

HEC Montréal

Optimisation statique de portefeuille en contexte GARCH

par

Arthur Szynalik-Boisseau

Sciences de la gestion

(Economie Financière Appliquée)

Mémoire présenté en vue de l'obtention

du grade de maîtrise ès sciences

(M.Sc.)

Mars 2015

© Arthur Szynalik-Boisseau, 2015

Résumé

L'article de DeMiguel, Garlappi et Uppal (2009) a cherché à déterminer si des portefeuilles d'actifs ayant recours à la stratégie d'allocation naïve équilibrée étaient meilleurs que diverses stratégies d'optimisation de portefeuille. Leurs résultats ont montré que les stratégies d'optimisation ne dominaient pas la stratégie naïve. Ils ont eu recours à trois mesures de performance afin d'arriver à ces conclusions : le ratio de Sharpe, le rendement équivalent-certain et le taux de roulement. DeMiguel, Garlappi et Uppal (2009) ont utilisé des rendements mensuels et ont effectué la vérification sur des horizons mensuels. En revanche, dans le cadre de notre travail, nous avons recours à des rendements journaliers et examinons ces comparaisons sur des horizons mensuel, trimestriel, semestriel et annuel. A partir d'un processus générateur de rendements journaliers NGARCH avec bruits non-Gaussiens, nous caractérisons la distribution des rendements mensuels, trimestriels, semestriels et annuels afin de vérifier si les résultats de DeMiguel, Garlappi et Uppal (2009) sont robustes à ces changements. A partir de cette hypothèse, nous avons optimisé deux familles de modèles à savoir Markowitz et VaR conditionnelle. A l'aide de trois mesures de performance et de tests statistiques, nous montrons que les conclusions de DeMiguel, Garlappi et Uppal (2009) demeurent inchangées.

Mots clés : Stratégie naïve, modèles d'optimisation, NGARCH, distribution Johnson, ratio de Sharpe, rendement équivalent-certain, taux de roulement, fenêtre mobile, rebalancement de portefeuille.

Table des matières

Résumé	i
Table des matières	ii
Liste des tableaux	iv
Liste des figures	iv
Remerciements	v
Chapitre 1: Introduction	1
Chapitre 2: Revue de littérature	3
2.1. Les critères de comparaison	3
2.1.1. L'utilisation d'un <i>benchmark</i>	3
2.1.2. Mesures de performance.....	3
2.2. Tests statistiques	6
2.3. Résultats des sept séries de données utilisées par DGU (2009).....	7
Chapitre 3: Méthode de travail.....	10
3.1. Vue d'ensemble	10
3.2. Estimation des paramètres du GARCH à partir d'une fenêtre mobile de données journalières	12
3.2.1. Conversion des rendements	12
3.2.2. Fenêtre mobile.....	13
3.2.3. Estimation du GARCH.....	14
3.3. Simulation des rendements pour divers horizons de placements	15
3.3.1. Simuler les rendements continus	15
3.3.2. Conversion des rendements continus en rendements simples..	16
3.4. Optimisation des portefeuilles	16
3.4.1. Détermination des poids optimaux des 7 stratégies d'optimisation.....	17
3.4.2. Rebalancement des portefeuilles d'optimisation.....	22
Chapitre 4 : Données	24
4.1. Description des données	24
Chapitre 5 : Analyse des résultats.....	25
5.1. Horizon mensuel	25
5.1.1. Ratio Sharpe.....	25

5.1.2.	Rendement équivalent-certain	27
5.1.3.	Le taux de roulement.....	28
5.2.	Horizon trimestriel.....	30
5.2.1.	Ratio Sharpe.....	30
5.2.2.	Ratio Equivalent-certain	31
5.2.3.	Taux de roulement.....	32
5.3.	Horizon semestriel	33
5.3.1.	Ratio Sharpe.....	33
5.3.2.	Ratio Equivalent-certain	35
5.3.3.	Le taux de roulement.....	36
5.4.	Horizon annuel.....	37
5.4.1.	Ratio Sharpe.....	37
5.4.2.	Ratio Équivalent-certain	39
5.4.3.	Le taux de roulement.....	39
Chapitre 5 : Conclusion		40
ANNEXES		42
A.	Résultats de convergence	42
Bibliographie:.....		46

Liste des tableaux

Tableau 1- Listes de modèles d'optimisation de l'étude de DGU (2009)	8
Tableau 2 - Liste de diverses stratégies d'allocation choisie	17
Tableau 3 - Liste des données considérées et leurs statistiques	24
Tableau 4 - Résultats du ratio Sharpe - Mensuel.....	26
Tableau 5 - Résultats du ratio Equivalent-certain - Mensuel	28
Tableau 6 - Résultats du taux de roulement - Mensuel.....	29
Tableau 7: Résultats du ratio Sharpe - Trimestriel	30
Tableau 8: Résultats du ratio Equivalent-certain - Trimestriel	32
Tableau 9: Résultats du taux de roulement - Trimestriel	33
Tableau 10: Résultats du ratio Sharpe - Semestriel.....	34
Tableau 11: Résultats du ratio Equivalent-certain - Semestriel	36
Tableau 12: Résultats du taux de roulement - Semestriel.....	36
Tableau 13: Résultats du ratio Sharpe - Annuel	37
Tableau 14: Résultats du ratio Equivalent-certain - Annuel	39
Tableau 15: Résultats du taux de roulement - Annuel	39
Tableau 16: Résultats de convergence pour l'horizon mensuel.....	42
Tableau 17: Résultats de convergence pour l'horizon trimestriel.....	43
Tableau 18: Résultats de convergence pour l'horizon semestriel.....	44
Tableau 19: Résultats de convergence pour l'horizon annuel.....	45

Liste des figures

Figure 1 - Exemple d'une approche fenêtre mobile avec rebalancement	4
Figure 2 - Vue d'ensemble de la méthode de travail.....	11
Figure 3 - Fenêtre mobile.....	13
Figure 4 - Rebalancement du portefeuille	23

Remerciements

Rédiger un mémoire m'a permis d'apprendre de nouvelles choses et de développer mon esprit tant dans la recherche d'information, l'analyse et la critique de celle-ci. Je remercie mon directeur de mémoire, le professeur Jean-Guy Simonato, d'avoir accepté de m'accompagner dans ce long processus de recherche. Je tiens à le remercier pour son aide précieuse sur diverses difficultés que j'ai rencontrées durant ce travail de recherche, sa disponibilité, et sa patience.

Chapitre 1: Introduction

Durant le XX^{ème} siècle, plusieurs auteurs ont cherché à déterminer l'allocation optimale de la richesse en termes de risque et rendement dans le cadre d'un portefeuille d'actifs risqués. Markowitz ouvre la voie en 1952 avec sa première étude sur le sujet. Il fait l'hypothèse que les investisseurs tiennent compte que de la moyenne et la variance des rendements du portefeuille dans leur choix d'allocation. Son étude va être source d'inspiration pour des auteurs tels que Hodges et Brealey (1978) ou encore Michaud (1989) qui vont chercher à améliorer la performance du modèle Markowitz à partir des moments des rendements. Cependant, ces auteurs observent que ce modèle performe de manière faible hors échantillon.

Dans le cadre de notre recherche, nous nous intéresserons de près aux stratégies d'optimisation statiques liées à la gestion de portefeuille. Plusieurs stratégies d'optimisation ont été développées et appliquées dans la littérature de gestion de portefeuille. Ces stratégies ont été construites à partir de modèles mathématiques et économétriques que nous prendrons le temps de présenter dans notre revue de littérature. Toutes ces stratégies qui avancent des hypothèses distinctes ont recourt à des méthodologies dissemblables et présentent des performances différentes. L'intérêt des recherches, telle que celle de De Miguel, Garlappi, Uppal (2009) (DGU (2009)), a été de comparer toutes ces stratégies selon certains critères afin de déterminer lesquelles étaient les plus performantes. Pour mener à bien cette comparaison, DGU (2009) ont introduit un *benchmark* qui correspond à la stratégie d'optimisation la plus simple à comprendre et à implanter, à savoir la stratégie naïve équipondérée. La raison pour laquelle ils ont choisi ce *benchmark* est que les stratégies d'optimisation ne parviennent pas à le battre. Ils ont obtenu ce résultat en ayant recours à des séries mensuelles de rendements d'actifs sur une période de 10 ans. Cela leur a permis de déterminer des portefeuilles optimaux pour chaque stratégie d'optimisation. Enfin, ils ont utilisé des mesures de performance sur un horizon mensuel pour chaque portefeuille optimal. Ce qui peut expliquer ce résultat est la taille de l'échantillon utilisé. En effet, dans leur étude, DGU

(2009) effectuent une étude de simulation pour différentes tailles d'échantillons. Ils montrent ainsi que les stratégies d'optimisation pourraient performer mieux que la stratégie équilibrée si un très grand échantillon de rendements historiques était disponible (beaucoup plus de 10 ans, i.e. beaucoup plus de 300 mois).

Nous désirons aller au-delà dans la recherche de ces trois auteurs. Au lieu de prendre des rendements mensuels, nous aimerions utiliser des rendements journaliers. L'idée est de voir si les propriétés de ces rendements nous permettront d'améliorer la performance de modèles hors échantillon tels que celui de Markowitz et valeur à risque conditionnelle (CVAR). Puis, il sera question de vérifier pour des horizons de placement mensuels, trimestriels, semestriels et annuels si la stratégie équilibrée présente une meilleure performance que les diverses stratégies d'optimisation choisies.

Pour ce faire, à partir d'un modèle NGARCH avec bruits non-Gaussiens, estimé à l'aide de données journalières, nous allons simuler des rendements pour différents horizons afin d'obtenir des distributions réalistes de rendements. A l'aide de ces rendements simulés, différentes stratégies d'optimisation seront examinées pour différents horizons de placements. Cela nous amènera ensuite à évaluer la performance de ces portefeuilles en termes du ratio de Sharpe, du rendement équivalent-certain et du taux de roulement. Enfin, il sera question de comparer nos résultats et de vérifier si nous obtenons les mêmes conclusions que DGU (2009).

Nous présenterons dans une première partie notre revue de littérature. Celle-ci rendra compte des différents modèles d'optimisation utilisés dans notre étude. Il sera aussi question des différentes mesures de performance et tests statistiques employés. Enfin nous expliquerons le recours d'un processus GARCH avec bruits non-Gaussiens.

Puis, nous poursuivrons notre étude en présentant les données utilisées. Cette section sera suivie de l'articulation de la méthode de travail préconisée pour ce travail qui présentera toutes les étapes ayant permis de générer les résultats finaux. Suite à cela, nous analyserons les résultats et donnerons une conclusion.

Chapitre 2: Revue de littérature

La revue de littérature portera sur l'article de DGU (2009). Tout d'abord, nous présenterons les principaux critères de comparaison de stratégies d'optimisation, à savoir l'utilisation d'un *benchmark* et le recours à plusieurs mesures de performance. Puis, nous présenterons les tests statistiques utilisés par ces auteurs. Enfin, nous décrirons les résultats qu'ils ont obtenus.

2.1. Les critères de comparaison

2.1.1. L'utilisation d'un *benchmark*

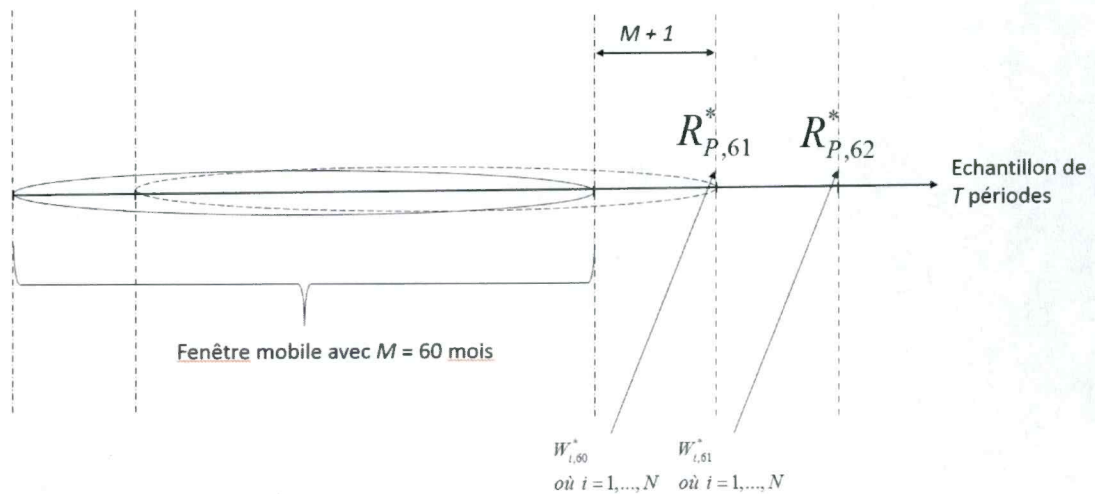
Dans l'étude de DGU (2009), plusieurs stratégies sont comparées entre elles, notamment à l'aide d'un *benchmark*. Ce *benchmark* correspond à la stratégie $1/N$, où N correspond au nombre d'actifs du portefeuille. Cette stratégie consiste à investir dans un portefeuille de N actifs de façon équipondérée. Autrement dit, les poids dans chaque actif sont équivalents à $1/N$. Celle-ci est facile à implanter d'une part et, d'autre part, elle n'est pas dominée par toutes les autres stratégies examinées dans DGU (2009). Ces derniers comparent la performance hors échantillon de 14 stratégies par rapport à la stratégie $1/N$ en prenant en compte sept séries de données mensuelles. Ces 14 stratégies sont comparées selon 3 mesures de performance.

2.1.2. Mesures de performance

Dans l'étude de DGU (2009), les différentes stratégies d'optimisation sont comparées selon 3 mesures de performance à savoir le ratio de Sharpe, les rendements équivalent-certain et le taux de roulement. L'objectif est de mesurer la performance des modèles choisis par DGU (2009) pour différents portefeuilles. Plus spécifiquement, DGU ont examiné 3 portefeuilles différents. Par exemple, celui composé de 10 indices industriels plus un portefeuille de marché d'équité américain ou le portefeuille composé de 10 secteurs plus un portefeuille de marché d'équité américain. Chaque série de rendements correspond à un échantillon de T

rendements mensuels. Les auteurs ont recours à une approche fenêtre mobile avec une longueur de fenêtre M mois pour chaque série de rendements. Dans leur cas, ils utilisent une fenêtre de 60 et 120 mois. Cette approche est utilisée pour déterminer les estimateurs propres à chaque modèle d'optimisation. Cette approche va servir à optimiser les différents modèles de portefeuille. Une fois les estimateurs déterminés, ils peuvent déterminer les poids optimaux des actifs risqués du portefeuille. Un rebalancement est effectué à la période $M + 1$ à l'aide des poids optimaux obtenus à partir des périodes précédentes, où M correspond au nombre de mois de leur fenêtre. Ils poursuivent cette procédure de fenêtre mobile en ajoutant une nouvelle période et en retirant la dernière période de la fenêtre M et cela jusqu'à atteindre la dernière période de leur série de rendements. Cette approche génère une série de $T - M$ rendements hors échantillon pour chaque stratégie d'optimisation et chaque portefeuille. La figure suivante illustre le fonctionnement de cette approche.

Figure 1 - Exemple d'une approche fenêtre mobile avec rebalancement



La figure ci-dessous présente une série de rendements de T périodes. La fenêtre mobile débute au début de l'échantillon et a une longueur M de 60 mois. Avant de rouler d'une période, l'approche détermine les estimateurs propres à un modèle d'optimisation. Ces estimateurs permettent de déterminer les poids optimaux du modèle de portefeuille de question, soit $W_{i,60}^*$ pour la période 60. Par la suite, il est

possible de déterminer la performance du modèle d'optimisation à $M+1$. Nous obtenons les performances hors échantillon $R_{P,61}^*$. La procédure de fenêtre mobile continue jusqu'à atteindre la T ième période.

A l'aide des rendements de portefeuilles hors échantillons, DGU (2009) déterminent 3 mesures de performance. Ils calculent tout d'abord le ratio Sharpe (SR_k) hors échantillon pour la k ième stratégie examinée qui est égale à la moyenne des rendements hors échantillon moins le taux sans risque, $\hat{\mu}_k$, divisée par leur écart type, $\hat{\sigma}_k$:

$$SR_k = \frac{\hat{\mu}_k}{\hat{\sigma}_k}.$$

Ensuite, ils déterminent le rendement équivalent-certain (CEQ) pour la k ième stratégie, défini comme le taux sans risque qu'un investisseur serait prêt à accepter plutôt qu'une stratégie risqué parmi les différents modèles proposés. DGU (2009) le calculent de la façon suivante :

$$CEQ_k = \hat{\mu}_k - \frac{\gamma}{2} \hat{\sigma}_k^2,$$

où γ correspond à l'aversion au risque. Enfin, ils calculent le taux de roulement du portefeuille pour la stratégie risquée k qui prend la forme suivante :

$$Turnover_k = \frac{1}{T-M} \sum_{t=1}^{T-M} \sum_{j=1}^N \left(|W_{k,j,t+1} - W_{k,j,t^*}| \right),$$

où N correspond au nombre d'actifs du portefeuille k ; $W_{k,j,t}$ est le poids du portefeuille dans l'actif j au temps t sous la stratégie k ; où W_{k,j,t^*} est le poids du portefeuille avant le rebalancement¹ au temps $t+1$ et où $W_{k,j,t+1}$ est le poids désiré

¹ Nous expliquerons davantage ce processus de rebalancement dans la partie intitulée « Méthode de travail ».

du portefeuille après rebalancement au temps $t+1$. Par ailleurs, une comparaison nécessite le recours de tests statistiques afin de vérifier si les statistiques calculées sont significativement différentes entre les différents portefeuilles.

2.2. Tests statistiques

DGU (2009) ont recourt à des tests statistiques afin de vérifier la robustesse des mesures de performance telles que le ratio de Sharpe et le rendement équivalent-certain. Pour les résultats associés au ratio de Sharpe, ils utilisent l'approche de Jobson et Korkie (1981) avec la correction de Memmel (2003) pour déterminer le p -value. Le test prend la forme suivante pour deux portefeuilles i et n avec $\hat{\mu}_i, \hat{\mu}_n, \hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_n$ et $\hat{\sigma}_{i,n}$ respectivement les moyennes, écart-type et covariances des rendements des portefeuilles i et n selon un échantillon de taille $T-M$:

L'hypothèse nulle suivante consiste à tester si le ratio Sharpe du portefeuille i est égal au ratio de Sharpe du portefeuille n :

$$H_0 = \frac{\hat{\mu}_i}{\hat{\sigma}_i} - \frac{\hat{\mu}_n}{\hat{\sigma}_n} = 0.$$

DGU a recourt à la statistique $\hat{Z}_{JK}$ afin de tester l'hypothèse nulle. Cette statistique est une statistique Wald qui est distribuée de manière asymptotique comme une distribution normale de moyenne zéro et de variance 1 :

$$\hat{Z}_{JK} = \frac{\hat{\sigma}_n \hat{\mu}_i - \hat{\sigma}_i \hat{\mu}_n}{\sqrt{\hat{\theta}}},$$

avec

$$\theta = \frac{1}{T-M} \left(2\hat{\sigma}_i^2 \hat{\sigma}_n^2 - 2\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_n \hat{\sigma}_{i,n} + \frac{1}{2} \hat{\mu}_i^2 \hat{\sigma}_n^2 + \frac{1}{2} \hat{\mu}_n^2 \hat{\sigma}_i^2 - \frac{\hat{\mu}_i \hat{\mu}_n}{\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_n} \hat{\sigma}_{i,n}^2 \right).$$

Afin de tester si les rendements équivalents-certains sont statistiquement significatifs, nous utiliserons un autre test utilisé dans l'article de DGU (2009). Le test

prend la forme suivante. Si v est un vecteur de moments $v = (\mu_i, \mu_n, \sigma_i, \sigma_n)$, alors $\hat{v}$ est la contrepartie empirique obtenue à partir d'un échantillon de taille $T - M$. La différence du rendement équivalent certain entre deux stratégies i et n correspond à :

$$f(v) = \left(\mu_i - \frac{\gamma}{2} \sigma_i^2 \right) - \left(\mu_n - \frac{\gamma}{2} \sigma_n^2 \right).$$

Afin de déterminer le seuil critique, nous utilisons la distribution asymptotique de $f(v)$ (Greene, (2002)) qui est égale à :

$$\sqrt{T(f(\hat{v}) - f(v))} \rightarrow N\left(0, \frac{\partial f^T}{\partial v} \theta \frac{\partial f^T}{\partial v}\right),$$

$$\text{où } \frac{\partial f}{\partial v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{\gamma}{2} \\ \frac{\gamma}{2} \end{bmatrix} \text{ et } \theta = \begin{pmatrix} \sigma_i^2 & \sigma_{i,n} & 0 & 0 \\ \sigma_{i,n} & \sigma_n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_i^4 & 2\sigma_{i,n}^2 \\ 0 & 0 & 2\sigma_{i,n}^2 & 2\sigma_n^4 \end{pmatrix}.$$

La comparaison entre les différentes stratégies d'optimisation et le *benchmark* peut maintenant se faire. Dans la sous-section suivante, nous présenterons les résultats obtenus par DGU (2009).

2.3. Résultats des sept séries de données utilisées par DGU (2009)

DGU (2009) comparent la performance optimale de plusieurs stratégies risquées avec la stratégie $1/N$ en fonction des séries de données utilisées. Ces stratégies au nombre de 13 se trouvent dans le tableau 1. La comparaison est effectuée en tenant compte pour chaque série de rendements du ratio Sharpe hors-échantillon, le CEQ et le taux de roulement.

Tableau 1- Listes de modèles d'optimisation de l'étude de DGU (2009)

#	Modèles
Naïve Equipondérée	
0	$1/N$ (benchmark)
Approche classique	
1	<i>Sample-based mean-variance</i>
Approche Bayésienne	
2	<i>Bayesian diffuse-prior</i>
3	<i>Bayes-Stein</i>
4	<i>Bayesian Data-and-Model</i>
Restriction sur les moments	
5	<i>Minimum-Variance</i>
6	<i>Value-weighted market portfolio</i>
7	<i>MacKinlay and Pastor's (2000) missing-factor model</i>
Contrainte de portefeuille	
8	<i>Sample-based mean-variance with shortsale constraints</i>
9	<i>Bayes-Stein with shortsale constraints</i>
10	<i>Minimum-variance with shortsale constraints</i>
11	<i>Minimum-variance with generalized constraints</i>
Combinaison optimale	
12	<i>Kan and Zhou's (2007) "three-fund" model</i>
13	<i>Mixture of minimum-variance and $1/N$</i>
14	<i>Garlappi, Uppal and Wang's (2007) multi-prior model</i>

Ratio de Sharpe

Dans l'analyse des résultats associés au ratio Sharpe, DGU (2009) observent qu'en dehors de la stratégie Markowitz (MV) dans l'échantillon, le ratio de Sharpe de la stratégie $1/N$ est plus élevé que celui de la plupart des stratégies telles que les stratégies Bayes, celles fondées sur les restrictions des « moments² » de rendements ou encore celles avec contraintes. Quatre principales observations ressortent de cette analyse. Pour la stratégie à variance minimale, les auteurs prennent le temps de

² DGU font référence aux moments tels que la moyenne, la variance, le skewness et le kurtosis.

comparer le ratio de Sharpe dans l'échantillon et hors échantillon pour montrer le risque d'avoir recours à une stratégie MV en prenant en compte des estimations dans l'échantillon. En effet, il ne serait pas question d'implémenter une telle stratégie en prenant en compte les rendements hors échantillon. Le ratio de Sharpe est presque toujours inférieur à celui de la stratégie $1/N$. Pour les stratégies Bayes, le ratio Sharpe est inférieur à celui de la stratégie $1/N$. Lors du re-balancement³, ces stratégies présentent des poids de portefeuille qui ne correspondent pas aux poids optimaux de leur échantillon « in-sample ». Pour les stratégies avec restrictions sur « moments » de rendement, nous observons qu'ignorer le premier moment, à savoir la moyenne permet de réduire les poids extrêmes. Par conséquent, cette stratégie présente de meilleurs résultats que celle à variance minimum avec moyenne cible, notamment en termes de poids optimaux du portefeuille. Enfin pour les stratégies avec restrictions sur « moments », nous observons que les résultats du ratio de Sharpe se rapprochent beaucoup de ceux de la stratégie $1/N$. En effet, ces stratégies permettent de réduire l'effet des erreurs sur les estimations de notre matrice covariance-variance. Cependant, ils restent inférieurs au ratio de Sharpe de $1/N$.

Les rendements équivalent-certain

DGU (2009) observent les mêmes résultats pour ce critère que pour le ratio de Sharpe. En général, le CEQ est supérieure à celui de la stratégie $1/N$ pour la stratégie à variance minimum in-sample. Mais en situation out-simple, ce n'est plus le cas. Pour toutes les autres stratégies d'optimisation, $1/N$ présente un CEQ supérieur.

Le taux de roulement

DGU (2009) observent ici que le taux de roulement des stratégies d'optimisation est inférieur pour toutes les stratégies sauf pour la stratégie à variance minimum dans l'échantillon. Par ailleurs, nous notons que pour les stratégies passives de gestion de portefeuille, les résultats du taux de roulement se rapproche de ceux de $1/N$.

³ Le processus de rebalancement sera expliqué en détails dans le chapitre 3.

Chapitre 3: Méthode de travail

Dans ce chapitre, nous présenterons une vue d'ensemble de notre méthode de travail, à savoir l'estimation du modèle, puis la simulation de rendements et enfin l'optimisation des divers modèles de portefeuille choisis. Par la suite, nous décrirons et expliquerons en détail ces trois différentes étapes. Enfin, nous décrirons les différents modèles de portefeuille que nous avons utilisés afin de pouvoir effectuer les comparaisons.

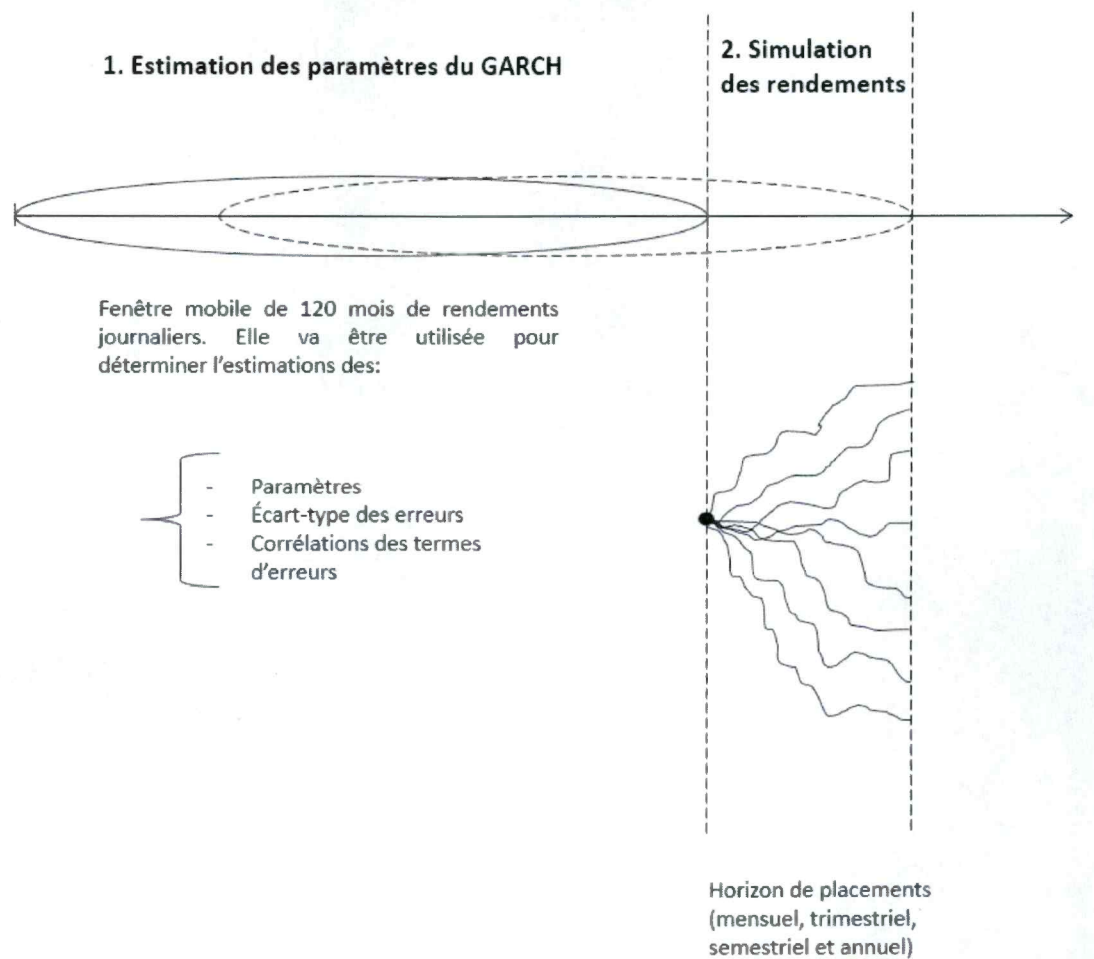
3.1. Vue d'ensemble

Notre travail de recherche a pour but de vérifier si à partir de données journalières avec un processus générateur de rendements réalistes, nous obtenons des résultats différents de ceux de DGU (2009) pour des horizons de placements différents. Trois étapes seront nécessaires pour arriver aux résultats :

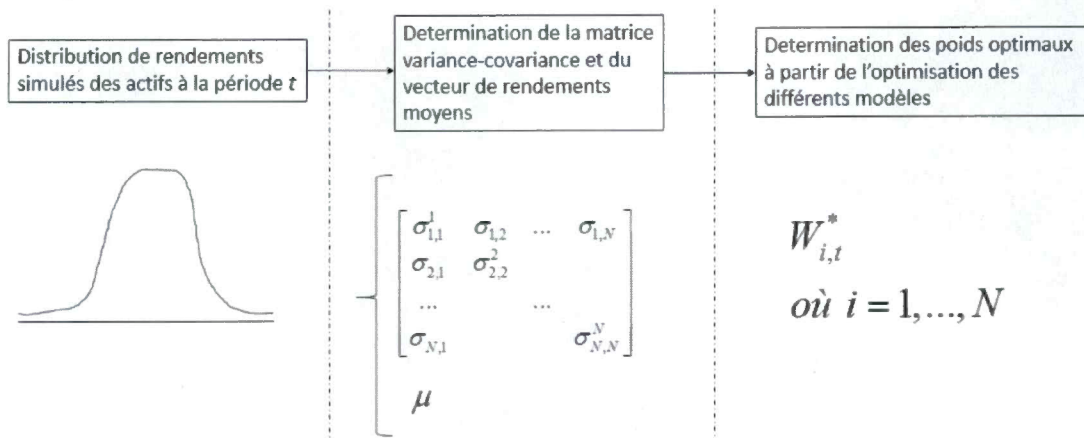
- l'estimation des paramètres du GARCH à partir d'une fenêtre mobile de données journalières.
- simulation des rendements pour des horizons mensuel, trimestriel, semestriel et annuel à partir des paramètres estimés et du processus GARCH.
- optimisation des divers portefeuilles à l'aide de la distribution des rendements obtenus à partir de la simulation.

Nous présenterons enfin les modèles de portefeuille auxquels nous avons eu recours, à savoir les modèles Markowitz et ceux avec la contrainte de valeur à risque conditionnel (CVAR). La figure 2 ci-dessous résume cette vue d'ensemble.

Figure 2 - Vue d'ensemble de la méthode de travail



3. Optimisation



3.2. Estimation des paramètres du GARCH à partir d'une fenêtre mobile de données journalières

Cette section présentera la procédure afin de déterminer les paramètres du GARCH.

Il sera question de :

- Convertir les rendements.
- Faire rouler une fenêtre mobile de 120 mois.
- Estimer pour chaque période des différents horizons de placements les paramètres, l'écart type et les corrélations.

Suite à cela, il sera possible de simuler les rendements pour les différents horizons de placements.

3.2.1. Conversion des rendements

Avant de procéder à l'estimation des paramètres du GARCH, nous convertissons les rendements journaliers simples de l'actif i à la date t , $R_{i,t}$ (voir chapitre 4) en rendements journaliers à capitalisation continus $r_{i,t}$. Nous obtenons :

$$r_{i,t} = \exp^{R_{i,t}} - 1.$$

Ces rendements seront utilisés pour estimer les paramètres. Puis, nous déterminons la distribution des rendements mensuel, trimestriel, semestriel et annuel à partir de rendements simulés. Ces rendements agrégés sont obtenus avec :

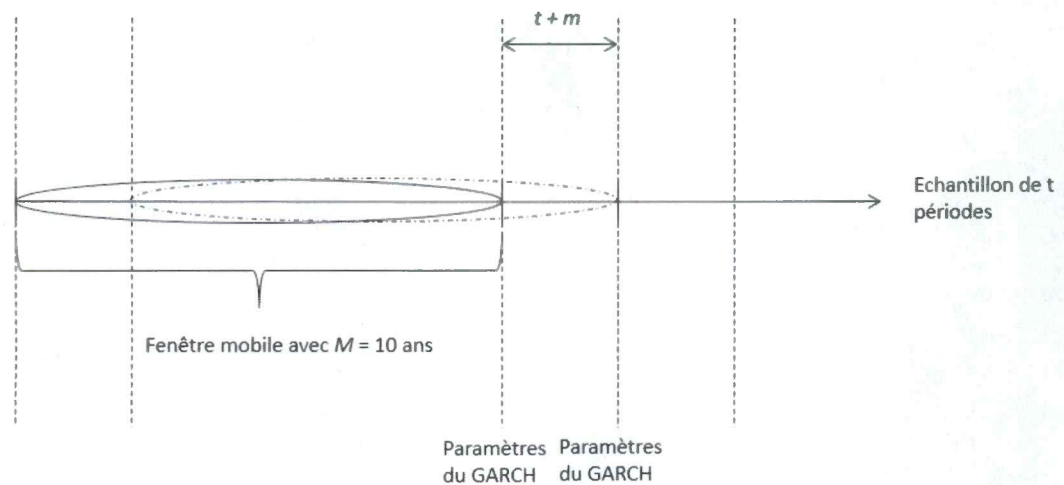
$$\tilde{r}_{i,t+m} = \sum_{t=1}^m \tilde{r}_{i,t},$$

où $m = \{ 20, 60, 120, 250 \}$ et représente le nombre de jour observables dans un mois ($m = 20$), 3 mois ($m = 60$), 6 mois ($m = 120$) et 12 mois ($m = 250$) et $\tilde{r}_{i,t}$ est le rendement à capitalisation continue simulé pour chaque actif i pour nos trois bases de données que nous verrons dans le chapitre suivant.

3.2.2. Fenêtre mobile

Dans le cadre de notre travail, nous avons décidé d'estimer les paramètres du GARCH en ayant recours à une fenêtre mobile de 10 ans de rendements journaliers. Le choix de 10 ans provient de l'étude de DGU (2009). La figure 3 illustre cette procédure.

Figure 3 - Fenêtre mobile



Cette fenêtre mobile se déplace selon l'horizon de placements en question. Par exemple, pour un horizon mensuel, la fenêtre mobile se déplace de 20 jours, pour un horizon trimestriel, la fenêtre mobile se déplace de 60 jours, pour un horizon semestriel, la fenêtre se déplace de 120 jours et enfin pour un horizon annuel, la fenêtre se déplace de 250 jours. Nous faisons rouler la fenêtre jusqu'à atteindre la dernière période. A chaque période des différents horizons de placements, nous estimons les paramètres du GARCH.

3.2.3. Estimation du GARCH

Pour chaque titre dans le portefeuille, nous adoptons l'hypothèse que le rendement à capitalisation continue est bien décrit par un processus NGARCH avec bruits non-Gaussiens :

$$\ln \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} = r_{i,t} = \alpha_i - \gamma_{i,t} + \sqrt{h_{i,t}} \varepsilon_{i,t}, \quad (1)$$

$$\sigma_{i,t}^2 = \beta_{i,0} + \beta_{i,1} \sigma_{i,t-1}^2 + \beta_{i,2} \sigma_{i,t-1}^2 (\varepsilon_{i,t-1} - \theta_i)^2, \quad (2)$$

pour $i=1$ à N où $P_{i,t}$ est la valeur de l'actif i à la date t et $r_{i,t}$ est le rendement sur la période $t-1$ à t . Ici, α_i est le paramètre représentant le rendement espéré pour la période t , $\gamma_{i,t}$ est un paramètre de correction tel que $e^{\gamma_{i,t}} = E_{t-1} \left(e^{\sqrt{h_{i,t}} \varepsilon_{i,t}} \right)$ qui assure que le rendement espéré à capitalisation continue soit bien égal à α_i i.e. $E_{t-1} [P_{i,t}] = P_{i,t-1} e^{\alpha_i}$. Les paramètres GARCH $\beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \beta_{i,2}$ sont plus grands ou égaux à zéro alors que θ_i peut-être positif ou négatif. Ce paramètre capture l'effet de levier, une caractéristique bien documentée dans plusieurs études.

Les termes d'erreurs $\varepsilon_{i,t}$ suivent une distribution S_{μ} de Johnson i.e.

$$\varepsilon_{i,t} = \frac{y_{i,t} - M_{y_i}}{\sqrt{V_{y_i}}} \text{ with } y_{i,t} = \left(\frac{z_{i,t} - a}{b} \right), \quad (3)$$

avec $z_{i,t}$ un bruit $N(0,1)$, a un paramètre d'asymétrie et b un paramètre d'aplatissement (kurtose) tel qu'expliqué dans Simonato (2011). M_{y_i} et V_{y_i} représentent la moyenne et la variance de y_i et sont donnés par :

$$M_{y_i} = -w^{\frac{1}{2}} \sinh(\Omega)$$

$$V_{y_i} = \frac{1}{2} (w-1) (w \cosh(2\Omega) + 1)$$

où $\cosh(u) = (e^u + e^{-u})/2$, $w = e^{\frac{1}{b_i^2}}$ et $\Omega = \frac{a_i}{b_i}$

où $\sinh(u) = (e^u - e^{-u})/2$ correspond à la fonction sinus hyperbolique.

Les paramètres $\alpha_i, \beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \theta_i, a_i, b_i$ sont estimés séparément pour chaque titre i en maximisant la fonction de vraisemblance du processus GARCH, disponible dans Simonato (2011). Les termes d'erreurs $z_{i,t}$ à la source des bruits Johnson S_u ont des corrélations constantes $Cov(Z_{i,t}, Z_{j,s}) = \rho_{z_i, z_j}$ pour tout $i \neq j$ et $t = s$, une valeur de un pour $i = j$ et $t = s$, et une valeur de 0 sinon. Les corrélations sont estimées par la suite à partir des $\tilde{z}_{i,t}$ obtenus de la procédure de maximisation de vraisemblance. Une fois que nous obtenons les paramètres du GARCH, nous pouvons effectuer la simulation des rendements pour les divers horizons de placements. De plus, lors de l'estimation, nous avons retiré les titres qui ne convergeaient pas. Les résultats de convergence se trouvent en Annexe B et montrent que pour chaque portefeuille, la très grande majorité des cas a convergé.

3.3. Simulation des rendements pour divers horizons de placements

Cette section présentera la procédure de simulation des rendements. Nous y présenterons en détail :

- La simulation des rendements continus.
- La conversion des rendements continus en rendements simples pour les différents horizons de placements.

3.3.1. Simuler les rendements continus

La simulation des rendements continus suit plusieurs étapes :

- Décomposition de Choleski de la matrice de corrélation.
- Simulation des $\tilde{z}_{i,t}$ corrélés.

- Transformation en bruit Johnson Su avec l'équation (3).
- Simulation avec l'équation (1) et (2) jusqu'à l'horizon de placement. La simulation utilise la variance $\hat{h}_{i,t}$ la plus récente obtenue lors de l'estimation par maximisation de vraisemblance afin de démarrer la simulation.

3.3.2. Conversion des rendements continus en rendements simples

Les rendements générés sont des rendements continus. Nous devons les convertir en rendements simple afin d'optimiser les portefeuilles. Cette conversion est effectuée avec:

$$\tilde{R}_{i,t+m} = \exp(\tilde{r}_{i,t+m}) - 1$$

où $\tilde{r}_{i,t+m}$ est un rendement simulé à capitalisation continue, et $\tilde{R}_{i,t,m}$ est un rendement simple pour chaque actif i pour les trois différents portefeuilles que nous verrons dans le chapitre suivant. Une fois les rendements convertis pour les 4 différents horizons de placements, nous pouvons calculer la moyenne μ_m et la covariance Σ_m des rendements simulés. Cela va nous permettre d'effectuer la dernière étape de la méthode de travail, à savoir l'optimisation des différents modèles.

3.4. Optimisation des portefeuilles

Une fois que nous avons déterminé les distributions de rendements à partir de la simulation pour les divers horizons de placements, nous pouvons débiter la dernière étape de la méthode de travail :

- Déterminer les poids optimaux w_i pour $i=1$ à N des 6 stratégies et la stratégie naïve pour les horizons mensuel, trimestriel, semestriel et annuel.
- Effectuer un rebalancement pour chaque période $t+m$ pour les 6 stratégies et la stratégie naïve.

Suite à cela, il sera possible d'abord de déterminer les mesures de performances pour les 7 stratégies, puis de se consacrer aux données et l'analyse des résultats.

3.4.1. Détermination des poids optimaux des 7 stratégies d'optimisation

Nous avons utilisé 6 stratégies d'optimisation dans notre étude et un *benchmark*. Elles se trouvent dans le tableau 2. Ce tableau présente les différents modèles d'optimisation qui sont regroupés en 3 catégories à savoir le *benchmark* $1/N$, les stratégies avec restriction sur les moments et celles avec contrainte de Valeur à Risque Conditionnelle (CVAR). La dernière colonne fait référence aux abréviations des modèles que nous utiliserons pour comparer la performance des stratégies entre elles et par rapport à la stratégie $1/N$. Dans les sous-sections suivantes, nous allons décrire les stratégies.

Tableau 2 - Liste de diverses stratégies d'allocation choisie

#	Modèles	Abréviation
Naïve Equipondérée		
0	$1/N$ avec rebalancement	$1/N$
Portefeuilles à variance minimale		
1	Rendements hist. avec rend. cible	Mkwh1
2	Rendements hist. sans rend. cible	Mkwh2
3	Rendements GARCH avec rend. cible	Mkgw1
4	Rendements GARCH sans rend. cible	Mkgw2
Portefeuilles à CVAR minimale		
5	Rendements GARCH avec rend. cible	Cvag1
6	Rendements GARCH sans rend. cible	Cvag2

Modèle équipondéré

Le modèle $1/N$ correspond au *benchmark*. Il consiste à investir dans un portefeuille de N actifs de façon équipondéré. Ce modèle ne requiert ni d'optimisation ou estimation ni de données. Il prend la forme suivante :

$$\mathbf{w} = \frac{1}{N} \cdot \mathbf{1}_N$$

où w est un vecteur $N \times 1$ de poids de portefeuille et $\mathbf{1}_N$ est un vecteur $N \times 1$ de 1.

Variance minimale avec rendements historiques et rendement espéré cible

Notre premier modèle (mkwh1) d'optimisation est le modèle de variance minimale avec les critères suivants. Nous imposons une contrainte de non négativité ou d'interdiction de vente à découvert ainsi qu'une contrainte de rendement cible. De plus, nous obtenons l'estimation des intrants (poids optimaux) de ce modèle en ayant recours à un échantillon historique de rendements boursiers. La procédure d'optimisation prend la forme suivante⁴ :

$$\begin{aligned} \min_w & w' \Sigma w \\ \text{tel que } & w' \mu = \bar{\mu} \\ & \mathbf{1}_N' w = 1 \\ & 0 \leq w_i \leq 1 \end{aligned}$$

où w est un vecteur $N \times 1$ de poids de portefeuille ; Σ est une matrice de covariance variance de dimension $N \times N$ pour les rendements de détentions agrégés pour l'horizon de détention examiné, à savoir mensuel, trimestriel, semestriel ou annuel ; $\mathbf{1}_N$ est un vecteur $N \times 1$ de 1 ; μ est un vecteur $N \times 1$ de moyenne de rendements ; $\bar{\mu}$ est un scalaire représentant la moyenne des rendements moyens. Le vecteur de moyenne de rendements est estimée à partir d'un échantillon historique de rendements journalier et transformée pour les différents horizons de placements (en multipliant par 20 pour mensuel, 60 pour trimestriel, 120 pour semestriel et 250 pour annuel). La matrice de variance covariance est déterminée à partir d'un échantillon historique de rendements journaliers, et transformée pour les différents horizons de placements (en multipliant par 20 pour mensuel, 60 pour trimestriel, 120 pour

⁴ Dans cette section, bien que les quantités μ et Σ dépendent de l'horizon m , nous laissons tomber l'indice afin d'alléger la notation.

semestriel et 250 pour annuel). L'optimisation est effectuée par l'algorithme programmation quadratique de matlab.

Variance minimale avec rendements historiques et sans rendement espéré cible

Notre deuxième modèle (mkwh2) d'optimisation est le modèle de variance minimale avec les critères suivants. Nous imposons une contrainte de non négativité ou d'interdiction de vente à découvert. A la différence du modèle précédent, nous n'imposons pas de rendement cible. De plus, nous obtenons l'estimation des intrants (poids optimaux) de ce modèle en ayant recours à un échantillon historique de rendements boursiers sur une période de 10 ans. La procédure d'optimisation prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min_w \quad & \mathbf{w}'\Sigma\mathbf{w} \\ \text{tel que} \quad & \mathbf{1}'_N \cdot \mathbf{w} = 1 \\ & 0 \leq w_i \leq 1 \end{aligned}$$

où $\mathbf{w}$ est un vecteur $N \times 1$ de poids de portefeuille ; Σ est une matrice de covariance variance de dimension $N \times N$ pour les rendements de détentions agrégés pour l'horizon de détention examiné, à savoir mensuel, trimestriel, semestriel et annuel ; $\mathbf{1}_N$ est un vecteur $N \times 1$ de 1. La matrice de covariance variance est déterminée à partir d'un échantillon historique de rendements journaliers, et transformée pour les différents horizons de placements (en multipliant par 20 pour mensuel, 60 pour trimestriel, 120 pour semestriel et 250 pour annuel). L'optimisation est effectuée par l'algorithme programmation quadratique de matlab.

Variance minimale avec rendements GARCH et avec rendement espéré cible

Notre troisième modèle (mkwg1) d'optimisation prend la même forme que mkwh1. A la différence de mkwh1, les intrants (moyenne et matrice de variance covariance) de mkwg1 sont obtenus à partir d'un processus GARCH journalier qui simule des rendements pour différents horizons de placements. La matrice de moyenne de

rendements est estimée à partir des rendements simulés à l'aide du processus GARCH journalier pour les 4 horizons de placements. La matrice de covariance variance est estimée à partir du processus GARCH journalier pour les 4 horizons de placements. L'optimisation est effectuée par l'algorithme programmation quadratique de matlab.

Variance minimale avec rendements GARCH et sans rendement cible

Notre quatrième modèle (mkwg2) d'optimisation prend la même forme que mkwh2. A la différence de mkwh1, les estimés de mkwg1 sont obtenus à partir d'un processus GARCH journalier qui simule des rendements pour différents horizons de placements et qui obtient les intrants à partir des rendements simulés. Dans le cadre de la simulation, nous avons utilisé 1000 trajectoires et une probabilité de 10% associée au *expected shortfall*.

Minimisation de la valeur à risque conditionnelle (CVAR) avec rendements GARCH et sans rendement espéré cible

Notre cinquième modèle (cvag1) d'optimisation est le modèle de minimisation de la CVAR (où *expected shortfall*) avec les critères suivants. Nous imposons une contrainte de rendement moyen égal pour chaque titre et arbitrairement fixé égal à la moyenne des rendements moyens pour chaque titre (estimés à partir de trajectoires simulées) :

$$\begin{aligned} \min_w CVAR(\mathbf{w}'\mathbf{R}_s) \\ \text{tel que } \mathbf{w}'\bar{\boldsymbol{\mu}} &= \bar{\mu} \\ \mathbf{1}'_N \mathbf{w} &= 1 \\ 0 \leq w_i &\leq 1 \end{aligned}$$

où $\mathbf{w}$ est un vecteur $N \times 1$ de poids de portefeuille ; $\mathbf{1}_N$ est un vecteur $N \times 1$ de 1 ; $\mathbf{R}_s$ est un vecteur $N \times 1$ de rendements simples (mensuel, trimestriel, semestriel ou annuel) ; $\mathbf{R}_p = \mathbf{w}'\mathbf{R}_s$ est le rendement de détention du portefeuille ; $\bar{\mu}$ est la

moyenne des moyennes de rendements simulés ; $\bar{\mu}$ est un vecteur $N \times 1$ égal à $[\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2, \dots, \bar{\mu}_N]'$; $CVAR(\cdot)$ est la valeur à risque conditionnelle définie comme

$$CVAR(\mathbf{R}_p) = E[\mathbf{R}_p | \mathbf{R}_p \leq VaR_q]$$

où VaR_q est la valeur à risque des rendements du portefeuille pour une probabilité q égale à 10% dans notre modèle. La CVAR est estimée à partir du processus GARCH journalier pour les 4 horizons de placements. L'estimateur est

$$\hat{CVAR}(\mathbf{R}_p) = \frac{1}{k \times q} \sum_{i=1}^k \tilde{R}_{p,i} \times 1_{(\tilde{R}_{p,i} < \hat{VaR}_q)}$$

où k est le nombre de trajectoire simulées, soit 1000 trajectoire dans notre modèle.

avec

$$\hat{VaR}_q = \text{Percentile}\left(\left\{\tilde{R}_{p,i}\right\}_{i=1}^k, q\right)$$

où le chapeau désigne une quantité estimée et le tilde une quantité simulée ; $\tilde{R}_{p,i}$ est le $i^{\text{ème}}$ rendement simulé, k est le nombre de trajectoires de rendement de portefeuille simulées, $1_{(\cdot)}$ est une variable indicatrice égale à 1 si la condition entre parenthèse est satisfaite, et 0 autrement ; $\text{Percentile}(\cdot)$ est la fonction percentile d'un échantillon $\left\{\tilde{R}_{p,i}\right\}_{i=1}^k$ et une probabilité q . L'optimisation est effectuée par l'algorithme d'optimisation non linéaire avec contrainte de Matlab fmincon.

Minimisation de la valeur à risque conditionnelle (CVAR) avec rendements GARCH et sans rendement espéré cible

Le sixième modèle (cvag2) d'optimisation reprend les mêmes critères que cvag1. A la différence de ce dernier modèle, la contrainte de rendement moyen est désormais différente pour chaque titre et estimé à partir des rendements moyens simulés.

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{w}} CVAR(\mathbf{w}'\mathbf{R}_s) \\
& \text{tel que } \mathbf{w}'\bar{\boldsymbol{\mu}} = \mu \\
& \mathbf{1}'_N \cdot \mathbf{w} = 1 \\
& 0 \leq w_i \leq 1
\end{aligned}$$

où $\mathbf{w}$ est un vecteur $N \times 1$ de poids de portefeuille ; $\mathbf{1}_N$ est un vecteur $N \times 1$ de 1 ; $\mathbf{R}_s$ est un vecteur $N \times 1$ de rendements simples (mensuel, trimestriel, semestriel ou annuel) ; $\mathbf{R}_p = \mathbf{w}'\mathbf{R}_s$ est le rendement de détention du portefeuille ; $\bar{\mu}$ est la moyenne des moyennes de rendements simulés ; $\boldsymbol{\mu}$ est un vecteur $N \times 1$ égal à $[\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2, \dots, \bar{\mu}_N]'$; $CVAR(\cdot)$ est la valeur à risque conditionnelle définie comme

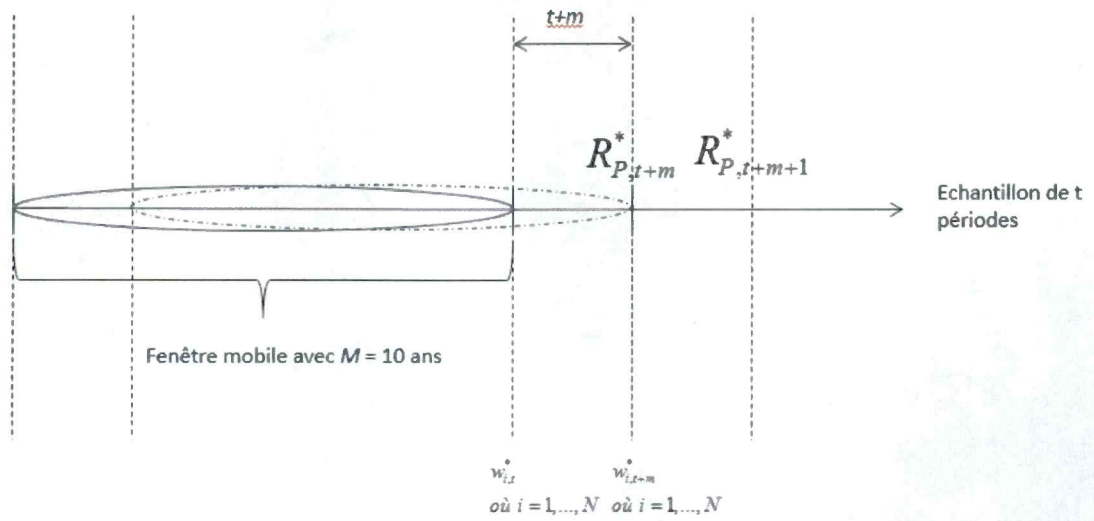
$$CVAR(\mathbf{R}_p) = E[\mathbf{R}_p | \mathbf{R}_p \leq VaR_q]$$

L'optimisation est effectuée par l'algorithme programmation `f_minvar_fmincon`.

3.4.2. Rebalancement des portefeuilles d'optimisation

Une fois que nous avons optimisé les 7 stratégies, nous pouvons procéder au rebalancement des portefeuilles pour chaque période $t+m$ à l'aide des poids obtenus à la période t . La figure 3 permet d'illustrer ce processus. Les poids optimaux obtenus lors de la première optimisation avec une approche fenêtre mobile de 10 ans servent à déterminer la performance des portefeuilles de la période $t+m$ pour chaque modèle d'optimisation. Nous obtenons ainsi les rendements moyens optimaux $R_{P,t+1}^*$ suite à un rebalancement avec les poids de la période précédente. Nous effectuons ces rebalancement jusqu'à atteindre la dernière période hors échantillon et ce, pour chacun des 6 modèles d'optimisation.

Figure 4 - Rebalancement du portefeuille



Une fois tous les rendements de portefeuille obtenus, nous calculons des statistiques pour les 7 stratégies. Cela va nous permettre de passer à la dernière étape de notre méthode de travail, à savoir la démarche pour déterminer les mesures de performance.

Chapitre 4 : Données

4.1. Description des données

Dans le cadre de notre revue de littérature, DGU (2009) ont eu recours à des données mensuelles de rendements moins le taux d'intérêt d'une obligation 90 jours. Nous avons décidé de prendre les mêmes données que celles utilisées par DGU (2009) pour la présente étude afin de pouvoir comparer nos résultats avec ceux de DGU (2009). A la différence de DGU (2009), nous avons pris 3 séries temporelles de rendements qui correspondent aux rendements quotidiens moins le taux d'intérêt d'une obligation 30 jours. Ces séries proviennent du site internet de Kenneth French et sont présentées ci-dessous dans le tableau 3.

Tableau 3 - Liste des données considérées et leurs statistiques

No.	Séries de données	N	Période T	Abréviation	Source
1	Portefeuille de Fama et French (1992) composé de six entreprises classées par taille et valeur au marché	6	07/1926 – 11/2014	Port.Ind	Site web de K. French
2	Portefeuille composé de 10 industries représentant le marché boursier U.S	10	07/1926 – 11/2014	Port.T&VM1	Site web de K. French
3	Portefeuille de Fama et French (1992) composé de vingt-cinq entreprises classées par taille et valeur au marché	25	07/1926 – 11/2014	Port.T&VM2	Site web de K. French

Portefeuille	N = 6			N = 10			N = 25		
Statistiques	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
Moyenne	7.75%	2.96%	10.72%	7.85%	4.75%	9.77%	7.26%	1.30%	10.95%
Ecart-Type	22.90%	28.72%	17.78%	18.85%	22.28%	16.07%	24.43%	30.79%	18.56%
Skewness	-0.97	-0.67	-0.86	-0.99	-0.66	-1.21	-1.09	-0.79	-0.80
Kurtose	1.83	0.89	0.73	1.09	0.30	1.77	1.93	0.77	0.53

Ce tableau présente les différentes séries temporelles de rendements que nous avons décidé d'utiliser. Chaque série de données comprend N actifs risqués et T rendements quotidiens tel que mentionné dans le tableau 1. Ces rendements quotidiens serviront à déterminer différents horizons de placements tels que mensuels, trimestriels, semestriels et annuels. De plus, nous avons ajouté les

abréviations de ces séries temporelles. Nous les utiliserons lorsque nous comparerons la performance des stratégies entre elles et par rapport à la stratégie $1/N$.

Chapitre 5 : Analyse des résultats

Dans la cadre de ce chapitre, nous allons présenter les différents résultats issus de l'optimisation des 7 modèles de portefeuille. Nous allons présenter ce chapitre sous 4 sections analysant dans chaque section les résultats obtenus pour les 3 portefeuilles pour chaque horizon de placements. Au sein de chaque section se trouveront les résultats des 3 mesures de performance ainsi que leurs tests statistiques.

5.1. Horizon mensuel

5.1.1. Ratio Sharpe

Le tableau 4 nous donne les résultats de la mesure du ratio Sharpe pour les 6 modèles d'optimisation et le *benchmark*. Ces résultats correspondent à un horizon mensuel de 979 observations par titre pour 3 différents portefeuilles, à savoir Port.Ind, Port.T&VM1 et Port.T&VM2. Ces trois portefeuilles sont chacun composés de N titres. Enfin, nous avons déterminé les résultats pour 3 périodes différentes, à savoir toute la période, avant 1960 et après 1960 pour chacun des 3 portefeuilles. De plus, les chiffres entre parenthèses représentent les tests statistiques pour un intervalle de confiance à 95%. Autrement dit, si le test est inférieur à un seuil critique de 1.96, le ratio Sharpe de la stratégie naïve et celui de la stratégie d'optimisation en question ne sont statistiquement pas différents.

Tableau 4 - Résultats du ratio Sharpe - Mensuel

Ratio Sharpe	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.1833	0.1411	0.2183	0.2085	0.1719	0.2306	0.1757	0.1269	0.2173
mkwh1	0.2162 (0.9927)	0.1393 (-0.051)	0.2660 (0.7942)	0.2361 (0.4442)	0.1964 (0.4362)	0.2550 (0.2018)	0.2172 (1.1620)	0.1450 (0.4689)	0.2610 (0.7129)
mkwh2	0.2039 (0.8404)	0.1410 (-0.0020)	0.2500 (0.6567)	0.2421 (0.7319)	0.2046 (0.7585)	0.2621 (0.3490)	0.2010 (0.8589)	0.1474 (0.5996)	0.2377 (0.4046)
mkwg1	0.2155 (0.9281)	0.1477 (0.1793)	0.2604 (0.6473)	0.2346 (0.4065)	0.1915 (0.3479)	0.2551 (0.1943)	0.2111 (0.9179)	0.1431 (0.3805)	0.2526 (0.5300)
mkwg2	0.2059 (0.8993)	0.1448 (0.1445)	0.2493 (0.6366)	0.2426 (0.7431)	0.2061 (0.7758)	0.2617 (0.3488)	0.2026 (0.8765)	0.1511 (0.6708)	0.2369 (0.3842)
cvag1	0.2118 (0.8827)	0.1475 (0.1860)	0.2615 (0.6856)	0.2310 (0.3334)	0.2028 (0.5624)	0.2443 (0.1016)	0.2145 (1.0403)	0.1617 (0.7587)	0.2547 (0.5863)
cvag2	0.1990 (0.6563)	0.1444 (0.1205)	0.2415 (0.5255)	0.2414 (0.6380)	0.2136 (0.9352)	0.2565 (0.2484)	0.2067 (1.0472)	0.1491 (0.6292)	0.2489 (0.6182)

La première ligne du tableau 3 présente le ratio Sharpe du *benchmark*, à savoir la stratégie $1/N$. La **première observation** est que le ratio Sharpe de la stratégie $1/N$ est le plus petit par rapport à toutes les stratégies. Il est respectivement pour les bases de données *Six portfolio – S&BM*, *Ten industry portfolio* et *Twenty-five portfolio – S&BM* de 0.1833, 0.2085 et 0.1757 pour tout l'échantillon. Par ailleurs, la différence du ratio Sharpe par rapport aux autres stratégies n'est pas significative comme nous pouvons le voir sur le tableau 4. Par exemple pour la stratégie mkwh1, nous avons des t-tests respectifs pour les 3 bases de données de 0.9927, 0.4442 et 1.1620 qui sont inférieurs au seuil critique de 1.96. Notre **deuxième observation** concerne l'amélioration générale du ratio Sharpe après 1960 qui peut être justifié par l'arrivée d'une plus faible volatilité des marchés. En effet, d'après le tableau 3, nous observons pour le portefeuille composé de 6 titres une volatilité de 28.72% avant 1960 et de 17.78 après 1960. Avant 1960, les marchés boursiers ont connu le krach boursier de 1929 et deux guerres mondiales. Ces événements sont responsables d'une plus forte volatilité sur les marchés. En effet, nous obtenons par exemple un ratio Sharpe de 0.2183 après 1960 contre 0.1411 avant cette période pour la stratégie naïve. Il en est de même pour les deux dernières bases de données ou nous observons respectivement un ratio de 0.2306 contre 0.1719 et un ratio de 0.2173 contre 0.1269 avant 1960. La **troisième observation** concerne les stratégies qui ont été optimisé à partir de la méthode historique telles que mkwh1 et mkwh2 et la méthode

d'estimation du GARCH telles que mkwg1, mkwg2, cvag1 et cvag2. La stratégie mkwh1 déterminée avec la méthode historique bat toutes les autres stratégies d'optimisation en termes du ratio Sharpe sur toute la période et après 1960 pour les portefeuilles de 6 et 25 titres. Pour le portefeuille avec 6 titres, nous obtenons un ratio Sharpe de 0.2162 sur tout l'échantillon et 0.2660 après l'échantillon. Pour le cas avec 25 titres, nous obtenons un ratio de 0.2172 sur tout l'échantillon et 0.2610 après 1960. Notons qu'une stratégie avec la méthode d'estimation GARCH se distingue en obtenant de bons résultats après mkwh1 et par rapport aux autres stratégies notamment durant la période avant 1960. Ses résultats sont pour le portefeuille avec 6 titres, 0.2118 sur tout l'échantillon et 0.2615 après 1960. De même pour le cas avec 25 titres, la stratégie obtient 0.2145 sur tout l'échantillon et 0.2547 après 1960. De plus pour la période avant 1960, les stratégies mkwg1, mkwg2, cvag1 et cvag2 obtiennent des résultats meilleurs en moyenne que mkwh1 et mkwh2 pour les trois portefeuilles tels que présentés dans la table 3. Nous pouvons tirer deux conclusions de cette troisième observation. En période de faible volatilité, des stratégies de portefeuilles de 6 et 25 titres déterminés à partir de la méthode historique, performant mieux que des stratégies d'optimisation déterminées à l'aide de la méthode d'estimation GARCH. En revanche en période de plus forte volatilité, des stratégies telles que mkwg1, mkwg2, cvag1 et cvag2 calculées à partir de la méthode d'estimation GARCH présentent de meilleurs résultats que celles déterminées avec la méthode historique.

5.1.2. Rendement équivalent-certain

Le tableau 5 nous donne les résultats de la mesure du ratio équivalent-certain pour les 6 modèles d'optimisation et le *benchmark* avant 1960 et après 1960 pour chacun des 3 portefeuilles. De plus, les chiffres entre parenthèses représentent les tests statistiques pour un intervalle de confiance à 95%. Autrement dit, si le test est

inférieur au seuil critique en valeur absolue que nous avons calculé en utilisant la distribution asymptotique de Greene (2002)⁵, le rendement équivalent-certain de la

Tableau 5 - Résultats du ratio Equivalent-certain - Mensuel

CEQ	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.0086	0.0073	0.0092	0.0083	0.0073	0.0088	0.0086	0.0066	0.0095
Historical 1	0.0096	0.0064	0.0112	0.0077	0.0062	0.0085	0.0094	0.0064	0.0109
	(0.0009)	(-0.0010)	(0.0019)	(-0.0006)	(-0.0011)	(-0.0004)	(0.0008)	(-0.0002)	(0.0014)
Historical 2	0.0091	0.0068	0.0103	0.0085	0.0074	0.0090	0.0087	0.0069	0.0096
	(0.0005)	(-0.0005)	(0.0010)	(0.0001)	(0.0001)	(0.0001)	(0.0001)	(0.0002)	(0.0001)
Garch Cov 1	0.0093	0.0067	0.0105	0.0077	0.0060	0.0085	0.0088	0.0062	0.0101
	(0.0006)	(-0.0006)	(0.0013)	(-0.0006)	(-0.0013)	(-0.0003)	(0.0002)	(-0.0005)	(0.0006)
Garch Cov 2	0.0091	0.0069	0.0102	0.0085	0.0074	0.0090	0.0087	0.0070	0.0096
	(0.0005)	(-0.0004)	(0.0010)	(0.0002)	(0.0001)	(0.0002)	(0.0001)	(0.0003)	(0.0001)
Garch Cvar 1	0.0095	0.0073	0.0106	0.0077	0.0065	0.0083	0.0096	0.0081	0.0104
	(0.0009)	(-0.0001)	(0.0013)	(-0.0006)	(-0.0008)	(-0.0005)	(0.0010)	(0.0014)	(0.0008)
Garch Cvar 2	0.0090	0.0072	0.0099	0.0085	0.0078	0.0088	0.0093	0.0073	0.0103
	(0.0004)	(-0.0002)	(0.0007)	(0.0002)	(0.0005)	(0.0000)	(0.0008)	(0.0007)	(0.0008)

stratégie naïve et celui de la stratégie d'optimisation en question ne sont statistiquement pas différents. La première ligne fait référence à la stratégie naïve et les autres lignes aux stratégies d'optimisation. **La première observation** que nous pouvons faire confirme notre analyse faite à partir de la mesure du ratio Sharpe. La stratégie naïve présente le rendement équivalent certain le plus faible par rapport à toutes les stratégies d'optimisation.

5.1.3. Le taux de roulement

Le tableau 5 nous donne les résultats de la mesure du taux de roulement pour les 6 modèles d'optimisation et le *benchmark* avant 1960 et après 1960 pour chacun des 3 portefeuilles.

⁵ Revue de littérature. Parties sur les tests statistiques.

Tableau 6 - Résultats du taux de roulement - Mensuel

Turnover	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	6.0374	2.9373	12.5952	5.1745	2.5184	10.7931	3.0226	1.4744	6.2975
mkwh1	16.0629	7.6700	33.8169	17.1693	8.5968	35.3033	19.9442	9.6204	41.7830
mkwh2	13.4250	6.3126	28.4703	15.4532	7.7288	31.7934	18.9876	9.1823	39.7297
mkwg1	16.3042	7.9338	34.0107	17.4531	8.5618	36.2614	20.0157	9.8193	41.5849
mkwg2	13.7373	6.4899	29.0684	15.7317	7.8993	32.3002	19.1908	9.2600	40.1982
cvag1	16.4582	7.7393	34.9020	18.3128	8.8539	38.3219	20.5028	10.0949	42.5197
cvag2	14.1335	6.8518	29.5369	16.6625	7.9982	34.9910	19.5837	9.3717	41.1859

La ligne 1 nous donne les résultats pour la stratégie naïve et les autres lignes font références aux résultats des stratégies d'optimisation. **Notre première observation** est que la stratégie $1/N$ présente le taux de roulement le plus bas par rapport autres stratégies pour les 3 bases de données et sur toute la période et les deux sous-périodes. **Notre deuxième observation** que le taux de roulement augmente de manière significative après 1960 pour les trois bases de données. Nous avons par exemple pour la stratégie naïve respectivement 12.5952 contre 2.9373, 10.7931 contre 2.5184 et 6.2975 contre 1.4744. Ces résultats peuvent être justifiés de nouveau par l'apparition de moins de volatilité qu'avant 1960, ce qui oblige plus de rebalancement de portefeuille qu'avant. **Notre troisième observation** concerne la comparaison taux de roulement entre les stratégies d'optimisation selon la contrainte de rendement cible. Toutes les stratégies d'optimisation, à savoir mkwh1, mkwg1 et cvag1 qui n'ont pas eu de contraintes de rendement cible lors de leur optimisation présente un taux de roulement plus élevé que mkwh2, mkwg2 et cvag2 pour les 3 bases de données, sur toute la période et les deux sous-périodes. Nous pouvons conclure que le fait d'imposer un rendement cible oblige le gestionnaire de portefeuille à opter pour une gestion plus active. **Notre quatrième observation** concerne la stratégie cvag1 et cvag2. Ces deux stratégies ont un taux de roulement plus élevé que les autres stratégies respectivement en fonction des stratégies avec contrainte de rendements cible et sans contrainte. Nous pouvons en conclure que les portefeuilles avec contrainte de Var et *Expected shortfall* demandent plus souvent de rebalancer le portefeuille que les autres stratégies. Cela peut-être justifier du fait que

cette stratégie est plus coûteuse que d'autres en raison de ces deux contraintes de gestion des risques.

5.2. Horizon trimestriel

5.2.1. Ratio Sharpe

Le tableau 7 nous donne les résultats de la mesure du ratio Sharpe pour les 6 modèles d'optimisation et le *benchmark*. Ces résultats correspondent à un horizon trimestriel de 327 observations par titre pour 3 différents portefeuilles.

Tableau 7: Résultats du ratio Sharpe - Trimestriel

Ratio Sharpe	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.2670	0.1993	0.3465	0.3236	0.2584	0.3698	0.2563	0.1824	0.3414
mkwh1	0.2893 (0.7580)	0.1826 (-0.5635)	0.4014 (0.8724)	0.3606 (0.7199)	0.2992 (0.8879)	0.3952 (0.2448)	0.3120 (1.7542)	0.2085 (0.9203)	0.3932 (0.8407)
mkwh2	0.2783 (0.5035)	0.1899 (-0.4557)	0.3866 (0.7780)	0.3677 (1.1039)	0.2916 (0.8751)	0.4148 (0.5617)	0.2929 (1.4116)	0.2046 (0.8348)	0.3744 (0.6541)
mkwg1	0.2945 (0.9308)	0.1977 (-0.0549)	0.4054 (0.8983)	0.3615 (0.6762)	0.2917 (0.6957)	0.4011 (0.2713)	0.3065 (1.5146)	0.2164 (1.0403)	0.3830 (0.6388)
mkwg2	0.2832 (0.7367)	0.1950 (-0.2188)	0.3842 (0.7345)	0.3687 (1.1061)	0.3031 (1.0567)	0.4061 (0.4725)	0.3018 (1.5383)	0.2154 (1.0957)	0.3703 (0.5692)
cvag1	0.2854 (0.6035)	0.1911 (-0.2714)	0.4072 (0.9098)	0.3608 (0.5986)	0.2982 (0.7698)	0.3934 (0.1865)	0.3007 (1.3298)	0.2198 (1.0535)	0.3868 (0.6628)
cvag2	0.2809 (0.6810)	0.1990 (-0.0158)	0.3792 (0.7092)	0.3726 (1.0525)	0.3108 (1.1924)	0.4128 (0.4535)	0.3064 (1.7559)	0.2207 (1.3135)	0.3803 (0.7356)

La première observation est que le ratio Sharpe de la stratégie 1/N est le plus petit par rapport à toutes les stratégies en moyenne. Il est respectivement pour les portefeuilles à savoir *Six portfolio – S&BM*, *Ten industry portfolio* et *Twenty-five portfolio – S&BM* de 0.2670, 0.3236 et 0.2563 pour toute la période. Par ailleurs, la différence du ratio Sharpe par rapport aux autres stratégies n'est pas significative comme nous pouvons le voir sur le tableau 7 pour un niveau de confiance à 95%. Par exemple pour la stratégie mkwh1, nous avons des t-tests respectifs pour les 3 portefeuilles de 0.7580, 0.7199 et 1.7542 qui sont inférieurs au seuil critique de 1.96.

Notre deuxième observation concerne l'amélioration générale du ratio Sharpe après 1960 qui peut être justifié par l'arrivée d'une plus faible volatilité des marchés comme nous l'avons vu précédemment. En effet, nous obtenons par exemple un ratio Sharpe de 0.3465 après 1960 contre 0.1993 avant cette période pour la stratégie naïve avec

un portefeuille composé de $N=6$ titres. Il en est de même pour les deux autres portefeuilles où nous observons respectivement un ratio de 0.3698 contre 0.2584 et un ratio de 0.3414 contre 0.1824 avant 1960. **La troisième observation** concerne les stratégies qui ont été optimisées à partir de la méthode historique telles que mkwh1 et mkwh2 et la méthode d'estimation du GARCH telles que mkwg1, mkwg2, cvag1 et cvag2. La stratégie mkwh1 déterminée avec la méthode historique bat en moyenne toutes les autres stratégies d'optimisation en termes du ratio Sharpe sur toute la période et après 1960 pour les portefeuilles de 6 et 25 titres. Pour le portefeuille avec $N=6$ titres, nous obtenons un ratio Sharpe de 0.2893 sur toute la période et 0.4014 après 1960. Pour le cas avec 25 titres, nous obtenons un ratio de 0.3120 sur toute la période et 0.3932 après 1960. Notons qu'une stratégie avec la méthode d'estimation GARCH se distingue en obtenant parfois de meilleurs résultats que mkwh1 et les autres stratégies. Ses résultats sont pour le portefeuille avec $N=6$ titres de 0.2945 sur toute la période et 0.4054 après 1960. De même pour le cas avec 25 titres, la stratégie obtient 0.3065 sur toute la période et 0.2830 après 1960. De plus pour la période avant 1960, les stratégies cvag1 et cvag2 obtiennent des résultats meilleurs en moyenne que mkwh1 et mkwh2 pour les trois portefeuilles tels que présentés dans le tableau 7. Nous pouvons tirer deux conclusions de cette troisième observation. En période de faible volatilité, des stratégies de portefeuilles de 6 et 25 titres déterminés à partir de la méthode historique, performant mieux que des stratégies d'optimisation déterminées à l'aide de la méthode d'estimation GARCH. En revanche en période de plus forte volatilité, des stratégies telles que cvag1 et cvag 2 calculées à partir de la méthode d'estimation GARCH présentent de meilleurs résultats que celles déterminées avec la méthode historique.

5.2.2. Ratio Equivalent-certain

Le tableau 4 nous donne les résultats de la mesure du ratio équivalent-certain pour les 6 modèles d'optimisation et le *benchmark* avant 1960 et après 1960 pour chacun des 3 portefeuilles.

Tableau 8: Résultats du ratio Equivalent-certain - Trimestriel

CEQ	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.0254	0.0194	0.0282	0.0253	0.0221	0.0268	0.0249	0.0166	0.0289
Historical 1	0.0285	0.0166	0.0342	0.0233	0.0203	0.0247	0.0292	0.0195	0.0339
	(0.0031)	(-0.0028)	(0.0060)	(-0.0020)	(-0.0017)	(-0.0021)	(0.0043)	(0.0029)	(0.0050)
Historical 2	0.0267	0.0179	0.0310	0.0251	0.0214	0.0269	0.0266	0.0192	0.0302
	(0.0013)	(-0.0015)	(0.0027)	(-0.0002)	(-0.0006)	(0.0001)	(0.0017)	(0.0026)	(0.0013)
Garch Cov 1	0.0278	0.0189	0.0321	0.0230	0.0195	0.0248	0.0271	0.0202	0.0305
	(0.0024)	(-0.0005)	(0.0038)	(-0.0022)	(-0.0025)	(-0.0021)	(0.0022)	(0.0036)	(0.0016)
Garch Cov 2	0.0268	0.0185	0.0307	0.0250	0.0217	0.0266	0.0264	0.0197	0.0296
	(0.0014)	(-0.0008)	(0.0025)	(-0.0003)	(-0.0004)	(-0.0002)	(0.0015)	(0.0031)	(0.0007)
Garch Cvar 1	0.0275	0.0181	0.0320	0.0233	0.0196	0.0251	0.0284	0.0222	0.0314
	(0.0021)	(-0.0013)	(0.0038)	(-0.0020)	(-0.0025)	(-0.0018)	(0.0035)	(0.0056)	(0.0025)
Garch Cvar 2	0.0264	0.0192	0.0299	0.0256	0.0235	0.0267	0.0281	0.0213	0.0314
	(0.0011)	(-0.0002)	(0.0017)	(0.0004)	(0.0015)	(-0.0002)	(0.0032)	(0.0047)	(0.0025)

La première observation que nous pouvons faire confirme notre analyse faite à partir de la mesure du ratio Sharpe. La stratégie naïve présente le rendement équivalent certain le plus faible par rapport à toutes les stratégies d'optimisation. De plus les résultats ne sont statistiquement pas différents pour un niveau de confiance de 95%. Les statistiques sont inférieures au seuil critique que nous avons calculé à partir de l'équation (XXX) pour chacun des cas du tableau 8. **La deuxième observation** est que le rendement équivalent certain est plus élevé pour toutes les stratégies pour cet horizon par rapport à l'horizon mensuel.

5.2.3. Taux de roulement

Notre première observation est que la stratégie $1/N$ présente le taux de roulement le plus bas par rapport autres stratégies pour les 3 bases de données et sur toute la période et les deux sous-périodes. **Notre deuxième observation** que le taux de roulement augmente de manière significative après 1960 pour les trois bases de données. Nous avons par exemple pour la stratégie naïve respectivement 4.2097 contre 0.9737, 5.6140 contre 1.2947 et 2.1064 contre 0.4917. Ces résultats peuvent être justifiés de nouveau par une moins forte volatilité qu'avant 1960, ce qui oblige plus de rebalancement de portefeuille qu'avant. **Notre troisième observation** concerne la comparaison du taux de roulement entre les stratégies d'optimisation

selon la contrainte de rendement cible. Toutes les stratégies d'optimisation, à savoir mkwh1, mkwg1 et cvag1 qui n'ont pas eu de contraintes de rendement cible lors de l'optimisation présente un taux de roulement plus élevé que mkwh2, mkwg2 et cvag2 pour les 3 portefeuilles, sur toute la période et les deux sous-périodes. Nous pouvons conclure que le fait d'imposer un rendement cible oblige le gestionnaire de portefeuille à opter pour une gestion plus active. **Notre quatrième observation** concerne la stratégie cvag 1 et cvag2. Ces deux stratégies ont un taux de roulement plus élevé que les autres stratégies respectivement en fonction des stratégies avec contrainte de rendements cible et sans contrainte. Nous pouvons en conclure que les portefeuilles avec contrainte de Var et *Expected shortfall* demandent plus souvent de rebalancer le portefeuille que les autres stratégies. Cela peut-être justifier du fait que cette stratégie est plus coûteuse que d'autres en raison de ces deux contraintes de gestion des risques.

Tableau 9: Résultats du taux de roulement - Trimestriel

Turnover	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	2.0124	0.9737	4.2097	2.6811	1.2947	5.6140	1.0100	0.4917	2.1064
mkwh1	5.3097	2.3815	11.5040	5.5189	2.7449	11.3870	6.6110	3.1042	14.0293
mkwh2	4.2689	1.9187	9.2403	5.0487	2.4888	10.4638	6.1925	2.9703	13.0089
mkwg1	5.2387	2.5420	10.9433	5.6919	2.7638	11.8859	6.5393	3.1907	13.6229
mkwg2	4.3436	1.9996	9.3023	5.1255	2.5510	10.5715	6.2597	3.0010	13.1531
cvag1	5.4786	2.5647	11.6427	6.1104	2.9374	12.8224	6.8346	3.3482	14.2098
cvag2	4.7016	2.2776	9.8292	5.5365	2.6341	11.6762	6.5340	3.1049	13.7879

5.3. Horizon semestriel

5.3.1. Ratio Sharpe

Le tableau 10 nous donne les résultats de la mesure du ratio Sharpe pour les 6 modèles d'optimisation et le *benchmark*. Ces résultats correspondent à un horizon semestriel de 164 observations par titre pour 3 différents portefeuilles.

Tableau 10: Résultats du ratio Sharpe - Semestriel

Ratio Sharpe	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.4130	0.2732	0.4937	0.4736	0.3677	0.5242	0.3932	0.2362	0.4875
mkwh1	0.4520 (1.0287)	0.2703 (-0.0925)	0.5359 (0.6266)	0.5242 (0.8861)	0.4659 (1.7617)	0.5502 (0.2421)	0.4550 (1.5210)	0.2927 (1.3907)	0.5301 (0.6102)
mkwh2	0.4434 (1.1553)	0.2792 (0.2681)	0.5306 (0.7021)	0.5391 (1.3716)	0.4348 (1.5962)	0.5874 (0.6716)	0.4538 (1.9335)	0.3072 (1.9070)	0.5286 (0.7759)
mkwg1	0.4756 (1.6889)	0.3127 (1.1230)	0.5541 (0.8921)	0.5251 (0.7673)	0.4391 (1.2391)	0.5636 (0.3016)	0.4701 (1.8433)	0.3263 (1.9376)	0.5379 (0.7090)
mkwg2	0.4455 (1.2434)	0.2788 (0.2321)	0.5346 (0.7983)	0.5431 (1.4745)	0.4464 (1.8562)	0.5872 (0.6848)	0.4460 (1.5951)	0.3006 (1.6108)	0.5194 (0.5767)
cvag1	0.4725 (1.5736)	0.3010 (0.8392)	0.5557 (0.8716)	0.5072 (0.4624)	0.4184 (0.7921)	0.5467 (0.1597)	0.4714 (1.7838)	0.3540 (2.2958)	0.5254 (0.5211)
cvag2	0.4414 (1.0862)	0.2905 (0.6518)	0.5255 (0.6261)	0.5220 (0.8459)	0.4351 (1.2304)	0.5624 (0.3443)	0.4521 (1.7697)	0.3091 (1.7716)	0.5254 (0.6847)

La première observation est que le ratio Sharpe de la stratégie 1/N est le plus petit par rapport à toutes les stratégies en moyenne. Il est respectivement pour les portefeuilles à savoir *Six portfolio – S&BM*, *Ten industry portfolio* et *Twenty-five portfolio – S&BM* de 0.4130, 0.4736 et 0.3932 pour toute la période. Par ailleurs, la différence du ratio Sharpe par rapport aux autres stratégies n'est pas significative comme nous pouvons le voir sur le tableau 10 pour un niveau de confiance à 95%. Par exemple pour la stratégie mkwh1, nous avons des t-tests respectifs pour les 3 portefeuilles de 1.0287, 0.8861 et 1.5210 qui sont inférieurs au seuil critique de 1.96.

Notre deuxième observation concerne l'amélioration générale du ratio Sharpe après 1960 qui peut être justifié par l'arrivée d'une plus faible volatilité des marchés comme nous l'avons vu précédemment. En effet, nous obtenons par exemple un ratio Sharpe de 0.4937 après 1960 contre 0.2732 avant cette période pour la stratégie naïve avec un portefeuille composé de $N=6$ titres. Il en est de même pour les deux autres portefeuilles où nous observons respectivement un ratio de 0.5241 contre 0.3677 et un ratio de 0.4875 contre 0.2362 avant 1960. **La troisième observation** concerne les stratégies qui ont été optimisé à partir de la méthode historique telles que mkwh1 et mkwh2 et la méthode d'estimation du GARCH telles que mkwg1, mkwg2, cvag1 et cvag2. La stratégie mkwh1 déterminée avec la méthode historique bat en moyenne toutes les autres stratégies d'optimisation en termes du ratio Sharpe sur toute la période et après 1960 pour les portefeuilles de 10 et 25 titres. Pour le portefeuille

avec $N = 10$ titres, nous obtenons un ratio Sharpe de 0.5242 sur toute la période et 0.5502 après 1960. Pour le cas avec 25 titres, nous obtenons un ratio de 0.4550 sur toute la période et 0.5301 après 1960. A la différence des résultats obtenus dans les horizons mensuel et trimestriel, mkwh1 bat toutes les stratégies sans exception pour le portefeuille avec $N = 10$ pour la période avant 1960. Notons que plusieurs stratégies avec la méthode d'estimation GARCH se distingue en obtenant parfois de meilleurs résultats que mkwh1, notamment pour le portefeuille avec $N = 6$. Les stratégies mkgw1, mkgw2 et cvag1 battent mkw1 sur toute la période et après 1960 comme nous pouvons le voir sur le tableau 10. De même pour le cas avec 25 titres, mkgw1 bat mkwh1 sur toute la période et après 1960. De plus pour la période avant 1960, les stratégies mkgw1, mkgw2, cvag1 et cvag2 obtiennent des résultats meilleurs en moyenne que mkwh1 et mkwh2 pour les portefeuilles composés de 6 et 25 titres tels que présentés dans le tableau 10. Nous pouvons tirer deux conclusions de cette troisième observation. En période de faible volatilité, des stratégies de portefeuilles de 10 et 25 titres déterminés à partir de la méthode historique, performant mieux que des stratégies d'optimisation déterminées à l'aide de la méthode d'estimation GARCH. En revanche en période de plus forte volatilité, des stratégies telles que mkgw1, mkgw2, cvag1 et cvag2 calculées à partir de la méthode d'estimation GARCH présentent de meilleurs résultats que celles déterminées avec la méthode historique.

5.3.2. Ratio Equivalent-certain

Nous retrouvons les mêmes conclusions que données pour l'horizon trimestriel. Le rendement équivalent certain est plus élevé pour toutes les stratégies pour cet horizon par rapport à l'horizon mensuel et trimestriel.

Tableau 11: Résultats du ratio Equivalent-certain - Semestriel

CEQ	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.0482	0.0304	0.0567	0.0481	0.0358	0.0540	0.0475	0.0256	0.0580
Historical 1	0.0539 (0.0057)	0.0267 (-0.0038)	0.0673 (0.0106)	0.0464 (-0.0017)	0.0366 (0.0008)	0.0512 (-0.0028)	0.0563 (0.0089)	0.0308 (0.0052)	0.0688 (0.0108)
Historical 2	0.0511 (0.0029)	0.0297 (-0.0008)	0.0615 (0.0048)	0.0485 (0.0004)	0.0370 (0.0012)	0.0541 (0.0000)	0.0525 (0.0050)	0.0331 (0.0076)	0.0618 (0.0038)
Garch Cov 1	0.0526 (0.0044)	0.0310 (0.0006)	0.0631 (0.0064)	0.0461 (-0.0020)	0.0340 (-0.0019)	0.0520 (-0.0020)	0.0532 (0.0058)	0.0332 (0.0077)	0.0629 (0.0049)
Garch Cov 2	0.0509 (0.0028)	0.0294 (-0.0010)	0.0614 (0.0047)	0.0491 (0.0010)	0.0377 (0.0019)	0.0546 (0.0005)	0.0513 (0.0038)	0.0320 (0.0064)	0.0606 (0.0026)
Garch Cvar 1	0.0526 (0.0045)	0.0299 (-0.0005)	0.0637 (0.0070)	0.0445 (-0.0036)	0.0323 (-0.0035)	0.0505 (-0.0036)	0.0546 (0.0072)	0.0372 (0.0117)	0.0631 (0.0051)
Garch Cvar 2	0.0505 (0.0023)	0.0318 (0.0014)	0.0595 (0.0027)	0.0471 (-0.0011)	0.0380 (0.0022)	0.0514 (-0.0026)	0.0541 (0.0067)	0.0346 (0.0090)	0.0636 (0.0056)

5.3.3. Le taux de roulement

Nous obtenons les mêmes conclusions que pour les horizons mensuel et trimestriel. De plus, nous observons que le taux de roulement a diminué par rapport aux autres horizons de placements. Par exemple, pour la stratégie mkwg1 dans le cadre du portefeuille composé de $N=6$ titres sur toute la période, nous obtenons respectivement pour l'horizon mensuel, trimestriel et semestriel 16.3042, 5.2387 et 2.5538. Nous pouvons expliquer cela par la taille des horizons de placements. Plus les horizons de placements est grand plus les périodes de rebalancement diminuent.

Tableau 12: Résultats du taux de roulement - Semestriel

Turnover	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	1.0074	0.4857	2.1109	0.8637	0.4159	1.8110	0.5086	0.2474	1.0611
mkwh1	2.6890	1.1157	6.0172	2.6824	1.2963	5.6143	3.3354	1.5263	7.1623
mkwh2	2.1001	0.9113	4.6148	2.4929	1.2107	5.2052	3.0634	1.4562	6.4631
mkwg1	2.5538	1.2057	5.4056	2.8158	1.3588	5.8980	3.2346	1.5614	6.7741
mkwg2	2.1365	0.9636	4.6174	2.5381	1.2417	5.2803	3.0958	1.4639	6.5480
cvag1	2.7434	1.2778	5.8437	3.0558	1.4562	6.4395	3.4239	1.6643	7.1462
cvag2	2.3585	1.1395	4.9371	2.7617	1.3015	5.8505	3.2677	1.5370	6.9290

5.4. Horizon annuel

5.4.1. Ratio Sharpe

Le tableau 13 nous donne les résultats de la mesure du ratio Sharpe pour les 6 modèles d'optimisation et le *benchmark*. Ces résultats correspondent à un horizon annuel de 77 observations par titre pour 3 différents portefeuilles.

Tableau 13: Résultats du ratio Sharpe - Annuel

Ratio Sharpe	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.6403	0.4827	0.7129	0.7053	0.5702	0.7601	0.6227	0.4466	0.7050
mkwh1	0.6903 (1.0254)	0.5310 (1.7887)	0.7529 (0.4644)	0.7006 (-0.0825)	0.6462 (1.3522)	0.7181 (-0.3963)	0.6755 (1.1576)	0.5444 (2.8373)	0.7263 (0.2757)
mkwh2	0.6881 (1.9399)	0.5005 (0.9011)	0.7705 (1.1840)	0.7243 (0.3434)	0.5865 (0.3160)	0.7767 (0.1569)	0.6868 (2.1668)	0.5167 (2.3815)	0.7560 (0.9594)
mkwg1	0.7006 (1.4658)	0.5345 (1.2918)	0.7684 (0.7196)	0.7381 (0.4450)	0.5890 (0.2601)	0.7958 (0.2551)	0.7181 (2.2324)	0.5752 (2.9677)	0.7732 (0.8726)
mkwg2	0.6766 (1.5015)	0.4973 (0.7193)	0.7540 (0.8756)	0.7127 (0.1312)	0.5717 (0.0276)	0.7663 (0.0588)	0.6830 (1.9957)	0.5365 (2.8814)	0.7422 (0.6680)
cvag1	0.7019 (1.3987)	0.5401 (1.5275)	0.7657 (0.6326)	0.7051 (-0.0026)	0.5870 (0.2445)	0.7487 (-0.0756)	0.7142 (1.8621)	0.5795 (2.6941)	0.7652 (0.6660)
cvag2	0.6817 (1.3688)	0.5211 (1.7257)	0.7473 (0.5775)	0.7590 (0.9758)	0.6910 (1.9576)	0.7806 (0.2057)	0.6814 (1.5189)	0.5062 (2.0754)	0.7549 (0.6351)

La première observation est que le ratio Sharpe de la stratégie 1/N est le plus petit par rapport à toutes les stratégies en moyenne. Il est respectivement pour les portefeuilles à savoir *Six portfolio – S&BM*, *Ten industry portfolio* et *Twenty-five portfolio – S&BM* de 0.6403, 0.7053 et 0.6227 pour toute la période. Par ailleurs, la différence du ratio Sharpe par rapport aux autres stratégies n'est pas significative comme nous pouvons le voir sur le tableau 13 pour un niveau de confiance à 95%. Par exemple pour la stratégie mkwh1, nous avons des t-tests respectifs pour les 3 portefeuilles de 1.0254, -0.0825 et 1.1576 qui sont inférieurs au seuil critique de 1.96. Cependant à la différence des résultats obtenus pour les 3 horizons de placements précédents, nous obtenons des ratios Sharpe qui sont statistiquement différents pour le portefeuille composé de $N = 25$ titres pour la période avant 1960. Nous observons par exemple pour mkw1 ou encore cvag1 des t-tests respectivement de 2.8373 et 2.6941. **Notre deuxième observation** concerne l'amélioration générale du ratio Sharpe après 1960 qui peut être justifié par l'arrivée d'une plus faible volatilité des

marchés comme nous l'avons vu précédemment. En effet, nous obtenons par exemple un ratio Sharpe de 0.7129 après 1960 contre 0.4827 avant cette période pour la stratégie naïve avec un portefeuille composé de $N = 6$ titres. Il en est de même pour les deux autres portefeuilles où nous observons respectivement un ratio de 0.7601 contre 0.5702 et un ratio de 0.7050 contre 0.4466 avant 1960. **La troisième observation** concerne les stratégies qui ont été optimisées à partir de la méthode historique telles que mkwh1 et mkwh2 et la méthode d'estimation du GARCH telles que mkwg1, mkwg2, cvag1 et cvag2. La stratégie mkwh1 déterminée avec la méthode historique ne bat plus en moyenne toutes les autres stratégies d'optimisation en termes du ratio Sharpe comme nous l'avons vu pour les horizons de placements précédents. En effet, pour les 3 portefeuilles et les 3 périodes, les stratégies mkwg1, cvag1 et cvag2 battent en moyenne mkwh1 et mkwh2. Par exemple, cvag1 bat mkwh1 pour le portefeuille avec $N = 6$ titres. Cvag1 présente des ratios Sharpe respectivement de 0.7019, 0.5401 et 0.7657 pour toute la période, avant 1960 et après 1960 par rapport à mkwh1 dont les ratios Sharpe sont respectivement pour les mêmes périodes de 0.6903, 0.5310 et 0.7529. Nous pouvons tirer une conclusion de cette troisième observation. A la différence de ce que nous avons vu jusqu'à présent, les stratégies d'optimisation pour des portefeuilles de 6 à 25 titres calculés à l'aide de la méthode d'estimation GARCH présentent de meilleurs résultats que celles déterminées avec la méthode historique en période de faible ou forte volatilité.

5.4.2. Ratio Équivalent-certain

Nous retrouvons les mêmes conclusions que données pour l'horizon trimestriel. Le rendement équivalent certain est plus élevé pour toutes les stratégies pour cet horizon par rapport à l'horizon mensuel et trimestriel et semestriel.

Tableau 14: Résultats du ratio Equivalent-certain - Annuel

CEQ	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.1081	0.0830	0.1179	0.10519	0.08620	0.11272	0.1088	0.0773	0.1214
Historical 1	0.1252 (0.0172)	0.0796 (-0.0035)	0.1443 (0.0264)	0.09717 (-0.0080)	0.08234 (-0.0039)	0.10309 (-0.0096)	0.1249 (0.0161)	0.0838 (0.0065)	0.1420 (0.0207)
Historical 2	0.1152 (0.0072)	0.0827 (-0.0003)	0.1284 (0.0104)	0.09913 (-0.0061)	0.07539 (-0.0108)	0.10877 (-0.0040)	0.1163 (0.0075)	0.0835 (0.0062)	0.1296 (0.0082)
Garch Cov 1	0.1135 (0.0055)	0.0839 (0.0008)	0.1255 (0.0076)	0.09881 (-0.0064)	0.07489 (-0.0113)	0.10852 (-0.0042)	0.1204 (0.0116)	0.0919 (0.0147)	0.1319 (0.0106)
Garch Cov 2	0.1132 (0.0052)	0.0816 (-0.0015)	0.1260 (0.0081)	0.09778 (-0.0074)	0.07288 (-0.0133)	0.10791 (-0.0048)	0.1161 (0.0073)	0.0893 (0.0120)	0.1268 (0.0054)
Garch Cvar 1	0.1163 (0.0083)	0.0841 (0.0011)	0.1294 (0.0115)	0.09544 (-0.0097)	0.07268 (-0.0135)	0.10469 (-0.0080)	0.1204 (0.0116)	0.0919 (0.0146)	0.1319 (0.0105)
Garch Cvar 2	0.1136 (0.0055)	0.0842 (0.0011)	0.1254 (0.0075)	0.10140 (-0.0038)	0.08870 (0.0025)	0.10643 (-0.0063)	0.1174 (0.0086)	0.0844 (0.0071)	0.1308 (0.0094)

5.4.3. Le taux de roulement

Nous obtenons les mêmes conclusions que pour les horizons mensuel, trimestriel et semestriel. De plus, nous observons que le taux de roulement a diminué par rapport aux autres horizons de placements. Par exemple, pour la stratégie Cvar1 dans le cadre du portefeuille composé de $N=6$ titres sur toute la période, nous obtenons respectivement pour l'horizon mensuel, trimestriel, semestriel et annuel 16.4582, 5.4786, 2.7434 et 1.2825. Nous pouvons expliquer cela par la taille des horizons de placements. Plus les horizons de placements est grand plus les périodes de rebalancement diminuent.

Tableau 15: Résultats du taux de roulement - Annuel

Turnover	Port.Ind N = 6			Port.T&VM1 N = 10			Port.T&VM2 N = 25		
	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960	Toute la période	Avant 1960	Après 1960
1/N	0.1929	0.0852	0.4207	0.2426	0.1059	0.5317	0.1399	0.0610	0.3068
mkwh1	1.2572	0.4173	3.0340	1.2273	0.5201	2.7232	1.5424	0.6163	3.5014
mkwh2	0.9087	0.3764	2.0347	1.1536	0.4917	2.5538	1.3558	0.5777	3.0018
mkwg1	1.1516	0.5227	2.4821	1.3138	0.5673	2.8929	1.4722	0.6542	3.2026
mkwg2	0.9142	0.3880	2.0274	1.1792	0.5097	2.5955	1.3954	0.6081	3.0608
cvag1	1.2825	0.5277	2.8794	1.4483	0.6021	3.2382	1.5610	0.6950	3.3930
cvag2	1.0940	0.4560	2.4437	1.2847	0.5302	2.8807	1.4842	0.6501	3.2488

Chapitre 5 : Conclusion

Notre étude de recherche sur la comparaison de stratégies statiques en contexte de GARCH nous a permis d'obtenir des résultats similaires à l'étude de DGU (2009). En changeant la méthode de travail utilisée par DGU (2009), nous arrivons à la même conclusion. La stratégie $1/N$ bat toutes les stratégies d'optimisations pour 3 portefeuilles et sur 4 horizons de placements, à savoir mensuel, trimestriel, semestriel et annuel. Nous avons comparé ces stratégies statiques selon 3 mesures de performance et avons obtenu les conclusions suivantes :

Ratio Sharpe

Les ratios Sharpe de la stratégie $1/N$ sont certes plus faible que toutes les autres stratégies pour les 4 horizons de placements, mais ils ne sont en moyenne statistiquement pas différents des autres stratégies d'optimisation. Un seul cas de figure présente le contraire. Il s'agit des ratios Sharpe des 6 stratégies d'optimisation pour le portefeuille de $N = 25$ titres pour la période avant 1960 avec un horizon de placements annuel. Sur toute la période et pour les 3 portefeuilles, la stratégie mkwh1 bat en moyenne les autres stratégies pour des horizons mensuel, trimestriel et semestriel. En revanche pour un horizon annuel, mkwh1 perd sa place au profit de stratégies telles que mkgw1, cvag1 et cvag2. En période de faible volatilité, les stratégies calculées historiquement battent les stratégies déterminées avec l'estimation GARCH pour des horizons mensuel, trimestriel et semestriel. De plus en période de forte volatilité les stratégies calculées avec l'estimation GARCH battent les stratégies déterminées historiquement pour des horizons mensuel, trimestriel et semestriel. De plus, nous avons observé qu'avec un horizon annuel, les stratégies calculées avec l'estimation GARCH battent les stratégies déterminées historiquement en période de forte et faible volatilité.

Ratio Équivalent Certain

Le rendement équivalent certain confirme l'analyse du ratio Sharpe. La stratégie $1/N$ a le plus petit rendement équivalent certain par rapport à toutes les autres

stratégies d'optimisation. Cela signifie que l'investisseur est prêt à accepter un taux sans risque au lieu d'une stratégie risquée à un taux plus faible que toutes les autres stratégies d'optimisation et quel que soit l'horizon de placements.

Le Taux de roulement

La stratégie $1/N$ présente un taux de roulement plus faible que toutes les stratégies d'optimisation et quel que soit l'horizon de placements. Cela signifie que cette stratégie effectue moins de rebalancement que les autres stratégies d'optimisation. Après 1960, le taux de roulement augmente pour les 3 portefeuilles et toutes les stratégies d'optimisation. Nous pouvons en conclure qu'en période de faible volatilité, les gestionnaires sont poussés à rebalancer davantage leur portefeuille afin d'aller chercher du rendement. Au sein d'une même catégorie de stratégie d'optimisation, les stratégies avec contraintes présentent un taux de roulement plus élevé que les stratégies sans contrainte. Les contraintes de portefeuille permettent d'améliorer le rendement mais obligent le gestionnaire à rebalancer plus souvent afin de s'aligner avec ces contraintes. Les stratégies de CVaR présentent le taux de roulement le plus élevé respectivement pour les cas avec et sans contrainte. Nous avons vu que cette stratégie présentait un bon ratio Sharpe. Cela peut s'expliquer en partie par le rebalancement plus fréquent que pour les autres stratégies d'optimisation.

ANNEXES

A. Résultats de convergence

Tableau 16: Résultats de convergence pour l'horizon mensuel

Ce tableau nous donne les résultats de convergence de l'estimation des rendements pour un horizon mensuel pour 3 différents portefeuilles, à savoir Port.Ind, Port.T&VM1 et Port.T&VM2. Ces trois portefeuilles sont respectivement composés de 6, 10 et 25 titres. Les résultats dans le tableau correspondent à la portion des estimations de chaque titre pour chaque portefeuille qui n'ont pas convergé tel que mentionné dans le texte lorsque l'estimation d'un titre ne convergeait pas, il était simplement retiré du portefeuille.

Titres	Six portfolio - S&BM	Ten industry portfolios	Twenty-five portfolio - S&BM
1	0.41%	0.82%	4.80%
2	0.00%	0.10%	1.74%
3	0.00%	0.00%	0.00%
4	1.02%	0.00%	0.00%
5	0.61%	3.06%	0.00%
6	2.55%	1.02%	0.00%
7		0.00%	0.00%
8		0.00%	0.00%
9		0.61%	0.00%
10		3.47%	0.00%
11			0.00%
12			0.00%
13			0.00%
14			0.41%
15			0.00%
16			0.00%
17			0.00%
18			0.00%
19			0.00%
20			0.41%
21			1.43%
22			0.72%
23			1.63%
24			3.06%
25			0.00%

Tableau 17: Résultats de convergence pour l'horizon trimestriel

Ce tableau nous donne les résultats de convergence de l'estimation des rendements pour un horizon trimestriel pour 3 différents portefeuilles, à savoir Port.Ind, Port.T&VM1 et Port.T&VM2. Ces trois portefeuilles sont respectivement composés de 6, 10 et 25 titres. Les résultats dans le tableau correspondent à la portion des estimations de chaque titre pour chaque portefeuille qui n'ont pas convergé tel que mentionné dans le texte lorsque l'estimation d'un titre ne convergeait pas, il était simplement retiré du portefeuille.

Titres	Six portfolio - S&BM	Ten industry portfolios	Twenty-five portfolio - S&BM
2	0.00%	0.31%	1.53%
3	0.00%	0.31%	0.00%
4	0.92%	0.00%	0.00%
5	1.22%	3.36%	0.00%
6	6.12%	1.83%	0.00%
7		0.00%	0.00%
8		0.00%	0.00%
9		0.61%	0.00%
10		3.36%	0.00%
11			0.00%
12			0.00%
13			0.00%
14			0.00%
15			0.00%
16			0.00%
17			0.00%
18			0.00%
19			0.00%
20			0.31%
21			1.22%
22			0.61%
23			1.83%
24			3.06%
25			0.00%

Tableau 18: Résultats de convergence pour l'horizon semestriel

Ce tableau nous donne les résultats de convergence de l'estimation des rendements pour un horizon semestriel pour 3 différents portefeuilles, à savoir Port.Ind, Port.T&VM1 et Port.T&VM2. Ces trois portefeuilles sont respectivement composés de 6, 10 et 25 titres. Les résultats dans le tableau correspondent à la portion des estimations de chaque titre pour chaque portefeuille qui n'ont pas convergé tel que mentionné dans le texte lorsque l'estimation d'un titre ne convergeait pas, il était simplement retiré du portefeuille.

Titres	Six portfolio -	Ten industry	Twenty-five portfolio -
2	0.00%	0.61%	4.88%
3	0.00%	0.00%	1.22%
4	0.00%	0.00%	0.00%
5	1.22%	0.00%	0.00%
6	1.22%	3.66%	0.00%
7	6.10%	1.83%	0.61%
8		0.61%	0.00%
9		0.00%	0.00%
10		0.61%	0.00%
11		3.05%	0.00%
12			0.00%
13			0.00%
14			0.00%
15			0.00%
16			0.00%
17			0.00%
18			0.00%
19			0.00%
20			0.00%
21			3.66%
22			1.83%
23			0.61%
24			1.22%
25			3.05%

Tableau 19: Résultats de convergence pour l'horizon annuel

Ce tableau nous donne les résultats de convergence de l'estimation des rendements pour un horizon annuel pour 3 différents portefeuilles, à savoir Port.Ind, Port.T&VM1 et Port.T&VM2. Ces trois portefeuilles sont respectivement composés de 6, 10 et 25 titres. Les résultats dans le tableau correspondent à la portion des estimations de chaque titre pour chaque portefeuille qui n'ont pas convergé tel que mentionné dans le texte lorsque l'estimation d'un titre ne convergeait pas, il était simplement retiré du portefeuille.

Titres	Six portfolio - S&BM	Ten industry portfolios	Twenty-five portfolio - S&BM
2	3.90%	2.60%	5.19%
3	0.00%	0.00%	2.60%
4	0.00%	0.00%	0.00%
5	0.00%	0.00%	0.00%
6	0.00%	0.00%	1.30%
7	2.60%	3.90%	0.00%
8		0.00%	0.00%
9		5.19%	0.00%
10		0.00%	0.00%
11		0.00%	0.00%
12			0.00%
13			0.00%
14			0.00%
15			0.00%
16			0.00%
17			0.00%
18			0.00%
19			0.00%
20			0.00%
21			7.79%
22			0.00%
23			0.00%
24			1.30%
25			2.60%

Bibliographie:

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.

DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *Review of Financial Studies*, 22(5), 1915-1953.

Duan, J. C. (1995). The GARCH option pricing model. *Mathematical finance*, 5(1), 13-32.

Duan, J. C. (1999). Conditionally fat-tailed distributions and the volatility smile in options. *Rotman School of Management, University of Toronto, Working Paper*.

Engle, R. F., & Ng, V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The journal of finance*, 48(5), 1749-1778.

Greene, William H. (2002). The behavior of the fixed effects estimator in nonlinear models. *Econometric Analysis*. New York: Prentice-Hall

Hodges, S.D., and R.A. Brealey. (1978). Portfolio Selection in a Dynamic and Uncertain World, in James H.Lorie and R.A Brealey (eds.), *Modern Developments in Investment Management*, 2nd ed. Hinsdale, IL: Dryden Press.

Jobson, J. D., & Korkie, B. M. (1981). Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures. *The Journal of Finance*, 36(4), 889-908.

Johnson, N. L. (1949). Systems of frequency curves generated by methods of translation. *Biometrika*, 149-176.

Ledoit, O., & Wolf, M. (2008). Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. *Journal of Empirical Finance*, 15(5), 850-859.

Markowitz, H. (1952), *Portfolio Selection*, The journal of Finance / v7 n1 1952

Mommel, C. (2003). Performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. *Finance Letters*, 1(1).

Michaud, R. O. (1989). The Markowitz optimization enigma: is 'optimized' optimal?. *Financial Analysts Journal*, 45(1), 31-42.

Simonato, J. G. (2011). The performance of Johnson distributions for computing value at risk and expected shortfall. *Available at SSRN 1706409*.