit de ces deux types d'indices. Le besoin de bien modéliser les séries climatiques et d'électricité provient notamment de leur corrélation. En effet, la demande de chauffage et de climatisation aura un impact considérable. Des tableaux descriptifs sur les deux séries ont été produits pour mettre en perspectives les différences de base des températures et des prix de l'électricité dans les deux villes. Par la suite, le modèle pour la moyenne déterministe a été implanté et des modifications à l'aide du BIC (*Bayesian Information Criterion*) ont été effectuées afin de mieux capter les tendances des séries. Puis, le modèle pour la moyenne déterministe utilise les paramètres de type SARFIMAX (*seasonal autoregressive fractionally integrated moving average with exogenous variables*). Des modifications ont aussi été effectuées pour obtenir le modèle le plus représentatif. Pour les parties de la variance et de la corrélation dynamiques, des changements ont été apportés au modèle de base. La méthode d'estimation de Sucarrat et al. (2014) a été privilégiée pour obtenir des estimateurs consistants et non-biaisés et la corrélation est définie selon l'article de Christodoulakis et Satchell (2002) puisque les tests de convergence donnaient de meilleurs résultats. Deux méthodes de simulation ont été utilisées : la méthode actuarielle et la méthode financière. La première utilise la courbe réelle pour la simulation de la moyenne déterministe, alors que la méthode financière utilise la courbe *forward* pour inclure les

prévisions des agents. Les résultats pour les prix des options quanto sont regroupés dans des tableaux incluant des statistiques sur les séries comme l'écart-type et la VaR (*Value-at-Risk*) pour comparer les valeurs obtenues pour les deux villes.

Ce mémoire contribue à la littérature avec quatre apports significatifs. Premièrement, les ajouts et modifications dans le modèle d'estimation augmentent l'efficacité de la résolution. En plus de l'amélioration du modèle par le BIC pour choisir les meilleures variables explicatives selon la ville, l'utilisation du modèle d'estimation de Sucarrat et al. (2014) et de la définition de la corrélation de Christodoulakis et Satchell (2002) permettent d'obtenir de meilleurs estimateurs pour modéliser les deux séries. Les trajectoires simulées sont donc plus représentatives de la réalité et estiment les valeurs des options de manière plus précise. Cela a une grande influence sur les décisions des agents qui peuvent prendre des décisions selon les prix estimés et leur expérience. Deuxièmement, les résultats démontrent l'importance des choix effectués dans les deux méthodes. Par exemple, les méthodes actuarielles et financières donnent des résultats différents, tout comme l'utilisation de la loi normale ou de la méthode empirique pour la simulation des résidus. Le troisième apport est la démonstration que les sources de production d'électricité (qui sont différentes pour les deux villes) ont un impact considérable sur le comportement des séries. En effet, il s'agit principalement d'électricité de source hydroélectrique à Oslo et provenant du gaz naturel ou du nucléaire pour New York. Le quatrième apport est le niveau de détails utilisé pour la modélisation des séries de New York. En effet, l'ajout du prix du gaz naturel comme variable explicative et la modélisation de la corrélation dynamique entre les deux séries permettent aux agents de mieux comprendre les différents facteurs influençant le prix de l'électricité. Un des objectifs de ce mémoire était d'évaluer l'utilisation du modèle à New York et d'évaluer son efficacité. Les résultats démontrent l'importance des ajouts et améliorations du modèle ainsi que l'utilisation de la corrélation dynamique. De plus, à cause du comportement de cette corrélation dynamique, le modèle a un plus grand apport pour l'évaluation des options à New York qu'à Oslo. Grâce à l'importance de la ville de New York comme milieu financier, économique et démographique, les résultats sont particulièrement intéressants.

Ce mémoire est constitué de cinq chapitres. Suite au premier chapitre de l'introduction, le second correspond à la revue de la littérature. Il contient une introduction sur les produits dérivés financiers, le fonctionnement des marchés de l'électricité dans les régions du Nord de l'Europe et de l'Amérique du Nord, les dérivés climatiques et les dérivés énergétiques. Le troisième chapitre de la méthodologie détaille notamment les sources et le traitement des données, tout comme le modèle utilisé à travers ce mémoire. Le quatrième chapitre des résultats présente de manière distincte les résultats des deux villes avant de les comparer dans la dernière sous-section. Finalement, le chapitre de la conclusion détaille les apports du mémoire, une idée d'extension pour approfondir le sujet et résume les comparaisons effectuées pour les résultats des deux villes.

Chapitre 2

Revue de littérature

La présente section a pour objectif de définir et d'expliquer les notions de base liées aux dérivés climatiques et énergétiques, une sous-catégorie des produits dérivés financiers, afin de situer la problématique de ce mémoire dans son environnement financier.

2.1 Produits dérivés financiers et leurs modèles d'évaluation

Les types de produits dérivés sont nombreux. Selon Hull (Hull, 2009, p.1), un produit dérivé est « un instrument financier dont la valeur dépend (ou est dérivée à partir) de la valeur d'un sous-jacent ». Le sous-jacent peut être, par exemple, l'action d'une compagnie ou un taux d'intérêt.

Les dérivés climatiques sont des produits financiers dont le sous-jacent, qui permet de calculer les gains ou les pertes, est notamment lié à la température, au vent, aux précipitations ou même au gel (CME Group, 2014c). De nouveaux contrats pour des types de sous-jacents non-catastrophiques continuent d'arriver sur le marché pour pouvoir répondre aux besoins des gestionnaires de risques. On peut donc retrouver une variété de produits financiers comme les *futures*, les *forwards* et les options (dont le fonctionnement sera présenté dans cette section du mémoire) sur le *Chicago Mercantile Exchange* (CME Group, 2014c). « Les trois types les plus communs sont les options d'achat, les options de vente et les *swaps* . » (Zeng, 2000, p.1, traduction libre) Le prix des dérivés climatiques est influencé par trois facteurs : « les probabilités liées aux événements climatiques, les anticipations par rapport à ces événements durant la période du contrat et l'offre et la demande du marché pour ce produit financier » (Dischel, 2002, p.12, traduction libre).

Une partie des dérivés climatiques est échangée de gré-à-gré (*OTC*) dans le marché primaire. Pour le marché secondaire, le *Chicago Mercantile Exchange* (CME) permet l'échange de dérivés climatiques pour 47 villes à travers le monde dont une vingtaine aux États-Unis et 6 au Canada (CME Group, 2014c). Les agents impliqués dans ce genre de transactions

cherchent notamment à couvrir un risque lié aux changements du sous-jacent. Par exemple, un producteur d'électricité dont les ventes seront influencées par la demande de chauffage ou de climatisation pourra chercher à se protéger contre des situations imprévues. Ainsi, trois types d'acteurs sont impliqués dans les marchés de futures : les *hedgers*, (qui, comme décrit précédemment, cherchent à couvrir leur exposition au risque), les spéculateurs (qui n'ont pas d'exposition, mais qui veulent profiter du marché) et les arbitragistes (qui veulent profiter des irrégularités du marché) (Geman, 2005).

De plus, un des avantages principaux des dérivés climatiques est que ces produits ne sont pas corrélés aux marchés financiers. La température ne varie pas selon le taux de change ou d'intérêt, par exemple. Les gestionnaires de portefeuille qui cherchent à diversifier ce dernier pourraient se montrer intéressés par ces produits (Dischel, 2002).

Le nombre et le montant total de produits dérivés climatiques échangés sur les marchés ont considérablement fluctué dans les dernières décennies. Par exemple, « sur le Chicago Mercantile Exchange (CME) [...], la valeur des contrats traités en un an (glissant) entre 2005 et 2006 a dépassé 45 milliards de dollars. C'est cinq fois plus que la saison précédente. » (Dutang et al., 2007, p. 5) Cependant, la tendance s'est inversée quelques années plus tard suite à la crise financière de 2008. La valeur du notionnel des dérivés climatiques standardisés ou échangés de gré-à-gré a glissé de 32 milliards de dollars en 2007-2008 à 15 milliards de dollars en 2008-2009 (STORM, 2014). Selon la même source, le nombre de contrats a aussi diminué, passant de 985 000 en 2007-2008 à 601 000 pour la période entre avril 2008 et mars 2009. Les années suivantes ont aussi connu des niveaux de notionnels relativement bas, soit environ 10 (pour 2009-2010) et 12 (pour 2010-2011) milliards de dollars (PricewaterhouseCoopers, 2011). Les contrats transigés restent presque uniquement des contrats sur la température (même si d'autres produits, sur les précipitations par exemple, sont offerts). Ce secteur financier continue son évolution et s'adapte aux besoins des gestionnaires de risques. Il reste un domaine de recherche intéressant pour les agents financiers.

À cause de cet impact sur les marchés financiers, il est primordial pour les agents évoluant dans cet environnement de bien saisir les caractéristiques liées au sous-jacent et l'utilisation des produits dérivés.

2.1.1 Introduction aux produits dérivés financiers : les contrats à terme de type *futures*, les contrats à terme de type *forwards* et options

Pour cette introduction, nous allons nous concentrer sur trois types de produits dérivés : les contrats à terme de type *futures* (soit *futures* pour le reste de ce texte), les contrats à terme de type *forwards* (soit *forwards* pour le reste de ce texte) et les options.

Les *futures* constituent un contrat entre deux parties où l'une d'elles s'engage à acheter (ce qu'on appelle une position longue) ou à vendre (ce qu'on appelle position courte) un actif à une échéance et un prix déterminés par le contrat (Hull, 2009). Les *futures* sont standardisés, c'est-à-dire que ses caractéristiques sont conformes à celles établies par le marché, et peuvent être acquis pour une série de dates de livraison.

Les *forwards* ressemblent par définition aux *futures*. Ils forment aussi un contrat entre deux parties pour la vente ou l'achat d'un actif en une date et un prix donnés (Hull, 2009). Cependant, les *forwards* ne sont pas standardisés. Selon la définition du NASDAQ OMX (2014), la différence principale entre un *forward* et un *future* est que le *future* est réajusté de façon quotidienne (*daily cash settlement*). Le tableau suivant résume bien les caractéristiques de ces deux produits dérivés.

Tableau 2.1 – Comparaison entre les *forwards* et les *futures*

<i>forwards</i>	<i>futures</i>
Contrat privé entre 2 parties	Échangés à la bourse
Pas standardisés	Standardisés
Généralement une date de livraison	Série de dates de livraison
Règlement à la fin du contrat	Réajusté quotidiennement
Livraison ou règlement en argent a généralement lieu	Le contrat est généralement fermé avant l'échéance
Contient un certain risque de crédit	Presque aucun risque de crédit

Notes. Source : (Hull, 2009, p.39, traduction libre)

De plus, la figure 2.1 représente bien les gains engendrés par l'achat ou la vente de *forwards* ou de *futures*. Dans ces cas, le prix d'exercice est de 7 et le prix *spot* du sous-jacent varie entre 0 et 20.

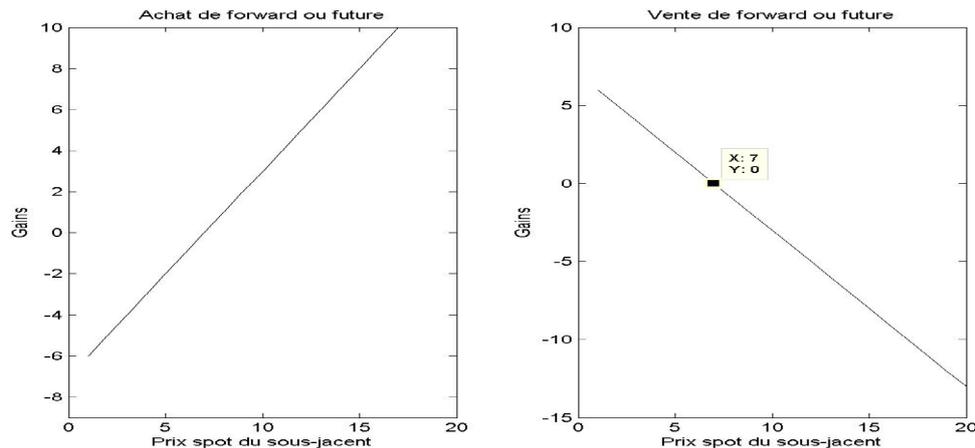


FIGURE 2.1 – Profil de gains : *forwards* et *futures*

Les *futures*, contrairement aux *forwards*, sont valorisés au prix du marché (*marked-to-market*) grâce à leur niveau de standardisation. Ainsi, les comptes des agents impliqués dans la transaction sont ajustés quotidiennement grâce à des appels de marges ou même des retraits pour éviter des défauts de paiement (Hull, 2009).

Quant aux options, elles constituent une autre forme de produit dérivé. Elles donnent le droit, et non l'obligation, d'acheter (soit un *call*) ou de vendre (soit un *put*) un actif financier à une échéance et à un prix d'exercice donnés (Hull, 2009). Puisqu'il est possible d'acheter (donc une position longue) ou de vendre (donc une position courte) ces options, quatre combinaisons de types d'options sont possibles. Ainsi, ces combinaisons sont : position longue sur option d'achat (*long call*), position courte sur option d'achat (*short call*), position longue sur option de vente (*long put*) et position courte sur option de vente (*short put*). Cela est représenté par la figure 2.2¹.

Il existe des types d'options ayant des caractéristiques différentes. On dit qu'une option est américaine « si le détenteur peut l'exercer en tout temps avant la date d'échéance » et qu'elle est européenne « si elle ne peut être exercée qu'à la date d'échéance » (Hull, 2009, p.6, traduction libre). Le détenteur peut choisir le type d'options qui correspond le mieux à ses besoins de couverture de risque. Dans le cadre de ce mémoire, les options quanto évaluées seront de type européen et ne pourront être exercées qu'à la date d'échéance définie par le contrat.

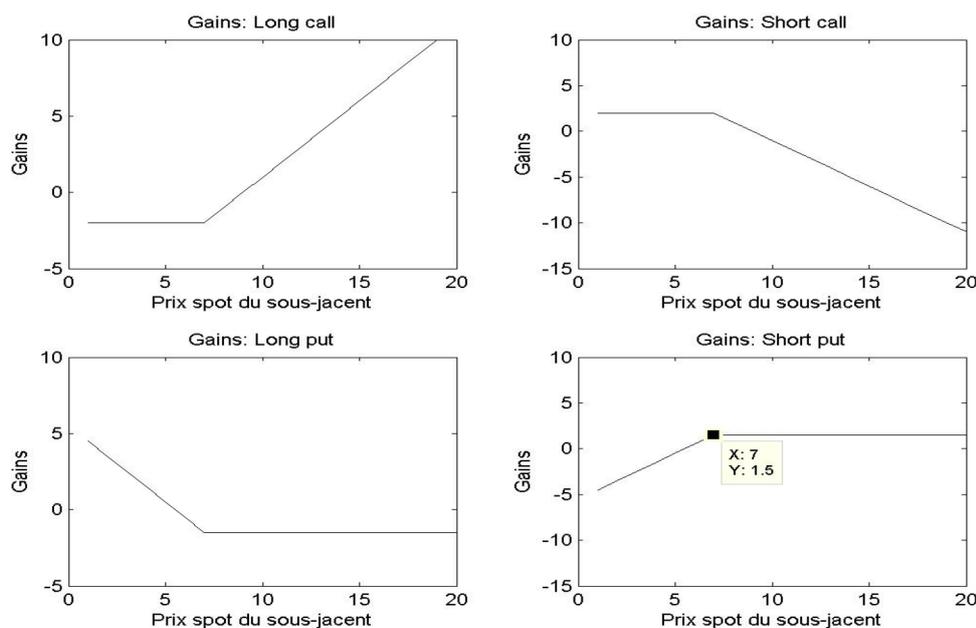


FIGURE 2.2 – Profil de gains : options

Le vocabulaire (utilisé dans Hull (2009)) lié aux options permet de mieux comprendre la valeur de ce produit. On distingue deux éléments dont la somme donne la valeur totale de l'option. Le premier se nomme la valeur intrinsèque, ou d'exercice, et représente la valeur maximum entre 0 et ce qu'obtiendrait le détenteur s'il exerçait l'option maintenant. Le deuxième est la valeur de continuité, ou temps, et est la valeur de l'option si le détenteur préfère la garder plutôt que de l'exercer. En outre, d'après (Hull, 2009), trois définitions permettent de situer la valeur de l'option par rapport à la décision d'exercice. Pour une

1. Pour les options européennes, les gains et pertes peuvent être représentés par la figure 2.2. Ainsi, si le prix *spot* du sous-jacent varie entre 0 et 20, le prix d'exercice est de 7 pour les deux options, le prix de l'option d'achat est de 2 et le prix de l'option de vente est de 1.5.

option d'achat, elle est à-la-monnaie (*at-the-money*) si le prix spot du sous-jacent est égal au prix d'exercice. Elle est dans-la-monnaie (*in-the-money*) si le prix spot du sous-jacent est supérieur au prix d'exercice et est hors-de-la-monnaie (*out-of-the-money*) s'il est inférieur. Pour une option de vente, les deux dernières définitions sont inversées. Ainsi, pour ce type de produit, un détenteur long de l'option l'exercerait si elle est dans-la-monnaie.

2.1.2 Options quanto

La définition des options quanto diffèrent à travers la littérature. Par exemple, pour Hull (Hull, 2009, p.290, traduction libre) les options quanto constituent « un instrument où deux monnaies sont impliquées ». Dans le cas de Zhang (Zhang, 1997, p.459, traduction libre), les options quanto sont « surtout utilisées dans les marchés reliés aux devises et permettent de convertir le prix d'un actif sous-jacent en un autre à un taux d'intérêt fixe garanti ». Ces définitions ont évolué avec le temps pour s'adapter à la situation des marchés. Pour ce mémoire, la définition de base des options quanto est définie comme « un produit dérivé où les gains et les pertes dépendent du produit de deux indices » (Caporin et al., 2012, p.1702, traduction libre). L'idée sous-jacente est que l'option quanto est la combinaison de deux options. Les agents des marchés nomment aussi ce type d'option « *basket options* » (FINCAD, 2015).

Cette définition est la mieux adaptée aux dérivés climatiques. Le modèle de Caporin et al. (2012) utilise des indices de températures et de prix d'électricité pour calculer les gains du produit dérivé. La fonction de gains comprend le produit de ces deux types d'indices. Ce modèle sera détaillé dans le chapitre 3 de ce mémoire.

2.1.3 Modèle de Black-Scholes pour les options

L'article de Black et Scholes (Black et Scholes, 1973) constitue un incontournable dans la littérature financière et sert de point de départ à de nombreuses recherches comme celle de Nelken (2000). Les auteurs ont réussi à dériver une formule d'évaluation des options grâce à, notamment, le principe de non-arbitrage. En effet, «un investisseur ne devrait pas pouvoir tirer profit de manière certaine d'une combinaison d'options bien évaluées et de son sous-jacent» (Black et Scholes, 1973, p.637, traduction libre). Les auteurs posent d'importantes hypothèses à la page 640 de l'article par rapport au marché pour pouvoir poursuivre leur analyse.

Ils affirment que le « taux d'intérêt sans risque est connu et constant à travers le temps » (aussi expliqué dans (Black et Scholes, 1973, p.640, traduction libre)), que le prix du sous-jacent suit une marche aléatoire en temps continu avec un niveau de variance proportionnel au carré du prix du sous-jacent et qu'ainsi, la distribution des prix possibles du sous-jacent à la fin d'un intervalle fini est log-normal. Cela engendre une volatilité constante des

rendements. De plus, aucune distribution (comme un dividende) n'est effectuée, l'option est de type européenne (c'est-à-dire qu'elle ne peut être exercée qu'à son échéance), il n'y a pas de coûts de transaction et une fraction du sous-jacent peut être achetée ou vendue au taux sans-risque. Il est important de noter que la vente à découvert, i.e. « une transaction où l'agent vend un actif qu'il ne détient pas » (Hull, 2009, p.99, traduction libre), est permise pour ce modèle.

Comme mentionné précédemment, le principe de non-arbitrage constitue l'origine de la déduction du modèle Black-Scholes (aussi appelé Black-Merton-Scholes grâce à la contribution de Robert Merton). « Il suffit de construire un portefeuille sans risque constitué d'une position dans le produit dérivé et dans le sous-jacent (soit une action). En absence d'opportunité d'arbitrage, ce portefeuille devrait rapporter le taux sans risque. » (Hull, 2009, p.285, traduction libre). En effet, les gains et les pertes engendrés par le produit dérivé devraient être compensés par la position dans le sous-jacent pour rapporter un rendement connu. La formule de Black-Scholes provient d'un raisonnement mathématique portant sur ce portefeuille sans-risque (Black et Scholes, 1973).

Le modèle de Black et Scholes ne s'appliquent cependant pas aux dérivés climatiques sur la température.

2.1.4 Limites du modèle de Black-Scholes

Premièrement, selon Robert Dischel (Dischel, 1998, p.8, traduction libre), « la température n'a pas de prix. Le profil de gains et de pertes d'une option climatique est déterminé par une série d'événements climatiques et non par la valeur de la température ». Or, le modèle de Black-Scholes est basé sur un actif sous-jacent qui peut être transigé sur les marchés. Deuxièmement, selon l'auteur, les options climatiques accumulent de la valeur sur une certaine période. Plus de détails sur le fonctionnement de ce type d'options seront fournis dans une autre section du mémoire. Cependant, à cause de leurs paramètres, les options (sur la température) accumulent un nombre d'unités si la température est supérieure ou inférieure à 18°C selon la période choisie (Dischel, 1998). Cette accumulation peut s'apparenter à celle des options asiatiques où le profil de gains ou de pertes est déterminé par la moyenne d'une valeur sur la période. Dans les deux cas, l'utilisation du modèle de Black-Scholes n'est pas appropriée. Finalement, comme mentionné précédemment, les auteurs du modèle utilisent un portefeuille sans risque construit à partir du sous-jacent et du produit dérivé pour déduire les équations nécessaires à la résolution du problème. Puisqu'il est impossible de transiger la température directement, il est aussi impossible de construire ce portefeuille (Dischel, 1998) et d'utiliser les formules du modèle. Robert Dischel propose donc dans son article d'utiliser des modèles stochastiques tels que la simulation Monte Carlo.

2.1.5 Survol des méthodes d'évaluation

Hamisultane (2009) classe les méthodes d'évaluation des dérivés climatiques en trois. Premièrement, les méthodes actuarielles sont basées sur l'espérance conditionnelle des paiements futurs sous la probabilité du sous-jacent et comprenant une prime actualisée pour la prise du risque. La probabilité du sous-jacent est évaluée grâce aux données historiques ou à la simulation Monte Carlo. Dans ces méthodes actuarielles, on retrouve l'analyse des rendements (*burn analysis*) et la modélisation quotidienne (*daily modeling*). Deuxièmement, l'auteur évoque les méthodes sans-arbitrage qui consistent à construire un portefeuille de réplcation en utilisant différents sous-jacents et positions pour trouver la valeur de l'option. Or, ces méthodes peuvent causer des problèmes à cause de la nature des dérivés climatiques dont le sous-jacent ne s'échange pas. Elles ne peuvent donc pas être utilisées pour les dérivés climatiques. L'équation de Black-Scholes fait partie de cette famille de méthodes. Finalement, l'auteur présente les méthodes basées sur la consommation. Elles proviennent du raisonnement d'une économie où un agent représentatif fait des choix pour maximiser son utilité intemporelle avec une certaine contrainte de budget.

Les méthodes d'évaluation actuarielles et financières (utilisées pour le modèle de cette recherche) seront décrites dans la section des dérivés climatiques de ce mémoire. La méthode financière représente une variation de la méthode actuarielle où la courbe réelle observée est remplacée par la courbe *forward* dans le but d'inclure les impressions des agents du marché (Caporin et al., 2012).

2.2 Marché de l'électricité

Le marché de l'électricité est fortement influencé par la nature de son bien. En effet, l'électricité, qui est considérée comme une commodité, ne peut pas être entreposée de manière directe (Benth et al., 2008). Une fois produite, elle doit être acheminée vers un endroit où elle sera consommée. Ainsi, les prix de l'électricité sont caractérisés par un très grand niveau de volatilité dû notamment aux problèmes d'entreposage (Escribano et al., 2011). Il a même été prouvé que la volatilité du prix des commodités telles que l'électricité est « une fonction inversement proportionnelle au niveau d'inventaire global » (Geman, 2005, p.28, traduction libre). Or, dans le cas extrême de l'électricité où on ne peut pas entreposer le bien, la volatilité est très forte (Geman, 2005). Cela engendre des chocs sur l'offre et la demande déjà très inélastiques. Par conséquent, le marché de l'électricité peut présenter des pics importants de prix (Benth et al., 2008). Par exemple, le prix peut faire un saut important par le haut et diminuer par la suite (Pirrong et Jermakyan, 2008). Les marchés d'électricité sont gérés par des opérateurs du système de transmission (*transmission system operator* ou *TSO*) (Benth et al., 2008). En bref, les séries de prix d'électricité sont caractérisées par « des effets de saisonnalité, de retour vers la moyenne, de grande volatilité et même de sauts » (Escribano et al., 2011, p.624, traduction libre). Il est donc primordial que le modèle d'évaluation de produits dérivés sur l'électricité choisi

prenne compte de ces particularités.

Comme mentionné, le modèle de l’offre et de la demande régit le système d’échange. La déréglementation des marchés a eu lieu dans «l’objectif d’amener les bénéfices liés au marché libre comparativement à celui au caractère monopolistique qui tenait précédemment» (Geman, 2005, p.251, traduction libre). Ainsi, l’électricité est échangée sous forme d’enchères pour des contrats standardisés. Les contrats garantissent la livraison d’une certaine quantité d’électricité à une période future déterminée par les agents. Selon le type de contrats, certains comprennent une livraison physique alors que d’autres engendrent un règlement financier sans échange du bien (Nord Pool Spot (2014b) et Nord Pool Spot (2014a)). Les prix d’électricité peuvent être ceux liés aux contrats en temps réel ou aux contrats de la journée suivante.

L’une des meilleures façons de représenter les caractéristiques particulières des marchés énergétiques comme l’électricité est représentée dans le tableau 2.2. La conclusion générale qui découle de ce dernier est que les marchés d’électricité sont très différents (voire presque l’opposé selon les caractéristiques présentées) des marchés monétaires.

Tableau 2.2 – Caractéristiques des marchés monétaires et énergétiques

Caractéristique	Dans les marchés monétaires	Dans les marchés énergétiques
Maturité du marché	Plusieurs décennies	Relativement récent
Facteurs fondamentaux influençant le prix	Peu, simples	Plusieurs, complexes
Impact des cycles économiques	Élevé	Faible
Fréquence des événements	Faible	Élevé
Impact de l’entreposage et de la livraison : rendement d’opportunité	Aucun	Significatif
Corrélation entre l’évaluation court-terme et long-terme	Élevé	Faible, « double personnalité » (comportement différent selon le terme)
Saisonnalité	Aucune	Importante pour le gaz naturel et l’électricité
Régulation	Faible	Varie de faible à élevée
Activité de marché ou liquidité	Élevée	Faible
Centralisation du marché	Centralisé	Décentralisé
Complexité des contrats de produits dérivés	Majorité des contrats sont assez simples	Majorité des contrats sont complexes

Notes. Source : (Pilipovic, 2007, p.19, traduction libre)

Puisque ces marchés sont gérés de manière régionale, leurs règles de fonctionnement et leurs caractéristiques peuvent changer d’un endroit à l’autre. Dans la prochaine sous-section, ces éléments pour les deux marchés traités dans le cadre de ce mémoire seront présentés.

2.2.1 Nord de l’Europe

Le marché de l’électricité du nord de l’Europe porte le nom de Nord Pool et constitue un endroit de transactions commun et multinational (Lucia et Schwartz, 2002). Ainsi, le marché du prix spot Nord Pool (*Nord Pool’s spot market* ou *Elspot*) permet « aux agents

norvégiens, suédois, finlandais et danois d'échanger des contrats horaires pour les vingt-quatre heures de la journée suivante » (Benth et al., 2008, p.5, traduction libre). Il s'agit de contrats de la journée suivante (*day-ahead contracts*). Ce marché comprend environ 360 membres et représente la plateforme d'échange d'environ 2000 contrats quotidiens (Nord Pool Spot, 2014a). Ainsi, chaque matin, les membres donnent leur prix pour vendre ou acheter une certaine quantité d'électricité pour les périodes horaires de la journée suivante. À midi, le marché ferme et l'opérateur du système établit le prix pour la journée suivante. Ce prix est appelé le prix systématique (*system price*) et est le même dans les différents pays nordiques (Benth et al., 2008).

Le succès de Nord Pool est dû notamment au grand nombre de participants et au fait que l'agent le plus imposant a moins de 25 % des actifs de production (Geman, 2005). De plus, une grande partie de l'électricité produite est hydroélectrique qui, grâce à l'ajustement du niveau d'eau dans les barrages, permet un certain ajustement à la volatilité. Finalement, les pays nordiques ont une « plus petite population, un bon système de transmission et une tradition de dialogue entre les instances impliquées dans le marché » (Geman, 2005, p.261, traduction libre).

2.2.2 Amérique du Nord

Le marché électrique nord-américain est dirigé par de nombreux opérateurs. Ils sont qualifiés de *Regional Transmission Organizations (RTO)* ou *Independent System Operator (ISO)*. Par exemple, dans la zone est, il y a la *New York ISO (NYISO)*, la *New England ISO (ISO-NE)* et la *New Brunswick System Operator (NBSO)* (Federal Energy Regulatory Commission, 2014). Dans le cas du NYISO, environ 98 % de l'énergie est échangée dans le marché pour la journée suivante (*day-ahead*) comparativement à celui de la journée-même. De ce 98 %, environ 50% est échangé dans des transactions dites bilatérales ou de gré-à-gré (NYISO, 2014b). En outre, le nombre de participants directs au marché est supérieur à 380 (NYISO, 2015a). Il y a aussi des participants ayant un accès limité ou d'invité (NYISO, 2015b). Ce nombre élevé de participants a un effet bénéfique sur l'efficacité du marché.

Les périodes d'échange sont classifiées comme étant *on-peak* pour les heures entre 7h00 et 23h00 (heure de l'Est) inclusivement du lundi au vendredi sauf les journées fériées selon la *North American Electric Reliability Corporation* (NYISO, 2014c). Les autres périodes sont considérées *off-peak*. Le type de période constitue donc une des caractéristiques du contrat et pourra engendrer deux séries de prix selon la période choisie.

Puisque le nombre d'opérateurs est élevé et que les spécificités des contrats peuvent varier d'un endroit à l'autre, la recherche liée à ce mémoire sera effectuée pour les données du NYISO et plus particulièrement sur la zone J (soit l'agent NYC). Cette zone permet d'obtenir plus de séries de données (notamment des prix d'électricité ou de *futures*) et contient plusieurs stations météorologiques sur son territoire (NYISO, 2014a).

2.3 Dérivés climatiques

Comme mentionné dans la section 2.1, les dérivés climatiques sont des produits financiers dont le sous-jacent, qui permet de calculer les gains, est notamment lié à la température, au vent, aux précipitations ou même au gel (CME Group, 2014c). Dans le cas des produits dérivés sur la température, le *Chicago Mercantile Exchange* offre des *futures* où la mise à la valeur du marché est effectuée chaque jour (Group, CME, 2015).

Les dérivés climatiques ont certaines particularités liées à leur fonctionnement et influençant le calcul des gains. L'une d'entre elles est représentée par les *Heating Degree Days* (*HDD*) et les *Cooling Degree Days* (*CDD*) (CME Group, 2014a). Ces unités de chaleur ou de froid sont accumulées tout au long de la période du contrat selon les températures enregistrées à la station météorologique déterminée par le contrat.

La première étape pour calculer le nombre de *HDD* ou *CDD* est « d'évaluer la température moyenne quotidienne à la station choisie » (Nelken, 2000, p.2, traduction libre). Selon la définition du CME, il s'agit donc de faire la moyenne entre les températures minimum et maximum pour la journée (CME Group, 2014a). Ensuite, le nombre de *HDD* ou *CDD* correspond à l'écart de cette moyenne avec une valeur barrière qui est généralement 65 ° F aux États-Unis et 18 ° C en Europe (Brewer, 2012). Finalement, pour calculer les gains et les pertes du contrat, il faut faire la somme des *HDD* ou *CDD* sur la période du contrat. Les équations utilisées pour les calculs s'apparentent à celles-ci (Nelken, 2000, p.2) :

$$W_i = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} \quad (2.1)$$

où T_{max} représente la température maximale en degrés Fahrenheit enregistrée au jour i et T_{min} , la température minimale en degrés Fahrenheit enregistrée au jour i . On a donc :

$$HDD_i = \max(65 - W_i, 0) \quad (2.2)$$

$$CDD_i = \max(W_i - 65, 0) \quad (2.3)$$

où HDD_i est le nombre de *HDD* pour le jour i et CDD_i est le nombre de *CDD* pour le jour i . Veuillez noter que la barrière de 65 ° F utilisée est celle des États-Unis et peut être modifiée au besoin.

Supposant un contrat d'option d'achat calculé sur des *HDD* dont la période s'étend du 1er novembre 1999 au 31 mars 2000 (Nelken, 2000, p.3), le calcul du nombre total de *HDD* est représenté par :

$$Total = \sum_{i=1er\ novembre\ 1999}^{31\ mars\ 2000} HDD_i \quad (2.4)$$

Le 1er avril 2000, le rendement du contrat est calculé par (Nelken, 2000, p.3) :

$$Rendement = \min(\tau \times \max(Total - valeur\ d'exercice, 0), valeur\ maximale\ attendue) \quad (2.5)$$

où τ , le *tick*, représente un nombre de dollars par unité prévu par le contrat et « valeur maximale attendue » représente la valeur maximale de rendement prévue par le contrat, s'il y a lieu. Il existe des variétés différentes de contrats qui permettent de répondre aux besoins des gestionnaires de risques.

2.3.1 Approches actuarielles et financières

La tarification de dérivés climatiques se fait à l'aide de différentes approches. Ce processus permet d'évaluer le rendement du produit grâce à la somme de deux composantes : le rendement espéré (*expected payout*) et l'élément de risque (*risky payout*) (Henderson, 2002). L'auteur utilise ces deux composantes pour dériver une équation universelle d'évaluation qui permet de prendre en compte les détails du contrat et le profil de risque de l'agent.

Le processus d'évaluation comprend, selon Henderson (2002), quatre étapes : définir le contrat en termes mathématiques (toutes les réalisations de rendement possibles), calculer l'espérance de rendement ainsi que l'élément de risque, refaire ces étapes pour les différentes stratégies de couverture et choisir la stratégie optimale.

Approche actuarielle

La première approche d'évaluation se nomme l'approche actuarielle ou d'assurances. Les méthodes correspondantes à cette approche se basent sur l'évaluation « des probabilités de toutes les situations futures possibles du produit dérivé » (Brix et al., 2005, p.30, traduction libre). Celles-ci sont classifiées selon 3 groupes : « analyse historique des rendements (*historical burn analysis*), modélisation d'indice (*index modelling*) et modélisation quotidienne (*daily modeling*) » (Caporin et al., 2012, p.1703, traduction libre). L'analyse historique des rendements permet, selon les auteurs, de définir la distribution des rendements des contrats à l'aide des données historiques. De son côté, la modélisation d'indice ajoute un élément supplémentaire à la technique précédente. En effet, elle permet aux chercheurs de poser une hypothèse par rapport à la distribution de l'indice climatique. Cependant, cette technique, soit la modélisation de l'indice, n'est pas optimale si l'horizon évalué est court (donc que les chercheurs disposent de peu d'observations) ou si l'actif sous-jacent n'est pas échangé directement sur les marchés (Caporin et al., 2012). La modélisation quotidienne permet « d'appliquer un modèle sur les données climatiques journalières pour ensuite faire des prévisions par rapport à l'indice » (Caporin et al., 2012, p.1703, traduction libre).

Approche financière

La deuxième approche d'évaluation se nomme l'approche financière. Elle utilise la courbe forward des prix pour transformer l'approche actuarielle en une approche financière risque-neutre (Caporin et al., 2012). Ainsi, la méthode actuarielle utilise la tendance réelle et la méthode financière utilise la courbe *forward* énergétique. Ces différentes courbes et leur signification seront illustrées dans le chapitre 4.

Suivant Caporin et al. (2012), nous utiliserons les deux approches. Le modèle sera d'ailleurs détaillé dans le chapitre 3.

Les options quanto évaluées dans le cadre de ce mémoire comprennent aussi une partie provenant des dérivés énergétiques, la sous-section suivante traitera donc de ce sujet.

2.4 Dérivés énergétiques

Les dérivés énergétiques ont comme sous-jacent des actifs énergétiques tels que le gaz naturel, le charbon, l'électricité ou le pétrole (CME Group, 2014b). Puisque la température est un des facteurs fondamentaux dans la variation des prix énergétiques (Pilipovic, 2007), les dérivés climatiques et énergétiques sont fortement liés. Les caractéristiques du sous-jacent ont une grande influence sur la modélisation du produit financier. Il est donc primordial de pouvoir les distinguer et de les intégrer de façon appropriée au modèle. L'analyse reliée à ce mémoire sera concentrée sur les dérivés électriques. Ce type de produit sera évalué dans les chapitres 3 et 4. Les produits dérivés offerts dans les marchés d'électricité sont très variés. En plus des *futures*, des *forwards* et des options, les agents peuvent transiger des contrats de *swaps* et de *spreads* (Clewlow et Strickland, 2000).

Comme mentionné dans la section sur les marchés d'électricité, il est généralement accepté que les marchés énergétiques sont influencés par plus d'un facteur (comme le prix spot) et que leur comportement est représenté par un retour vers la moyenne (Pilipovic, 2007). Les méthodes d'évaluation des prix d'électricité doivent donc prendre en compte le phénomène de retour vers la moyenne, les montées en flèche (*price spikes*) et la volatilité non-constante. Il est intéressant de noter que le « niveau de volatilité des prix des forwards sur l'électricité décroît de manière significative lorsque la maturité augmente » (Pilipovic, 2007, p.26, traduction libre). Cela est dû au fait que les agents du marché prévoient que l'offre et la demande seront en équilibre à long terme.

Comme mentionné précédemment, les séries de prix d'électricité sont souvent présentées comme étant *on-peak* ou *off-peak*. « Les séries *on-peak* présentent un plus grand niveau de saisonnalité dans leurs facteurs que celles pour les *off-peak*. » (Pilipovic, 2007, p.423,

traduction libre) Cela est dû, par exemple, au fait que les records estivaux de chaleur sont plutôt atteints durant la journée.

Fonctionnement

Les prix de l'électricité présentent un haut niveau de volatilité et varient durant la journée. Ainsi, les agents impliqués calculent généralement le rendement du produit dérivé à l'aide des prix de fermetures dans la région choisie. Les heures de contrat utilisées sont les *on-peak* et/ou *off-peak* décrites précédemment. Pour ce mémoire, les séries de prix à Oslo en Norvège (obtenues grâce au serveur du Nord Pool) et celles pour New York (grâce aux données publiques du NYISO) seront analysées. Les séries des prix de *forwards* et *futures* proviennent du NASDAQ OMX pour Oslo et de Bloomberg pour New York.

Il est primordial pour les personnes impliquées dans l'évaluation des produits dérivés sur l'électricité de garder en tête les risques liés à la modélisation des produits dérivés sur commodités. Ces derniers peuvent être résumés dans le tableau 2.3. Il regroupe les risques principaux en trois catégories.

Le risque de prix est lié à l'incertitude que ce dernier représente adéquatement le produit dérivé. Ce prix peut d'ailleurs varier grandement à cause de la volatilité. La corrélation entre différents marchés peut influencer la volatilité et le prix des produits. Un marché illiquide engendre des problèmes à cause du manque d'opportunités de couverture. Les risques de la catégorie « commodité » sont physiques. En effet, la nécessité d'entreposer, de transmettre et de livrer certains types de commodités augmente le niveau de risque. De plus, la commodité doit avoir la capacité de répondre aux besoins de l'acheteur. La dernière catégorie est liée à la possibilité d'erreur humaine. Les différents agents impliqués dans le processus tels que les courtiers (*traders*), les analystes et les gestionnaires peuvent faire des erreurs de jugement. Le risque de crédit est représenté par l'incapacité de la contrepartie de répondre à son engagement. Finalement, le modèle utilisé pour l'évaluation du produit dérivé peut comprendre des erreurs notamment liées aux hypothèses (Pilipovic, 2007).

Signification de la courbe *forward* pour les dérivés d'électricité

Un élément intéressant à noter sur le fonctionnement des dérivés énergétiques (et plus spécifiquement, des dérivés sur l'électricité) est la signification de la courbe *forward*. Certaines courbes *forwards* sont construites grâce aux impressions des agents du marché. Ainsi, les transactions auront lieu à un prix qui reflète les prédictions des agents. Tel que décrit dans Hull (2009), les coûts d'entreposage et de maintien du sous-jacent sont aussi à prendre en compte. Des courbes *forwards* sont construites pour refléter ces coûts et combien il en coûterait à un agent pour acheter et entreposer le sous-jacent jusqu'à la vente future. Cette stratégie d'arbitrage qui peut être avantageuse pour un acheteur sur une certaine période porte le nom de « *cash-and-carry* ».

Tableau 2.3 – Risques liés à la modélisation des produits dérivés sur commodités

Catégories	Risques
De marché	Prix Volatilité Corrélation Liquidité
De commodité	Entreposage Capacité Livraison Transmission
Humain	Courtier Analyste quantitatif De gestion Crédit Modélisation

Notes. Source : (Pilipovic, 2007, p.377, traduction libre)

Dans le cas des *forwards* sur l'électricité, ce modèle d'évaluation «dépend de la capacité de l'arbitrageur de prendre position dans l'actif et de le détenir jusqu'à la fin du contrat. Puisque l'électricité n'est essentiellement pas entreposable, le modèle ne peut pas être appliqué directement» (Longstaff et Wang, 2004, p.1887, traduction libre). En effet, il est très coûteux pour un opérateur d'électricité de fermer ses turbines dans une centrale hydroélectrique ou de fermer une centrale nucléaire (par exemple) dans le but de moduler sa production et de l'entreposer. L'électricité doit être acheminée vers son lieu de consommation et est difficile à être entreposée à cause de contraintes physiques. Huisman et Kilic (2012) affirment d'ailleurs que les prix *forwards* dans les marchés où l'électricité est majoritairement produite par des sources non-entreposables (comme l'hydroélectricité et l'électricité éolienne) contiennent de l'information sur les changements espérés du prix *spot*. Les prix dans les marchés où le type de production principal est différent (par exemple, à partir du gaz naturel) contiennent aussi ce type d'information et, en plus, une prime de risque. La courbe *forward* représente donc les impressions des agents dans le marché de l'électricité par rapport aux prix futurs.

2.4.1 Approches

Pilipovic (2007) évoque trois types d'approches pour évaluer des options énergétiques. Premièrement, les solutions fermées sont difficiles à développer (surtout dans un cas multifactoriel où plus d'un facteur, comme le prix spot ou le niveau de liquidité, influencent le marché énergétique) et ne peuvent généralement pas tenir compte des spécificités des options américaines. De plus, il est difficile de les utiliser dans le cadre d'une option dépendante de son parcours (*path dependent*). Deuxièmement, les simulations (de type Monte Carlo) offrent plus de flexibilité pour bien s'adapter aux caractéristiques de l'option sauf pour l'américanité qui reste difficile à évaluer. Finalement, les méthodes d'arbre peuvent prendre en compte l'américanité, mais pas les options dépendantes de leur parcours. Il est

aussi difficile d'intégrer plus de deux facteurs (qui dans ce cas, créent un arbre en trois dimensions) dans ces méthodes.

L'approche de simulation est donc très populaire auprès des chercheurs grâce à sa flexibilité et elle sera utilisée dans ce mémoire. Nous allons privilégier l'approche de simulation puisque nos efforts seront concentrés sur des options de type européen et que cette approche est suggérée pour des séries climatiques et énergétiques par de nombreux auteurs.

La simulation Monte Carlo permet de calculer le prix actuel d'un produit dérivé en faisant la moyenne actualisée des différentes trajectoires produites par le modèle et les paramètres choisis (Clewlow et Strickland, 2000). Ces trajectoires représentent les parcours possibles que le sous-jacent peut suivre tout au long de la période étudiée.

Pour utiliser l'approche de simulation, il est primordial de bien évaluer la volatilité des séries.

2.4.2 Modèles d'évaluation : modèles GARCH

Un bon modèle doit satisfaire deux critères : 1) il doit répondre aux propriétés de trajectoire (c'est-à-dire, qu'après calibration des paramètres, le modèle produit des trajectoires similaires à celles observées) ; 2) que les quatre premiers moments du modèle représentent bien la réalité (Geman, 2005).

Comme mentionné, les méthodes d'évaluation des dérivés sur l'électricité doivent donc prendre en compte le phénomène de retour vers la moyenne et la volatilité non-constante. La famille des modèles GARCH (pour *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) est particulièrement utile dans ce cas. Elle permet d'évaluer le niveau de volatilité grâce aux paramètres choisis pour s'adapter à la série choisie.

Une notation plus étoffée est nécessaire pour bien cerner les particularités des modèles qui seront expliqués par la suite. Shumway et Stoffer (2006) présentent une excellente introduction aux modèles utilisant des opérateurs de retard (*lagged operators*). Ces opérateurs permettent de décrire la transition effectuée entre les différents pas de temps et ainsi, prendre en compte les résultats antérieurs pour décrire la situation actuelle.

Un exemple de base permettant d'introduire la notation est celui du modèle GARCH(1,1). Bollerslev (1986) présente d'ailleurs de manière efficace différents modèles. Dans ce modèle, ε_t est un bruit blanc alors que I^{t-1} représente l'information disponible au temps t . Ainsi, la valeur réelle du processus stochastique au temps t conditionnellement à l'information disponible en $t - 1$ suit une loi normale de moyenne 0 et de variance h_t . Cette variance est

par la suite décrite comme étant la somme pondérée du carré de la valeur réelle du processus stochastique du pas de temps antérieur et de sa propre valeur, aussi du pas de temps antérieur. Le modèle GARCH(1,1) constitue un exemple de base et peut être écrit sous une forme plus générale qui permet aux chercheurs de choisir la forme qui leur convient le mieux.

Ainsi, le processus est représenté par :

$$\varepsilon_t | I^{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (2.6)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (2.7)$$

où $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ et $\beta_1 \geq 0$. Des conditions de stationnarité et d'existence des premiers moments sont décrites plus amplement dans la littérature (Bollerslev, 1986, p.311).

Le modèle GARCH(p,q) (Bollerslev, 1986, p.309) est représenté par l'équation 2.6 et de :

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (2.8)$$

Ces modèles, ainsi que leurs différentes variantes, seront utiles pour modéliser la variance dynamique des séries de température et d'électricité.

Chapitre 3

Méthodologie

Dans cette section, la méthode employée pour évaluer les options quanto climatiques et énergétiques sera détaillée. Elle suit celle présentée dans l'article de Caporin et al. (2012). Des améliorations seront proposées pour pallier à certaines problématiques. La première section exposera la provenance des données ainsi que les traitements nécessaires pour les mettre dans un bon format. La deuxième section présentera, par étapes, les concepts nécessaires à la compréhension de cette méthode.

3.1 Données

Les sources des données ainsi que le traitement reçu par certaines d'entre-elles seront exposés dans les prochaines sous-sections.

3.1.1 Sources

Pour les données de température, la série de New York provient du *National Data Climate Center* de la *National Oceanic and Atmospheric Administration* (ou NOAA). Pour Oslo, celle de Caporin et al. (2012) fut obtenue et utilisée pour répliquer les résultats de l'article. Les informations concernant les journées fériées à Oslo et à New York proviennent de timeanddate.com (2014).

Pour Oslo, les prix de l'électricité proviennent des serveurs de Nord Pool. Les prix de *futures* et des *forwards*, eux, proviennent du NASDAQ OMX. Finalement, les séries de taux Euribor (act/360) et des taux de change entre la couronne norvégienne et l'euro ont été extraites de Bloomberg.

Pour New York, les séries de prix d'électricité proviennent du *New York Independent System Operator* (ou NYISO). Les prix de *forwards* et *futures* ainsi que le taux Libor

(act/360) proviennent de Bloomberg.

3.1.2 Traitement

Les données climatiques pour New York offraient beaucoup de flexibilité. En effet, de nombreuses stations météorologiques de la zone J présentaient de longues séries continues. La série de New York Laguardia Airport NY US débute, pour cette recherche, le 1er janvier 1978 pour terminer le 27 janvier 2014.

Les séries de prix d'électricité quotidiens nécessaires pour le modèle sont construites à partir de la moyenne des 24 heures de la journée. Pour Oslo, les fichiers annuels de données présentaient déjà une colonne faisant état de ce calcul. Ce n'était pas le cas pour New York où les données horaires ont dû être regroupées selon la contrepartie de la transaction avec le NYISO et l'heure dans la journée. La contrepartie « N.Y.C. » fut isolée pour obtenir un prix systématique.

En ce qui concerne les données pour les prix des *futures* et des *forwards*, celles d'Oslo ont dû être traitées pour obtenir un format uniforme du prix de clôture entre le 4 janvier 1999 et le 17 février 2014. De plus, les produits financiers ayant une date de livraison antérieure au 31 décembre 2005 étaient présentés en couronnes norvégiennes et ont dû être convertis en euros. Pour New York, les prix étaient séparés selon la période. Ainsi, les *on-peak* correspondent à la période entre 7h00 et 23h00 du lundi au vendredi. Les *off-peak* correspondent aux autres heures de la semaine.

3.2 Modèle

Le modèle utilisé pour l'évaluation des options quanto climatiques et énergétiques provient de l'article de Caporin et al. (2012). La présente section décrira les particularités associées à l'application de ce modèle.

3.2.1 Options quanto climatiques et énergétiques

Tel qu'introduit dans la sous-section 2.1.2, les options quanto représentent la combinaison de deux options. La fonction de gains est déterminée par le produit de deux indices. Dans le cadre de ce mémoire, ces indices sont climatiques et énergétiques.

Les options quanto évaluées dans le chapitre 4 utilisent cette fonction de gains spécifique :

$$\max(0, (K_2 - HDD) \times \tau \times (K_1 - E)) \quad (3.1)$$

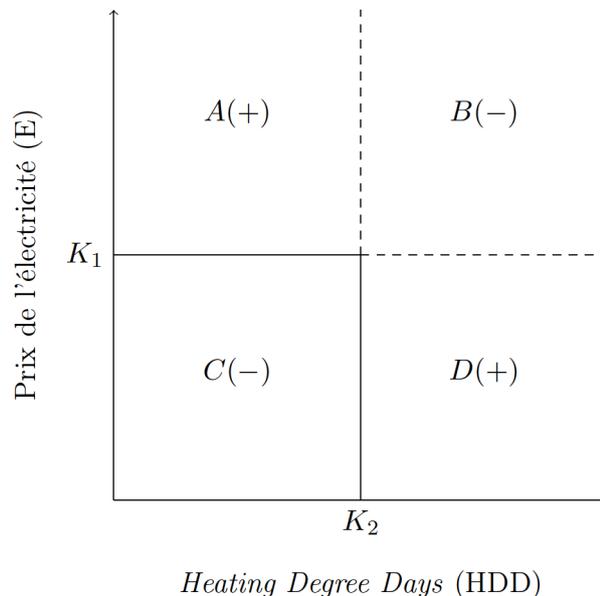
pour une double option de vente sur le prix de l'électricité E (avec un prix d'exercice K_1) et sur la température (évaluée grâce au HDD et une valeur d'exercice de K_2) ou

$$\max(0, (K_2 - HDD) \times \tau \times (E - K_1)) \quad (3.2)$$

pour une double option spécifique sur le prix de l'électricité E (avec un prix d'exercice K_1) et sur la température (évaluée grâce au HDD et une valeur d'exercice de K_2).

Pour tenir compte de l'effet de climatisation en été à New York, d'autres types d'options (utilisant notamment des CDD et des mois d'été) seront utilisées. La valeur du tick de $10\text{€} \times MWh/HDD$ fut déterminée par les auteurs de l'article principal. Les valeurs de K_1 correspondent aux prix de clôture (mensuels ou pour le quartile) des *forwards* en $\text{€}/MWh$. Les valeurs de K_2 correspondent à la moyenne 10 ans des HDD diminuée de 2 points pour chaque mois ou 5 points pour le quartile comprenant la marge du courtier. Pour New York, les valeurs d'exercice suivent le même principe et sont en dollars américains. À Oslo, les contrats d'électricité ont des *ticks* de 0.01€ pour $1 MWh$. À New York, ce sont plutôt des *ticks* de $4\text{\$}$ pour $400 MWh$. Pour conserver les proportions des options quanto à Oslo, le *tick* des options évaluées dans ce mémoire sera de $10\text{\$} \times MWh/HDD$ ou $10\text{\$} \times MWh/CDD$.

L'objectif (pour un détaillant d'électricité, par exemple) de ce type d'options est se couvrir contre une situation qui pourrait engendrer des pertes. La meilleure façon d'exposer cette situation est grâce à la figure 3.1.



Notes. Source : (Caporin et al., 2012, p.1702, traduction libre)

FIGURE 3.1 – Représentation graphique des scénarios pour un détaillant

Pour une double option d'achat, un détaillant fera des pertes si la situation est représentée par celles des quadrants B ou C. Dans le quadrant B, le nombre de HDD est supérieur

à celui du nombre d'exercices. Cela signifie que la température est basse et que les consommateurs doivent chauffer leur logement, par exemple. Le détaillant doit acheter l'électricité à un prix supérieur à K_1 pour fournir les consommateurs. Il fait donc une perte en vendant plus d'électricité qu'il a achetée à un prix supérieur à celui prévu. Dans le quadrant C, la température est plus clémente et les consommateurs ont moins besoin d'énergie. Le détaillant ne pourra revendre son surplus qu'à un prix inférieur à K_1 et fera donc des pertes. Les quadrants A et D permettent au détaillant d'électricité de faire des gains. Dans le A, la température clémente permet aux consommateurs d'utiliser moins d'électricité. Le détaillant vend donc son surplus sur le marché à un prix supérieur à K_1 . Finalement, dans le quadrant D, les consommateurs ont besoin de plus d'électricité à cause de la température froide. Cependant, le détaillant peut s'approvisionner grâce au prix du marché inférieur à K_1 et revendre l'électricité par la suite.

La première étape dans l'évaluation des options quanto consiste à déterminer le modèle régissant le comportement des séries climatiques et énergétiques.

3.2.2 Modèle dynamique pour les séries climatiques et énergétiques

Caporin et al. (2012) présente un modèle dynamique pour l'évolution conjointe des deux séries. Les avantages de celui-ci sont nombreux. Il prend en compte « la saisonnalité dans la structure des moyennes et des variances des deux séries, l'effet "jour de la semaine" dans la moyenne des log-prix de l'énergie, la structure autorégressive et l'hétéroscédasticité (les deux avec des retombées des niveaux de température sur les log-prix de l'énergie) et les corrélations dynamiques avec une évolution saisonnière» (Caporin et al., 2012, p.1704, traduction libre).

La série des log-prix énergétiques pour le pas de temps t est représentée par x_t et celle du niveau moyen de température, y_t . Leur évolution conjointe est décrite par l'équation suivante qui constitue la pierre angulaire du modèle :

$$\Phi(B) \Xi(B) \Delta(B) \left(\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} - \Upsilon Z_t \right) = \Theta(B) \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Cette équation comprend de nombreux éléments qui seront détaillés pour faciliter leur compréhension. Pour la suite des explications, les éléments ayant un indice de 1 seront liés à la série énergétique et ceux en ayant un de 2, à la série climatique. B représente un opérateur de retard. $\Phi(B)$ est vecteur autorégressif polynomial d'ordre p (*Vector Auto Regressive*, ou VAR). Ainsi,

$$\Phi(B) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^p \begin{bmatrix} \phi_{1,1,j} & \phi_{1,2,j} \\ 0 & \phi_{2,2,j} \end{bmatrix} B^j \quad (3.4)$$

$\Xi(B)$ est vecteur autorégressif saisonnier polynomial d'ordre P (*Seasonal Vector Auto Regressive* ou S-VAR). Il sert à « capturer les tendances stochastiques hebdomadaires » (Caporin et al., 2012, p.1704, traduction libre). S dans l'équation suivante est égal à 7 à cause des sept jours de la semaine. Le vecteur est défini comme :

$$\Xi(B) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^P \begin{bmatrix} \xi_{1,1,j} & \xi_{1,2,j} \\ 0 & \xi_{2,2,j} \end{bmatrix} B^{Sj} \quad (3.5)$$

$\Delta(B)$ est une matrice à mémoire longue permettant d'introduire une longue dépendance entre les séries de température et de log-prix de l'énergie. Elle est définie comme :

$$\Delta(B) = \begin{bmatrix} (1-B)^{d_1} & 0 \\ 0 & (1-B)^{d_2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

où d_1 et d_2 sont les coefficients de différenciation.

Z_t est un vecteur de variables explicatives et peut être séparé en deux composantes. Une première composante est D_t qui inclut « une ordonnée, une tendance polynomiale qui capture l'évolution à long terme des deux séries (soit le réchauffement climatique pour la série de température) et des ondes sinusoïdales et cosinusoïdales qui modélisent l'évolution périodique (ou saisonnière) et déterministe de la température. Les ondes auront donc un impact sur les prix de l'énergie si l'on considère que la température a un impact sur la demande d'énergie » (Caporin et al., 2012, p.1704, traduction libre). Le deuxième composant de Z_t est W_t qui comprend des variables nominales pour les journées de la semaine et les journées de congé qui permettent d'évaluer les changements dans le prix selon la journée. Ainsi, ces éléments peuvent être représentés par :

$$\Upsilon Z_t = \begin{bmatrix} \beta'_1 & \delta'_1 \\ \beta'_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_t \\ W_t \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Par la suite, $\Theta(B)$ est un vecteur à moyenne mobile d'ordre q (*Vector Moving Average* ou VMA) qui est représenté par :

$$\Theta(B) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^q \begin{bmatrix} \theta_{1,1,j} & \theta_{1,2,j} \\ 0 & \theta_{2,2,j} \end{bmatrix} B^j \quad (3.8)$$

Les valeurs résiduelles du processus (ε) peuvent être détaillées par :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} | I^{t-1} \sim D(0, \Sigma_t) \quad (3.9)$$

Σ_t constitue une matrice de covariance qui change dans le temps. Elle peut être séparée en éléments tel que $\Sigma_t = V_t R_t V_t$. Ceux-ci seront définis dans les prochaines sous-sections.

Il est important de noter que I^{t-1} représente l'ensemble d'information connu à $t-1$. D représente la distribution sélectionnée. Tel qu'indiqué à la page 1705 de Caporin et al. (2012), différentes distributions peuvent être choisies pour D comme celle de Student. Cependant, les auteurs lui ont préféré la distribution normale pour les propriétés asymptotiques des estimateurs de quasi-maximum de vraisemblance et pour des raisons de simplicité. Les innovations $(\epsilon_{1,t}$ et $\epsilon_{2,t})$ sont non-identiquement distribuées et dépendantes (Christodoulakis et Satchell, 2002, p.354, traduction libre).

« La température entre dans l'équation de l'énergie comme une déviation de sa moyenne inconditionnelle $\beta'_2 D_t$ » (Caporin et al., 2012, p.1704, traduction libre). L'équation du log-prix de l'énergie peut donc être représentée par une transformation de l'équation 3.3. Ainsi :

$$\begin{aligned} & \Phi_{1,1}(B) \Xi_{1,1}(B) (1 - B)^{d_1} (x_t - \beta'_1 D_t - \delta'_1 W_t) \\ & + \Phi_{1,2}(B) (1 - B)^{d_2} (y_t - \beta'_2 D_t) = \Theta_{1,1}(B)\epsilon_{1,t} + \Theta_{1,2}(B)\epsilon_{2,t} \end{aligned}$$

Les polynômes de type VAR, VMA et S-VAR ont une restriction pour s'assurer que la série énergétique n'a pas d'influence sur la série climatique. Des valeurs nulles dans certaines matrices d'équations de coefficients ont d'ailleurs cette fonction.

Le modèle de Caporin et al. (2012) présente cependant certaines limites notamment liées au fait qu'il ne permet pas un comportement périodique des coefficients. Premièrement, rien n'indique que la température peut évoluer selon une tendance autorégressive hebdomadaire. Les auteurs justifient leur choix en disant avoir vérifié que le S-VAR permet une amélioration des valeurs résiduelles tout en limitant le nombre de paramètres pour simplifier le modèle. Deuxièmement, les auteurs « supposent que les paramètres des matrices satisfont les contraintes et donc, permettent la stationnarité et l'invertibilité dans le processus moyen » (Caporin et al., 2012, p.1704, traduction libre). Encore une fois, il évoque la possibilité de changer ces éléments, mais ils considèrent que cette augmentation de la dimension des paramètres aura un coût trop élevé.

Un élément dont ne tient pas compte le modèle de Caporin et al. (2012) est la présence de sauts dans les prix d'énergie. En effet, le choix d'utiliser des fonctions normales pour la résolution de quasi maximums de vraisemblance « ne permet pas de capturer les sauts de prix d'énergie » (Caporin et al., 2012, p.1705, traduction libre). L'introduction d'un paramètre de saut dans la moyenne pourrait régler ce problème, mais les auteurs, pour des raisons de simplicité, ont décidé de ne pas le faire. Certaines illustrations de ce manque seront présentées dans le chapitre 4.

3.2.3 Modèle SARFIMAX

Les ensembles (par exemple, l'ensemble arfima de Veenstra et McLeod (2015)) du logiciel R (R Core Team, 2013) permettent l'estimation de différents modèles dans le but de

mieux saisir le comportement de séries chronologiques. Le modèle utilisé dans le cadre ce mémoire est le modèle SARFIMAX (*seasonal autoregressive fractionally integrated moving average with exogenous variables*) qui peut être implanté grâce aux différents arguments des fonctions de l'ensemble dans R.

Un élément important à définir avant d'élaborer sur les modèles de séries temporelles est la stationnarité. En effet, Tsay (2005) en donne deux définitions. Brièvement, la stationnarité stricte implique que la distribution jointe de $(x_{t_1}, \dots, x_{t_k})$ ne change pas s'il y a un décalage temporel (*time shift*). La stationnarité faible implique que la moyenne de x_t (qui est une constante) et la covariance entre x_t et x_{t-l} ne changent pas dans le temps (l est ici un entier arbitraire).

Il est cependant possible de séparer le modèle complexe qu'est le SARFIMAX en plus petites parties pour en comprendre ses éléments sous-jacents. Ainsi, le modèle autorégressif d'ordre p (AR(p) ou *autoregressive model of order p*) est « basé sur l'idée que la valeur actuelle de la série peut être expliquée comme étant une fonction de p valeurs passées » (Shumway et Stoffer, 2006, p.85, traduction libre). Le modèle peut d'ailleurs être représenté par l'équation suivante :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t \quad (3.10)$$

où ϕ_i sont des constantes, $\phi_p \neq 0$ et w_t est un bruit blanc gaussien de moyenne 0 et de variance σ_w^2 . Une autre forme de ce modèle est la suivante :

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) x_t = w_t \quad (3.11)$$

où $\phi(B)x_t = w_t$. $\phi(B)$ est d'ailleurs appelé l'opérateur autorégressif.

Un autre élément sous-jacent au modèle SARFIMAX est représenté par le modèle de moyenne mobile d'ordre q (MA(q) ou *moving average model of order q*). Celui-ci « assume que les bruits blancs w_t du côté droit de l'équation sont combinés de manière linéaire pour former l'observation » (Shumway et Stoffer, 2006, p.90, traduction libre). L'équation du modèle est donc la suivante :

$$x_t = w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \dots + \theta_q w_{t-q} \quad (3.12)$$

où q représente les retards de la moyenne mobile, θ_i sont des paramètres (selon d'autres notations, ils peuvent avoir un signe négatif) et $\theta_q \neq 0$. L'opérateur de moyenne mobile a la forme suivante :

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q \quad (3.13)$$

Les modèles autorégressifs et de moyenne mobile peuvent être combinés pour donner le modèle autorégressif à moyenne mobile (ARMA(p,q) ou *autoregressive moving average*). Ainsi, selon Shumway et Stoffer (2006), une série temporelle est de type ARMA(p,q) si elle

est stationnaire et :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \theta_1 w_{t-1} + \dots + \theta_q w_{t-q} \quad (3.14)$$

où $\phi_p x_{t-p} \neq 0$ et $\theta_q w_{t-q} \neq 0$. Le modèle peut aussi être présenté sous sa forme plus concise soit :

$$\phi(B)x_t = \theta(B)w_t \quad (3.15)$$

Selon Box et al. (1970) (cité dans (Shumway et Stoffer, 2006, p.159)), la définition du modèle SARIMA (*seasonal autoregressive integrated moving average*) est la suivante :

$$\Phi_P(B^s)\phi(B)\Delta_s^D\Delta^d x_t = \alpha + \Theta_Q(B^s)\theta(B)w_t \quad (3.16)$$

où w_t représente un processus de bruit blanc gaussien. En outre, les éléments autorégressifs et de moyenne mobile ordinaires sont représentés respectivement par les polynômes $\phi(B)$ et $\theta(B)$ d'ordre p et q .

Les éléments autorégressifs et de moyenne mobile saisonniers sont plutôt représentés par $\Phi_P(B^s)$ et $\Theta_Q(B^s)$ d'ordre P et Q . Les éléments de différenciation ordinaire et saisonniers correspondent à $\nabla^d = (1 - B)^d$ et $\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$. Ce modèle peut être appelé comme $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$.

Pour le modèle de Caporin et al. (2012), deux caractéristiques supplémentaires sont nécessaires pour bien représenter la réalité des séries climatiques et énergétiques. En effet, le modèle doit être différencié de manière fractionnaire (*fractionally integrated*). Ainsi, par définition, $-0.5 < d < 0.5$ (Shumway et Stoffer, 2006, p.62). De plus, si $0 < d < 0.5$, le processus est à mémoire longue, « ses autocorrélations sont positives et diminuent à un taux hyperbolique » (Baillie, 1996, p.13, traduction libre). La deuxième caractéristique est liée à l'introduction des variables exogènes pour mieux décrire le comportement de la série. Pour Shumway et Stoffer (2006), l'ajout d'un polynôme supplémentaire à l'équation 3.16 le permet. Cela engendre le modèle ayant le nom de ARFIMAX.

3.2.4 Modèle log-GARCH-X

Tel qu'expliqué dans la sous-section 2.4.2, les modèles GARCH sont utiles pour définir la variance dynamique des séries choisies. Les modèles de base ont été présentés, mais de nombreuses variantes peuvent être utilisées. Dans le cadre de ce mémoire, le modèle pour la variance dynamique est celui provenant de l'article de Sucarrat et al. (2014)¹.

1. Le modèle de Caporin et al. (2012), qui diffère de celui utilisé dans le cadre de ce mémoire, utilise l'équation de la variance conditionnelle suivante :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ln(h_{1,t}^2) \\ \ln(h_{2,t}^2) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \gamma'_1 \\ \gamma'_2 \end{bmatrix} D_t^* + \begin{bmatrix} \varphi'_1 \\ 0 \end{bmatrix} W_t + \xi \begin{bmatrix} \ln(h_{1,t-1}^2) \\ \ln(h_{2,t-1}^2) \end{bmatrix} \\ &+ \alpha \begin{bmatrix} \ln(\varepsilon_{1,t-1}^2) - E[z_{1,t-1}^2] \\ \ln(\varepsilon_{2,t-1}^2) - E[z_{2,t-1}^2] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

L'équation de la log-variance selon ce modèle est :

$$\ln h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \ln \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \ln h_{t-1}^2 + g(\lambda, Z_t) \quad (3.17)$$

où α_i correspond au coefficient ARCH et β_j , au coefficient GARCH. g est une fonction linéaire de variables exogènes Z_t et du vecteur de paramètres λ . Les variables exogènes de Z_t sont déterministes et connues à $t - 1$. Par exemple, il s'agit d'ondes déterminées par le jours de l'année (de 1 à 365 ou 366) ou une variable nominale pour une journée de congé. Les ondes sinusoïdales et cosinusoidales peuvent servir à capter des tendances. Cette équation est utilisée pour les deux séries. Dans le cas des prix de l'électricité, des variables exogènes additionnelles pour les journées de la semaine constitueraient une piste intéressante d'explication. De plus, ce modèle peut être adapté à la série en augmentant l'ordre des coefficients ARCH et GARCH. Ainsi, plusieurs α_i et β_j (où i et j sont supérieurs à 1) peuvent utiliser les valeurs de plusieurs pas de temps antérieurs. L'équation deviendra la somme des différents polynômes. Le principal avantage du modèle log-GARCH-X est sa robustesse. Cette caractéristique est utile lorsque les séries présentent des sauts comme c'est le cas dans ce mémoire.

3.2.5 Modèle dynamique de la corrélation

La corrélation conditionnelle entre les deux séries évolue aussi de façon dynamique. Caporin et al. (2012) utilisent une équation dynamique pour la transformation de Fisher de la corrélation. La transformation de Fisher permet de passer d'un coefficient de corrélation de l'échantillon z_{12} à un autre coefficient distribué selon la loi normale (Fisher, 1915). Dans le cadre de ce mémoire, ρ représente le coefficient de la transformation de Fisher de la corrélation de l'échantillon entre les valeurs résiduelles du modèle GARCH pour les séries de température et de prix d'électricité.

α correspond à la matrice de coefficients du modèle ARCH et ainsi, $\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} \\ 0 & \alpha_{2,2} \end{bmatrix}$
 ξ correspond à la matrice de coefficients du modèle GARCH et ainsi, $\xi = \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{1,2} \\ 0 & \xi_{2,2} \end{bmatrix}$

De plus, les valeurs résiduelles standardisées sont décrites comme $z_{i,t} = \epsilon_{i,t} h_{i,t}^{-0.5}$. D_t^* inclut une constante et des ondes sinusoïdales et cosinusoidales, mais pas de tendance polynomiale comparativement à D_t .

La résolution peut être effectuée grâce à l'approximation suivante :

$$E [\ln (z_{i,t-1}^2)] \simeq -1.28$$

où $i = 1, 2$. En effet, en considérant que $z_i = \epsilon_i / \sqrt{h_{i,t}}$ suit une loi normale centrée réduite ($N(0, 1)$), cette approximation peut être utilisée.

L'estimation des coefficients à l'aide de cette méthode fut la première à être effectuée. Cependant, les résultats engendraient de trop grands biais. L'estimation avec la méthode de Sucarrat et al. (2014) permettait d'obtenir de meilleurs résultats.

La matrice de la corrélation conditionnelle, P_t a été modélisée comme suit :

$$P_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_t \\ \rho_t & 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

De son côté, la transformation de Fisher de cette corrélation est représentée par :

$$\rho_t = \frac{\exp(2z_{12,t}) - 1}{\exp(2z_{12,t}) + 1} \quad (3.19)$$

Un autre élément à considérer pour la corrélation est représenté par les valeurs résiduelles non-corrélées, soit $\epsilon_{i,t} = z_{i,t} \times h_{i,t}^{0.5}$ où $i = 1, 2$.

Une des limites principales de ce modèle lié à la transformation de Fisher est qu'il ne peut pas être généralisé à plus de deux dimensions.

Suite à des tests de convergence avec des données simulées pour Oslo et la consultation d'articles sur le sujet, il s'avère que l'approche suggérée par Tsay (2005) est appropriée.

Ainsi, l'équation de la corrélation dynamique est :

$$z_{12,t} = \psi_0 + \psi_1 (z_{1,t-1} z_{2,t-1}) + \psi_2 z_{12,t-1} + \psi_3 D_t^* + \psi_4 W_t \quad (3.20)$$

Cette équation permettra de déterminer les éléments de la corrélation dynamique. Ainsi, ψ_1 est le coefficient d'innovation, car il utilise les résidus des deux séries du pas de temps précédent pour évaluer la corrélation au pas de temps voulu. ψ_2 représente, de son côté, le coefficient de persistance qui utilise plutôt la corrélation du pas précédent. En effet, il utilise le produit des erreurs standardisées pour établir la corrélation. ψ_3 et ψ_4 sont les coefficients pour les variables explicatives. D_t^* et W_t utilisent les valeurs nominales d'ondes sinusoïdales et cosinusoïdales, chacune de longueur annuelle, semi-annuelle et trimestrielle.

3.2.6 Estimation : méthode de Sucarrat et al. (2014)

Cette sous-section a pour objectif de décrire la méthodologie d'estimation utilisée pour les paramètres de variances et de corrélation dynamiques. Celle-ci est basée sur l'article de Sucarrat et al. (2014).

Sucarrat et al. (2014) propose une méthode permettant « d'estimer l'expression du log-moment à partir des résidus empiriques de la régression ARMA et dériver un expression pour sa variance asymptotique » (Sucarrat et al., 2014, p.4, traduction libre). De plus, la

méthode peut être adaptée pour le modèle log-GARCH-X ayant une corrélation dynamique conditionnelle. Elle permet aussi d'obtenir des paramètres non-biaisés et consistants.

Les équations suivantes représentent le modèle log-GARCH(1,1) univarié :

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim IID(0, 1), P(z_t = 0) = 0, \sigma_t > 0 \quad (3.21)$$

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \ln \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2, t \in \mathbb{Z} \quad (3.22)$$

où ϵ_t est l'erreur du modèle de régression. ϵ_t est donc connu et observable. Si $|E(\ln z_t^2)| < \infty$, le modèle ARMA(p,q) suivant peut représenter le modèle log-GARCH(p,q) :

$$\ln \epsilon_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \ln \epsilon_{t-1}^2 + \theta_1 u_{t-1} + u_t \quad (3.23)$$

où

$$\phi_0 = \alpha_0 + \left(1 - \sum_{j=1}^q \beta_1\right) \times E(\ln z_t^2) \quad (3.24)$$

$$\phi_1 = \alpha_1 + \beta_1, \theta_1 = -\beta_1 \quad (3.25)$$

$$u_t = \ln z_t^2 - E(\ln z_t^2) \quad (3.26)$$

Les ordres respectifs des parties ARCH et GARCH peuvent être augmentés, tel que détaillé dans l'annexe B. Cette annexe présente aussi les hypothèses de Sucarrat et al. (2014).

3.2.7 Estimation des coefficients

Nous utilisons différentes techniques pour estimer les paramètres nécessaires à la simulation. Le chapitre 4 de ce mémoire présentera les résultats sous forme de tableaux dans la même suite logique que Caporin et al. (2012) et décrite dans les prochains paragraphes.

La première étape de résolution consiste à estimer les paramètres pour la partie déterministe de la moyenne par la méthode des moindres carrés. La fonction utilisée (soit `lm`) fut celle d'ajustement de modèles linéaires de l'ensemble statistique de base du logiciel R (R Core Team, 2013) sur les deux séries de manière distincte. En testant le modèle, il s'avère que Caporin et al. (2012) utilisent la méthode de moindres carrés avec des erreurs robustes selon Newey et West (1987). L'objectif de ce changement est que la variance soit plus représentative des vraies erreurs qui ne sont pas indépendantes et identiquement distribuées. En effet, le modèle comprend une corrélation dynamique et ainsi, certaines périodes sont plus volatiles. Cette méthode fut aussi utilisée dans le cadre de ce mémoire.

La deuxième étape est d'estimer les paramètres des éléments dynamiques de la moyenne à partir des résidus obtenus à la première étape. La résolution se fait par quasi-maximum

de vraisemblance. Étant donné les caractéristiques du modèle choisies par Caporin et al. (2012), le modèle SARFIMAX est le plus approprié (avec des variables exogènes pour la série énergétique). L'ensemble (*package*) arfima et certaines de ses options furent utilisés (Veenstra et McLeod, 2015).

La dernière étape est d'estimer le modèle pour les éléments dynamiques de la variance et de la corrélation. L'ensemble lgarch (Sucarrat, 2015) du logiciel R fut utile pour tester l'implémentation. Cependant, plusieurs éléments pour adapter le processus d'estimation à celui du modèle utilisé furent ajoutés. Des tests d'estimation et de simulation furent effectués. Une méthode itérative pour séparer l'équation du maximum de vraisemblance fut utilisée. En effet, elle fut effectuée en premier pour la partie de la variance dynamique. Par la suite, ce fut pour la corrélation. Une optimisation a permis de trouver les meilleurs paramètres à chaque étape. La méthodologie d'estimation utilisée pour les variances dynamiques du log-GARCH-X est détaillée dans la sous-section 3.2.6. Grâce à la méthode de Sucarrat et al. (2014), les coefficients pour la variance et la corrélation dynamiques sont estimés en deux étapes distinctes. Encore une fois, la technique de quasi-maximum de vraisemblance est utilisée.

Il est important de noter qu'à partir du tableau de la partie déterministe de la moyenne, différents tests ont été effectués dans le but de comparer le modèle de Caporin et al. (2012) à d'autres. L'objectif était de trouver celui ayant le BIC (*Bayesian Information Criterion*) (Schwarz, 1978) le plus faible pour bien expliquer les dynamiques des deux séries. En effet, en modifiant les variables exogènes entrant dans le modèle puis en estimant les paramètres, le BIC augmentait ou diminuait. Des tableaux comparatifs furent construits pour savoir quelle combinaison de variables exogènes permettait d'obtenir le BIC le plus faible. Ces tests ont été effectués pour les éléments de la partie déterministe de la moyenne, ceux de la partie dynamique de la moyenne et ceux de la partie dynamique de la variance et de la corrélation de façon jointe. Ainsi, ces tests ont été effectués par étapes. Il s'agit donc d'un BIC par parties. Puisque l'objectif de ce mémoire est d'expliquer les dynamiques des séries (et d'évaluer les options quanto) et non de cibler certains paramètres, la correction selon Newey et McFadden (1994) n'a pas été effectuée. Les valeurs des écarts-types seront donc sous-estimées.

3.2.8 Courbe *forward* énergétique

Pour l'évaluation des options quanto grâce à l'approche financière, il est essentiel de construire la courbe *forward* énergétique. Caporin et al. (2012) lissent aussi la courbe pour son utilisation en utilisant la technique de Benth et al. (2008).

La courbe est décomposée en deux éléments : un composant pour la saisonnalité et un terme de correction. Ce terme de correction est représenté par « une fonction de spline polynomiale avec une propriété de lissage maximum pour que la courbe construite réplique

parfaitement les prix observés du marché » (Caporin et al., 2012, p.1706, traduction libre). La relation entre le prix *forward* moyen et les *forwards* à livraison fixe peut être représentée par l'équation suivante :

$$F(0, T^s, T^e) = \int_{T^s}^{T^e} \frac{1}{T^e - T^s} f(t) dt \quad (3.27)$$

où $F(0, T^s, T^e)$ représente le prix actuel au temps 0 pour recevoir une unité d'électricité (soit un mégawatt) à un flux continu pour la période entre T^s et T^e et $f(t)$ est le prix d'un forward au temps 0 avec une livraison à $t \geq 0$. Il est important de noter que sous la mesure risque-neutre $f(t)$ sera égal à la valeur espérée du sous-jacent livré en t . Dans ce cas, il s'agira du prix *forward* instantané de l'électricité.

En utilisant m contrats à terme *future* ou *forward* observés au temps 0, un début de période de règlement à t_0 pour le contrat le plus court et une fin de période de règlement à t_n pour le contrat prenant fin le plus tard, il est possible de séparer le prix *forward* en deux parties. Ainsi, tel que mentionné au début de cette sous-section :

$$f(t) = s(t) + \varepsilon(t), t \in [t_0, t_n] \quad (3.28)$$

où $s(t)$ et $\varepsilon(t)$ sont deux fonctions continues, l'une représentant la saisonnalité de la courbe et la deuxième, l'ajustement pour la déviation de la courbe à la saisonnalité. Les auteurs expliquent que l'ajustement devient moins sensible au temps avec le temps qui passe (et deviendra plat vers la fin de la maturité) et suggèrent donc une valeur de 0 pour $\varepsilon'(t_n)$.

Selon Benth et al. (2007), la fonction de la saisonnalité $s(t)$ peut être représentée de la façon suivante :

$$s(t) = \beta_0 + \beta_1 \cos\left(\left(t + \psi\right) \frac{2\pi}{Y}\right) \quad (3.29)$$

où β_0 , β_1 et ψ sont les paramètres à être estimés. Y représente le nombre de jours dans l'année, soit 365 ou 366.

Ensuite, $\varepsilon(t)$ peut être estimé à l'aide de splines cubiques. La méthodologie utilisée est détaillée dans l'annexe A.

3.2.9 Simulation Monte Carlo

Pour évaluer les gains ou les pertes des options quanto, les auteurs estiment les paramètres du modèle sélectionné pour un échantillon évalué du temps 1 à T . Ils supposent par la suite une maturité de l'option à $T + h$. Caporin et al. (2012) suggèrent par la suite quatre étapes pour la résolution.

1. Générer les valeurs résiduelles non-corrélées η_t pour $t = T + 1, T + 2, \dots, T + h$: puisque les sauts sont compris dans la série des valeurs résiduelles non-corrélées, les

auteurs suggèrent les méthodes de rééchantillonnage et de génération d'innovations à partir de l'échantillon des valeurs résiduelles du modèle.

2. Utiliser les η_t pour simuler la variance standardisée, les valeurs résiduelles corrélées $z_t = [z_{1,t} z_{2,t}]'$, les valeurs résiduelles moyennes $\varepsilon_t = [\varepsilon_{1,t} \varepsilon_{2,t}]'$, la température moyenne x_t et le prix de l'énergie y_t : faire cette étape pour tous les pas de temps. S'il s'agit de l'approche financière, remplacer la tendance réelle par la courbe *forward*.
3. Selon les valeurs obtenues par simulation, calculer le nombre de HDD et le prix de l'énergie pour la période entre $T + 1$ et $T + h$.
4. Déterminer le gain ou la perte de l'option pour chaque parcours simulé et faire la moyenne selon tous les parcours. S'il s'agit de la méthode actuarielle, ajouter une prime de 5 % de la VaR 95 % à la valeur calculée. Actualiser la valeur.

Plus de détails sur la simulation et les données choisies par Caporin et al. (2012) sont présentés dans l'annexe technique disponible avec l'article. Ainsi, les auteurs ont privilégié les températures entre le 1er janvier 1978 et le 31 décembre 2008, les prix énergétiques entre le 1er janvier 1999 et le 31 décembre 2008 et les prix des contrats *forward* en date du 28 décembre 2007 pour créer 10 000 parcours de simulation.

Chapitre 4

Résultats

Le présent chapitre a pour objectif de présenter les résultats obtenus suite à l'implantation du modèle de Caporin et al. (2012) et ses améliorations. Il sera divisé en deux parties : la première pour répliquer les résultats obtenus à Oslo et la deuxième, pour présenter ceux de New York. Dans chacune d'entre elles, les statistiques descriptives des séries énergétiques et climatiques seront présentées. Par la suite, les résultats obtenus lors de l'implantation du modèle seront détaillés. Finalement, les valeurs des options quanto selon les approches actuarielles et financières seront comparées. De plus, les améliorations du modèle seront détaillées pour les deux villes à travers les différentes étapes de résolution.

4.1 Oslo

Les sous-sections suivantes présentent les résultats pour la ville d'Oslo en Norvège. Cependant, certaines différences avec les résultats de l'article de Caporin et al. (2012) sont présentes. Elles sont notamment dues aux améliorations apportées au modèle. Ces différences seront expliquées et justifiées.

4.1.1 Statistiques descriptives des prix de l'électricité

Le tableau 4.2 présente les statistiques descriptives des log-rendements des prix de l'électricité (soit $\log\text{-rendement} = \log(prix_t/prix_{t-1})$, où t est la journée sélectionnée). En plus des statistiques descriptives de base, les dernières rangées présentent les résultats des tests de racine unitaire Augmented Dickey-Fuller et Philips-Perron. Les quatre dernières colonnes présentent les statistiques provenant des 3652 observations de log-rendements, mais selon la saison. Les mois de décembre, janvier et février sont considérés comme ceux de l'hiver. Pour le printemps, il s'agit des trois mois suivants soit : mars, avril et mai. La même logique s'applique pour les deux autres saisons. Encore une fois, le nombre d'observations de chaque saison est mis entre parenthèses dans le titre de la colonne. Il est important de noter que les chiffres entre crochets sont des *p-values* pour des tests statistiques qui sont décrits plus amplement dans la note sous le tableau.

Tableau 4.1 – Statistiques descriptives des rendements d'électricité à Oslo

	Tout (3652)	WW (1978)	WH (545)	HW (546)	HH (583)	Hiver (902)	Printemps (920)	Été (920)	Automne (910)
Moyenne x 100 [test t]	0,026 [0,863]	-0,591 [0]	-4,601 [0]	9,556 [0]	-2,482 [0]	-0,084 [0,788]	-0,332 [0,275]	0,325 [0,38]	0,194 [0,258]
Médiane x 100 [K,-W,]	-0,282	-0,409 [0,112]	-3,266 [0]	6,631 [0]	-1,208 [0]	-0,479 [0,213]	-0,697 [0,013]	0,069 [0,034]	-0,034 [0,11]
Écart-type [L,]	0,09	0,073 [0]	0,08 [0,8]	0,106 [0]	0,073 [0]	0,094 [0,459]	0,092 [0,062]	0,112 [0]	0,052 [0]
Asymétrie [D'A,]	-0,012 [0,848]	-2,029 [0]	-2,538 [0]	3,668 [0]	-6,326 [0]	2,343 [0]	0,708 [0]	-1,902 [0]	1,253 [0]
Aplatissement [A,-G,]	35,632 [0]	61,314 [0]	20,181 [0]	27,452 [0]	88,461 [0]	51,642 [0]	7,773 [0]	29,926 [0]	7,487 [0]
Minimum	-1,196	-1,196	-0,814	-0,123	-1,12	-0,814	-0,533	-1,196	-0,187
Maximum	1,251	0,799	0,362	1,251	0,32	1,251	0,615	0,799	0,362
ADF [<i>p-value</i>]	-4,208 [0]								
PP [<i>p-value</i>]	-4,768 [0]								

Notes. La première colonne de résultats comprend les statistiques pour les 3652 observations de log-rendements entre le 1er janvier 1999 et le 31 décembre 2008. Les 4 colonnes suivantes présentent les statistiques selon la combinaison des journées comprises dans le calcul. Ainsi, W signifie *working day* (pour une journée de travail) et H signifie *holiday* (pour une journée de congé). Par exemple, un log-rendement calculé entre une journée de congé et une journée de travail serait compris dans la colonne HW alors qu'un autre entre deux journées de travail serait dans la section WW. Le nombre entre parenthèses dans le titre de la colonne présente le nombre d'observations de log-rendements pour chaque colonne. Les valeurs entre crochets de la médiane sont les *p-values* pour un test de Student où l'hypothèse nulle est que la moyenne des rendements est 0. Les valeurs entre crochets pour la médiane sont les *p-values* pour le test de rang de Kruskal-Wallis (Kruskal et Wallis, 1952). La rangée «Écart-type» présente l'écart-type pour chacune des sections et, entre crochets, la *p-value* pour le test de Levene (Levene, 1960). Ce test évalue l'homogénéité de la variance entre les échantillons des différentes colonnes. La rangée «Asymétrie» (*skewness*) présente le coefficient approprié et, entre crochets, la *p-value* pour le test D'Agostino (D'Agostino, 1970). Ce test permet de savoir si le coefficient d'asymétrie est égal à 0, soit celui de la loi normale. La rangée «Aplatissement» (*kurtosis*) présente le coefficient normalisé approprié et, entre crochets, la *p-value* pour le test Anscombe-Glynn (Anscombe et Glynn, 1983). Les deux dernières rangées présentent les résultats pour des tests de racine unitaire.

La série énergétique présente en moyenne de bons rendements entre une journée de congé et une journée de travail. Les rendements chutent entre une journée de travail et de congé. La moyenne des rendements est relativement stable d'une saison à l'autre et demeure près de 0. L'hypothèse nulle pour le test de Student est rejetée pour toutes les colonnes pour l'évaluation selon les journées de travail ou de congé. Elle ne l'est pas pour les colonnes selon les saisons et pour l'échantillon au complet.

L'hypothèse nulle du test de Kruskal-Wallis que chacun des échantillons des 8 dernières colonnes est identique à celui de la première est rejetée pour les sections «WH», «HW», «HH», «Printemps» et «Été» avec un seuil de signification de 5%. L'hypothèse nulle du test de Levene est que les variances de la section et de l'échantillon complet sont égales, celle-ci est rejetée pour les sections «WW», «HW», «HH», «Été» et «Automne».

L'hypothèse nulle (soit que le coefficient est égal à 0) du test d'Agostino est rejetée dans toutes les sections sauf celle pour l'échantillon complet. L'hypothèse nulle (soit que l'échantillon a un aplatissement comme celui de la loi normale) du test d'Anscombe-Glynn est rejetée dans tous les cas.

Pour le test Augmented Dickey-Fuller (Dickey et Fuller, 1979), l'hypothèse nulle qu'il existe une racine unitaire pour la série est rejetée. Le test de Phillips-Perron (Phillips et Perron, 1988) permet d'arriver à la même conclusion.

Certaines différences avec le tableau original de Caporin et al. (2012) peuvent être remarquées malgré le fait que les deux tableaux proviennent des mêmes sources.¹

4.1.2 Statistiques descriptives de la température

Cette section permet de mieux comprendre les caractéristiques intrinsèques à la série climatique utilisée pour le modèle à Oslo. Ainsi, le tableau 4.2 présente les statistiques descriptives pour la série de température comprise entre le 1er janvier 1978 et le 31 décembre 2008. La première colonne présente les statistiques globales alors que les quatre suivantes le font par saison. Les mêmes définitions de saison que celles utilisées dans la sous-section 4.1.1 sont appliquées. De plus, le nombre d'observations par saison est inscrit entre parenthèses dans le titre de la colonne.

En plus des statistiques de base et des tests de racine unitaire Augmented Dickey-Fuller et Phillips-Perron, le tableau présente les résultats pour le test de normalité Jarque-Bera.

1. Une des explications possibles provient de la détermination des journées de congé. Le site de timeanddate.com (2014) permet de vérifier de différentes manières les journées de congé à Oslo. De plus, suite aux confirmations de deux sources, aucune journée de congé spéciale fut déclarée au courant de la période analysée. Des tests pour essayer de trouver la source des différences furent aussi effectués. Les différences entre les tableaux restent cependant mineures.

Tableau 4.2 – Statistiques descriptives de la température à Oslo en °C

	Tout (11 312)	Hiver (2 798)	Printemps (2 852)	Été (2 852)	Automne (2 821)
Moyenne	4,447	-5,523	3,919	14,703	4,621
Médiane [K,-W,]	4,64	-4,64 [0]	3,89 [0]	14,5 [0]	5,11 [0,169]
Écart-type [L,]	8,952	6,174 [0]	5,948 [0]	3,061 [0]	5,779 [0]
Asymétrie	-0,369	-0,612	-0,266	0,191	-0,361
Aplatissement	2,612	2,931	3,284	2,678	2,711
Minimum	-27,94	-27,94	-18,86	5,5	-15,5
Maximum	23,64	7,36	19,31	23,64	18,36
Jarque-Bera [<i>p value</i>]	328,349 [0]	175,202 [0]	43,199 [0]	29,677 [0]	71,167 [0]
ADF [<i>p value</i>]	-8,883 [0]	-15,525 [0]	-13,346 [0]	-16,402 [0]	-12,552 [0]
PP [<i>p value</i>]	-12,621 [0]	-16,079 [0]	-12,965 [0]	-18,083 [0]	-13,973 [0]

Notes. La première colonne de résultats comprend les statistiques pour les 11 312 observations de température moyenne entre le 1er janvier 1978 et le 31 décembre 2008. Les 4 colonnes suivantes présentent les statistiques selon la saison. Le nombre entre parenthèses dans le titre de la colonne présente le nombre d'observation de température pour chaque saison. Les valeurs entre crochets pour la médiane sont les *p-values* pour le test de rang de Kruskal-Wallis (Kruskal et Wallis, 1952). La rangée «Écart-type» présentent l'écart-type pour chacune des sections et, entre crochets, la *p-value* pour le test de Levene (Levene, 1960). Ce test évalue l'homogénéité de la variance entre les échantillons ou les sections. Le test de normalité Jarque-Bera (Jarque et Bera, 1980) a comme hypothèse nulle que les données de l'échantillon viennent d'une loi normale. Les deux dernières rangées présentent les résultats pour des tests de racine unitaire.

Ce tableau descriptif permet de mieux comprendre la réalité climatique d'Oslo et de la mettre en perspective avec la série énergétique. La rangée de la moyenne (30 ans) présente la moyenne de la température quotidienne pour la saison. La deuxième rangée présente la médiane pour la saison et celles-ci sont semblables à la moyenne sauf pour l'hiver et l'automne. L'hypothèse nulle du test Kruskal-Wallis (ou que les échantillons de la saison et de la colonne «Tout» sont identiques) est rejetée pour les trois premières saisons et ne l'est pas pour l'automne (avec un niveau de signification statistique de 5%). L'hypothèse nulle du test de Levene (soit que les variances des échantillons sont égales) est rejetée dans tous les cas.

Les quatre rangées suivantes montrent les caractéristiques d'asymétrie (*skewness*), d'aplatissement (*kurtosis*), du minimum et du maximum de la série. L'hypothèse nulle du test Jarque-Bera est rejetée dans tous les cas. L'avant-dernière rangée présente les résultats pour le test Augmented Dickey-Fuller. Ce test de racine unitaire révèle que les hypothèses nulles sont rejetées dans tous les cas. Le test de Philips-Perron permet d'arriver à la même conclusion.²

Ces tests permettent de conclure que les caractéristiques de la distribution changent beaucoup selon la saison. De plus, les échantillons des différentes saisons ne proviennent pas de la loi normale et ces séries chronologiques ne présentent pas de racine unitaire.

4.1.3 Estimation du modèle dynamique entre les deux séries

Le premier élément important à évaluer pour bien décrire les interactions entre les deux séries est leur corrélation. Le tableau 4.3 présente les coefficients de corrélation entre les

2. Il est important de noter que plusieurs essais avec différentes fonctions de quelques ensembles (*packages*) du logiciel R (R Core Team, 2013) ont été effectués dans le but d'obtenir les mêmes résultats que le tableau original de Caporin et al. (2012) pour les tests d'Augmented Dickey-Fuller et Philips-Perron. Dans tous les cas, les valeurs étaient significatives et l'hypothèse nulle était rejetée. Les valeurs ont aussi des *p values* de zéro.

log-rendements de l'énergie et le niveau de température, puis entre les changements de log-rendements et de température entre 1999 et 2007. Les cinq colonnes les présentent pour les séries complètes ou par saison.

Tableau 4.3 – Corrélation entre la série des prix d'électricité et la série climatique pour Oslo

	Tout	Hiver	Printemps	Été	Automne
Log-rendement et température	-0,0235	-0,1317	-0,0501	0,0161	-0,1042
Log-rendement et changement de température	-0,0859	-0,1847	-0,0386	0,0252	-0,1481

Les coefficients de corrélation sont négatifs pour la série complète et pour toutes les saisons à l'exception de l'été. La logique sous-jacente à ce fait est liée à la demande d'énergie. En effet, lorsque la température diminue, les consommateurs ont besoin de plus d'énergie pour chauffer leur logement. La demande d'énergie augmente et par conséquent, cela fait augmenter le niveau des prix et du rendement. L'été reste une exception à cause de la climatisation (voir paragraphe suivant pour les détails). Lorsque la température augmente, les consommateurs veulent rafraîchir leur logement. La demande d'énergie augmente donc, tout comme les prix. Il est intéressant de noter que les coefficients sont plus grands en valeur absolue pour l'hiver où la relation est plus forte.³

Un élément important à considérer dans la corrélation entre les deux séries est l'utilisation de l'électricité comme source d'énergie à Oslo. En 2012, selon Statistics Norway (2014), la consommation totale d'énergie en kWh par ménage était répartie selon le tableau 4.4. L'électricité est donc la première source d'énergie des ménages. Les variations de température feront donc fluctuer la consommation d'énergie à cause du chauffage ou de la climatisation. Le prix de l'électricité devra s'adapter à ces variations. Cependant, il est important de noter que la climatisation est très peu utilisée en Norvège. En effet, selon Bergesen et al. (2013), 66 % de l'énergie consommée était pour le chauffage ambiant, 12 % pour le chauffage de l'eau et 22 % pour la consommation spécifique liée à l'électricité. Environ 20 % du 22 % pour la consommation spécifique est liée au refroidissement et à la congélation (*cooling and freezing*). De plus, les appareils servant au lavage et au séchage consomment eux aussi environ 20 %. Puisque les laveuses et sècheuses consommeraient en moyenne moins d'électricité que le réfrigérateur et le congélateur (Ressources naturelles Canada, 2008), il reste peu d'énergie dans la consommation moyenne des ménages à Oslo pour la climatisation.

En outre, les habitants de la ville utilisent une source particulière pour le chauffage. En effet, « environ la moitié de la ville et de ses écoles est chauffée grâce à la combustion de

3. En comparant le tableau 4.3 à celui présenté dans Caporin et al. (2012), certaines différences apparaissent pour la deuxième rangée. Plusieurs définitions de changements de température ont été essayées (soit changement brut et changement relatif entre les journées ou changement de température au courant de la même journée et même en enlevant les 9 données ayant une valeur de 0 sur 3652). Les différences de résultats avec ceux de Caporin et al. (2012) pour la première rangée restent mineures ou nulles.

Tableau 4.4 – Répartition de la consommation totale d'énergie en kWh par ménage à Oslo en 2012

Type	Consommation totale (kWh)	%
Électricité	16 044	79,31
Pétrole et kérosène	698	3,45
Bois, charbon et coke	3204	15,84
Autres	284	1,40
Total	20 230	100

Notes. Source : Statistics Norway (2014)

déchets » (Tagliabue, 2013, traduction libre). Ainsi, en brûlant leurs déchets, ils peuvent chauffer une partie de la ville, produire de l'électricité et réduire leur dépendance aux autres sources d'énergie. Cela peut influencer le niveau de corrélation entre le log-rendement électrique et la température. Cela pourrait expliquer le faible niveau de corrélation même en hiver tel qu'il le sera démontré grâce à la figure 4.4. Cette figure, présente dans le chapitre 4, illustre le niveau de corrélation entre les résidus des séries climatiques et énergétiques sur la période utilisée. Le processus pour la combustion des déchets est d'ailleurs détaillé dans Price (2013).

En résumé, Oslo utilise l'électricité comme source première d'énergie. Cependant, elle dispose aussi d'un autre processus pour le chauffage, soit la combustion de déchets, qui peut réduire sa dépendance aux sources plus traditionnelles. En effet, cet élément de diversification permet de tempérer les résultats présentés dans le tableau 4.3. De plus, à cause de ses températures plus fraîches, les besoins de climatisation à Oslo sont plus faibles que dans d'autres grandes villes du monde. Ces éléments sont à garder en tête lors de l'analyse des résultats de ce chapitre.

Le tableau 4.5 présente les coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour chacune des deux séries. Ils ont été évalués grâce à la méthode des moindres carrés. Le tableau 4.5 présente les résultats selon le modèle de l'article de Caporin et al. (2012). Les valeurs obtenues sont très près de celles de l'article original sauf pour la constante de la partie énergétique. Les valeurs nominales pour les journées de congé, les vendredis et les dimanches sont utilisées comme variables explicatives. Quelques ondes permettent aussi de capter les tendances des séries⁴.

Cependant, il semblait intéressant d'approfondir ce modèle et de voir s'il y avait une possibilité de l'améliorer. Différents tests ont été effectués pour trouver la combinaison de variables explicatives permettant d'obtenir le BIC le plus faible. En effet, l'article de Caporin et al. (2012) ne précise pas quel type de critère de sélection fut utilisé pour les

4. Une différence notable entre le tableau original de Caporin et al. (2012) et les résultats du tableau 4.5 se situe au niveau de la constante de base pour la série énergétique. En effet, celle du tableau 4.5 est supérieure de 0.332 à celle du tableau original. Plusieurs tests furent effectués pour trouver la provenance de cette différence (notamment en enlevant les données qui présentaient des sauts ou des chutes ou en utilisant différentes définitions de log-prix), mais ce ne fut pas suffisant. Il est possible que les auteurs de l'article original ait appliqué une correction à ce terme sans la spécifier.

Tableau 4.5 – Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour Oslo selon le modèle de Caporin et al. (2012) 1999-2007

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-type	Stat.-T	Coeff.	Écart-type	Stat.-T
$\beta_{i,1}$: constante	2,646	0,143	18,498	5,484	0,204	26,843
$\beta_{i,2}$: tendance linéaire	0,332	0,121	2,74			
$\beta_{i,3}$: onde cosinusoidale annuelle	0,210	0,113	1,857	-10,231	0,322	-31,766
$\beta_{i,4}$: onde sinusoidale annuelle				-3,531	0,244	-14,489
$\delta_{1,1}$: Vendredi	-0,021	0,018	-1,175			
$\delta_{1,2}$: Dimanche	-0,032	0,013	-2,422			
$\delta_{1,3}$: Journées de congé	-0,065	0,018	-3,703			
R^2 ajusté	0,3962			0,8032		

Notes. La première colonne présente les coefficients estimés. Les deux autres colonnes présentent les écarts-types ajustés ainsi que les ratios de statistique-t. Les écarts-types sont déterminés grâce à Newey et West (1987)

coefficients de l'élément déterministes de la moyenne. Des tests pour trouver le modèle ayant le BIC le plus faible furent effectués.

Le tableau final pour les coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour Oslo est 4.6.⁵

Tableau 4.6 – Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour Oslo 1999-2007

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-type	Stat.-T	Coeff.	Écart-type	Stat.-T
$\beta_{i,1}$: constante	2,645	0,131	20,207	5,484	0,204	26,850
$\beta_{i,2}$: tendance linéaire	0,000	0,000	3,006			
$\beta_{i,3}$: onde cosinusoidale annuelle	0,210	0,105	1,992	-10,231	0,323	-31,706
$\beta_{i,4}$: onde sinusoidale annuelle				-3,531	0,243	-14,554
$\beta_{i,5}$: onde cosinusoidale semestrielle	-0,043	0,047	-0,900	0,307	0,289	1,060
$\beta_{i,6}$: onde sinusoidale semestrielle	-0,046	0,071	-0,652			
$\delta_{1,1}$: Dimanche	-0,028	0,009	-3,086			
$\delta_{1,2}$: Journées de congé	-0,066	0,019	-3,531			
R^2 ajusté	0,4022			0,8038		

Notes. Voir tableau 4.5. Ce tableau présente le meilleur modèle selon le critère du BIC.

Les coefficients de détermination ajustés (aussi appelé R^2 ajustés) sont de 0,4022 pour la série énergétique et de 0,8038 pour la série climatique. Ainsi, pour la série climatique, les ondes utilisées permettent de bien capturer le comportement de la moyenne déterministe. Chacune des séries comprend une constante pour évaluer le niveau du log-prix de l'énergie ou de la température. La série énergétique est par la suite définie par une tendance linéaire croissante pour les 3285 observations, des ondes cosinusoidales annuelle et semestrielle selon la journée de l'année de l'observation, une onde sinusoidale semestrielle selon la journée de l'année et des variables nominales pour les caractéristiques de la journée observée. Les

5. La tendance linéaire représente une augmentation pour chaque journée sur les 3285 observations de la période. Caporin et al. (2012) aurait fait un ajustement sur cette tendance.

signes négatifs des coefficients pour les variables nominales indiquent que le log-prix de l'énergie a tendance à diminuer pour un dimanche ou une journée de congé.

La deuxième partie du tableau présente les éléments déterministes pour la série de température. Elle comprend aussi une constante pour le niveau. Par la suite, deux ondes (cosinoïdale et sinusoïdale) annuelles dépendantes de la journée de l'année de l'observation sont utilisées. Une onde cosinoïdale semestrielle du même type a aussi été ajoutée suite aux tests. L'onde cosinoïdale a un plus grand impact sur la détermination de la valeur que la constante et l'onde sinusoïdale.

L'ajout d'ondes semestrielles permet de capturer une partie du comportement saisonnier des séries climatiques et énergétiques. De plus, l'importance des deux variables nominales pour la journée de dimanche et les journées de congé peut être justifiée par la variation de la demande d'électricité selon l'horaire de travail de la majorité de la population.

Tel que mentionné dans la sous-section 3.2.2, le modèle de Caporin et al. (2012) ne tient pas compte des sauts dans la série de prix énergétique. En analysant la série pour Oslo, certaines chutes de prix importantes apparaissent aussi. Le modèle ne peut donc pas tenir compte de ce biais.

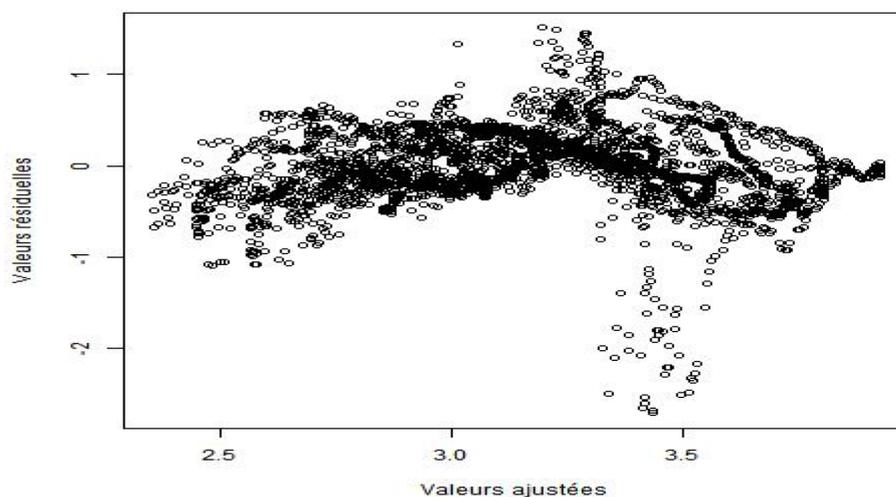


FIGURE 4.1 – Graphique des valeurs ajustées et résiduelles d'électricité pour Oslo 1999-2007

Notes. Les valeurs résiduelles correspondent aux valeurs de la partie entre parenthèses $(x_t - \beta'_1 D_t - \delta'_1 W_t)$ de l'équation 3.3. Dans ce cas, les variables utilisées réfèrent au tableau 4.6. β'_1 comprend $\beta_{1,1}$, $\beta_{1,2}$, $\beta_{1,3}$, $\beta_{1,5}$ et $\beta_{1,6}$. δ'_1 comprend $\delta_{1,1}$ et $\delta_{1,2}$. Veuillez noter qu'il s'agit de la série des log-prix.

La figure 4.1 montre la difficulté du modèle à prendre en compte certaines chutes de log-prix. Dans la section où les valeurs résiduelles sont négatives et où les valeurs ajustées sont près de 3.5, il y a plusieurs points qui sortent du lot. La vraie valeur chute donc par

rapport à celle qui est prévue par le modèle. Le graphique 4.1 présente donc des chutes et de sauts qui ne sont pas capturés par le modèle.

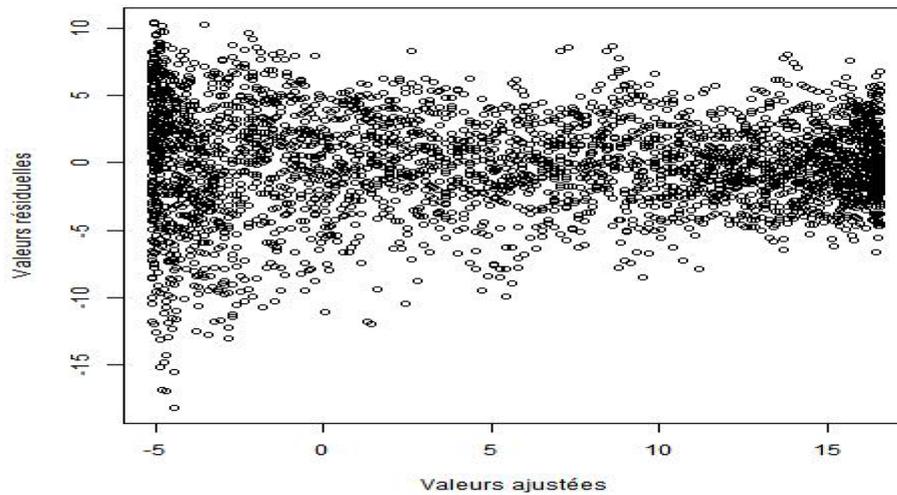


FIGURE 4.2 – Graphique des valeurs ajustées et résiduelles climatiques pour Oslo 1999-2007

Notes. Les valeurs résiduelles correspondent aux valeurs de la partie entre parenthèses $(y_t - \beta'_2 D_t)$ de l'équation 3.3. Dans ce cas, les variables utilisées réfèrent au tableau 4.6. β'_2 comprend $\beta_{2,1}$, $\beta_{2,3}$, $\beta_{2,4}$ et $\beta_{2,5}$.

Le graphique 4.2 illustre aussi les valeurs résiduelles en fonction des valeurs ajustées, mais pour la série climatique dans ce cas-ci. Le graphique illustre le fait qu'il y a moins de chutes et de sauts pour la série climatique que pour la série d'électricité.

Le tableau 4.7 présente les résultats suite aux tests pour améliorer le modèle et le caractère autorégressif des deux séries. Ainsi, pour la partie climatique, le niveau différencié de température des journées antérieures avec des retards d'un jour (voir $\phi_{2,2,1}$) et l'erreur d'estimation de la journée antérieure (voir $\theta_{2,1,1}$) aide à déterminer le niveau actuel. Toutes ces variables ont un impact significatif. Une d'elles (le niveau de la journée antérieure) a aussi un grand impact sur la détermination du niveau du log-prix pour la partie énergétique où elle est représentée par la variables $\phi_{1,2,1}$. Le niveau de deux journées avant la journée actuelle est aussi important. Les autres variables conservées pour la partie énergétique sont celles du niveau différencié du log-prix de l'énergie avec un retard d'un à sept jours ($\phi_{1,1,1}$ à $\phi_{1,1,7}$), l'élément saisonnier avec une période de sept jours ($\xi_{1,1,1}$) et l'élément de moyenne mobile ($\theta_{1,1,1}$). Ainsi, pour la partie énergétique, le niveau différencié du log-prix de l'énergie avec un retard de sept jours a un impact significatif. Cela peut être expliqué par les habitudes de consommation de l'électricité par rapport à la journée de la semaine.

Le coefficient pour l'élément de différenciation s'est rapproché de la limite de 0.5. À cette limite, il est difficile de déterminer si la série est stationnaire. Une piste intéressante fut d'illustrer le prix de l'électricité selon les jours de l'année et de créer différentes courbes

Tableau 4.7 – Coefficients de l'élément dynamique de la moyenne pour Oslo 1999-2007

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-type	Stat.-T	Coeff.	Écart-type	Stat.-T
d_i : différenciation	0,472	0,031	15,122	0,164	0,055	2,961
$\phi_{1,1,1}$: énergie (t-1)	0,032	0,033	0,968			
$\phi_{i,2,1}$: température (t-1)	-0,003	0,001	-4,713	0,578	0,061	9,461
$\phi_{1,1,2}$: énergie (t-2)	0,184	0,027	6,712			
$\phi_{i,2,2}$: température (t-2)	-0,003	0,001	-5,423			
$\phi_{1,1,3}$: énergie (t-3)	0,107	0,017	6,445			
$\phi_{1,1,4}$: énergie (t-4)	0,060	0,017	3,590			
$\phi_{1,1,5}$: énergie (t-5)	-0,008	0,016	-0,489			
$\phi_{1,1,6}$: énergie (t-6)	-0,007	0,016	-0,468			
$\phi_{1,1,7}$: énergie (t-7)	0,443	0,023	19,249			
$\xi_{1,1,1}$: énergie SAR (1)	-0,296	0,025	-11,791			
$\theta_{1,1,1}$: énergie MA (1)	-0,394	0,039	-10,050			
$\theta_{i,2,1}$: température MA (1)				-0,135	0,028	-4,889

Notes. Les coefficients et les écarts-types sont estimés à l'aide de l'ensemble arfima (Veenstra et McLeod, 2015).

pour les 9 années observées entre 1999 et 2007. Le résultat est représenté par le graphique 4.3. L'année 2006 présente un niveau de prix un peu plus élevé que les autres. Les années 2002 et 2003 présentent aussi des pics plus élevés. Cependant, les niveaux moyens semblent relativement similaires.

Le tableau 4.8 présente les éléments de la variance dynamique.

Tableau 4.8 – Coefficients de la variance dynamique pour Oslo 1999-2007

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-type	Stat.-T	Coeff.	Écart-type	Stat.-T
ω_i : ordonnée	-0,412	0,004	-97,561	0,374	0,024	15,764
$\alpha_{i,i}$: ARCH	0,142	0,032	4,371	0,034	0,015	2,314
$\xi_{i,i}$: GARCH	0,740	0,113	6,544	0,758	0,030	25,140
$\gamma_{i,1}$: onde cosinoïdale annuelle	-0,002	0,022	-0,091	0,116	0,038	3,034
$\gamma_{i,2}$: onde sinusoïdale annuelle	0,046	0,005	9,062	0,013	0,004	3,505
$\gamma_{i,3}$: onde cosinoïdale semestrielle	0,090	0,004	22,472	0,025	0,021	1,193
$\gamma_{i,4}$: onde sinusoïdale semestrielle	0,023	0,013	1,788	0,014	0,009	1,632
$\gamma_{i,5}$: onde cosinoïdale trimestrielle	0,016	0,006	2,520	-0,002	0,007	-0,301
$\gamma_{i,6}$: onde sinusoïdale trimestrielle	0,048	0,018	2,692	-0,004	0,008	-0,524

Les effets ARCH et GARCH sont importants. Les coefficients pour l'élément GARCH sont élevés dans les deux cas. Cela signifie que les variances conditionnelles de la journée

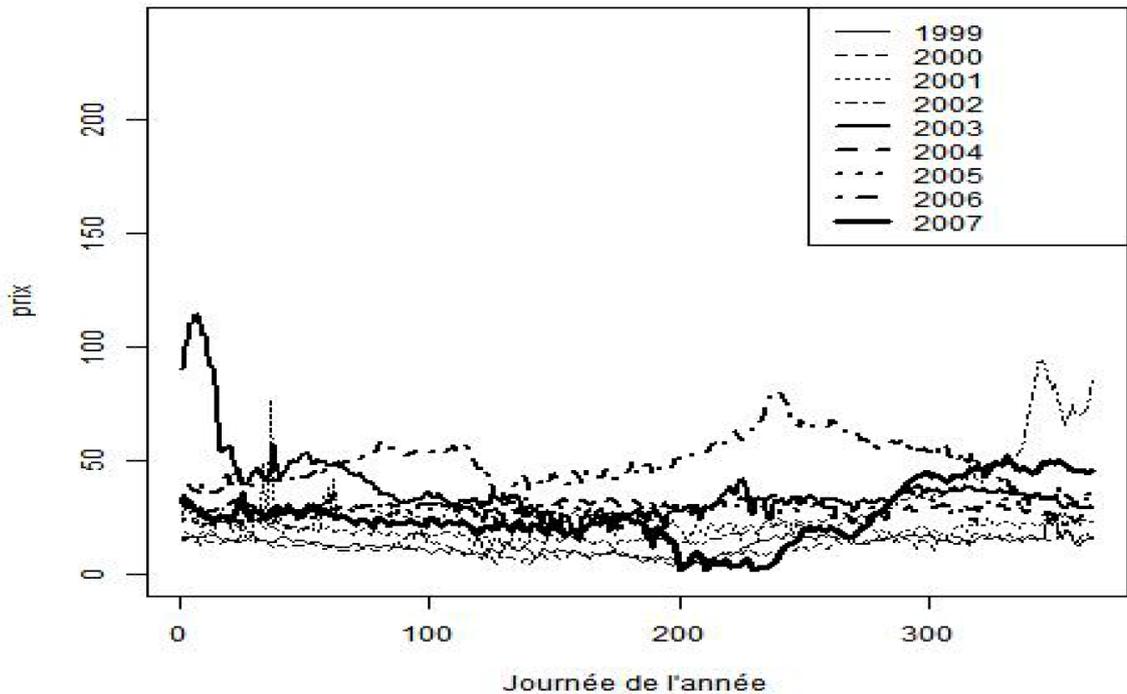


FIGURE 4.3 – Graphique des prix d'électricité selon les courbes annuelles pour Oslo

antérieure sont importantes dans la détermination de la valeur de la variance du jour évalué. Des ondes cosinusoidales et sinusoidales annuelles, semestrielles et trimestrielles viennent ajouter des éléments d'explication. Les différentes ondes du tableau 4.8 sont plus significatives pour la partie énergétique.

Tableau 4.9 – Coefficients de la corrélation dynamique pour Oslo 1999-2007

	Coefficient	Écart-type	Stat.-T
ψ_0 : ordonnée	-0,020	0,295	-0,069
ψ_1 : innovations	0,000	0,061	0,000
ψ_2 : persistance	0,867	0,689	1,258
$\psi_{3,1}$: onde cosinusoidale annuelle	-0,021	2,201	-0,010
$\psi_{4,1}$: onde sinusoidale annuelle	0,002	0,301	0,008

Pour la corrélation dynamique du tableau 4.9, seulement 5 paramètres sont utilisés : l'ordonné, le coefficient pour les innovations, le coefficient de la persistance et deux coefficients pour des ondes annuelles. La persistance est d'ailleurs élevée. Ainsi, la corrélation de la journée antérieure donne beaucoup d'information sur la valeur de la corrélation de la journée évaluée. Les différentes ondes du modèle ont cependant un impact sur la corrélation dynamique entre les deux séries. La figure 4.4 présente la corrélation estimée par le modèle par rapport à la corrélation (de 60 jours) de la série. La courbe pour un modèle qui avait seulement trois paramètres (coefficients d'ordonnée, d'innovations et de persistance) est aussi incluse. Le choix des paramètres pour les modèles de variance et de corrélation dynamique a été fait suite à l'analyse des résidus. En effet, l'ajout des ondes annuelles, semestrielles et trimestrielles permet de s'assurer que les résidus ne présentent pas de ten-

dance qui pourrait se répercuter sur la corrélation. Les tests pour trouver le meilleur BIC démontraient aussi le faible impact des variables nominales pour les journées de la semaine et les journées de congé.

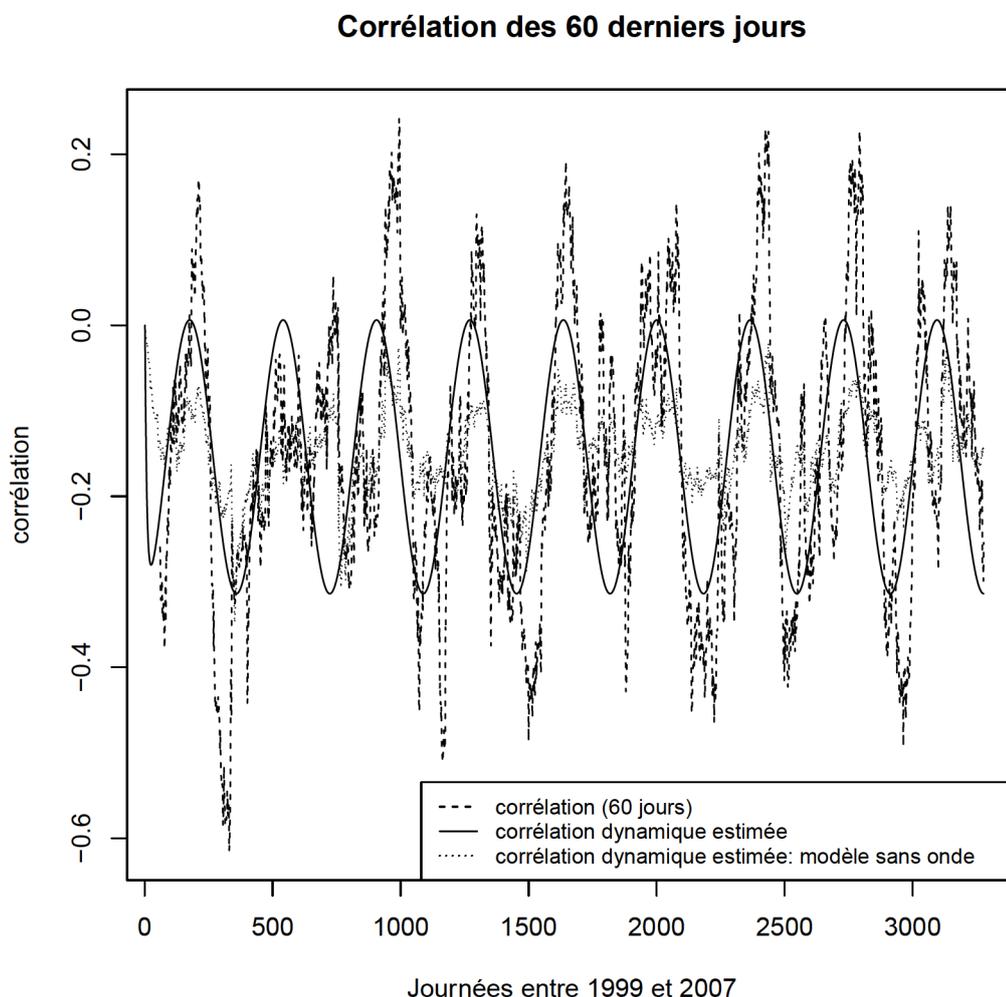


FIGURE 4.4 – Figure de la corrélation : Oslo

Notes. Il s'agit de la corrélation entre les résidus des séries désaisonnalisées et dévolatilisées.

La courbe de corrélation estimée (présentée dans la figure 4.4) entre les résidus d'estimation des séries climatiques et énergétiques oscille entre -0.3 et 0. Cependant, la courbe de corrélation estimée indique qu'elle est majoritairement négative et l'est de façon encore plus soutenue l'hiver. Ainsi, en hiver, si la température est anormalement (par rapport à l'effet saisonnier) élevée, le prix de l'électricité est plus bas que celui qui était prévu. Cela est directement lié à la demande de chauffage en hiver. En été, cependant, les séries sont peu corrélées (malgré certains pics dans les valeurs). Cela peut être notamment dû aux températures fraîches en été à Oslo qui engendrent une faible demande pour la climatisation (qui est présentée dans Bergesen et al. (2013)). En outre, la courbe estimée semble devancer légèrement la courbe de corrélation observée. Cela est dû à la méthode utilisée pour représenter la courbe. En effet, il s'agit d'une fenêtre de 60 jours et les changements peuvent prendre un certain moment à être représentés.

4.1.4 Description courbe *forward* énergétique

La courbe *forward* énergétique sert à passer de l'approche actuarielle à l'approche financière. Ainsi, plutôt que d'utiliser la courbe de tendance réelle, l'approche financière utilise celle de la courbe *forward*.

La première étape était de trouver le prix *forward* pour les 366 jours de l'année 2008 dans l'objectif de, notamment, comparer les résultats avec ceux de Caporin et al. (2012). Les prix utilisés sont détaillés dans l'annexe D. La deuxième étape était de trouver la valeur des coefficients pour β_0 , β_1 et ψ pour $s(t)$. Le résultat donne la courbe suivante :

$$s(t) = 50,195 + 2,634 \cos\left((t + 21,595) \frac{2\pi}{366}\right) \quad (4.1)$$

Par la suite, l'erreur entre la courbe *forward* et $\varepsilon(t)$ fut modélisée tel que décrit dans la sous-section 3.2.8 pour obtenir la courbe complète, soit $f(t)$. Le graphique 4.5 illustre les trois courbes : la courbe de tendance réelle, la courbe *forward* des prix énergétiques et la courbe *forward* lissée. Les valeurs présentées sont celles en date du 28 décembre 2008. La courbe de tendance réelle représente les valeurs ajustées obtenues grâce aux coefficients énergétiques du tableau 4.5.

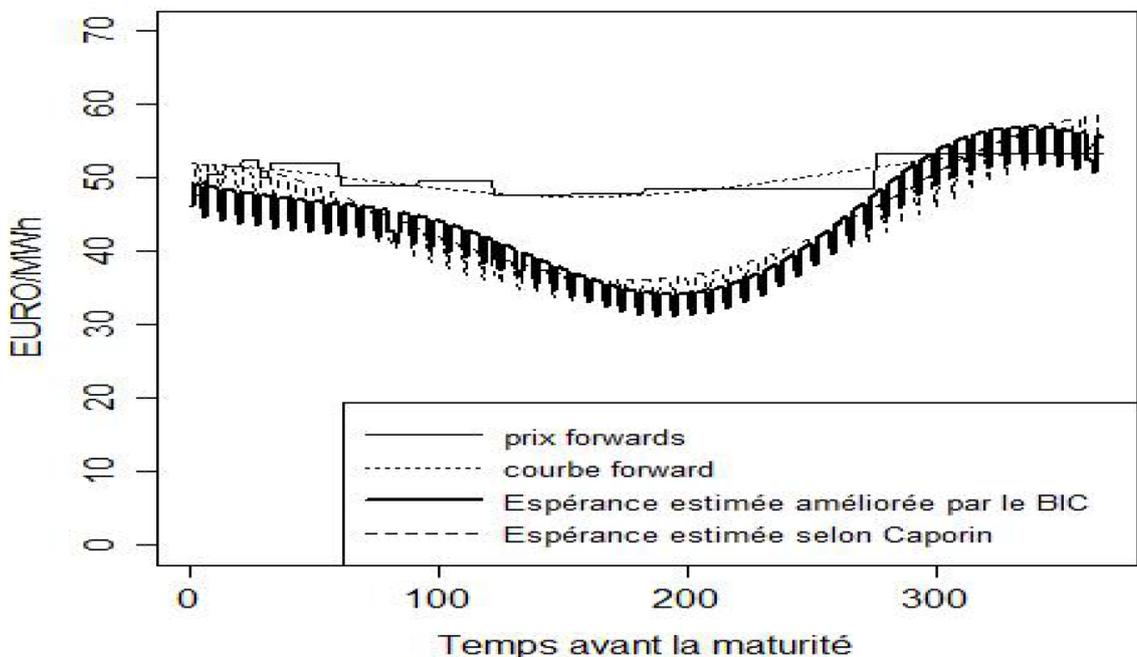


FIGURE 4.5 – Courbe des prix *forwards* à Oslo pour 2008

Notes. Les espérances estimées correspondent aux valeurs prévues par la partie ΥZ_t de l'équation 3.3. Celle de Caporin et al. (2012) correspond à la combinaison de variables de son article.

Les lignes en dents de scie représentent la courbe de la tendance réelle, soit la courbe selon les résultats des tableaux 4.5 et 4.6. Celle en gras illustre les résultats selon le modèle permettant d'obtenir le meilleur BIC pour la série énergétique. Ces courbes illustrent la baisse des prix observés pendant l'été. À l'automne et à l'hiver, les prix observés sont plus près des prix *forward*. Le grand écart entre les courbes réelles et *forward* risquent d'engendrer de grands différences dans les prix des options évaluées selon la méthode actuarielle ou financière.

4.1.5 Valeurs des options quanto

Grâce aux paramètres estimés pour le modèle, nous avons pu évaluer les options quanto énergétiques et climatiques selon les approches actuarielles et financières. À la base, les options quanto étaient utilisées dans les marchés de devise (Zhang, 1997). Peu d'information est disponible sur l'échange des options quanto évaluées dans le cadre de ce mémoire. Celle disponible concerne surtout les *futures* climatiques standardisés échangés sur un marché comme le Chicago Mercantile Exchange (CME Group, 2014c). Les options quanto évaluées dans le cadre de ce mémoire répondent à un besoin important des opérateurs d'électricité et permettent aux agents des marchés financiers de mieux saisir le lien entre la température et les prix d'électricité.

Le tableau 4.10 présente les caractéristiques du type d'options quanto choisies par Caporin et al. (2012). Les valeurs d'exercice pour ce type d'options dépendent des séries climatiques et énergétiques. Ainsi, K_1 pour l'énergie correspond au prix de fermeture du forward pour Oslo selon le Nord Pool en date du 28 décembre 2007. Ils sont ajustés par les «contrats par différences» pour initialiser la courbe forward. La saison de l'automne correspond aux mois d'octobre à décembre. Tel que décrit par Caporin et al. (2012), pour la série climatique, K_2 correspond à la moyenne 10 ans moins 2 points pour chaque mois ou 5 pour une option sur un trimestre (et comprend la marge du courtier).

Les résultats des 10 000 simulations sont présentés dans le tableau 4.11. Ils sont présentés pour les 4 premiers mois de l'année ainsi que l'automne. Pour chaque type d'options (option 1 et 2 font référence aux définitions de la fonction de gains et de pertes du tableau 4.10), deux méthodes d'évaluation sont présentées.

La section du bas du tableau présente les gains réellement générés pour les différentes options pour la période choisie en 2008. Par exemple, une option de type 1 aurait rapporté 4 696 \$ à l'acheteur pour la période de janvier 2008. Cette valeur est calculée avec les prix et les températures réelles observés à Oslo.

Quelques pistes de réflexion sont intéressantes concernant ces résultats. Elles sont détaillées dans les sous-sections suivantes.

Tableau 4.10 – Caractéristiques des options quanto sur les *HDD* et les prix d'électricité à Oslo

Indice de température (<i>HDD</i>)	Indice ayant une base de 18 °C accumulé durant la période de protection sur les observations à Oslo (WMO 1384)				
Index énergétique (E)	Prix de Nord Pool (moyenne arithmétique mensuelle) durant la période de protection				
Valeur du <i>tick</i>	10€* MWh/ <i>HDD</i>				
Gain maximum	Sans limite				
Formule de gains et pertes pour options quanto de type 1	$\max [0, (K_2 - HDD) \times tick \times (K_1 - E)]$				
Formule de gains et pertes pour options quanto de type 2	$\max [0, (K_2 - HDD) \times tick \times (E - K_1)]$				
Période de protection	Janvier 2008	Février 2008	Mars 2008	Avril 2008	Automne 2008
K_1 (en €/MWh)	50,11	51,95	48,9	49,6	53,43
K_2 (en <i>HDD</i>)	683	622	589	400	1579

Notes. Source : (Caporin et al., 2012, p.1710, traduction libre)

Écarts entre les courbes réelles et *forward*

Tel que présenté dans la figure 4.5, les courbes réelles et *forward* ne sont pas au même niveau pour les différentes périodes utilisées pour l'évaluation. Ainsi, la courbe réelle est sous la courbe *forward* pour la période de janvier à octobre. Or, puisque la partie énergétique de la fonction de gains et de pertes de l'option type 1 est représentée par $K_1 - E$, un prix plus faible générera un gain plus élevé. Donc, pour ce critère et ce type d'options, la méthode actuarielle va générer des gains plus élevés et donc, le vendeur demandera un prix en conséquence. Cela est d'ailleurs représenté avec l'écart entre les deux méthodes dans le tableau de résultats. Pour l'option de type 2, la partie énergétique de la fonction de gains et de pertes est inversée. Les gains générés par la méthode actuarielle devraient donc être plus faibles que ceux de la méthode financière. Cependant, d'autres facteurs influençant le prix de l'option sont à prendre en compte. Ils seront détaillés sous peu. Il est cependant intéressant de noter que l'écart entre les deux méthodes d'évaluation est plus faible entre les options de type 2 que les options de type 1.

La sélection des périodes de protection pour l'évaluation des options quanto s'est effectuée selon les tableaux de Caporin et al. (2012). Or, en choisissant les mois de janvier à avril et de l'automne, les périodes ne couvraient pas les moments où les courbes réelles et *forward* sont les plus éloignées, tel qu'illustré dans la figure 4.5. La sélection des mois de

l'été aurait engendrée de plus grands écarts entre les méthodes actuarielles et financières.

Prime de 5 % de la VaR 95 % pour la méthode actuarielle

Dans la méthode décrite par Caporin et al. (2012), la méthode actuarielle nécessite une augmentation de la valeur trouvée par une prime de 5 % de la VaR 95 %. Cette prime est non-négligeable. Par exemple, elle représente 1761 € (soit 18 % de la valeur finale pour l'option 1) et 690 € (soit 21 % de la valeur finale pour l'option 2) pour le mois de janvier.

Méthode pour la simulation des résidus : loi normale ou empirique

Pour obtenir les valeurs du tableau 4.11, la méthode empirique fut utilisée pour simuler les résidus du modèle de corrélation dynamique. Ce choix fut effectué suite à l'analyse des graphiques de résidus présentés à l'annexe C. En effet, ces graphiques démontreraient que les résidus ne correspondaient pas à ceux de la loi normale et qu'il fallait prendre en compte leur distribution pour la simulation. Ce choix de méthode a un impact significatif sur les valeurs des maximums, des écarts-types et des VaR qui ont des valeurs considérablement plus élevées que celles calculées par Caporin et al. (2012).

Valeurs des prix d'exercice

Un autre élément à considérer dans l'analyse des résultats de simulation est le niveau des valeurs d'exercice, particulièrement les valeurs d'exercice pour la partie énergétique. Ces valeurs sont représentées dans la figure 4.5 par les prix *forward*. Puisque la courbe *forward* est évaluée à partir de ces prix, la courbe réelle présente un plus grand écart avec ces valeurs d'exercice. Ainsi, cet écart plus grand aura un impact dans le calcul du gain ou de la perte.

Conclusion pour les résultats de simulation d'Oslo

À cause des éléments détaillés ci-haut, un écart est observé entre les valeurs engendrées par la méthode actuarielle et la méthode *forward*. La méthode empirique pour la simulation des résidus de corrélation dynamique a aussi une influence sur les caractéristiques des prix d'options. Une des limites de ce type d'évaluation des options choisies est qu'elle s'effectue sur une seule année.

Il sera intéressant de mettre ces résultats en perspectives avec ceux de New York.

Tableau 4.11 – Résultats de l'évaluation des options quanto pour Oslo (méthode empirique)

Statistiques	Janvier	Février	Mars	Avril	Automne
Partie A : Actuarielle, Option type 1					
Moyenne	9 650	9 089	7 099	4 287	7 603
Écart-type	25 695	20 506	13 085	7 344	11 549
VaR 95%	35 220	31 964	26 302	16 619	29 443
VaR 99%	87 480	79 562	58 977	33 380	55 489
Maximum	1 865 930	804 994	231 166	131 139	118 581
Prix final	9 647	9 084	7 092	4 281	7 573
Partie B : Actuarielle, Option type 2					
Moyenne	3 327	5 097	4 632	3 795	5 193
Écart-type	6 404	14 172	9 389	5 781	9 645
VaR 95%	13 794	19 600	18 174	15 059	21 301
VaR 99%	28 758	42 991	42 962	24 498	45 340
Maximum	138 069	892 497	251 153	98 461	133 879
Prix final	3 326	5 094	4 628	3 790	5 172
Partie C : Financière, Option type 1					
Moyenne	8 039	7 708	6 141	4 103	6 155
Écart-type	26 011	21 393	14 625	9 223	11 526
VaR 95%	35 880	32 955	28 386	19 500	29 250
VaR 99%	88 779	84 134	68 273	44 269	54 886
Maximum	1 883 219	834 304	254 700	157 886	120 263
Prix final	8 037	7 703	6 135	4 097	6 131
Partie D : Financière, Option type 2					
Moyenne	2 619	4 226	4 028	2 673	4 150
Écart-type	6 427	14 734	10 559	6 018	9 703
VaR 95%	13 840	20 198	19 676	13 543	21 483
VaR 99%	28 664	44 931	48 885	26 977	45 422
Maximum	139 733	925 055	278 350	126 343	137 206
Prix final	2 619	4 223	4 024	2 669	4 134
Valeur réelle pour 2008					
Type 1	4 696	18 239	0	3 245	0
Type 2	0	0	316	0	2 089

Notes. Les options quanto sont définies dans le tableau 4.10. La moyenne correspond à la moyenne des gains et pertes des 10 000 simulations. Il est important de noter que pour la méthode actuarielle, cette valeur contient une prime de 5 % de la VaR 95 %. Ensuite, cette valeur est actualisée à l'aide des taux Euribor présentés à l'annexe E pour obtenir le prix final. Tel qu'illustré dans l'annexe, les taux Euribor sont très faibles et donc, l'effet d'actualisation l'est aussi. L'écart-type, le maximum et les VaR (95 % et 99 %) complètent les caractéristiques présentées pour chaque type d'options. Finalement, le prix final correspond au prix moyen actualisé avec les taux présentés à l'annexe E.

4.2 New York

Cette section permettra de comparer les résultats obtenus avec ceux de la ville d'Oslo. À cause des différences présentes dans les données disponibles pour les deux villes et des particularités new-yorkaises, certains éléments des séries climatiques, énergétiques ou du modèle ont dû être adaptés. Ces changements seront détaillés dans leur sous-section respective.

4.2.1 Statistiques descriptives des prix de l'électricité

Comme présentées dans la section sur les résultats pour Oslo, les statistiques descriptives sur la série des log-rendements des prix de l'électricité peuvent être regroupées dans le tableau 4.12.

La première rangée du tableau décrit la moyenne des log-rendements obtenus selon la caractéristique de la colonne, soit entre les jours de congé (ou de travail) ou selon la saison. Comparativement aux données d'Oslo, les rendements des colonnes 2 à 5 présentent de plus grands écarts et sont plus loin d'un rendement de 0. Par exemple, le log-rendement entre une journée de congé et une journée de travail est encore plus élevé qu'à Oslo. L'inverse (soit que le log-rendement soit encore plus faible) est aussi vrai entre une journée de travail et une journée de congé. L'hypothèse nulle pour le test de Student peut être rejetée dans les colonnes pour l'évaluation selon les journées de travail ou de congé. Elle ne peut cependant pas être rejetée pour les sections selon les saisons et pour l'échantillon au complet.

La deuxième rangée montre les médianes pour chacune des sections. L'hypothèse nulle du test Kruskal-Wallis (que chacun des échantillons des 8 dernières colonnes est identique à celui de la première) est rejetée pour les sections «WH», «HW» et «HH» avec un seuil de signification de 5%. La rangée «Écart-type» présente l'écart-type pour chacune des sections et, entre crochets, la *p-value* pour le test de Levene (Levene, 1960) qui évalue l'homogénéité de la variance entre les échantillons ou les sections. L'hypothèse nulle du test de Levene est rejetée pour toutes les sections sauf «WH».

L'hypothèse nulle du test D'Agostino (soit que le coefficient d'asymétrie est égal à 0) peut être rejetée que dans les sections «WH», «HH» et celle du printemps. L'hypothèse nulle du test Anscombe-Glynn (soit que l'échantillon a un aplatissement comme celui de la loi normale) est rejetée dans tous les cas.

L'hypothèse nulle du test Augmented Dickey-Fuller qu'il existe une racine unitaire pour la série est rejetée. Le test de Philip-Perron (Phillips et Perron, 1988) permet d'arriver à la même conclusion.

Tableau 4.12 – Statistiques descriptives des rendements d'électricité à New York

	Tout (3052)	WW (1949)	WH (552)	HW (553)	HH (598)	Hiver (902)	Printemps (920)	Été (920)	Automne (910)
Moyenne x 100	0,011 [0,96]	-0,586 [0,022]	-10,014 [0]	15,707 [0]	-3,301 [0]	0,084 [0,866]	0,062 [0,869]	-0,02 [0,97]	-0,079 [0,838]
Médiane x 100	-0,559	-0,346 [0,549]	-8,976 [0]	15,794 [0]	-3,766 [0]	-0,006 [0,489]	-0,571 [0,957]	-0,658 [0,815]	-0,944 [0,69]
Écart-type	0,137	0,113 [0]	0,131 [0,068]	0,108 [0]	0,115 [0]	0,15 [0,036]	0,114 [0]	0,161 [0]	0,117 [0]
Asymétrie	-0,027 [0,663]	-0,048 [0,57]	-0,789 [0]	0,069 [0,658]	0,318 [0,039]	-0,089 [0,47]	0,266 [0,031]	-0,171 [0,163]	0,213 [0,085]
Aplatissement	3,216 [0]	7,215 [0]	6,572 [0]	1,117 [0]	2,232 [0]	2,913 [0]	1,1 [0]	3,22 [0]	1,746 [0]
Minimum	-1,011	-0,799	-1,011	-0,207	-0,559	-0,691	-0,453	-1,011	-0,564
Maximum	0,758	0,758	0,586	0,617	0,459	0,755	0,457	0,758	0,528
ADF	-7,666 [0]								
PP	-11,137 [0]								

Notes. Voir tableau 4.1. Les données utilisées sont pour la période du 1er janvier 2004 au 31 décembre 2013.

Les caractéristiques des log-rendements sur les prix de l'électricité sont un peu différentes entre Oslo et New York. Les deux tableaux (soient 4.1 et 4.12) permettent de savoir que ceux de New York présentent des caractéristiques plus importantes dans les quatre premières colonnes.

Un autre élément important à considérer est la source d'énergie utilisée pour produire l'électricité. Tel que mentionné, à Oslo, il s'agit surtout d'hydroélectricité. Cependant, à New York en 2011, environ 57% de la production totale d'électricité provenait du gaz naturel (31%) ou du nucléaire (26%) (New York State Energy Research and Development Authority, 2013) (ou le NYSERDA). Il est important de noter qu'il s'agit des proportions de chacun des modes de production d'électricité. Le prix du gaz naturel aura donc un impact sur la production d'électricité. Il sera donc important de tenir compte du comportement de cette série pour modéliser celle de l'électricité.

4.2.2 Statistiques descriptives de la température

Le tableau 4.13 présente les statistiques descriptives pour la série climatique à New York du 1er janvier 1983 au 31 décembre 2013. Les tests présentés sont les mêmes que ceux pour Oslo.

Tableau 4.13 – Statistiques descriptives de la température à New York en °C

	Tout (11 312)	Hiver (2 798)	Printemps (2 852)	Été (2 852)	Automne (2 821)
Moyenne	13,372	2,327	11,629	24,359	14,981
Médiane [K.-W.]	13,6	2,5 [0]	11,7 [0]	24,45 [0]	15 [0]
Écart-type [L.]	9,525	5,049 [0]	6,295 [0]	3,396 [0]	6,203 [0]
Asymétrie	-0,156	-0,132	-0,055	-0,265	-0,111
Aplatissement	2,07	3,072	2,796	3,067	2,408
Minimum	-16,35	-16,35	-7,2	12,8	-2,5
Maximum	34,7	19,15	30,6	34,7	30,6
Jarque-Bera [<i>p value</i>]	454,27 [0]	8,728 [0,013]	6,342 [0,042]	33,975 [0]	46,988 [0]
ADF [<i>p value</i>]	-8,005 [0]	-14,58 [0]	-14,254 [0]	-19,294 [0]	-10,889 [0]
PP [<i>p value</i>]	-13,641 [0]	-20,931 [0]	-16,642 [0]	-20,778 [0]	-14,602 [0]

Notes. Voir tableau 4.2. Les données utilisées correspondent à la période du 1er janvier 1983 au 31 décembre 2013.

L'hypothèse nulle (que les échantillons de la saison et de la colonne «Tout» sont identiques) du test de Kruskal-Wallis est rejetée dans tous les cas. L'hypothèse nulle du test de Levene (soit que les variances des échantillons sont égales) est aussi rejetée dans tous les cas.

Les quatre rangées suivantes montrent les caractéristiques d'asymétrie (*skewness*), d'aplatissement (*kurtosis*), du minimum et du maximum de la série. L'hypothèse nulle du test Jarque-Bera est rejetée dans tous les cas selon un seuil de signification de 5%. Le test de racine unitaire de Augmented Dickey-Fuller révèle que les hypothèses nulles sont rejetées dans tous les cas. Le test de Philips-Perron permet d'arriver à la même conclusion.

En comparant brièvement les résultats de New York et d’Oslo, celles de New York sont plus chaudes avec des écarts-types saisonniers plus élevés sauf pour l’hiver. Les niveaux d’asymétrie et d’aplatissement sont aussi plus petits.

4.2.3 Estimation du modèle dynamique entre les deux séries

Le tableau 4.14 illustre les coefficients de corrélation entre la série de log-rendements et celle du niveau de température entre 2004 et 2013. La deuxième rangée concerne ceux entre la série de log-rendements et celles du changement de température.

Tableau 4.14 – Corrélation entre la série des prix d’électricité et la série climatique pour New York

	Tout	Hiver	Printemps	Été	Automne
Log-rendement et température	-0,0138	-0,2519	0,0366	0,2315	-0,0039
log-rendement et changement température	-0,0214	-0,411	-0,0071	0,4083	0,1098

Les résultats de ce tableau sont surprenants lorsqu’ils sont mis en perspective avec ceux d’Oslo. En effet, pour l’échantillon complet, les coefficients de corrélation sont légèrement négatifs entre le log-rendement et le niveau ou le changement de température. Pour Oslo (et les deux coefficients pour l’échantillon complet), les coefficients montrent une relation encore plus forte. En ce qui concerne les coefficients selon les saisons, ils sont aussi négatifs sauf pour l’été à New York. Les relations sont particulièrement fortes pour l’hiver et l’été où les coefficients sont plus significatifs que pour Oslo. Le fait que la corrélation présente ainsi des comportements différents selon la saison démontre son effet dynamique. Il est donc important d’en tenir compte lors de la modélisation.

En ce qui concerne le chauffage du logement et de l’eau, l’électricité reste une source secondaire comme le démontre le tableau 4.15. Ce dernier montre que la majorité des ménages de l’état utilisent le gaz naturel comme source de chauffage de leur logement et de leur eau. La température et ses variations devraient donc avoir un impact moins important sur la détermination du prix de l’électricité puisque cette source est peu utilisée. En outre, selon le NYSERDA, 5,4 millions de ménages utilisent une climatisation de sources électriques, soit centrale (1,5 million de ménages) ou locale au mur ou à la pièce (3,9 millions de ménages). Ainsi, tel que décrit par le U.S. Energy Information Administration (2012) (ou le EIA), la climatisation représente une dépense importante en électricité aux États-Unis. En 2005, cela représentait plus de 25 milliards de dollars américains. De plus, les autres méthodes de climatisation sont très peu utilisées à New York. Selon le NYSERDA, la consommation résidentielle nette d’énergie ayant une source solaire ou géothermique représentait 3.2 billions de Btu en 2011. Cela représentait moins de 0.5% de la consommation totale.

Les sources d’énergie utilisées à Oslo sont présentées dans la sous-section 4.1.3. Dans la capitale norvégienne, l’électricité représente près de 80% de la consommation totale

Tableau 4.15 – Sources d'énergie pour le chauffage (état de New York en 2011)

Source	Millions de ménages	
	Chauffage du logement	Chauffage de l'eau
Électricité	0,5	1,2
Gaz naturel	4,1	4,4
Mazout	2,1	1,3
Propane	0,2	0,2
Total	6,9	6,9

Notes. Source : (New York State Energy Research and Development Authority, 2013, p.B-1, traduction libre)

d'énergie en kWh par ménage en 2012. Par contre, tel que décrit dans la sous-section correspondante pour Oslo, l'utilisation de déchets pour chauffer la ville est une chose répandue. Il est donc important de garder ces éléments en tête lors de l'analyse et de la comparaison du tableau 4.14. De plus, la population de New York est d'environ 8 175 133 (United States Census Bureau, 2010) comparativement à 617 242 à Oslo (Oslo Kommune, 2014).

Un autre élément à considérer lors de l'évaluation du marché new-yorkais est l'influence des partenaires des opérateurs d'électricité. Tel que décrit dans EIA, l'état de New-York est un importateur net par rapport au Canada (Québec et Ontario), à la Nouvelle-Angleterre et à la région moyenne-Atlantique. Les politiques et échanges effectués avec ces partenaires peuvent donc avoir une influence importante sur le prix à New York. De plus, les États-Unis restent un importateur net d'électricité par rapport au Canada et au Mexique, tel que décrit par l'EIA.

Le modèle de Caporin et al. (2012) pour l'élément déterministe de la moyenne est présenté dans le tableau 4.16.

Tableau 4.16 – Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour New York selon le modèle de Caporin et al. (2012) 2004-2012

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-type	Stat.-T	Coeff.	Écart-type	Stat.-T
$\beta_{i,1}$: constante	4,514	0,071	63,35	13,816	0,165	83,545
$\beta_{i,2}$: tendance linéaire	0,000	0,000	-6,709			
$\beta_{i,3}$: onde consinusoidale annuelle	-0,014	0,049	-0,281	-11,340	0,248	-45,781
$\beta_{i,4}$: onde sinusoidale annuelle				-5,010	0,218	-22,97
$\delta_{1,1}$: Vendredi	-0,018	0,013	-1,372			
$\delta_{1,2}$: Dimanche	-0,048	0,008	-6,297			
$\delta_{1,3}$: Journées de congé	-0,116	0,014	-8,584			
R^2 ajusté		0,308			0,8394	

Notes. Voir tableau 4.5. Il s'agit de données pour la période du 1er janvier 2004 au 31 décembre 2012.

Cependant, il était intéressant de voir si ce modèle pouvait être amélioré en changeant les variables explicatives. Les coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour

les séries climatiques et énergétiques à New York sont différents de ceux d'Oslo. Les prochaines étapes sont d'estimer les coefficients pour le modèle de la moyenne et de la variance dynamiques.

Suite à différents tests pour l'élément dynamique de la moyenne, le coefficient pour l'élément de différenciation (de la moyenne dynamique pour la série d'électricité) était très près de la valeur de 0.5. Cette valeur constitue une limite pour la stationnarité de la série. Il était donc intéressant de représenter la série électrique de façon annuelle pour savoir si certaines années avaient un comportement différent. Le résultat est présenté dans le graphique 4.6. Les courbes pour 2005 et 2008 présentent des prix plus élevés et volatiles que les autres années. Il est intéressant de noter que le mois de septembre et le début du mois d'octobre 2005 ont été chauds comparativement aux valeurs présentées dans le tableau 4.13. Il en est de même pour l'été 2008. Ces vagues de chaleur ont probablement eu un impact sur la demande d'électricité à cause de la climatisation.

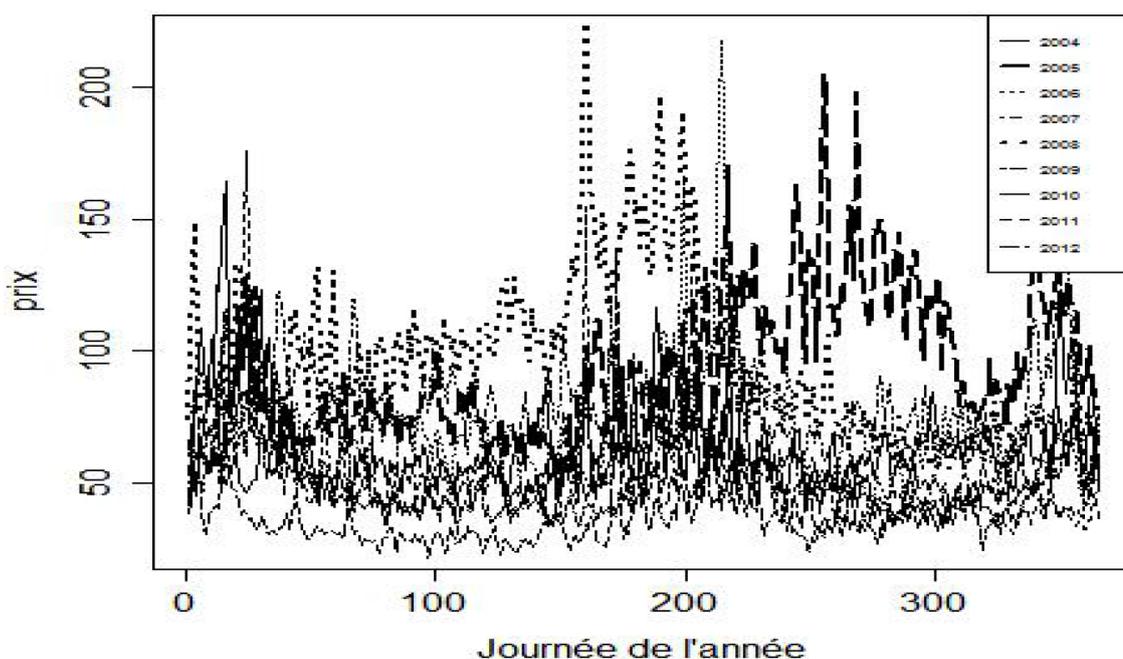


FIGURE 4.6 – Graphique des prix d'électricité selon les courbes annuelles pour New York

Puisque les années 2005 et 2008 présentaient des comportements différents, la prochaine étape fut de les retirer de la série pour savoir comment les valeurs des éléments de la moyenne déterministe, de la moyenne dynamique, de la variance dynamique et de la corrélation variaient. Le fait d'enlever deux années engendrait des problèmes de continuité. Les coefficients furent donc évalués pour les séries de 2009 à 2012.

Le tableau 4.17 présente les coefficients de la moyenne déterministe pour New York sur la période 2009-2012. Le log-prix du gaz naturel est une variable explicative ayant un impact significatif et fut ajouté au modèle. Il permet d'augmenter le coefficient de détermination

à plus de 0.6. Trois ondes expliquent le comportement de la moyenne déterministe pour la partie climatique. Pour la partie énergétique, trois ondes sont aussi utiles. Les variables nominales pour la journée de dimanche et pour les journées de congé sont ajoutées pour compléter le modèle.

Tableau 4.17 – Coefficients de l'élément déterministe de la moyenne pour New York 2009-2012

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-Type	Stat.-T	Coeff.	Écart-Type	Stat.-T
$\beta_{i,1}$: constante	2,602	0,143	18,198	13,927	0,236	58,929
$\beta_{i,2}$: tendance linéaire	0,000	0,000	2,667			
$\beta_{i,3}$: onde cosinusoïdale annuelle	-0,004	0,027	-0,148	-11,369	0,338	-33,600
$\beta_{i,4}$: onde sinusoidale annuelle				-4,567	0,331	-13,814
$\beta_{i,5}$: onde cosinusoïdale semestrielle	0,098	0,024	4,111	-0,405	0,358	-1,133
$\beta_{i,6}$: onde sinusoidale semestrielle	0,085	0,018	4,585			
$\delta_{1,1}$: Dimanche	-0,045	0,008	-5,386			
$\delta_{1,2}$: Journées de congé	-0,098	0,012	-7,943			
$\delta_{1,3}$: Log-prix du gaz naturel	0,811	0,069	11,820			
R^2 ajusté		0,616			0,847	

Par la suite, les mêmes types de test sur les combinaisons optimales pour la moyenne dynamique furent effectués. Il s'agissait de trouver le modèle ayant le BIC le plus faible. Le modèle présentant les meilleurs résultats est celui du tableau 4.18. Pour la partie climatique, $\phi_{2,2,1}$ et $\phi_{2,2,2}$ indiquent que le niveau différencié de la température avec un retard de un et deux jours ont un impact significatif sur la détermination du niveau actuel. Comparativement au modèle pour Oslo, les variables climatiques n'ont pas d'impact dans la détermination du niveau du log-prix énergétique. En effet, les variables conservées sont $\phi_{1,1,1}$, $\xi_{1,1,1}$ et $\theta_{1,1,1}$. Cela signifie que le niveau différencié du log-prix de l'énergie avec un retard d'une journée a un impact sur la détermination du prix actuel, tout comme l'élément saisonnier avec une période de sept jours et l'erreur d'estimation de la journée antérieure. Il est intéressant de noter que le coefficient de différenciation pour l'énergie a beaucoup diminué suite à l'ajustement pour la période et à l'ajout du log-prix du gaz naturel comme variables explicatives. Grâce à cet ajout, il est possible d'expliquer une plus grande proportion de la variation dans la série de log-prix de l'électricité.

Tableau 4.18 – Coefficients de l'élément dynamique de la moyenne pour New York 2009-2012

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-type	Stat.-T	Coeff.	Écart-type	Stat.-T
d_i : différenciation	0,167	0,048	3,484	0,234	0,040	5,756
$\phi_{1,1,1}$: énergie (t-1)	0,434	0,063	6,916			
$\phi_{i,2,1}$: température (t-1)				0,620	0,044	15,009
$\phi_{i,2,2}$: température (t-2)				-0,266	0,025	-10,487
$\xi_{1,1,1}$: énergie SAR (1)	-0,327	0,036	-9,207			
$\theta_{1,1,1}$: énergie MA (1)	0,076	0,027	2,761			

La dernière étape pour l'évaluation du modèle pour les séries climatiques et énergétiques concernait la variance et la corrélation dynamique. Différents tests de combinaisons pour trouver le modèle ayant le BIC le plus faible furent effectués. Cependant, le modèle réduit (ayant 9 paramètres pour la variance et la corrélation dynamique) ne permettait pas de filtrer les dernières tendances des résidus. Suite à des tests sur ces derniers et à l'aide de graphiques, le modèle ayant des ondes sinusoïdales et cosinusoidales annuelles, semestrielles et trimestrielles fut sélectionné. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.19. Ainsi, pour la variance dynamique, les effets ARCH et GARCH ont un impact plus faible que ceux pour la ville d'Oslo. Ces valeurs pour les coefficients signifient que les erreurs d'estimation et les variances conditionnelles de la journée antérieure aident à déterminer la valeur actuelle recherchée. Cependant, la réduction dans le coefficient GARCH pour New York (par rapport à celui d'Oslo) indique que la volatilité est moins persistente. Les ondes du modèle de variance dynamique ont aussi généralement (c'est-à-dire, sauf l'onde cosinusoidale semestrielle pour l'électricité) un apport faible. Un piste de réflexion par rapport aux différences entre les deux villes est l'apport du prix du gaz naturel comme variable explicative pour la moyenne déterministe. En effet, l'ajout de cette variable a fait augmenter de 25 % le coefficient de détermination ajusté pour la série énergétique. Ainsi, une plus grande partie de la série énergétique peut être expliquée grâce aux éléments de la moyenne déterministe. Les variations du prix du gaz naturel réussissent à capter les effets de variations du prix de l'électricité. Ces écarts sont donc expliqués dans les premières étapes du modèle et ainsi, il nécessite moins de variables explicatives pour la variance dynamique.

Tableau 4.19 – Coefficients de la variance dynamique pour New York 2009-2012

	Énergie			Température		
	Coeff.	Écart-type	Stat.-T	Coeff.	Écart-type	Stat.-T
ω_i : ordonnée	-2,143	0,688	-3,116	1,349	1,132	1,191
$\alpha_{i,i}$: ARCH	0,069	0,079	0,872	0,009	0,017	0,532
$\xi_{i,i}$: GARCH	0,431	0,279	1,545	0,267	0,534	0,500
$\gamma_{i,1}$: onde cosinusoidale annuelle	-0,119	0,034	-3,560	0,213	0,249	0,854
$\gamma_{i,2}$: onde sinusoïdale annuelle	0,056	0,076	0,729	0,254	0,226	1,126
$\gamma_{i,3}$: onde cosinusoidale semestrielle	0,320	0,058	5,525	-0,062	0,188	-0,329
$\gamma_{i,4}$: onde sinusoïdale semestrielle	0,097	0,121	0,808	-0,040	0,192	-0,208
$\gamma_{i,5}$: onde cosinusoidale trimestrielle	0,056	0,062	0,900	0,008	0,052	0,158
$\gamma_{i,6}$: onde sinusoïdale trimestrielle	0,012	0,083	0,142	-0,008	0,039	-0,213

Les coefficients pour le modèle de corrélation dynamique sont présentés dans le tableau 4.20. Le niveau de persistance est légèrement plus faible que celui pour Oslo. Les innovations ont peu d'impact sur la détermination de la corrélation de la journée observée.

Tableau 4.20 – Coefficients de la corrélation dynamique pour New York 2009-2012

	Coefficient	Écart-type	Stat.-T
ψ_0 : ordonnée	0,012	0,034	0,037
ψ_1 : innovations	0,000	2,441	0,000
ψ_2 : persistance	0,826	0,044	18,866
$\psi_{3,1}$: onde cosinoïdale annuelle	-0,108	0,355	-0,304
$\psi_{4,1}$: onde sinusoïdale annuelle	-0,021	0,129	-0,161

La courbe de corrélation entre les deux séries ainsi que les courbes estimées selon deux modèles sont présentées dans le graphique 4.7. La corrélation entre les résidus oscille donc entre -0.5 et 0.7. Elle est négative l'hiver et positive l'été. Ainsi, si la température est anormalement (sans l'effet saisonnier) élevée l'été, le prix estimé sera aussi plus élevé. Cela est notamment dû à la demande pour la climatisation en période chaude. En hiver, si la température est anormalement élevée, le prix sera plus bas que les agents pensaient. Une piste de réflexion intéressante pour expliquer ce phénomène est l'importance des autres agents dans le marché. Par exemple, une température plus chaude à New York signifie généralement le même effet chez ses partenaires (au Québec, en Ontario, etc.). Puisqu'il fait aussi chaud chez eux, ces partenaires seraient prêts à se départir de l'électricité qu'ils ont en surplus à un moindre coût. Tel que décrit précédemment, l'état de New York reste un importateur net d'électricité et donc, ses partenaires auront une grande influence sur son prix local.

4.2.4 Description courbe *forward* énergétique

La courbe *forward* des prix de l'électricité est utilisée dans l'approche financière pour l'évaluation des options quanto. Les étapes de résolution pour les paramètres de la courbe sont décrites dans la sous-section 3.2.8.

Les prix des *forwards* sur l'électricité de la zone J du NYISO sont séparés entre les *on-peak* (entre 7h00 et 23h00 du lundi au vendredi) et les *off-peak* (pour les autres heures). Les prix des contrats mensuels sont présentés dans la figure 4.8. Ainsi, les prix *on-peak* sont en gras et les *off-peak*, en ligne régulière.

L'étape suivante fut de trouver les paramètres des fonctions cosinoïdales pour l'élément saisonnier de la courbe forward. La fonction de saisonnalité *on-peak* peut être estimée de la façon suivante :

$$s(t) = 55,401 + 3,978 \cos\left((t - 18,632) \frac{2\pi}{365}\right) + 12,648 \cos\left((t + 342,216) \frac{4\pi}{365}\right) \quad (4.2)$$

La même fonction, mais pour les prix *off-peak* estimée :

$$s(t) = 39,426 + 6,519 \cos\left((t - 14,710) \frac{2\pi}{365}\right) + 6,720 \cos\left((t - 22,130) \frac{4\pi}{365}\right) \quad (4.3)$$

Suite à la représentation graphique des courbes forward *on* et *off-peak*, le choix d'inclure

Corrélation des 60 derniers jours

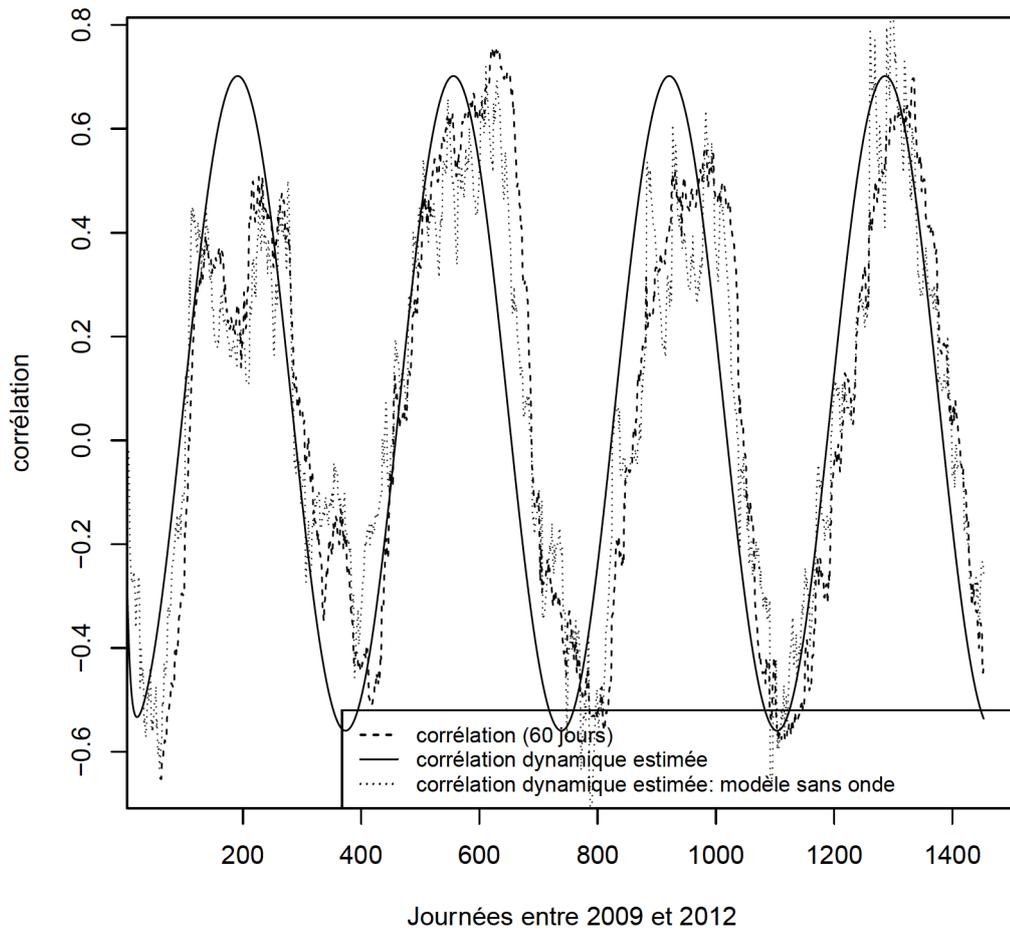


FIGURE 4.7 – Figure de la corrélation : New York 2009-2012

un terme de courbe semestrielle fut pris. En effet, cet ajout permet de capturer la hausse comprise entre les mois de juin et septembre. Le résultat est illustré dans à la figure 4.8.

Les erreurs entre les prix *forwards* et les fonctions de saisonnalité ont par la suite été ajustées à l'aide de splines cubiques, telles que décrites dans la sous-section 3.2.8. Les courbes résultantes, soit $f(t) = s(t) + \varepsilon(t)$, sont représentées par les courbes pointillées de la figure 4.8. La tendance réelle provenant de l'élément déterministe de la moyenne est aussi incluse dans le tableau.

Une courbe forward intermédiaire a été construite. En effet, puisque le nombre d'heures *off-peak* par semaine représente 52.38%, la courbe forward de moyenne pondérée fut déterminée en conséquence. Cette courbe de moyenne pondérée sera utile pour la méthode financière où l'écart avec la courbe réelle peut engendrer des différences d'évaluation.

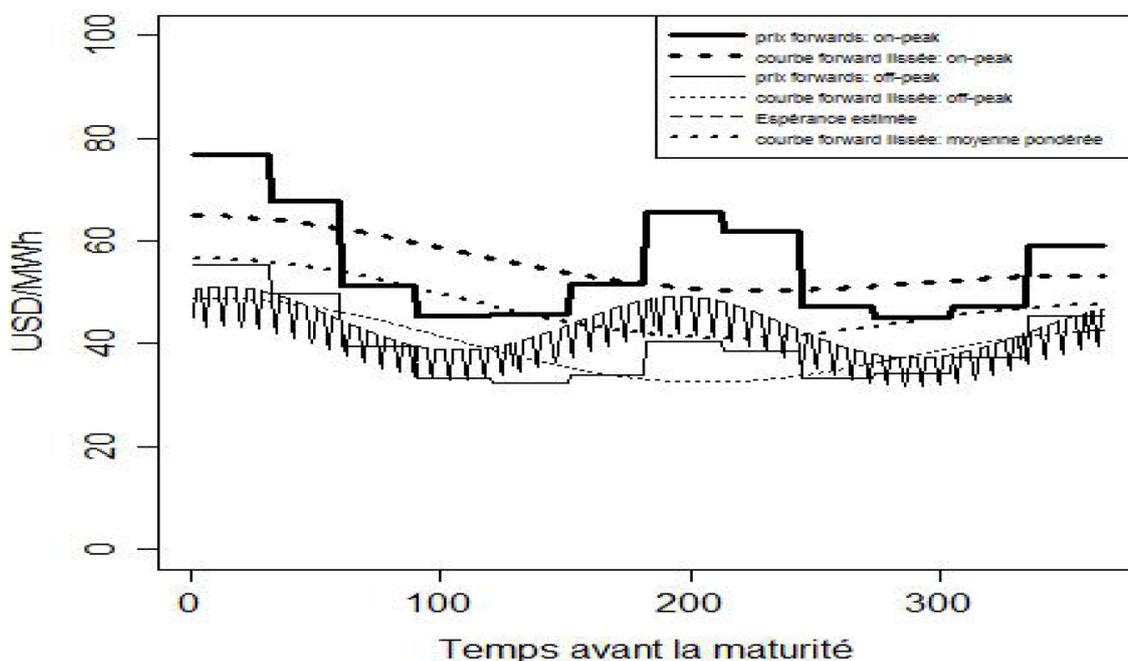


FIGURE 4.8 – Courbes des prix *forwards* à New York en 2013

Notes. Voir figure 4.5.

Tel que mentionné dans la section 2.2, le nombre de participants ou agents dans le NYISO est supérieur à celui du Nord Pool. Cela constitue une piste de réflexion intéressante pour expliquer que la prime de risque (ou l'écart entre les courbes réelles et *forward*) est généralement plus faible à New York qu'à Oslo, tout particulièrement en été. Les agents scrutent les prix dans l'objectif de faire des gains et leur nombre plus élevé augmente l'efficacité du marché.

4.2.5 Valeurs des options quanto

Les sous-sections précédentes ont servi à modéliser les séries climatiques et énergétiques dans l'objectif d'évaluer les options quanto. Grâce au modèle, des simulations Monte Carlo furent effectuées pour l'année 2013. Le tableau 4.21 présente les caractéristiques des options choisies. Ainsi, quelques différences apparaissent par rapport au tableau correspondant pour Oslo. Il était intéressant d'introduire des options avec des *CDD* à cause de l'importance de la climatisation à New York l'été. Ainsi, pour les mois d'octobre à mars, il s'agit d'options avec des *HDD*. Les mois d'avril à septembre ont plutôt des options avec des *CDD*. Le *tick* pour les options de New York pour ce mémoire est de 10 \$. Les valeurs d'exercice pour la partie d'électricité (soit K_1) correspondent au prix du forward pondéré entre les valeurs *on* et *off-peak* pour la même période. Puisque la courbe *forward* pondérée est aussi utilisée pour la méthode financière de la simulation, cela engendrait une cohérence. Les *HDD* et *CDD* correspondent à la moyenne dix ans réduite de deux points puisqu'il s'agit d'options mensuelles.

Tableau 4.21 – Caractéristiques des options quanto sur les *HDD* ou *CDD* et les prix énergétiques à New York

Indice de température (<i>HDD</i>)	Indice ayant une base de 18 °C accumulé durant la période de protection sur les observations à New York					
Indice de température (<i>CDD</i>)	Indice construit grâce à la différence entre l'accumulation et 18 °C durant la période de protection sur les observations à New York					
Index énergétique (E)	Prix de NYISO (moyenne arithmétique mensuelle) durant la période de protection					
Valeur du <i>tick</i>	10 \$ * MWh/ <i>HDD</i>					
Gain maximum	Sans limite					
Formule de gains et pertes pour options quanto de type 1	$\max [0, (K_2 - HDD) \times tick \times (K_1 - E)]$					
Formule de gains et pertes pour options quanto de type 2	$\max [0, (K_2 - CDD) \times tick \times (K_1 - E)]$					
Période de protection	Janvier 2013	Février 2013	Mars 2013	Octobre 2013	Novembre 2013	Décembre 2013
K_1 (en \$ / MWh)	65.455	58.330	45.101	39.320	42.130	51.929
K_2 (en <i>HDD</i>)	532	455	355	107	243	428
Période de protection	Avril 2013	Mai 2013	Juin 2013	Juillet 2013	Août 2013	Septembre 2013
K_1 (en \$ / MWh)	39.139	38.787	42.310	52.421	49.793	39.983
K_2 (en <i>CDD</i>)	4	39	145	247	225	112

Notes : Le choix des mois pour le type d'options (avec les *HDD* ou *CDD*) a été effectué selon les valeurs disponibles de CME Group (2014c).

Les résultats pour les 10 000 simulations Monte Carlo sont présentés dans les tableaux 4.22 et 4.23. Comme pour les résultats pour Oslo, les valeurs obtenues sont détaillées. Les options évaluées le sont selon les caractéristiques définies dans le tableau 4.21.

Différents éléments servent de pistes pour analyser les valeurs obtenues suite aux simulations. Il seront détaillés dans les prochaines pages.

Écarts entre les courbes réelles et *forward*

Tel qu'illustré dans la figure 4.8, la courbe réelle se trouve sous la courbe *forward* (pondérée) pour la période de janvier à avril. Les deux courbes sont ensuite au même niveau sauf pour juillet et août. Dans ce cas, la courbe réelle est légèrement inférieure. Puisque la partie énergétique de la fonction de gains et pertes des options de type 1 et 3 est représentée par $K_1 - E$, un prix plus faible engendra un gain plus élevé. Cela constitue une des raisons pour lesquelles la méthode actuarielle génère des valeurs d'options plus élevées que la méthode financière. Il est intéressant de noter que l'écart entre les valeurs

des deux est le plus prononcé en janvier. Cela constitue aussi le moment où les deux courbes sont les plus éloignées.

Prime de 5 % de la VaR 95 % pour la méthode actuarielle

Comme la méthodologie pour la ville d'Oslo, la méthode actuarielle inclut une prime de 5 % de la VaR 95 %. Cela a une influence considérable sur le prix moyen des options. Par exemple, pour janvier, la prime représente 1350 \$ (soit 15 % de la valeur finale) pour l'option de type 1 et 465 \$ (soit 18 % de la valeur finale) pour l'option de type 3 au mois de juin.

Méthode pour la simulation des résidus : loi normale et empirique

Suite à l'évaluation des graphiques de résidus présentés à l'annexe F, il semblait particulièrement intéressant d'évaluer les options selon les deux méthodes. Ainsi, les valeurs des options utilisant la loi normale pour simuler les résidus de la corrélation dynamique sont présentées dans les tableaux 4.22 et 4.23. Celles utilisant la méthode empirique ou de ré-échantillonnage à partir des résidus observés lors de l'estimation du modèle sont présentées dans les tableaux 4.25 et 4.26.

Les résultats obtenus pour les prix finaux avec la méthode empirique sont généralement plus élevés que ceux obtenus avec l'utilisation de la loi normale. En effet, puisque certains des résidus simulés se retrouvent dans les queues de distribution non-normale, cela va générer des simulations où les gains seront plus élevés. Il existe cependant quelques exceptions où le prix est légèrement plus faible comme pour l'option 1 financière en mars. Il est important de noter que ces exceptions ont lieu lorsque l'écart entre les courbes réelles, *forward* et les prix d'exercice est faible. La simulation de résidus climatiques et énergétiques non-normaux a engendré plus de cas où les gains et les pertes ont été évalués à 0. En effet, la fonction est générée par le maximum entre 0 et la valeur calculée. Par exemple, pour la méthode financière en mars, la méthode empirique a généré 467 simulations de plus qui ont été évaluées à 0 comparativement à la méthode utilisant la loi normale. La méthode empirique est aussi représentée par l'augmentation des valeurs des écarts-types.

Valeurs des prix d'exercice

Un autre élément à garder en tête lors de l'analyse des résultats est le niveau des valeurs d'exercice. Les valeurs d'exercice de la partie énergétique représentent la moyenne pondérée entre les prix *forward on* et *off-peak*. L'écart entre ce prix d'exercice et la courbe réelle change selon la période. En effet, l'écart est grand pour le mois de janvier, mais petit pour le mois de juin.

Tableau 4.22 – Résultats de l'évaluation des options quanto de type 1 (HDD) pour New York : loi normale pour les résidus

Statistiques	Janvier	Février	Mars	Octobre	Novembre	Décembre
Partie A : Actuarielle						
Option type 1						
Moyenne	9 009	7 517	1 403	324	523	1 601
Écart-type	9 489	7 501	1 925	492	876	2 278
VaR 95%	26 994	21 360	5 158	1 277	2 261	5 953
VaR 99%	39 498	30 496	8 767	2 155	4 174	10 420
Maximum	62 906	54 665	20 012	6 972	11 706	34 242
Prix final	9 009	7 517	1 403	324	522	1 601
Partie C : Financière						
Option type 1						
Moyenne	2 512	1 517	1 206	421	632	1 479
Écart-type	4 052	2 723	2 315	666	1 186	2 569
VaR 95%	10 922	7 039	5 958	1 822	2 929	6672
VaR 99%	19 063	12 697	10 647	2 850	5 616	11 980
Maximum	38 715	29 908	31 036	7 931	15 713	38 787
Prix final	2 512	1 517	1 206	421	632	1 477
Valeur réelle pour 2008						
Type 1	0	3 153	2 124	291	0	2 106

Notes. Voir les tableaux 4.11 et 4.21. L'actualisation se fait avec les taux Libor présentés à l'annexe E.

Test : corrélation nulle entre les résidus énergétiques et climatiques

Un test supplémentaire était de comparer les résultats à ceux engendrés par une simulation où la corrélation entre les résidus des variances dynamiques énergétiques et climatiques est nulle. Les résultats sont présentés dans les tableaux 4.28 et 4.29. Pour ce faire, les paramètres ψ_0 , ψ_1 , ψ_2 , ψ_{31} et ψ_{41} ont été fixés à 0 pour les simulations. Puisqu'il s'agit de tous les coefficients de l'équation 3.20, le fait de les fixer à 0 engendre une corrélation de 0.

Les prix finaux générés par une méthode ayant une corrélation de 0 sont plus faibles que ceux où la corrélation est prise en compte (voir les tableaux 4.22 et 4.23). La corrélation représente les cas où les prix énergétiques et les valeurs de *HDD* ou *CDD* font que le gain calculé est élevé. En effet, l'objectif de tenir compte de cette corrélation est de mieux modéliser les événements où des températures plus élevées ou basses que prévues auront un impact sur le prix de l'électricité. En fixant la corrélation à 0 et en ignorant ce lien entre les séries, les valeurs sous-estiment les prix des options, car de nombreuses simulations auront des valeurs qui seront de côtés différents des valeurs d'exercice comme montré dans la formule de gains et de pertes du tableau 4.21. Puisque le type d'option nécessite que les pertes soient ramenées à 0 (à cause de la fonction max dans le calcul des gains et des pertes), moins de simulations contribueront au calcul du prix final.

Tableau 4.23 – Résultats de l'évaluation des options quanto de type 3 (CDD) pour New York : loi normale pour les résidus

Statistiques	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre
Partie B : Actuarielle						
Option type 3						
Moyenne	259	1 629	2 587	2 383	1 741	738
Écart-type	439	2 078	3 635	3 041	2 237	1 086
VaR 95%	1 029	5 433	9 293	8 206	5 995	2 623
VaR 99%	2 137	9 959	17 027	14 394	10 103	5 046
Maximum	6 436	20 573	51 773	26 867	23 127	16 899
Prix final	259	1 628	2 586	2 383	1 740	737
Partie D : Financière						
Option type 3						
Moyenne	79	498	1 859	1 831	1 177	629
Écart-type	210	1 038	3 257	2 960	1 916	1 134
VaR 95%	402	2 379	8 203	7 848	4 976	2 761
VaR 99%	1 012	5 048	15 504	14 003	8 981	5 271
Maximum	4 950	12 703	47 475	30 094	29 583	17 174
Prix final	79	498	1 858	1 831	1 176	629
Valeur réelle pour 2008						
Type 3	0	750	232	3 232	2 835	34

Notes. Voir le tableau 4.22

Tableau 4.24 – Valeurs des RMSE et biais pour New York (2008) : loi normale pour les résidus

	HDD		CDD	
	RMSE	biais	RMSE	biais
Méthode actuarielle	10 061.94	12 701.30	2 965.70	2 249.34
Méthode financière	3 262.05	91.83	2 789.90	-1 012.95

Notes. *Root-mean-square errors* et du biais par rapport à la valeur réelle pour les simulations sur l'année 2008 à New York. Valeurs séparées par la méthode utilisée (actuarielle ou financière) et pour les options de type 1 (HDD) et 3 (CDD).

Méthodes actuarielles et financières

Un élément intéressant à considérer dans l'évaluation des différentes méthodes est le calcul des *root-mean-squared errors* (*RMSE*) et des biais. Les tableaux 4.24, 4.27 et 4.30 ont été produits dans cette optique. Les *root-mean-squared errors* correspondent à la racine carrée de la moyenne de l'écart entre les valeurs simulées et les valeurs observées au carré.

Ainsi,

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (sim_i - obs_i)^2}{n}} \quad (4.4)$$

où i est le nombre de valeurs simulées et observées (Armstrong et Collopy, 1992).

Tableau 4.25 – Résultats de l'évaluation des options quanto de type 1 (HDD) pour New York : méthode empirique, échantillonnage selon les résidus

Statistiques	Janvier	Février	Mars	Octobre	Novembre	Décembre
Partie A : Actuarielle						
Option type 1						
Moyenne	10 530	8 729	1 675	371	567	1 613
Écart-type	10 277	8 000	2 186	534	925	2 347
VaR 95%	29 797	23 310	5 973	1 461	2 375	5 938
VaR 99%	42 820	32 644	9 993	2 412	4 307	10 996
Maximum	80 236	56 019	17 620	4 456	11 783	30 619
Prix final	10 530	8 729	1 675	371	567	1 613
Partie C : Financière						
Option type 1						
Moyenne	2 792	1 526	953	500	565	1 402
Écart-type	4 345	2 793	2 011	728	1 075	2 545
VaR 95%	11 689	7 239	4 947	2 057	2 732	6 298
VaR 99%	20 054	12 187	9 976	3 137	5 117	12 238
Maximum	50 937	39 923	20 758	5 458	15 860	33 828
Prix final	2 792	1 526	953	499	565	1 401
Valeur réelle pour 2008						
Type 1	0	3 153	2 124	291	0	2 106

Notes. Voir le tableau 4.22

Le biais correspond à la moyenne entre les valeurs simulées et les valeurs observées. Dans les deux cas, les valeurs observées sont les valeurs réelles pour 2008. Ces éléments, les *RMSE* et les biais, ont été utilisés pour comparer l'efficacité des méthodes actuarielles et financières.

La méthode financière rapporte des *RMSE* plus petits que la méthode actuarielle dans tous les cas sauf pour le type d'option 3 (avec *CDD*) avec la corrélation fixée à 0. Cependant, ses biais sont tous négatifs pour le type d'option 3 (avec *CDD*). La méthode financière permettrait donc d'obtenir des valeurs plus proches des valeurs observées, mais sous-estimerait les valeurs pour les options de type 3.

La méthode actuarielle présente des *RMSE* et des biais plus élevés et positifs. L'exception est pour le biais de l'option de type 3 et une corrélation fixée à 0. Suite à l'évaluation des *RMSE* et des biais, la méthode financière présente des avantages lors de l'estimation par rapport à la méthode actuarielle. En effet, les valeurs estimées seraient plus près de celles observées que celles estimées par la méthode actuarielle.

Par définition, la courbe *forward* inclut les impressions des agents par rapport aux prix futurs. La méthode financière permet d'inclure ces impressions dans la modélisation.

Tableau 4.26 – Résultats de l'évaluation des options quanto de type 3 (CDD) pour New York : méthode empirique, échantillonnage selon les résidus

Statistiques	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre
Partie B : Actuarielle						
Option type 3						
Moyenne	300	1 884	2 905	2 231	1 562	839
Écart-type	476	2 245	3 852	2 909	2163	1 206
VaR 95%	1 180	6 131	10 287	7 825	5 784	3 104
VaR 99%	2 232	10 534	18 352	13 212	9 916	5 761
Maximum	7 557	28 977	43 399	27 390	25 398	17 591
Prix final	300	1 883	2 904	2 230	1 562	839
Partie D : Financière						
Option type 3						
Moyenne	88	539	2 065	1 790	1 179	720
Écart-type	229	1 118	3 449	2 938	1 979	1 263
VaR 95%	467	2 681	9 048	7 718	5 059	3 267
VaR 99%	1 080	5 315	16 563	13 661	9 461	6 005
Maximum	5 424	19 930	39 637	29 848	23 298	18 274
Prix final	88	539	2 065	1 790	1 178	719
Valeur réelle pour 2008						
Type 3	0	750	232	3 232	2 835	34

Notes. Voir le tableau 4.22

Tableau 4.27 – Valeurs des RMSE et biais pour New York (2008) : méthode empirique pour les résidus (soit d'échantillonnage)

	HDD		CDD	
	RMSE	biais	RMSE	biais
Méthode actuarielle	11 947.22	15 809.00	3 433.38	2 634.34
Méthode financière	3 560.14	62.57	2 950.66	-704.72

Notes. Voir 4.24

Il est important de garder en tête que les simulations ont été effectuées sur une période d'un an. Cette courte période peut engendrer des enjeux pour l'analyse. En effet, il n'y a qu'une série de douze valeurs réelles pour les douze mois. L'année 2008 peut être plus chaude ou froide que la normale et ne pas être représentative des autres années.

Conclusion pour les résultats de simulations pour New York

En conclusion pour les résultats de simulations pour New York, les niveaux des courbes réelles et *forward* et surtout, leur écart, ont un impact sur l'évaluation des options quanto. Un écart plus important va engendrer de plus grandes différences dans les prix finaux des deux méthodes. La prime de 5 % de la VaR 95 % a aussi un impact significatif (puisque la prime constitue une proportion importante de la valeur finale) sur la méthode d'évaluation actuarielle. L'utilisation de la méthode empirique pour la simulation des résidus va générer des prix plus élevés sauf lorsque les courbes réelles, *forward* et les prix d'exercice présentent

Tableau 4.28 – Résultats de l'évaluation des options quanto de type 1 (HDD) pour New York : corrélation fixée à 0

Statistiques	Janvier	Février	Mars	Octobre	Novembre	Décembre
Partie A : Actuarielle						
Option type 1						
Moyenne	8 014	6 708	1 043	381	415	962
Écart-type	8 179	6 493	1 517	558	725	1 527
VaR 95%	23 458	18 685	4 046	1 480	1 849	3 868
VaR 99%	33 493	26 018	7 026	2 452	3 442	7 067
Maximum	52 860	43 906	15 834	7 900	9 875	21 464
Prix final	8 014	6 708	1 043	380	414	961
Partie C : Financière						
Option type 1						
Moyenne	1 464	846	894	471	508	907
Écart-type	2 690	1 751	1 805	730	999	1 773
VaR 95%	7 116	4 340	4 574	2 008	2 462	4 572
VaR 99%	12 669	8 096	8 421	3 116	4 782	8 322
Maximum	26 069	20 411	23 797	8 924	13 268	25 197
Prix final	1 464	846	894	471	507	907
Valeur réelle pour 2008						
Type 1	0	3 153	2 124	291	0	2 106

Notes. Voir les tableaux 4.11 et 4.21. L'actualisation se fait avec les taux Libor présentés à l'annexe E

un faible écart. En effet, cela pourra faire augmenter le nombre de simulations évaluées à 0 et qui ne contribueront pas au calcul du prix final. De plus, une corrélation nulle va générer des prix plus faibles que lorsque celle-ci est dynamique. La méthode financière permet d'obtenir des plus petites valeurs de $RMSE$, mais sous-estimerait les options de type 3 (avec CDD). La méthode actuarielle aurait cependant tendance à sur-estimer les valeurs des options.

La valeur réelle observée de l'option pour janvier 2013 est étonnante. Pour l'expliquer, l'analyse des températures et des prix pour la période a révélé que ce mois a été exceptionnel. Le mois de janvier a été généralement chaud. Cependant, un front froid s'est fait ressentir autour du 24 et 25 janvier. Les prix de l'électricité ont connu un pic à 230 \$ durant cette période de froid à cause de la demande. Ainsi, à cause de la construction de l'équation du tableau 4.21, la fonction de gains et pertes a été évaluée à 0.

Tableau 4.29 – Résultats de l'évaluation des options quanto de type 3 (CDD) pour New York : corrélation fixée à 0

Statistiques	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre
Partie B : Actuarielle						
Option type 3						
Moyenne	256	1 342	1 727	1 301	1 104	452
Écart-type	433	1 684	2 533	1 911	1 544	736
VaR 95%	1 023	4 486	6 480	4 963	4 077	1 738
VaR 99%	2 073	7 783	11 893	9 098	7 136	3 559
Maximum	7 132	15 590	32 094	18 132	15 759	11 496
Prix final	256	1 342	1 727	1 301	1 103	452
Partie D : Financière						
Option type 3						
Moyenne	77	346	1 168	913	586	387
Écart-type	207	767	2 219	1 757	1 150	777
VaR 95%	396	1 737	5 605	4 520	2 815	1 860
VaR 99%	1 021	3 800	10 413	8 348	5 309	3 757
Maximum	5 522	9 489	28 984	16 645	20 228	11 717
Prix final	77	346	1 168	913	586	387
Valeur réelle pour 2008						
Type 3	0	750	232	3 232	2 835	34

Notes. Voir le tableau 4.28.

Tableau 4.30 – Valeurs des RMSE et biais pour New York (2008) : corrélation fixée à 0 pour les résidus

	HDD		CDD	
	RMSE	biais	RMSE	biais
Méthode actuarielle	8 917.53	9 847.29	3 090.95	-903.59
Méthode financière	3 272.03	-2 585.48	3 407.35	-3 608.21

Notes. Voir 4.24

4.3 Comparaison des résultats des deux villes

Tel que présenté dans leurs sous-sections respectives, les résultats pour les villes d'Oslo et de New York sont différents. Caporin et al. (2012) avait choisi Oslo pour les caractéristiques de ses séries. En effet, puisque l'électricité produite et consommée est surtout hydroélectrique, les séries de prix d'électricité présentent moins de sauts (Caporin et al., 2012). Celles de New York étant différentes, il est intéressant de mettre l'accent sur les similarités et les différences de deux villes.

Certaines similarités plus globales sont intéressantes à garder en tête lors de l'analyse. Les deux villes sont dans l'hémisphère nord et ont quatre saisons. De plus, elles sont dans des pays développés et ont accès à des technologies de pointe. Elles sont aussi près de l'eau, soit un fjord ou une rivière.

En ce qui concerne des différences globales, la population des deux villes en fait partie. Tel que décrit dans la sous-section 4.2.3, la population de New York est plus de dix fois plus élevée que celle d'Oslo. Alors que l'électricité est surtout de source hydroélectrique à Oslo, il s'agit plutôt de sources nucléaires ou de gaz naturel à New York. La sous-section 4.2.1 donne d'ailleurs plus de détails sur le sujet. Oslo dispose aussi d'une technologie de combustion des déchets pour chauffer une partie de la ville et réduire sa dépendance à une source d'énergie.

Les tableaux de statistiques descriptives de l'électricité montrent que les effets pour les journées de congé et de travail sont plus importants à New York. La température y est aussi plus élevée. Les tableaux de corrélation (4.3 et 4.14) entre les deux séries illustrent des coefficients de corrélation plus importants à New York. Les deux villes ont des coefficients négatifs sauf pour la période de l'été où la climatisation engendre une hausse de la demande d'électricité pour les journées chaudes. Cela génère une forte corrélation.

Le modèle de Caporin et al. (2012) pour les tableaux de l'élément déterministe de la moyenne a été implanté pour les deux villes. Suite aux tests pour obtenir un modèle avec un meilleur BIC, les résultats diffèrent. Ainsi, à Oslo, l'ajout d'une onde cosinoïdale semestrielle est significatif pour la série climatique. Pour la série énergétique, l'ajout d'ondes cosinoïdale et sinusoïdale semestrielles est significatif. Par contre, la variable nominale pour la journée de vendredi n'avait pas d'apport important. Pour New York, le changement de la période utilisée (à cause des années 2005 et 2008 qui présentaient des profils différents) a eu un grand impact. Cette période réduite démontre plus de stationnarité. L'ajout de log-prix du gaz naturel permet d'expliquer plus de variations du log-prix de l'électricité.

Le même type de tests a été effectué pour les tableaux de l'élément dynamique de la moyenne. Pour Oslo et sa série climatique, le modèle ARFIMA(1,d,1) est celui qui

permet d'obtenir le meilleur BIC. Pour New York, les valeurs différenciées des deux journées antérieures ont un impact significatif. Pour les séries énergétiques, quelques différences apparaissent. Pour Oslo, seuls les niveaux différenciés de la température des deux journées antérieures étaient nécessaires. Pour New York, encore moins de variables avaient un impact significatif. Il s'agissait du modèle duquel seule la variable autorégressive de la journée antérieure était conservée. Le modèle ne conservait aucune variable exogène. L'élément différencié de la moyenne mobile et l'élément différencié saisonnier avec une période de sept jours avaient un impact significatif et ont été conservés.

En ce qui concerne la partie du modèle pour la variance et la corrélation dynamiques, les mêmes paramètres ont été estimés pour les deux villes. Ceux-ci permettaient de s'assurer que les résidus ne présentaient pas de cycles liés au temps. Pour Oslo, les effets ARCH et GARCH ont un impact plus important que celui de New York selon les coefficients obtenus. Les différentes ondes annuelles, semestrielles et trimestrielles sont particulièrement importantes pour la partie énergétique. La persistance de la corrélation dynamique est inférieure à celle estimée par Caporin et al. (2012), mais elle reste cependant un élément important du modèle. Pour New York, les effets ARCH et GARCH ont des coefficients plus faibles que ceux d'Oslo. Il en va de même pour les différentes ondes du modèle de variance dynamique. La persistance est elle aussi légèrement inférieure par rapport à la capitale norvégienne. Une piste de réflexion intéressante pour analyser le plus faible apport des paramètres du modèle pour New York est l'apport du prix du gaz naturel comme variable explicative. Ainsi, tel qu'expliqué dans la sous-section 4.2.3, le prix du gaz naturel fait augmenter considérablement le coefficient de détermination du modèle. Cela permet, grâce aux variations du prix du gaz naturel et son impact sur le prix de l'électricité, à mieux capter le comportement du prix de l'électricité à New York. D'autres raisons pourraient expliquer cet effet.

L'amplitude de la courbe de corrélation estimée est plus élevée à New York qu'à Oslo. Celle d'Oslo oscille entre -0.3 et 0. Elle reste donc négative durant l'année. Celle de New York oscille plutôt entre -0.5 et 0.7. Elle est négative l'hiver et positive l'été. Tel qu'expliqué dans la sous-section 4.2.3, la demande pour la climatisation l'été et pour le chauffage d'appoint l'hiver a une importance notable sur la corrélation. À Oslo, puisqu'environ la moitié de la ville est chauffée grâce à la combustion de déchets et que la demande de climatisation est faible, la dépendance à l'électricité est moins grande. De plus, les températures relativement fraîches en été (voir le tableau 4.2) réduisent la nécessité de la climatisation.

Le type 1 des options représente la même fonction de gains pour les deux villes. Il est donc possible de comparer certains résultats pour des périodes définies et utilisant la méthode empirique pour la simulation des résidus de la variance dynamique. Ainsi, les valeurs pour les mois de janvier à mars peuvent être comparées entre les tableaux 4.11 et 4.22. Pour Oslo, les valeurs des prix finaux entre les méthodes financières et actuarielles sont plus proches. Tel que mentionné dans la section 4.2.3, ces mois représentent pour New York le

moment où les courbes *forward* et réelle sont les plus éloignées. Pour Oslo, les courbes sont semblables. Les écarts-types, les maximums et les VaR sont plus faibles pour New York que pour Oslo. Cela peut être expliqué par le profil des résidus observés du modèle pour Oslo présentés à l'annexe C. En effet, les résidus énergétiques ne suivent pas la distribution de la loi normale et ont même quelques valeurs très éloignées de 0. Ceux de New York se rapprochent plus de la distribution normale.

Chapitre 5

Conclusion

Ce mémoire présentait un modèle pour évaluer des options quanto énergétiques et climatiques à l'aide d'un modèle utilisant les notions des log-GARCH-X et de corrélation dynamique. Les méthodes d'estimation étaient aussi incluses. De plus, l'utilisation de données d'Oslo (tel que l'article de Caporin et al. (2012)) et de New York permettait de mettre en perspective les ressemblances et différences entre les deux villes.

Le premier apport principal de ce mémoire est l'ajout au modèle de Caporin et al. (2012) de la méthode d'estimation de Sucarrat et al. (2014) facilitant l'estimation non-biaisée et consistante des paramètres de la variance dynamique. Ainsi, les valeurs des paramètres sont différentes de celles de l'article original, mais elles permettent de mieux capter le comportement des deux séries. En outre, une analyse détaillée à chaque étape de l'estimation du modèle a permis d'obtenir un modèle efficace utilisant des variables explicatives ayant un apport significatif. L'utilisation d'ondes cosinoïdales et sinusoïdales pour la variance dynamique a aussi été justifiée par l'objectif d'enlever les tendances dans les résidus.

Le deuxième apport de ce mémoire est la démonstration de l'importance du choix du modèle pour la simulation. En effet, les écarts entre les courbes réelles, *forward* et des valeurs d'exercice ont une importance capitale sur les résultats. Par exemple, pour New York, les périodes présentant les plus grands écarts montrent aussi de très grands écarts entre les méthodes d'évaluation actuarielle et financière. La modélisation de deux types de courbes a donc une répercussion sur les valeurs des options quanto. De plus, le choix de la loi normale et de la méthode empirique pour simuler les résidus du modèle doit être guidé par des justifications. Les tableaux des résultats de l'évaluation des options quanto de type 1 et 3 qui utilisent la loi normale pour les résidus ou la méthode empirique (de rééchantillonnage) démontrent d'ailleurs l'impact de ce choix. En effet, les valeurs obtenues sont considérablement différentes selon la méthode sélectionnée.

La comparaison des résultats entre les deux villes montre l'importance du type de production d'électricité sur le comportement des séries de prix et de température. En effet, à Oslo, l'électricité produite est surtout de l'hydroélectricité. À New York, cependant, il s'agit surtout d'électricité produite à partir d'une source nucléaire ou de gaz naturel. Les séries électriques des deux villes présentent donc des comportements différents que le modèle vient capter. Il s'agit donc du troisième apport de ce mémoire.

Le quatrième apport principal de ce mémoire est lié à la modélisation pour les séries de New York. L'ajout du prix du gaz naturel comme variable explicative dans la moyenne déterministe a permis d'augmenter le coefficient de détermination d'environ 25 %. Cela permet de mieux capter le comportement de la série d'électricité et de faciliter la modélisation pour les autres étapes du modèle. De plus, la figure 4.7 et la modélisation de la corrélation dynamique facilitent la compréhension de la corrélation dynamique entre les deux séries. Les différences de corrélation entre les saisons et leur amplitude sont utiles aux agents du marché pour mieux comprendre l'impact climatique sur la demande et les prix d'électricité. La modélisation dynamique de la corrélation ne peut donc pas être négligée.

La limite principale du modèle de ce mémoire est le fait que les sauts des séries ne sont pas directement modélisés. En effet, tout comme le modèle de Caporin et al. (2012), ceux-ci sont plutôt modélisés par les résidus de la variance dynamique lors de leur simulation. Un modèle incluant les propriétés de sauts constituerait donc une extension intéressante de la recherche effectuée dans le cadre de ce mémoire.

En conclusion, la modélisation des séries climatiques et énergétiques à Oslo et New York permet de simuler des trajectoires répliquant le caractère de ces séries. L'évaluation des options quanto dépend donc de la qualité de la modélisation. Dans le cadre de ce mémoire, des ajouts et des modifications au modèle ont été effectués pour améliorer cette qualité. Les séries des deux villes ont été mises en perspective pour relever leurs ressemblances et leurs différences. Les résultats permettent aux agents des deux marchés de mieux comprendre le comportement et la corrélation entre la température et le prix de l'électricité. De plus, ce modèle pourrait être utilisé par des agents d'autres villes ayant des caractéristiques diverses et reste d'actualité grâce aux recherches effectuées sur le réchauffement climatique.

Références

- ANSCOMBE, F. J. et GLYNN, William J. (1983). *Distribution of the kurtosis statistic b_2 for normal samples*, *Biometrika*, vol. 70, 1, p. 227–234.
- ARMSTRONG, J. Scott et COLLOPY, Fred (1992). *Error measures for generalizing about forecasting methods : Empirical comparisons*, *International Journal of Forecasting*, vol. 8, 1, p. 69–80.
- BAILLIE, Richard T. (1996). *Long memory processes and fractional integration in econometrics*, *Journal of Econometrics*, vol. 73, 1, p. 5–59.
- BENTH, Fred Espen, KOEKEBAKKER, Steen et OLLMAR, Fridthjof (2007). *Extracting and applying smooth forward curves from average-based commodity contracts with seasonal variation*, *Journal of Derivatives*, vol. 15, 1, p. 52–66.
- BENTH, Fred Espen, SALTYTHE BENTH, J. et KOEKEBAKKER, Steen (2008). *Stochastic Modelling of Electricity and Related Markets*, World Scientific, River Edge, NJ, USA.
- BERGESEN, Birger, GROTH, Lisa Henden, LANGSETH, Benedicte, MAGNUSSEN, Ingrid H., DAG, Spilde et TOUTAIN, Jun Elin Wiik (2013). *Energy consumption 2012 - Household energy consumption*, Report, Norwegian Water Resources and Energy Directorate, URL http://webby.nve.no/publikasjoner/rapport/2013/rapport2013_16.pdf, (Page consultée le 8 avril 2015).
- BLACK, Fischer et SCHOLES, Myron (1973). *The pricing of options and corporate liabilities*, *Journal of Political Economy*, vol. 81, 3, p. 637–654.
- BOLLERSLEV, Tim (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*, *Journal of Econometrics*, vol. 31, 3, p. 307–327.
- BOX, George E. P., JENKINS, Gwilym M. et REINSEL, Gregory C. (1970). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, John Wiley and Sons.
- BRANDIMARTE, Paolo (2006). *Numerical Methods in Finance and Economics : a Matlab-based Introduction*, John Wiley and Sons.
- BREWER, Peter (2012). *The growing European weather derivatives market, a European energy trader's perspective*, URL <http://www.cmegroup.com/trading/weather/files/cumulus-pres0-052012.pdf>, (Page consultée le 15 mars 2014).

- BRIX, Anders, JEWSON, Stephen et ZIEHMANN, Christine (2005). *Weather Derivative Valuation, the Meteorological, Statistical, Financial and Mathematical Foundations*, Cambridge University Press.
- CAPORIN, Massimiliano, PREŚ, Juliusz et TORRÓ, Hipòlit (2012). *Model based Monte Carlo pricing of energy and temperature quanto options*, Energy Economics, vol. 34, 5, p. 1700–1712.
- CHRISTODOULAKIS, George A. et SACHELL, Stephen E. (2002). *Correlated ARCH (CorrARCH) : Modelling the time-varying conditional correlation between financial asset returns*, European Journal of Operational Research, vol. 139, 2, p. 351–370.
- CLEWLOW, Les et STRICKLAND, Chris (2000). *Energy Derivatives : Pricing and Risk Management*, Lacima publications.
- CME GROUP (2014a). *CME Rulebook : chapter 403, CME degree days index futures*, URL <http://www.cmegroup.com/rulebook/CME/IV/400/403/403.pdf>, (Page consultée le 16 mars 2014).
- CME GROUP (2014b). *Energy products*, URL <http://www.cmegroup.com/trading/energy/>, (Page consultée le 14 février 2014).
- CME GROUP (2014c). *Weather products*, URL <http://www.cmegroup.com/trading/weather/files/weather-codes.pdf>, (Page consultée le 9 février 2014).
- D'AGOSTINO, Ralph B. (1970). *Transformation to normality of the null distribution of G_1* , Biometrika, vol. 57, 3, p. 679 – 681.
- DICKEY, David A. et FULLER, Wayne A. (1979). *Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root*, Journal of the American Statistical Association, vol. 74, 366, p. 427–431.
- DISCHEL, R. (1998). *Black-Scholes won't do*, Energy and Power Risk Management, p. 8–9.
- DISCHEL, R. (2002). *Climate Risk and the Weather Market : Financial Risk management with Weather Hedges*, Risk Books, London.
- DUTANG, Christophe, BOURGES, Mathieu, SIBILLEAU, Michaël et BIARD, Romain (2007). *Les dérivés climatiques et énergétiques*, URL http://dutangc.free.fr/pub/actufin/clim_deriv.pdf, (Page consultée le 31 mars 2014).
- ESCRIBANO, Alvaro, IGNACIO PEÑA, J. et VILLAPLANA, Pablo (2011). *Modelling electricity prices : International evidence*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, vol. 73, 5, p. 622–650.
- FEDERAL ENERGY REGULATORY COMMISSION (2014). *Regional transmission organizations (RTO)/ Independent system operator (ISO)*, URL <http://www.ferc.gov/industries/electric/indus-act/rto.asp>, (Page consultée le 7 février 2014).
- FINCAD (2015). *Basket options*, URL <http://www.fincad.com/resources/resource-library/wiki/basket-options>, (Page consultée le 30 mai 2015).

- FISHER, R. A. (1915). *Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples from an indefinitely large population*, *Biometrika*, vol. 10, 4, p. 507–521.
- GEMAN, Hélyette (2005). *Commodities and Commodity Derivatives : Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy*, John Wiley & Sons Ltd.
- GROUP, CME (2015). *Monthly cooling degree days (CDD) futures daily settlement procedure*, URL <http://www.cmegroup.com/trading/weather/files/Monthly-CDD-Futures-Daily-Settlement-Procedures.pdf>, (Page consultée le 30 mai 2015).
- HAMISULTANE, Hélène (2009). *Which method for pricing weather derivatives?*, URL <http://hal.inria.fr/docs/00/35/58/56/PDF/wpaper0801.pdf>, (Page consultée le 3 avril 2014).
- HENDERSON, R. (2002). *Pricing weather risk*, dans E. Banks, rédacteur, *Weather Risk Management : Markets, Products and Applications*, p. 167–196.
- HUISMAN, Ronald et KILIC, Mehtap (2012). *Electricity futures prices : indirect storability, expectations and risk premiums*, *Energy Economics*, vol. 34, 4, p. 892–898.
- HULL, John C. (2009). *Options, Futures, and other Derivatives*, Pearson Prentice Hall, 7 éd.
- JARQUE, Carlos M. et BERA, Anil K. (1980). *Efficient test for normality, homoscedasticity and serial independence of residuals*, *Economics Letters*, vol. 6, 3, p. 255–259.
- KRUSKAL, William H. et WALLIS, W. Allen (1952). *Use of ranks in one-criterion variance analysis*, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 48, 260, p. 583–621.
- LEVENE, H. (1960). *Robust tests for equality of variances*, Stanford Univ. Press, Palo Alto.
- LONGSTAFF, Francis A. et WANG, Ashley W. (2004). *Electricity forward prices : A high frequency empirical analysis*, *The Journal of Finance*, vol. 59, 4, p. 1877–1900.
- LUCIA, Julio J. et SCHWARTZ, Eduardo S. (2002). *Electricity prices and power derivative : Evidence from the Nordic Power Exchange*, *Review of Derivatives Research*, vol. 5, 1, p. 5–50.
- NASDAQ OMX (2014). *Rules and regulations of NASDAQ OMX derivative markets*, URL http://www.nasdaqomx.com/digitalAssets/83/83874_definitions130131.pdf, (Page consultée le 3 avril 2014).
- NELKEN, Izzy (2000). *Weather derivatives - Pricing and hedging*, URL <http://www.supercc.com/papers/Weather.pdf>, (Page consultée le 31 mars 2014).
- NEW YORK STATE ENERGY RESEARCH AND DEVELOPMENT AUTHORITY (2013). *Patterns and trends : New York State energy profiles : 1997-2011*, URL <http://www.nyserda.ny.gov/Energy-Data-and-Prices-Planning-and-Policy/Energy-Prices-Data-and-Reports/EA-Reports-and-Studies/Patterns-and-Trends.aspx>, (Page consultée le 10 août 2014).

- NEWHEY, Whitney K. et MCFADDEN, Daniel (1994). *Large sample estimation and hypothesis testing*, dans *Handbook of Econometrics*, vol. 4, p. 2111–2245.
- NEWHEY, Whitney K. et WEST, Kenneth D. (1987). *A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix*, *Econometrica*, vol. 55, 3, p. 703–708.
- NORD POOL SPOT (2014a). *The day-ahead market-Elspot*, URL <http://www.nordpoolspot.com/How-does-it-work/Day-ahead-market-Elspot-/>, (Page consultée le 3 février 2014).
- NORD POOL SPOT (2014b). *Financial market*, URL <http://www.nordpoolspot.com/How-does-it-work/Financial-market/>, (Page consultée le 3 avril 2014).
- NYISO (2014a). *Day-ahead scheduling manual*, URL http://www.nyiso.com/public/webdocs/markets_operations/documents/Manuals_and_Guides/Manuals/Operations/dayahd_schd_mnl.pdf, (Page consultée le 9 février 2014).
- NYISO (2014b). *The energy markets*, URL http://www.nyiso.com/public/about_nyiso/understanding_the_markets/energy_market/index.jsp, (Page consultée le 3 février 2014).
- NYISO (2014c). *Frequently asked questions*, URL http://www.nyiso.com/public/markets_operations-services-customer_support-faq-index.jsp, (Page consultée le 9 février 2014).
- NYISO (2015a). *Market participants*, URL http://www.nyiso.com/public/webdocs/markets_operations/services/customer_relations/customers/nyiso_mps.pdf, (Page consultée le 28 mars 2015).
- NYISO (2015b). *NYISO customer registration*, URL http://www.nyiso.com/public/markets_operations/services/nyiso_registration/index.jsp, (Page consultée le 28 mars 2015).
- OSLO KOMMUNE (2014). *About Oslo*, URL http://www.oslo.kommune.no/english/about_oslo/, (Page consultée le 5 octobre 2014).
- PHILLIPS, Peter C. B. et PERRON, Pierre (1988). *Testing for a unit root in time series regression*, *Biometrika*, vol. 75, 2, p. 335–346.
- PILIPOVIC, Dragana (2007). *Energy Risk : Valuing and Managing Energy Derivatives*, McGraw-Hill.
- PIRRONG, Craig et JERMAKYAN, Martin (2008). *The price of power : The valuation of power and weather derivatives*, *Journal of Banking & Finance*, vol. 32, 12, p. 2520–2529.
- PRICE, Matthew (2013). *Norway uses waste as eco-friendly fuel*, URL <http://www.bbc.com/news/world-europe-24209185>, (Page consultée le 21 août 2014).

- PRICewaterhouseCOOPERS (2011). *2011 Weather risk derivative survey : prepared for the Weather Risk Management Association*, Rapport.
- R CORE TEAM (2013). *R : a language and environment for statistical computing*, URL <http://www.R-project.org/>, (Page consultée le 7 avril 2015).
- RESSOURCES NATURELLES CANADA (2008). *Consommation d'énergie des gros appareils ménagers expédiés au Canada*, Report, URL <http://oee.rncan.gc.ca/publications/statistiques/acfgam08/pdf/acfgam08.pdf>, (Page consultée le 7 avril 2015).
- SCHWARZ, Gideon (1978). *Estimating the dimension of a model*, Annals of Statistics, vol. 6, 2, p. 461–464.
- SHUMWAY, Robert H. et STOFFER, David S. (2006). *Time Series Analysis and its Applications with R Examples*, Springer.
- STATISTICS NORWAY (2014). *Energy consumption in households, 2012*, URL <http://www.ssb.no/en/energi-og-industri/statistikker/husenenergi>, (Page consultée le 19 août 2014).
- STORM (2014). *News analysis : Weather derivatives volume plummets*, URL <http://www.wrma.org/pdf/weatherderivativesvolumeplummets.pdf>, (Page consultée le 26 mars 2014).
- SUCARRAT, Genaro (2015). *Package lgarch*, URL <http://cran.r-project.org/web/packages/lgarch/index.html>, (Page consultée le 9 avril 2015).
- SUCARRAT, Genaro, GRØNNEBERG, Steffen et ESCRIBANO, Álvaro (2014). *Estimation and inference in univariate and multivariate log-GARCH-X models when the conditional density is unknown*, URL http://mpr.aub.uni-muenchen.de/62352/1/Mpra_paper_62352.pdf, (Page consultée le 7 avril 2015, Document de travail publié en ligne).
- TAGLIABUE, John (2013). *A city that turns garbage into energy copes with a shortage*, The New York Times, p. A9, édition du 30 avril 2013.
- TIMEANDDATE.COM (2014). *Make a customized calendar*, URL <http://www.timeanddate.com/calendar/custommenu.html>, (Page consultée le 13 avril 2014).
- TSAY, Ruey S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley and Sons, 2e éd.
- UNITED STATES CENSUS BUREAU (2010). *Community facts : New York City, New York*, URL http://factfinder2.census.gov/faces/nav/jsf/pages/community_facts.xhtml#none, (Page consultée le 21 août 2014).
- U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION (2012). *Total energy*, URL <http://www.eia.gov/totalenergy/data/annual/showtext.cfm?t=ptb0205>, (Page consultée le 22 août 2014).
- VEENSTRA, Justin Q. et MCLEOD, A.I. (2015). *Package arfima*, URL <http://cran.r-project.org/web/packages/arfima/arfima.pdf>, (Page consultée le 7 avril 2015).

ZENG, Lixin (2000). *Weather derivatives and weather insurance : concept, application, and analysis*, Bulletin of the American Meteorological Society, vol. 81, 9, p. 2075–2082.

ZHANG, Peter G. (1997). *Exotic Options : A Guide to Second Generation Options*, World Scientific, Singapore.

Annexes

Annexe A

Splines cubiques

Veillez noter que pour cette annexe s_{iv} (où $v = 0, 1, 2, 3$) représente un des paramètres de la spline cubique S_i . Selon Brandimarte (2006), le spline cubique peut être défini ainsi :

$$S(x) = S_i(x) = s_{i0} + s_{i1}(x - x_i) + s_{i2}(x - x_i)^2 + s_{i3}(x - x_i)^3 \quad (\text{A.1})$$

tel que $x \in [x_i, x_{i+1}]$ et $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

À cela s'ajoute quatre types de conditions. La première signifie que la spline doit passer par les points, la deuxième a un effet de continuité, la troisième a un effet de continuité pour la première dérivée et la dernière, un effet de continuité pour la deuxième dérivée. Ces conditions peuvent être représentées par :

$$S(x_i) = y_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (\text{A.2})$$

$$S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1}) \quad i = 0, 1, 2, \dots, N - 2 \quad (\text{A.3})$$

$$S'_i(x_{i+1}) = S'_{i+1}(x_{i+1}) \quad i = 0, 1, 2, \dots, N - 2 \quad (\text{A.4})$$

$$S''_i(x_{i+1}) = S''_{i+1}(x_{i+1}) \quad i = 0, 1, 2, \dots, N - 2 \quad (\text{A.5})$$

Avec ces quatre conditions et ses N segments, il y a un total de $4N - 2$ conditions. Deux conditions supplémentaires sont généralement appliquées aux noeuds extérieurs. Trois types sont disponibles. Le premier type implique que la dérivée seconde de la spline aux points extérieurs soit égale à 0 ou $S''_0(x_0) = S''_{N-1}(x_N) = 0$. Le deuxième nécessite plus d'information sur la fonction à approximer et signifie que la dérivée première du spline soit égale à celle de la fonction ou $S'_0(x_0) = f'(x_0)$ et $S'_{N-1}(x_N) = f'(x_N)$. Le dernier type signifie que la deuxième dérivée à l'extrémité gauche soit l'extrapolation linéaire des deux autres noeuds à sa droite. Une façon de l'illustrer est la suivante :

$$\frac{S''_1(x_1) - S''_0(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{S''_2(x_2) - S''_1(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (\text{A.6})$$

Cette condition implique aussi son application de façon similaire à l'autre extrémité.

Le logiciel R (R Core Team, 2013) et ses fonctions `nls` (pour *nonlinear least-squares*) et `smooth.spline` ont été utilisés pour estimer les coefficients. Ces fonctions sont dans l'ensemble `stats` de base.

Annexe B

Détails : méthode d'estimation de Sucarrat et al. (2014)

Les équations suivantes représentent le modèle log-GARCH(p, q) univarié :

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim IID(0, 1), P(z_t = 0) = 0, \sigma_t > 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \ln \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2, t \in \mathbb{Z} \quad (\text{B.2})$$

p et q représentent respectivement l'ordre ARCH et GARCH, tandis que ϵ_t est l'erreur du modèle de régression. ϵ_t est donc connu et observable. Si $|E(\ln z_t^2)| < \infty$, le modèle ARMA(p, q) suivant peut représenter le modèle log-GARCH(p, q) :

$$\ln \epsilon_t^2 = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \ln \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \theta_j u_{t-j} + u_t \quad (\text{B.3})$$

où

$$\phi_0 = \alpha_0 + \left(1 - \sum_{j=1}^q \beta_j\right) \times E(\ln z_t^2) \quad (\text{B.4})$$

$$\phi_i = \alpha_i + \beta_i, 1 \leq i \leq p, \theta_j = -\beta_j \quad (\text{B.5})$$

$$0 \leq j \leq q, u_t = \ln z_t^2 - E(\ln z_t^2) \quad (\text{B.6})$$

Sucarrat et al. (2014) émet trois hypothèses pour ensuite formuler le théorème. La première hypothèse est :

$$E(z_t^2) = 1, |E(\ln z_t^2)| < \infty \quad (\text{B.7})$$

La deuxième hypothèse utilise la notation où $\{\hat{u}_t\}_{t=1}^T$ sont les résidus de l'estimation du modèle ARMA. Ainsi, $\bar{\hat{u}}_T$ et \bar{u}_T sont les moyennes respectives de \hat{u}_t et u_t . La deuxième hypothèse est représentée par les deux équations suivantes :

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \exp(\hat{u}_t - \bar{\hat{u}}_T) - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \exp(u_t - \bar{u}_T) = o_P(1) \quad (\text{B.8})$$

$$\sqrt{T} \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \exp(\hat{u}_t - \bar{\hat{u}}_T) - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \exp(u_t - \bar{u}_T) \right] = o_P(1) \quad (\text{B.9})$$

Finalement, la troisième hypothèse est représentée par :

$$E(z_t^4) < \infty, |E[(z_t^2)^2]| < \infty \quad (\text{B.10})$$

La première hypothèse est celle de la condition d'identifiabilité de l'équation B.1. La deuxième hypothèse est nécessaire pour que la représentation ARMA existe et inclut les erreurs observées $\{u_t\}$. La correction $\bar{\hat{u}}_T$ est nécessaire puisque les résidus ne sont pas corrigés pour la moyenne. La troisième hypothèse est nécessaire pour assurer la normalité asymptotique de l'estimateur $E(\ln z_t^2)$.

Le théorème est représenté par les deux équations suivantes :

$$\hat{\tau}_T = -\ln \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \exp(\hat{u}_t - \bar{\hat{u}}_T) \right] \xrightarrow{P} E(\ln z_t^2) \quad (\text{B.11})$$

$$\sqrt{T} [\hat{\tau}_T - E(\ln z_t^2)] \xrightarrow{D} N(0, \zeta^2) \quad (\text{B.12})$$

où $\zeta^2 = \text{Var}(z_t^2 - \ln z_t^2)$

Grâce à ce théorème, les résidus de l'estimation du modèle ARMA peuvent être utilisés dans les équations pour obtenir un estimé consistant et asymptotiquement normal de $E(\ln z_t^2)$. Cette méthode permet d'obtenir des estimateurs convergents pour la variance et la corrélation dynamiques. Ces estimateurs ont été implémentés dans R (R Core Team, 2013) à l'aide des ensembles de Veenstra et McLeod (2015) et Sucarrat (2015).

Annexe C

Graphiques des résidus : qqnorm Oslo

Les deux graphiques de cette annexe illustrent les résidus d'électricité et climatiques obtenus suite à l'ajustement du modèle pour la variance et la corrélation dynamique. De plus, suite à l'analyse des quantiles des résidus, il a été permis de conclure que les résidus d'électricité ne suivent pas la loi normale. Ainsi, pour la simulation, la méthode empirique basée sur ces résidus (d'électricité et climatiques) fut utilisée.

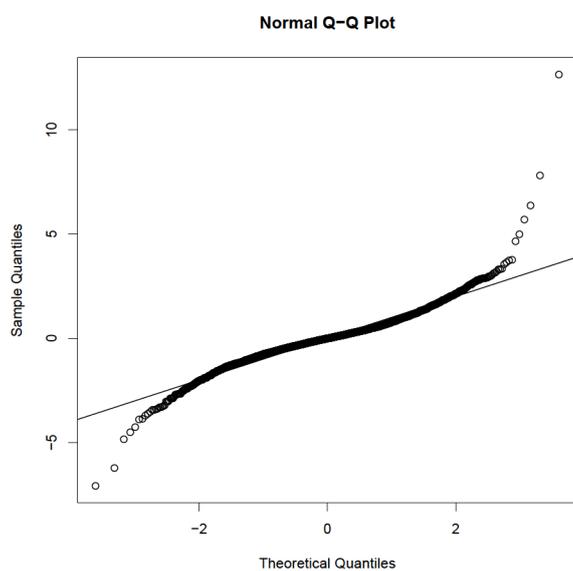


FIGURE C.1 – Graphique qqnorm : résidus d'électricité à Oslo

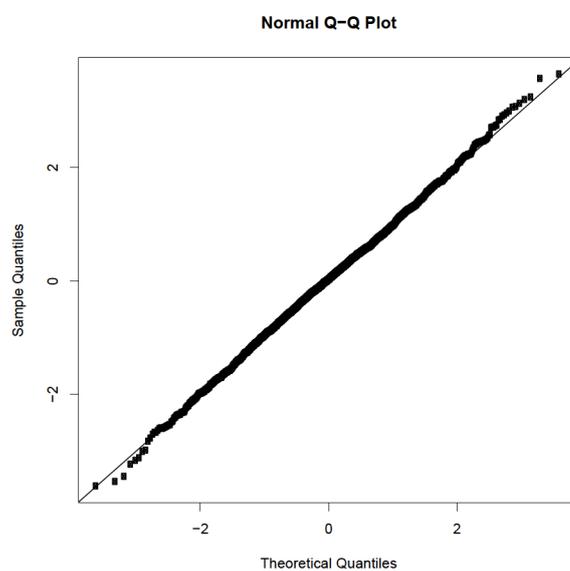


FIGURE C.2 – Graphique qqnorm : résidus climatiques à Oslo

Annexe D

Détails des *forwards* utilisés pour Oslo

Les détails des *forwards* d'électricité en date du 28 décembre 2007 (pour l'année 2008) sont présentés dans le tableau suivant. Il s'agit d'une sélection des *forwards* utilisés pour ce mémoire puisque certains contrats annuels sont aussi disponibles. Les données, qui proviennent des serveurs du Nord Pool, concordent avec celles du tableau A.2.1 de l'annexe technique de Caporin et al. (2012). La valeur des contrats de différences correspondants étaient ajoutés aux prix de clôture pour initier l'estimation de la courbe *forward*. Ces contrats avaient un code débutant par SYOSL.

Tableau D.1 – Détails des *forwards* pour Oslo pour 2008

Nom	Prix de fermeture	Date de début	Date de fin
ENOW01-08	47,79	2007-12-31	2008-01-06
ENOW02-08	50,50	2008-01-07	2008-01-13
ENOW03-08	51,50	2008-01-14	2008-01-20
ENOW04-08	52,48	2008-01-21	2008-01-27
ENOMJAN-08	51,11	2008-01-01	2008-01-31
ENOMFEB-08	52,95	2008-02-01	2008-02-29
ENOMMAR-08	49,90	2008-03-01	2008-03-31
ENOMAPR-08	49,60	2008-04-01	2008-04-30
ENOMMAY-08	47,60	2008-05-01	2008-05-31
ENOMJUN-08	47,98	2008-06-01	2008-01-30
ENOQ1-08	51,55	2008-01-01	2008-03-31
ENOQ2-08	48,55	2008-04-01	2008-06-30
ENOQ3-08	49,00	2008-07-01	2008-09-30
ENOQ4-08	53,93	2008-10-01	2008-12-31
SYOSLJAN-08	-1,00	2008-01-01	2008-01-31
SYOSLFEB-08	-1,00	2008-02-01	2008-02-29
SYOSMAR-08	-1,00	2008-03-01	2008-03-31
SYOSLQ1-08	-1,00	2008-01-01	2008-03-31
SYOSLQ2-08	-1,00	2008-04-01	2008-06-30
SYOSLQ3-08	-0,50	2008-07-01	2008-09-30
SYOSLQ4-08	-0,50	2008-10-01	2008-12-31

Notes. Source : (Caporin et al., 2012, p.34, traduction libre de l'annexe technique)

Annexe E

Taux Euribor et Libor utilisés

Voici les taux Euribor et Libor utilisés respectivement pour Oslo et New York :

(a) Taux Euribor (%) au 31 décembre 2007

Période	act/360
1 semaine	4,141
2 semaines	4,175
3 semaines	4,228
1 mois	4,288
2 mois	4,494
3 mois	4,684
4 mois	4,698
5 mois	4,702
6 mois	4,707
7 mois	4,713
8 mois	4,716
9 mois	4,725
10 mois	4,732
11 mois	4,739
12 mois	4,745

(b) Taux Libor (%) au 31 décembre 2012

Période	act/360
1 semaine	0,1927
2 semaines	0,1999
3 semaines	0,2043
1 mois	0,2087
2 mois	0,2535
3 mois	0,306
4 mois	0,3631
5 mois	0,4345
6 mois	0,50825
7 mois	0,576
8 mois	0,6305
9 mois	0,686
10 mois	0,737
11 mois	0,7875
12 mois	0,8435

Les séries de taux proviennent de Bloomberg. Veuillez noter que le taux Libor pour 3 semaines n'était pas disponible pour la date choisie. Une interpolation linéaire avec les échéances de 2 semaines et d'un mois fut effectuée.

Annexe F

Graphiques des résidus : qqnorm New York

Les deux graphiques de cette annexe illustrent les résidus d'électricité et climatiques obtenus suite à l'ajustement du modèle pour la variance et la corrélation dynamique. De plus, suite à l'analyse des quantiles des résidus, il a été permis de conclure que la loi normale pouvait être utilisée pour simuler les résidus d'électricité et climatiques à New York. Pour les simulations, les deux méthodes (celle utilisant la loi normale pour simuler les résidus et la méthode empirique) ont été utilisées dans l'objectif de comparer les résultats.

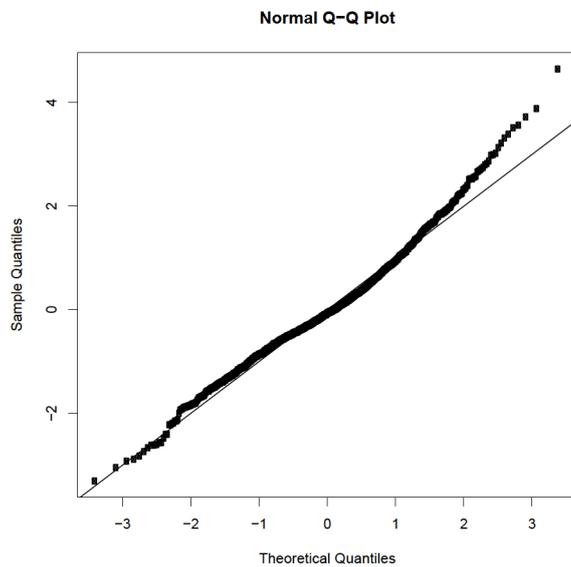


FIGURE F.1 – Graphique qqnorm : résidus d'électricité à New York

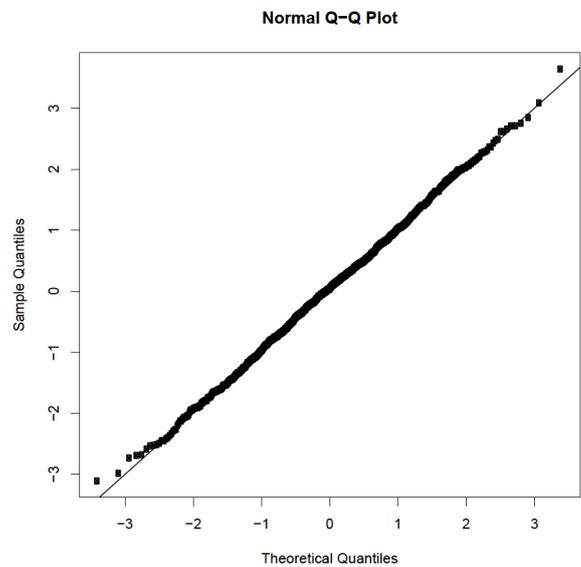


FIGURE F.2 – Graphique qqnorm : résidus climatiques à New York

Annexe G

Détails des *forwards* utilisés pour New York

Les tableaux suivants présentent les détails des *forwards* utilisés pour New York. Ceux-ci ont notamment servi à construire les courbes *forward* et à déterminer les valeurs d'exercice pour les options quanto. Deux courbes (*on* et *off-peak*) furent construites. Celle utilisée pour les simulations constitue une moyenne pondérée des deux courbes initiales.

Tableau G.1 – Détails des *forwards on-peak* pour New York pour 2013

Nom	Prix de fermeture	Date de début	Date de fin
ZJF13 Comdty	76,68	2013-01-01	2013-01-31
ZJG13 Comdty	67,68	2013-02-01	2013-02-28
ZJH13 Comdty	51,35	2013-03-01	2013-03-31
ZJJ13 Comdty	45,54	2013-04-01	2013-04-30
ZJK13 Comdty	45,68	2013-05-01	2013-05-31
ZJM13 Comdty	51,65	2013-06-01	2013-06-30
ZJN13 Comdty	65,70	2013-07-01	2013-07-31
ZJQ13 Comdty	62,05	2013-08-01	2013-08-31
ZJU13 Comdty	47,28	2013-09-01	2013-09-30
ZJV13 Comdty	45,04	2013-10-01	2013-10-31
ZJX13 Comdty	47,29	2013-11-01	2013-11-30
ZJZ13 Comdty	59,10	2013-12-01	2013-12-31

Notes. Source : Bloomberg

Tableau G.2 – Détails des *forwards off-peak* pour New York pour 2013

Nom	Prix de fermeture	Date de début	Date de fin
PJF13 Comdty	55,25	2013-01-01	2013-01-31
PJG13 Comdty	49,83	2013-02-01	2013-02-28
PJH13 Comdty	39,42	2013-03-01	2013-03-31
PJJ13 Comdty	33,32	2013-04-01	2013-04-30
PJK13 Comdty	32,52	2013-05-01	2013-05-31
PJM13 Comdty	33,82	2013-06-01	2013-06-30
PJN13 Comdty	40,35	2013-07-01	2013-07-31
PJQ13 Comdty	38,65	2013-08-01	2013-08-31
PJU13 Comdty	33,35	2013-09-01	2013-09-30
PJV13 Comdty	34,12	2013-10-01	2013-10-31
PJX13 Comdty	37,44	2013-11-01	2013-11-30
PJZ13 Comdty	45,41	2013-12-01	2013-12-31

Notes. Source : Bloomberg