

HEC MONTRÉAL

Optimisation du routage et de l'affectation de longueurs d'onde sur un réseau de télécommunication par programmation mathématique

par

Martin Cousineau

Sciences de la gestion
(méthodes analytiques de gestion)

*Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences
(M. Sc.)*

Don

Décembre, 2012

©Martin COUSINEAU, 2012



DÉCLARATION DE L'ÉTUDIANTE, DE L'ÉTUDIANT ÉTHIQUE EN RECHERCHE AUPRÈS DES ÊTRES HUMAINS

Recherche sans collecte directe d'information

Cette recherche n'impliquait pas une collecte directe d'information auprès de personnes (exemples : entrevues, questionnaires, appels téléphoniques, groupes de discussion, tests, observations participantes, communications écrites ou électroniques, etc.)

Cette recherche n'impliquait pas une consultation de documents, de dossiers ou de banques de données existants qui ne font pas partie du domaine public et qui contiennent de l'information sur des personnes.

Titre de la
recherche :

Optimisation du routage et de l'affectation de longueurs d'onde sur un
réseau de télécommunication par programmation mathématique

Nom de l'étudiant : Martin Cousineau

Signature :

Martin Cousineau

Date :

03/12/2012

Résumé

Ce travail présente une approche par décomposition pour la résolution d'une variante du problème de routage et d'affectation de longueurs d'onde en restreignant le routage aux plus courts chemins par rapport au nombre d'arêtes traversées. Cette variante consiste en la minimisation du nombre requis de longueurs d'onde pour établir la communication à toutes les paires de noeuds. Cette approche est une extension d'une approche récente proposée dans la littérature pour les plus courts chemins. Elle modifie aussi cette approche par une sélection améliorée des chemins. L'approche par décomposition comprend quatre phases : (i) le calcul des plus courts chemins ; (ii) le calcul d'une borne inférieure sur le nombre de longueurs d'onde requis ; (iii) la sélection d'un plus court chemin par requête de connexion ; (iv) l'affectation d'une longueur d'onde à chacune des requêtes. Plusieurs méthodes sont proposées pour les différentes phases de cette approche, mais seulement une méthode par phase est conservée à la suite d'expérimentations numériques. Cette approche ainsi qu'une approche directe ont été utilisées pour la résolution de 29 réseaux de transport optique différents. L'approche par décomposition rend possible la résolution de ces instances en des temps significativement plus courts tout en trouvant la solution optimale pour 28 des réseaux. Pour le réseau manquant, elle permet d'obtenir un petit intervalle dans lequel se situe la solution optimale. Finalement, cette approche est utile pour l'accélération de l'approche directe en lui procurant une borne supérieure sur le nombre de longueurs d'onde et une solution initiale proche de la solution optimale.

Mots clés : Décomposition, programmation linéaire en nombres entiers, programmation par contraintes, plus courts chemins, routage et affectation de longueurs d'onde, réseaux de transport optique

Abstract

This work presents a decomposition approach for solving a variant of the routing and wavelength assignment problem, in which all connection requests are covered by shortest paths with respect to the number of hops. Our variant consists in minimizing the number of wavelengths required to all-to-all communication. Our decomposition approach is an extension of a recent method proposed in the literature, for the case of shortest paths. We also modify this method by proposing an improved path selection phase. The decomposition approach consists of four phases: (i) shortest paths computation; (ii) lower bound computation; (iii) selection of a shortest path per connection request; (iv) assignment of a wavelength to each connection request. Several methods have been proposed for the different phases but only one per phase has been kept after numerical experiments. This approach as well as a direct approach have been tested on 29 optical transport networks. The decomposition approach was able to solve these instances in less time than the direct approach while finding the optimal solution for 28 of them. For the remaining network, the approach was able to provide a small interval in which the optimal solution value resides. Finally, this approach can be used to accelerate the solution process of the direct approach by providing a good upper bound and a near optimal initial solution.

Keywords : Decomposition, integer linear programming, constraint programming, shortest paths, geodesics, RWA, optical transport networks

Table des matières

| | |
|---|-----------|
| Résumé | iii |
| Abstract | iv |
| Remerciements | xiii |
| Avant-propos | xiv |
| 1 Introduction | 1 |
| 1.1 Bref historique de l'Internet | 1 |
| 1.2 Fonctionnement de l'Internet | 3 |
| 1.3 La croissance de l'Internet | 4 |
| 1.4 Plan du mémoire | 5 |
| 2 Revue de la littérature | 6 |
| 2.1 Problème RWA | 6 |
| 2.1.1 Exemple | 6 |
| 2.1.2 Caractéristiques | 8 |
| 2.1.3 Énoncé du problème de recherche | 10 |
| 2.2 Articles pertinents | 10 |
| 2.2.1 Baroni et Bayvel (1997) | 11 |
| 2.2.2 Hyttiä et Virtamo (1998) | 13 |
| 2.2.3 Simonis (2011) | 15 |
| 3 Méthodologie | 17 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.1 | Approche directe | 17 |
| 3.1.1 | Calcul des plus courts chemins | 18 |
| 3.1.2 | Formulation mathématique | 18 |
| 3.2 | Approche par décomposition | 19 |
| 3.2.1 | Phase 1: calcul des plus courts chemins | 19 |
| 3.2.2 | Phase 2: calcul de la borne inférieure | 20 |
| 3.2.3 | Phase 3: sélection des plus courts chemins | 20 |
| 3.2.4 | Phase 4: affectation des longueurs d'onde | 21 |
| 3.3 | Expérimentations numériques | 21 |
| 4 | Article | 23 |
| | Abstract | 25 |
| 4.1 | Introduction | 26 |
| 4.2 | Problem statement and related problems | 28 |
| 4.3 | Direct approach: ILP formulation | 29 |
| 4.4 | Decomposition approaches: 4-phase heuristic | 31 |
| 4.4.1 | Phase 1: Geodesics computation | 33 |
| 4.4.2 | Phase 2: Lower bound computation | 33 |
| 4.4.3 | Phase 3: Geodesics selection | 36 |
| 4.4.4 | Phase 4: Wavelength assignment | 39 |
| 4.5 | Experimental results | 41 |
| 4.5.1 | Technical settings | 41 |
| 4.5.2 | Networks characteristics | 42 |
| 4.5.3 | The proposed decomposition approach | 42 |
| 4.5.4 | Final results: direct and proposed approaches comparison | 46 |
| 4.6 | Discussion | 50 |
| | Acknowledgements | 51 |
| | References | 51 |
| 5 | Conclusion | 53 |
| 5.1 | Sommaire | 53 |

| | |
|--|-----------|
| 5.2 Futures recherches | 54 |
| Annexes | 55 |
| Annexe A : Images des réseaux | 56 |
| Annexe B : Listes d'arêtes des réseaux | 71 |
| Bibliographie | 79 |

Liste des figures

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | Réseau VIANET | 7 |
| 2.2 | Connexions (2,8) et (3,8) sur le réseau VIANET | 8 |
| 4.1 | Flowchart | 32 |
| A.1 | Réseau VIANET | 56 |
| A.2 | Réseau BREN | 56 |
| A.3 | Réseau RNP | 57 |
| A.4 | Réseau vBNS | 57 |
| A.5 | Réseau CESNET | 58 |
| A.6 | Réseau NSFNET | 58 |
| A.7 | Réseau ITALY | 59 |
| A.8 | Réseau AUSTRIA | 59 |
| A.9 | Réseau MZIMA | 60 |
| A.10 | Réseau ARNES | 60 |
| A.11 | Réseau GERMANY | 61 |
| A.12 | Réseau SPAIN | 61 |
| A.13 | Réseau LAMBDARAIL | 62 |
| A.14 | Réseau MEMOREX | 62 |
| A.15 | Réseau CANARIE | 63 |
| A.16 | Réseau EON | 63 |
| A.17 | Réseau ARPANET | 64 |
| A.18 | Réseau PIONIER | 64 |

| | |
|---|----|
| A.19 Réseau COX | 65 |
| A.20 Réseau SANET | 65 |
| A.21 Réseau NEWNET | 66 |
| A.22 Réseau PORTUGAL | 66 |
| A.23 Réseau RENATER | 67 |
| A.24 Réseau GEANT2 avec les arêtes parallèles | 67 |
| A.25 Réseau LONI | 68 |
| A.26 Réseau METRONA | 68 |
| A.27 Réseau OMNICOM | 69 |
| A.28 Réseau INTERNET 2 | 69 |
| A.29 Réseau USA 100 | 70 |
| B.1 Liste d'arêtes du réseau VIANET | 71 |
| B.2 Liste d'arêtes du réseau BREN | 71 |
| B.3 Liste d'arêtes du réseau RNP | 71 |
| B.4 Liste d'arêtes du réseau vBNS | 71 |
| B.5 Liste d'arêtes du réseau CESNET | 71 |
| B.6 Liste d'arêtes du réseau NSFNET | 72 |
| B.7 Liste d'arêtes du réseau ITALY | 72 |
| B.8 Liste d'arêtes du réseau AUSTRIA | 72 |
| B.9 Liste d'arêtes du réseau MZIMA | 72 |
| B.10 Liste d'arêtes du réseau ARNES | 72 |
| B.11 Liste d'arêtes du réseau GERMANY | 73 |
| B.12 Liste d'arêtes du réseau SPAIN | 73 |
| B.13 Liste d'arêtes du réseau LAMBDA RAIL | 73 |
| B.14 Liste d'arêtes du réseau MEMOREX | 73 |
| B.15 Liste d'arêtes du réseau CANARIE | 73 |
| B.16 Liste d'arêtes du réseau EON | 74 |
| B.17 Liste d'arêtes du réseau ARPANET | 74 |
| B.18 Liste d'arêtes du réseau PIONIER | 74 |
| B.19 Liste d'arêtes du réseau COX | 74 |

| | | |
|------|--|----|
| B.20 | Liste d'arêtes du réseau SANET | 75 |
| B.21 | Liste d'arêtes du réseau NEWNET | 75 |
| B.22 | Liste d'arêtes du réseau PORTUGAL | 75 |
| B.23 | Liste d'arêtes du réseau RENATER | 75 |
| B.24 | Liste d'arêtes du réseau GEANT2 avec les arêtes parallèles | 76 |
| B.25 | Liste d'arêtes du réseau GEANT2 sans les arêtes parallèles | 76 |
| B.26 | Liste d'arêtes du réseau LONI | 76 |
| B.27 | Liste d'arêtes du réseau METRONA | 77 |
| B.28 | Liste d'arêtes du réseau OMNICOM | 77 |
| B.29 | Liste d'arêtes du réseau INTERNET 2 | 77 |
| B.30 | Liste d'arêtes du réseau USA 100 | 78 |

Liste des tableaux

| | |
|--|----|
| 4.I Characteristics of networks. | 43 |
| 4.II Lower bounds comparison. | 44 |
| 4.III Geodesics selection algorithms comparison. | 46 |
| 4.IV Optimization results. | 48 |

Liste des abréviations

| | |
|--------|---|
| ARPA | <i>Advanced Research Projects Agency</i> |
| AT&T | <i>American Telephone & Telegraph</i> |
| DCA | <i>Defense Communications Agency</i> |
| IP | <i>Internet Protocol</i> |
| MIT | <i>Massachusetts Institute of Technology</i> |
| NPL | <i>National Physical Laboratory</i> |
| PLNE | programmation linéaire en nombre entiers |
| PPC | programmation par contraintes |
| RWA | routage et affectation de longueurs d'onde (<i>Routing and Wavelength Assignment</i>) |
| SAT | problème de satisfaisabilité booléenne (<i>boolean SATisfiability problem</i>) |
| TCP | <i>Transmission Control Protocol</i> |
| TCP/IP | <i>Transmission Control Protocol and Internet Protocol</i> |
| VoIP | voix sur IP (<i>Voice over IP</i>) |
| WDM | multiplexage en longueur d'onde (<i>Wavelength Division Multiplexing</i>) |
| WWW | <i>World Wide Web</i> |

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Sylvain Perron (directeur de mon option de maîtrise et codirecteur de mon mémoire). Il m'a supporté dès mon entrée à la maîtrise et a su me proposer un sujet de recherche intéressant lorsque j'ai décidé de changer de la maîtrise avec projet supervisé vers la maîtrise avec mémoire. Il m'a bien sûr été d'une grande aide lors de ma recherche et de ma rédaction. Tout au long de cette aventure, j'ai eu d'intéressantes conversations avec Sylvain et Gilles Caporossi (deuxième codirecteur de mon mémoire) qui ont mené à l'amélioration de l'approche par décomposition. Plus particulièrement, Gilles a proposé l'idée de la betweenness d'arête qui a mené au développement de l'objectif de la Phase 3, une composante critique de la réussite de notre approche. C'est grâce en grande partie aux expertises différentes de Sylvain et Gilles que ce mémoire fut une réussite. Il faut aussi souligner leur facilité d'approche et leur grande disponibilité qui a accéléré sa réalisation.

Cependant, il ne faut pas oublier les apports significatifs de Marcia Paiva et Marcelo Segatto. C'est au cours d'un séjour au GERAD que Marcia a proposé mon sujet de mémoire à Sylvain. Marcia et Marcelo nous ont aussi grandement aidés pour la justification de la recherche du point de vue de l'industrie des télécommunications. De plus, leur aide pour l'écriture de l'article a été très appréciée et bénéfique. J'aimerais aussi remercier Vincent Huart qui a su répondre à mes questions par rapport à certaines fonctionnalités du langage de programmation C++. Finalement et sur un tout autre ordre d'idée, j'aimerais remercier mes parents qui m'ont inculqué le plaisir du dépassement de soi.

Avant-propos

L'article (*RWA problem with geodesics in realistic OTN topologies*) présenté au Chapitre 4 a été coécrit avec Sylvain Perron, Gilles Caporossi, Marcia Paiva et Marcelo Segatto. Il a été soumis à la revue *Optical Switching and Networking* le 3 décembre 2012. Nous sommes en attente d'une réponse de la part de l'éditeur de cette revue pour l'autorisation de publication. Le développement, l'implémentation et l'expérimentation des formulations mathématiques de cet article ont été faits par Martin Cousineau avec l'appui de Sylvain Perron et Gilles Caporossi. La première écriture de l'article a été faite par Martin Cousineau et les versions subséquentes sont le résultat des améliorations soumises par Sylvain Perron, Marcia Paiva et Marcelo Segatto.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Bref historique de l'Internet

Le domaine des communications a grandement évolué au fil des temps. Le télégraphe, le téléphone et la radio ont mis en place les bases nécessaires à la création de l'Internet. Cependant, l'Internet n'est pas une évolution nécessairement naturelle de ces technologies. Les compagnies téléphoniques de l'époque centralisaient leurs opérations dans des centres téléphoniques alors que l'Internet fonctionne sur le principe de décentralisation avec la suite de protocoles *Transmission Control Protocol and Internet Protocol* (TCP/IP) (voir section 1.2). Deux groupes d'événements ont alors été nécessaires avant d'entrevoir la réalisation de l'Internet (Kleinrock 2010). Le premier consiste aux recherches menées indépendamment par Leonard Kleinrock, Paul Baran et Donald Davies alors que le deuxième consiste en la création de l'*Advanced Research Projects Agency* (ARPA).

Kleinrock a développé la théorie mathématique entourant les réseaux de données lors de sa thèse doctorale au *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). Il a aussi introduit le concept de paquets qui est fondamental au modèle TCP/IP. Sa théorie a montré qu'il est préférable de découper un message en plusieurs paquets, des fragments de message, avant de le transmettre sur un réseau. Quant à Baran, lors de ses travaux de recherche sur les systèmes militaires de commandement et de contrôle à la société

RAND, il avait comme objectif de concevoir un nouveau type d'architecture qui pallierait les vulnérabilités du réseau téléphonique centralisé de l'époque. Il voulait concevoir un réseau de communications pouvant fonctionner malgré une destruction partielle de celui-ci par une attaque nucléaire soviétique. Ses recherches aboutissent à un réseau distribué faisant aussi l'utilisation de paquets. Il tenta de faire implémenter ses découvertes par *American Telephone & Telegraph* (AT&T) et puis par *Defense Communications Agency* (DCA). Son projet fut refusé auprès de ces deux organisations après quoi il arrêta ses tentatives. Finalement, Davies qui travaillait au *National Physical Laboratory* (NPL) du Royaume-Uni voulait implémenter un réseau public utilisant les paquets¹. Il fut seulement autorisé à construire un réseau composé d'un noeud, c.-à-d. un réseau ne communiquant pas avec d'autres réseaux. Malgré que les recherches de ces trois personnes n'ont pas directement abouti à un réseau formant l'Internet, leurs découvertes furent néanmoins fondamentales pour sa création. Ils ont mis en place la théorie derrière les réseaux de données et développé les connaissances nécessaires vis-à-vis l'architecture et l'implémentation de ces réseaux.

Le deuxième événement critique consiste à la création de ARPA. Cette agence, possédant un grand budget pour les recherches novatrices, subventionnait fortement les recherches entourant les réseaux de données. Cet argent permit la création d'un appel d'offres pour un réseau voulant relier 19 réseaux entre eux. Ces réseaux correspondent majoritairement à des réseaux d'universités américaines. Ce réseau *internetwork*, c.-à-d. reliant plusieurs réseaux entre eux, fut nommé ARPANET. L'appellation *internetwork* est à l'origine du mot Internet qu'on connaît aujourd'hui. Heureusement, ce projet ne partait pas de zéro étant donné les recherches antérieures de Kleinrock, Baran et Davies qui allaient aider grandement au développement. Toutefois, il fallait développer un protocole de communication (qui deviendra TCP/IP) et la technologie nécessaire à ce réseau (routeurs, liens physiques de communication, etc.). Le réseau ARPANET et ses successeurs devinrent une plateforme de développement collaborative amenant à l'Internet d'aujourd'hui. À ce jour, la collaboration est toujours centrale au développement de presque tout ce qui touche l'Internet. Le lecteur peut se référer à Kleinrock

1. Donald Davies a été le premier à utiliser le terme paquet.

(2010), Leiner, Cerf, Clark, Kahn, Kleinrock, Lynch, Postel, Roberts, et Wolff (2009), Huffman (2004) et Ryan (2010) pour plus d'information sur l'historique de l'Internet et des télécommunications.

1.2 Fonctionnement de l'Internet

L'Internet consiste en des liens connectant plusieurs réseaux ensemble. Ces réseaux doivent être capables de communiquer même s'ils ne sont pas composés des mêmes composantes (types d'ordinateurs, types de réseaux, etc.). Cette compatibilité est permise par la suite de protocoles TCP/IP qui permettent la transmission de l'information sous forme de paquets. Elle consiste en deux protocoles : le protocole *Internet Protocol* (IP) et le protocole *Transmission Control Protocol* (TCP). Le protocole IP sert à la livraison des paquets à destination alors que le protocole TCP assure que l'information arrivée à destination est complète. L'information est découpée en paquets de petite taille afin d'accélérer le transfert et de permettre aux paquets de prendre différents chemins. Si les paquets n'étaient pas utilisés, un message de grande taille risquerait d'engorger les endroits où il passe vu qu'il prend plus de temps à être transmis.

L'information retirée d'Internet a généralement parcouru de grandes distances. Cette information a alors traversé un ou plusieurs réseaux dorsaux (*backbone network*). Ces réseaux sont un type particulier de réseaux. Ils permettent la connexion entre les différents réseaux de la planète et s'étendent généralement sur de grandes distances. Par exemple, il est nécessaire d'emprunter un réseau dorsal transatlantique pour se connecter au site des HEC Paris à partir d'une connexion Internet aux HEC Montréal. Ces réseaux, appartenant à des compagnies privées, consistent principalement en des liaisons à fibre optique. La fibre optique comporte plusieurs avantages par rapport aux liens électriques. Entre autres, la fibre optique possède une bande passante supérieure à un lien électrique et fonctionne mieux sur de longues distances. Celle-ci permet aussi l'utilisation de la technologie de multiplexage en longueur d'onde (*Wavelength Division Multiplexing*) (WDM) expliquée plus bas.

L'utilisation de la fibre optique permet d'envoyer les communications sous forme de lumière à une très grande vitesse. La vitesse de la lumière est de $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$. Lorsque la technique WDM est utilisée, plusieurs signaux optiques peuvent être envoyés en même temps sur une fibre optique tant qu'ils ne possèdent pas la même longueur d'onde². Malgré que la bande passante semble alors presque illimitée, il y a une limite technologique vis-à-vis le nombre de longueurs possibles. Sur les réseaux en fibre optique, il est aussi courant d'attribuer la même longueur d'onde à une connexion pour tous les liens qu'elle utilise. Un chemin optique (*lightpath*) est alors attribué à chaque connexion. Cette méthode permet de diminuer le délai de transmission en évitant les conversions de longueurs d'onde. Cependant, celle-ci vient aussi diminuer le nombre de communications pouvant être établies vu la contrainte supplémentaire.

1.3 La croissance de l'Internet

L'Internet a subi une forte croissance d'utilisation avec l'apparition du courrier électronique et du *World Wide Web* (www). De nos jours, la vidéoconférence et la voix sur IP (*Voice over IP*) (voIP)³ augmentent considérablement le trafic sur l'Internet. Saleh et Simmons (2011) prévoient que le trafic augmentera d'un facteur 1000 en une durée d'environ 20 ans. Ces mêmes auteurs prévoient qu'une amélioration des technologies et architectures des réseaux permettra de répondre à cette augmentation. Dans la même lignée, une meilleure gestion des réseaux dorsaux utilisant la technologie WDM permettra de répondre à cet accroissement de la demande tout en gardant de faibles frais de fonctionnement.

Étant donné l'accroissement du trafic, il est intéressant d'être en mesure d'y répondre tout en utilisant le même équipement. Est-ce possible de répondre au trafic avec l'équipement actuel? Sinon, quelles sont les modifications qui devront être apportées au réseau afin d'y répondre? Généralement, l'augmentation de la capacité d'un réseau dorsal avec WDM correspond à une extension du nombre de longueurs d'onde

2. Cette contrainte est importante sinon il y aurait des interférences dans les communications.

3. La voix sur IP correspond à l'utilisation des réseaux IP pour la transmission de l'audio. Cette technologie pourra remplacer la téléphonie traditionnelle dans le futur.

accessibles sur les fibres optiques. Combien de longueurs d'onde sont nécessaires sur le réseau afin de répondre à toute la demande ? Ces questions peuvent être formulées mathématiquement par le problème de routage et affectation de longueurs d'onde (*Routing and Wavelength Assignment*) (RWA). Ce problème consiste à établir les requêtes de connexion d'un réseau en affectant une route et une longueur d'onde à chacune de ces requêtes. Comme mentionné précédemment, deux connexions ne peuvent pas utiliser la même longueur d'onde si elles partagent un lien optique. Néanmoins, les longueurs d'onde peuvent être réutilisées ailleurs sur le réseau. Le problème RWA est un problème d'optimisation bien connu dans le domaine des télécommunications et qui possède plusieurs variantes. Une description de ces variantes est donnée à la section 2.1. Ce mémoire traitera en particulier du problème RWA ayant comme fonction objectif la minimisation du nombre de longueurs d'onde.

1.4 Plan du mémoire

Ce mémoire par article est composé de 5 chapitres. Étant donné la forme de ce mémoire, la plupart des chapitres servent surtout à donner de l'information complémentaire vis-à-vis l'article. La présente introduction sert à introduire le sujet qui est traité tout au cours de ce mémoire. Le deuxième chapitre explique plus en détail le problème RWA et fait le survol de quelques articles de la littérature pertinents à ce mémoire. Le troisième chapitre présente la méthodologie utilisée et précise l'intuition derrière les modèles. Le quatrième chapitre est le coeur de ce mémoire et consiste en l'article en question. Le cinquième et dernier chapitre sert de conclusion.

Chapitre 2

Revue de la littérature

2.1 Problème RWA

2.1.1 Exemple

Ceci est un exemple simple afin d'assurer la compréhension du problème RWA. Cet exemple est effectué sur le réseau VIANET (Figure 2.1), réseau utilisé pour cette recherche. Ce réseau comporte 9 noeuds et 12 arêtes. Ici et au cours de ce mémoire, une arête est composée de seulement une fibre optique bidirectionnelle, c.-à-d. une fibre où l'information peut circuler dans les deux sens. De plus, les terminologies de lien ou lien optique sont souvent utilisées de manière interchangeable avec la terminologie d'arête.

Pour faciliter les explications, seulement deux requêtes de connexion seront établies. Généralement, ce nombre est beaucoup plus élevé ce qui complique rapidement le problème. La première requête devant être établie est celle entre Amsterdam et Madrid correspondant respectivement aux noeuds 2 et 8 sur la Figure 2.2. Elle sera notée (2, 8). La deuxième requête est celle entre Francfort et Madrid pouvant être notée comme (3, 8).

Pour établir les requêtes, il est d'abord nécessaire de sélectionner un chemin pour chacune des requêtes. Ici et au cours de ce mémoire, ce chemin doit correspondre à un

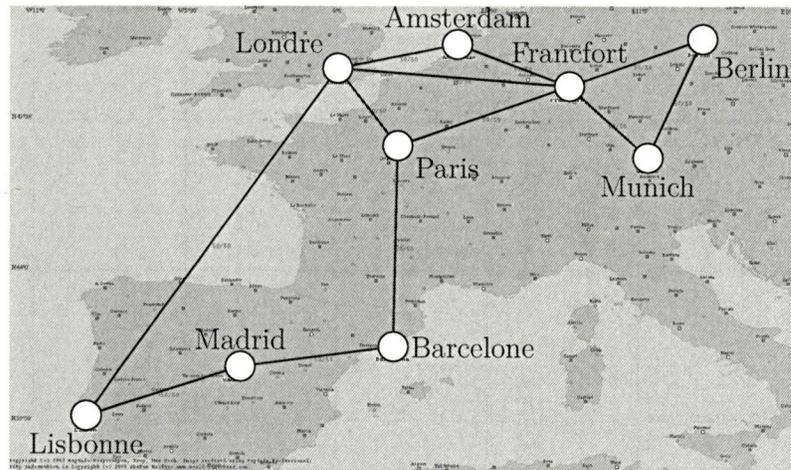


FIGURE 2.1 – Réseau VIANET (image modifiée de Pinto (2012))

plus court chemin par rapport au nombre d'arêtes traversées. Ensuite, il faut affecter une longueur d'onde à chaque requête en minimisant le nombre total de longueurs d'onde utilisées et en évitant les problèmes d'interférences. Ces problèmes arrivent lorsque deux requêtes partageant une même fibre optique utilisent la même longueur d'onde.

Seulement un plus court chemin existe pour la requête (2, 8), celui-ci est constitué de trois arêtes et correspond au chemin 2-1-9-8. Pour la requête (3, 8), deux plus courts chemins de longueur trois existent : 3-6-7-8 et 3-1-9-8. Le choix de ce chemin aura un effet sur le nombre de longueurs d'onde nécessaires pour établir ces deux requêtes. Si c'est le chemin 3-6-7-8 qui est sélectionné pour la requête (3, 8), seulement une longueur d'onde sera nécessaire pour établir les deux connexions (Figure 2.2a) parce que ces deux chemins ne possèdent pas d'arêtes communes. Par contre, si c'est le chemin 3-1-9-8 qui est sélectionné, deux longueurs d'onde seront nécessaires, car les deux requêtes parcourront des arêtes communes et, du même coup, des fibres optiques communes (Figure 2.2b).

Malgré que ce problème peut sembler simple au premier abord, il devient rapidement complexe étant donné l'aspect combinatoire. Il existe en général plusieurs plus courts chemins par requête et la solution obtenue dépend de la sélection de ces chemins. Aussi, ce problème contient beaucoup de solutions symétriques. Par exemple, la solution de la Figure 2.2b est équivalente à une solution utilisant la même sélection de chemin, mais

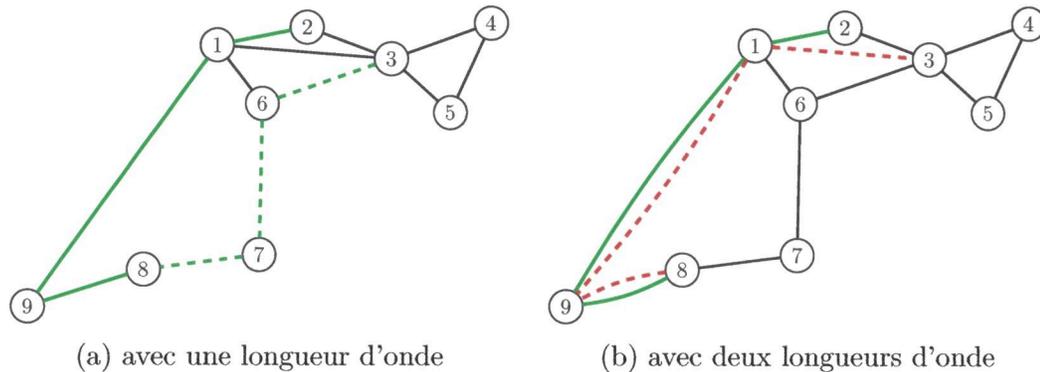


FIGURE 2.2 – Connexions (2,8) et (3,8) sur le réseau VIANET

une affectation de longueurs d'onde différente. Il aurait pu être possible d'affecter la longueur d'onde verte à la requête (3, 8) et la longueur d'onde rouge à la requête (2, 8).

2.1.2 Caractéristiques

Il y a plusieurs variantes du problème RWA dans la littérature. Une revue de littérature de ces variantes a été publiée par Zang, Jue, et Mukherjee (2000). Ces variantes se distinguent par différentes caractéristiques comme la fonction objectif, le type de trafic, la capacité de conversion des longueurs d'onde, la multiplicité des fibres optiques, la multiplicité des requêtes entre deux mêmes clients et la couverture de ces requêtes. Les fibres optiques peuvent aussi être orientées ou non. Une autre différence peut se faire quant à la formulation mathématique du problème. Deux types de formulation sont généralement utilisés : la formulation par chemins et la formulation par liens.

La fonction objectif peut consister à minimiser le nombre de longueurs d'onde nécessaires pour établir un ensemble de requêtes de connexion ou bien à maximiser le nombre de requêtes établies pour un nombre limité de longueurs d'onde. Le premier de ces problèmes est connu sous l'appellation min-RWA alors que le deuxième l'est sous l'appellation max-RWA. La deuxième fonction objectif est aussi équivalente à maximiser la proportion de connexions établies. La minimisation du nombre de longueurs d'onde sert généralement davantage à la conception des réseaux alors que la maximisation du nombre de requêtes établies est plutôt utile pour la gestion du trafic sur un réseau.

Une deuxième caractéristique importante est le type de trafic utilisé pour le problème : statique, par incrémentation ou dynamique. Le trafic statique est connu *a priori* et ne change pas au fil du temps. Le trafic par incrémentation ne part d'aucune ou bien de quelques requêtes auxquelles s'ajoutent d'autres requêtes au fil du temps. Ces ajouts sont toutefois permanents dans le temps. Le dernier type de trafic, le trafic dynamique, part encore d'aucune ou quelques requêtes auxquelles sont ajoutées et retirées d'autres au fil du temps. Le trafic dynamique correspond alors à une généralisation des autres types de trafic.

Comme mentionné en introduction, il est préférable de ne pas convertir les longueurs d'onde afin d'accélérer la vitesse de transmission. Cependant, il pourrait être intéressant d'utiliser la conversion, à certains ou tous les noeuds, afin de diminuer davantage le nombre de longueurs d'onde nécessaire. L'ajout de la capacité de conversion en tous les noeuds facilite aussi le problème, car il se réduit à la minimisation du nombre maximum de chemins passant par un lien.

Certaines variantes permettent l'utilisation de plusieurs fibres par lien (multiplicité des fibres) ce qui représente généralement mieux les réseaux existants. Il est alors possible pour deux connexions d'utiliser la même longueur d'onde sur une même arête si elles ne partagent pas la même fibre optique.

De la même façon, plusieurs requêtes de connexion (multiplicité des requêtes) peuvent exister entre deux clients. Ces requêtes de mêmes clients peuvent partager un chemin similaire ou bien devoir utiliser un chemin ne possédant aucun lien en commun. Une explication pour cette dernière possibilité est la recherche de chemins de secours en cas de pannes sur le réseau.

La couverture des requêtes peut être considérée sous deux formes. Elle peut être complète, c.-à-d. au moins une requête existe entre toutes les paires de noeuds. La couverture peut aussi être partielle. Les requêtes devant être établies sont alors généralement choisies aléatoirement pour un certain taux de couverture. Cette deuxième couverture nécessite normalement moins de longueurs d'onde que la couverture complète.

Finalement, deux formulations mathématiques sont couramment utilisées dans la littérature. La première utilise des variables correspondant à des chemins alors que la seconde utilise des variables correspondant à des liens. Ces deux formulations peuvent s'adapter à toutes les variantes du problème RWA. Cependant, une de ces formulations tend généralement à mieux s'adapter à une variante spécifique.

2.1.3 Énoncé du problème de recherche

Lors du développement d'une approche de résolution, il est usuel de résoudre une approche en particulier pour étendre ensuite cette approche aux autres variantes du problème. Pour cette recherche, le développement de l'approche de résolution a pris en compte les hypothèses et caractéristiques suivantes vis-à-vis du problème de RWA :

- Fonction objectif : minimisation du nombre de longueurs d'onde ;
- Structure de la formulation : basée sur les chemins ;
- Type de trafic : statique ;
- Capacité de conversion des longueurs d'onde : aucune ;
- Orientation des fibres : aucune ;
- Multiplicité des fibres : aucune ;
- Multiplicité des requêtes : aucune ;
- Couverture des requêtes : toutes les paires de noeuds.

Ces hypothèses se retrouvent fréquemment dans la littérature. La nouveauté de la présente recherche est davantage vis-à-vis la contrainte de plus courts chemins sur les chemins choisis. À notre connaissance, seulement deux articles (Section 2.2) présentent une approche minimisant le nombre de longueurs d'onde tout en utilisant des plus courts chemins et aucune conversion de longueurs d'onde.

2.2 Articles pertinents

Cette section va résumer les trois articles de la littérature se rapprochant le plus de la recherche de ce mémoire. Les articles de Baroni et Bayvel (1997) et Hyytia et Virtamo

(1998) touchent le problème de RWA avec plus courts chemins alors que l'article de Simonis (2011) utilise une méthode sur laquelle ce mémoire s'est basé.

2.2.1 Baroni et Bayvel (1997)

Comme mentionné précédemment, cet article résout le problème de RWA par l'intermédiaire de plus courts chemins vis-à-vis le nombre d'arêtes traversées. Les autres hypothèses de l'article sont l'absence de convertisseur de longueurs d'onde aux noeuds et un trafic uniforme (c.-à-d. des requêtes de connexion entre chaque paire de noeuds). Malgré que l'article touche le cas de plusieurs fibres par arête, il traite plus particulièrement du cas d'une seule fibre bidirectionnelle par arête. Ce dernier cas correspond au pire cas étant donné que l'utilisation de plusieurs fibres diminue le nombre de longueurs d'onde requis. Les résultats proviennent de trois types de réseau : réel, aléatoire et régulier. Les réseaux réels correspondent à quatre réseaux existants ou prévus pour construction. Les réseaux aléatoires sont des instances générées de façon aléatoire qui respectent deux contraintes : chaque deux sous-parties du réseau doivent être connectées par au moins deux liens ($C1$) et chaque noeud doit posséder un degré minimum égal à deux ($C2$). Un réseau est alors créé selon deux paramètres : le nombre de noeuds (N) et la connectivité (α). La connectivité ou densité d'un réseau correspond à :

$$\alpha = \frac{2 \cdot L}{N \cdot (N - 1)} \quad (2.1)$$

où L représente le nombre d'arêtes et N le nombre de noeuds du réseau. Les réseaux à topologie régulière proviennent de réseaux souvent analysés dans la littérature et comportant des propriétés spécifiques. Ceux utilisés dans cet article sont les *Shufflenet* et les graphes *de Bruijn*.

La méthode heuristique proposée dans cet article utilise la décomposition du problème RWA en deux phases. Un premier algorithme sert à résoudre le problème de routage. Cet algorithme change le chemin utilisé par une connexion pour un plus court chemin alternatif si celui-ci induit une congestion maximum inférieure. La conges-

tion maximum est définie comme le nombre maximum de chemins utilisés passant par une arête. L'algorithme se termine lorsque plus aucune modification n'est possible. Le deuxième algorithme sert à l'affectation de longueurs d'onde sur les chemins déterminés par le premier algorithme. En parcourant la liste des chemins en ordre décroissant de longueur, chacun se voit affecter la plus petite longueur d'onde disponible, c.-à-d. une longueur d'onde inutilisée sur les arêtes parcourues par le chemin. Une fois que tous les chemins choisis à l'algorithme de routage ont été parcourus, le numéro de la plus grande longueur d'onde correspond au nombre de longueurs d'onde nécessaire. Afin de tester l'efficacité de cet algorithme, les auteurs comparent celui-ci avec la borne de partition (Section 4.4.2). Il en résulte que la méthode heuristique atteint cette borne inférieure pour trois des quatre réseaux réels.

Plusieurs résultats sont présentés dans cet article. À l'aide des réseaux aléatoires, il a été montré que la valeur moyenne du nombre minimum de longueurs d'onde nécessaire est indépendante du nombre de noeuds N pour un α constant. De la même façon, cette même valeur moyenne est indépendante de α pour N constant. *Ceteris paribus*, une augmentation de la connectivité ou du nombre de noeuds diminue généralement le nombre requis de longueurs d'onde. De façon similaire, en traçant le nombre requis de longueurs d'onde en fonction de α , il est montré que les réseaux à topologie régulière nécessitent un nombre comparable de longueurs d'onde aux réseaux arbitraires. L'article montre aussi que l'utilisation de seulement quelques arêtes multifibres peut diminuer grandement le nombre requis de longueurs d'onde. Afin de diminuer le nombre de longueurs d'onde requis, il est préférable que les connexions soient réparties uniformément sur les différentes arêtes. Dans cette optique, il est souvent nécessaire d'ajouter seulement quelques fibres pour répartir plus uniformément les connexions et, du même coup, diminuer le nombre de longueurs d'onde nécessaire. La dernière analyse de l'article concerne la restauration de chemins optiques suite à la défaillance d'un lien. Il est nécessaire dans ce cas de trouver des chemins alternatifs pour tous les chemins passant par ce lien sans modifier les connexions qui n'ont pas été interrompues. Généralement, il est préférable de permettre des chemins alternatifs d'une longueur supérieure d'une arête aux chemins actuels afin de diminuer le nombre requis supplémentaire de longueurs d'onde. Une aug-

mentation de la longueur du chemin de plus d'une arête n'apporte généralement pas de bénéfices additionnels.

Cet article est intéressant étant donné qu'il est l'un des premiers à introduire l'approche par décomposition pour la minimisation du nombre de longueurs d'onde avec plus courts chemins. Il étend aussi l'étude du problème RWA à des réseaux arbitraires alors que ce problème était généralement traité dans le cadre de topologies particulières. Finalement, il est intéressant de remarquer la diminution du nombre de longueurs d'onde par l'ajout de seulement quelques fibres sur des arêtes spécifiques.

2.2.2 Hyytiä et Virtamo (1998)

Ce second article présente aussi une méthode par décomposition pour la résolution du problème RWA. Avant d'en venir à la présentation de ces méthodes heuristiques, les auteurs présentent tout d'abord leurs hypothèses. Ils supposent que la conversion de longueurs d'onde n'est pas possible et que les requêtes de connexion sont statiques. Les auteurs utilisent aussi des plus courts chemins vis-à-vis le nombre d'arêtes traversés étant donné qu'un long chemin réserve une longueur d'onde sur plusieurs liens. À l'opposé, un chemin de seulement un lien peut utiliser n'importe quelle longueur d'onde disponible vu qu'il n'a aucun effet sur le reste du réseau. Les auteurs font la remarque de l'existence des bornes inférieures de partition et de lien (Section 4.4.2). Ils citent aussi l'existence d'une borne supérieure en lien avec le problème de coloration discuté plus bas. Cependant, aucune de ces bornes ne semble être utilisée dans leur algorithme.

Dans cet article, une fois que les chemins sont fixés, le problème d'affectation de longueurs d'onde est traité comme un problème de coloration. Le problème de coloration se résout à partir d'un nouveau graphe créé suite à la sélection d'un chemin par connexion. Ce nouveau graphe comprend un noeud pour chaque requête de connexion. Une arête existe entre deux noeuds si les chemins associés aux connexions de ces noeuds partagent un lien. Le problème consiste à colorier (c.-à-d. affecter une longueur d'onde) chacun des noeuds avec un nombre minimum de couleurs. Chacun des noeuds doit être

colorié par une couleur différente de ses voisins directs (c.-à-d. les noeuds atteignables par une arête).

Plusieurs méthodes heuristiques d'affectation de longueurs d'onde ont été testées pour comparaison. La première consiste en un algorithme glouton qui parcourt les noeuds par ordre décroissant de degré. Les noeuds sont affectés à la première longueur d'onde disponible, c.-à-d. une longueur d'onde qui n'est pas utilisée par les noeuds voisins. Une variante de cet algorithme, appelé DSATUR, choisit dynamiquement l'ordre des noeuds selon le nombre de couleurs possibles à chacun des noeuds. Une troisième approche, la recherche exhaustive, permet l'énumération de toutes les solutions. Étant donné que cette approche est irréalisable en pratique, elle est utilisée avec des méthodes d'élagages pour éliminer les pistes de solutions non prometteuses. Ces méthodes consistent à l'utilisation de l'algorithme glouton ou au calcul d'une borne inférieure sur le nombre de couleurs. Cet article présente aussi trois métaheuristiques. Un recuit simulé est proposé où le nombre de couleurs correspond à l'énergie du système. Une deuxième métaheuristique, un algorithme génétique, fonctionne avec l'aide d'un algorithme glouton. Les individus de l'algorithme génétique représentent l'ordonnement des noeuds pour le traitement subséquent par l'algorithme glouton. Finalement, une méthode de recherche avec tabous est utilisée pour trouver une solution réalisable à k couleurs contrairement aux autres métaheuristiques qui cherchaient à minimiser le nombre de couleurs.

Les auteurs ont choisi l'algorithme glouton pour constituer un algorithme itératif pour la résolution du problème RWA, car cet algorithme était le plus rapide parmi ceux testés. L'algorithme itératif débute par sélectionner un chemin pour chacune des connexions puis leur affecte une longueur d'onde par l'algorithme glouton. La sélection des chemins se fait à partir de tous les plus courts chemins pour chacune des connexions. Ensuite, un nouveau plus court chemin est sélectionné pour une connexion choisie au hasard. Si la coloration de cette nouvelle sélection procure un nombre de longueurs d'onde égal ou inférieur à la meilleure solution trouvée, cette nouvelle solution est conservée et la dernière étape est réitérée. Sinon, l'algorithme est arrêté.

Cet article propose plusieurs approches pour l'affectation des longueurs d'onde. Les spécificités d'implémentation de chacune de ces approches y sont bien documentées. Cet article est aussi intéressant, car il propose une approche par décomposition itérative. Cependant, une meilleure sélection des plus courts chemins aurait sûrement mené à de meilleurs résultats.

2.2.3 Simonis (2011)

Cet article fait une comparaison de différentes approches pour résoudre le problème RWA. Deux variantes du problème RWA sont étudiées : minimiser le nombre maximum de longueurs d'onde sur une arête (variante de base) et minimiser le nombre total de longueurs d'onde nécessaires (variante étendue). Pour chacune de ces variantes, quatre approches sont présentées afin de résoudre le problème. La première consiste en la résolution de la formulation complète du problème par programmation linéaire en nombre entiers (PLNE). Les trois approches suivantes résolvent le problème décomposé, c.-à-d. le problème de routage puis le problème d'affectation de longueurs d'onde. La formulation du problème de routage est commune aux trois approches. Elle consiste en un PLNE. C'est plutôt la formulation du problème d'affectation de longueurs d'onde qui les distingue. La première approche pour le problème d'affectation de longueurs d'onde consiste en un problème de PLNE, la deuxième en un problème de satisfaisabilité booléenne (*boolean SATisfiability problem*) (SAT) et la troisième en la programmation par contraintes (PPC). Toutes les approches proposées s'inspirent de la formulation par lien du problème RWA étant donné qu'il n'y a pas de contraintes sur le type de chemin utilisé par le routage. Par exemple, les chemins n'ont pas besoin d'être des plus courts chemins.

Le problème traité par l'article suppose un trafic de type statique dans un réseau orienté. Les premiers résultats ont été obtenus sur quatre réseaux de la littérature avec différentes matrices de requêtes de connexion générées aléatoirement. Pour la variante de base, la résolution des différentes instances montre que les approches par décomposition sont plus rapides que la résolution du problème complet. Les approches par décompo-

sition obtiennent presque toujours des solutions optimales. L'approche PLNE-PPC est légèrement plus rapide que PLNE-SAT et significativement plus rapide que PLNE-PLNE. Le modèle complet n'a pas été résolu pour la variante étendue du problème. Pour cette variante, le même ordonnancement des approches par décomposition peut être fait vis-à-vis le temps de résolution. Cependant, l'approche PLNE-PLNE n'est pas en mesure de résoudre toutes les instances à l'intérieur de 1000 secondes.

Des résultats supplémentaires ont été obtenus avec l'approche PLNE-PPC, la meilleure des approches présentées par l'auteur. L'influence du nombre de requêtes de connexion sur cette approche a été premièrement vérifiée. Un réseau comprenant jusqu'à 2000 requêtes de connexion a été résolu. Les temps de résolution ont montré que c'est davantage la phase PPC qui augmentait en temps. La majorité des instances ont pu encore être résolues à l'optimalité. D'autres résultats montrent l'influence du nombre de noeuds du réseau sur le temps de calcul. Des instances de 30, 40, 50 et 60 noeuds ont été générées aléatoirement avec une probabilité de 25 % d'un lien entre deux noeuds. Pour ces essais, c'est la phase PLNE qui augmente en temps selon le nombre de noeuds.

Malgré que les chemins ne sont pas restreints aux plus courts chemins, cet article est toutefois intéressant, car il constitue la base sur laquelle notre recherche s'est inspirée. En effet, la méthode que nous proposons s'inspire très fortement de l'approche PLNE-PPC qui, selon les résultats de l'auteur, semble être la plus prometteuse. D'autres résultats sont aussi intéressants. Par exemple, les résultats de la variante de base et la variante étendue du problème RWA correspondent respectivement à la solution de la variante étendue avec et sans capacité de conversion des longueurs d'onde. Finalement, cet article est aussi très riche du point de vue des résultats numériques.

Chapitre 3

Méthodologie

Le problème RWA avec plus courts chemins a été résolu de deux façons au cours de cette recherche. Tout d'abord, une approche directe utilisant la programmation mathématique a été utilisée. Ensuite, le problème a été décomposé en deux parties pour être résolu par une approche par décomposition. Dans ce chapitre, l'intuition derrière chacune des approches sera expliquée. Par la suite, une explication des différentes expérimentations numériques sera donnée. Les formulations mathématiques ainsi que les résultats numériques seront donnés au chapitre 4.

3.1 Approche directe

L'approche directe consiste à modéliser le problème par la programmation mathématique pour ensuite le résoudre. Lorsque possible, il est toujours mieux de construire une formulation dite linéaire. Cette formulation linéaire peut être résolue par l'algorithme du simplexe qui va nécessairement converger vers une solution optimale si le problème admet au moins une solution optimale. Si le modèle possède au moins une variable devant être entière, il est encore possible et garanti de trouver une solution optimale par l'algorithme de séparation et évaluation progressive (*branch and bound*) si le problème admet au moins une solution entière optimale. Il est possible de formuler le problème RWA par la PLNE. La résolution se fera alors à l'aide de la méthode du simplexe et

de l'algorithme de séparation et évaluation progressive pour l'approche directe. Cette modélisation exacte est l'une des modélisations utilisées pour cette recherche. Elle sert de point de comparaison pour l'approche heuristique présentée à la section 3.2.

3.1.1 Calcul des plus courts chemins

Avant de formuler le modèle mathématique, il est nécessaire de calculer les plus courts chemins. Les deux modèles utilisés au cours de cette recherche utilisent les plus courts chemins dans leur formulation. Un grand nombre d'algorithmes et de variantes existent dans la littérature pour faire ce calcul (pour une revue étendue, voir Deo et Pang (1984)). Les instances traitées dans cette recherche ont une taille maximale de 100 noeuds. Elles peuvent donc être résolues rapidement avec un algorithme tel que celui de Dijkstra (1959) sans nécessité d'implémentation spéciale. Cet algorithme a une complexité de $\mathcal{O}(n^2)$ ce qui signifie que si le problème possède n noeuds, l'algorithme nécessitera dans le pire cas n^2 opérations, à partir d'une origine, pour trouver les plus courts chemins vers toutes les destinations possibles. Étant donné que l'algorithme doit être appliqué pour toutes les origines, l'algorithme aura donc une complexité totale de $\mathcal{O}(n^3)$ ce qui demeure négligeable étant donné le faible nombre de noeuds traité dans les instances de cette recherche.

3.1.2 Formulation mathématique

Étant donné que le problème est résolu à l'aide des plus courts chemins, il y a un nombre fini de possibilités de chemins pour chaque connexion. Il y a aussi un nombre fini de longueurs d'onde à affecter à chaque connexion par la définition du problème. Une modélisation acceptable est alors d'affecter une longueur d'onde et un plus court chemin à chaque connexion. Cette modélisation est possible par l'intermédiaire d'une variable binaire pour chacun des couples de requête et de longueur d'onde. Il est important de remarquer que le nombre de variables augmente rapidement en fonction du nombre de requêtes et du nombre maximal de longueurs d'onde. Pour cette recherche, l'objectif

choisi est de diminuer le nombre total de longueurs d'onde utilisées. Les contraintes du problème représentent les règles à respecter. Premièrement, il faut affecter un chemin et une longueur d'onde à chaque connexion. Deuxièmement, il ne faut pas que deux connexions passant sur une même fibre utilisent la même longueur d'onde. Finalement, une longueur d'onde ne peut être affectée que si elle est disponible. Le modèle complet se retrouve à la section 4.3.

3.2 Approche par décomposition

L'approche par décomposition consiste à réduire le problème initial en une série de plusieurs petits problèmes qui s'imbriquent les uns dans les autres. Ces petits problèmes sont plus faciles à résoudre et, conséquemment, plus rapides à résoudre. Il est alors possible d'obtenir une solution au problème complet en un temps plus court. Cependant, la solution obtenue par cette approche n'est pas nécessairement optimale c.-à-d. ce n'est pas nécessairement la meilleure solution qu'on puisse trouver par rapport à l'objectif. À l'aide de l'approche présentée dans cette section, il est possible d'obtenir une preuve d'optimalité dans certains cas ce qui évite d'avoir à comparer les résultats obtenus avec l'approche directe pour vérifier l'optimalité.

L'approche consiste en quatre phases : (i) trouver les plus courts chemins ; (ii) calculer une borne inférieure sur le nombre de longueurs d'onde requises ; (iii) sélectionner un et un seul plus court chemin pour chacune des requêtes de connexion ; (iv) affecter une longueur d'onde par requête ce qui permet de connaître le nombre de longueurs d'onde requis.

3.2.1 Phase 1 : calcul des plus courts chemins

Le calcul des plus courts chemins se fait de la même façon que dans l'approche directe. Il est aussi expliqué à la section 4.4.1.

3.2.2 Phase 2 : calcul de la borne inférieure

Pour les phases subséquentes, il est nécessaire de postuler sur le nombre de longueurs d'onde nécessaire. Si le nombre choisi est trop élevé, le temps pour résoudre le problème sera plus long. À l'opposé, si le nombre choisi est trop petit, le problème n'admettra pas de solution. Il faudra alors incrémenter le nombre nécessaire de longueurs d'onde pour ensuite résoudre encore le problème. Donc, il est évident qu'un bon choix du nombre de longueurs d'onde requis accélèrera la résolution. Afin d'accomplir cette tâche, le calcul d'une borne inférieure sur le nombre requis de longueurs d'onde est fait.

Trois approches pour le calcul d'une borne inférieure ont été testées. Ces méthodes sont la borne de distance, la borne de partition et la borne de lien. Elles sont expliquées en détail à la section 4.4.2. Ces différentes approches ont été comparées à la section 4.5.3. Suite aux résultats obtenus, c'est la borne de lien qui a été choisie pour la Phase 2 vu qu'elle obtient les meilleurs résultats dans un temps comparable aux autres méthodes.

3.2.3 Phase 3 : sélection des plus courts chemins

Une fois que les plus courts chemins et la borne inférieure ont été trouvés, la prochaine étape consiste à choisir exactement un plus court chemin par connexion. Il est nécessaire de choisir un seul chemin par connexion pour simplifier la Phase 4 à une affectation des longueurs d'onde. Cette sélection devra être faite rapidement tout en permettant une affectation minimum de longueurs d'onde. Elle peut être effectuée de plusieurs façons : (i) sélection aléatoire; (ii) sélection avec PLNE sans objectif; (iii) sélection avec PLNE comprenant un objectif. Étant donné que deux objectifs (congestion et betweenness) sont proposés pour la troisième méthode, ce sont quatre approches au total qui sont expliquées dans la section 4.4.3.

Ces différentes approches ont aussi été comparées en terme de temps et de qualité des solutions obtenues. Ces résultats sont présentés à la section 4.5.3. La meilleure approche du point de vue de la qualité des solutions est l'approche par PLNE avec l'objectif

formulé à l'aide de la *betweenness* d'arête. Cette approche obtient aussi des temps de calcul comparables aux autres approches. De plus, vu qu'elle est déterministe, elle va obtenir les mêmes résultats lors de deux résolutions d'une même instance de problème. Elle obtiendra aussi des temps de calcul similaires pour deux résolutions d'une même instance. Pour ces raisons, c'est cette approche qui fut sélectionnée pour la Phase 3 de l'approche par décomposition.

3.2.4 Phase 4 : affectation des longueurs d'onde

Finalement, la dernière phase (Phase 4) consiste en l'affectation de longueurs d'onde à chacune des requêtes. Deux approches provenant de Simonis (2011) ont été formulées à la section 4.4.4 pour l'affectation des longueurs d'onde : (i) affectation par PLNE ; (ii) affectation par PPC. Cependant, ce n'est que la formulation par PPC qui a été implantée. Cette approche était la plus rapide parmi les approches proposées par Simonis (2011). L'approche par PLNE a été présentée seulement pour aider à la compréhension vu que cette formulation est similaire aux formulations des phases précédentes.

3.3 Expérimentations numériques

Des expérimentations numériques ont été menées pour développer l'approche par décomposition et pour, ensuite, la comparer avec l'approche directe. Toutes ces expérimentations ont été menées sur les 29 réseaux tirés de Pavan, Morais, da Rocha, et Pinto (2010). Une image de chacun de ces réseaux est disponible à l'Annexe 5.2 et la liste d'arêtes de chacun de ces réseaux est disponible à l'Annexe 5.2. De plus, une description de ces réseaux est donnée à la Section 4.5.2. Il est important de noter que le réseau GEANT2 utilisé est une version modifiée du réseau GEANT2 de Pavan *et al.* (2010). Nous avons retiré les arêtes parallèles étant donné que notre implémentation n'était pas capable de les traiter. Les listes d'arêtes des deux versions de ce réseau sont disponibles : Figure B.24 et Figure B.25.

Les expérimentations ont permis de comparer par rapport au temps et à la qualité de chacune des solutions des approches proposées. Tous les résultats numériques se retrouvent à la Section 4.5. Autant les expérimentations pour le développement de l'approche par décomposition que celles pour la comparaison de cette approche avec l'approche directe ont pu être menées sur les mêmes réseaux étant donné qu'il n'y a pas eu d'ajustement de paramètres dans l'approche par décomposition. Conséquemment, l'approche par décomposition n'est pas ajustée aux réseaux et c'est pourquoi il ne peut pas y avoir de surapprentissage.

Chapter 4

Article

RWA problem with geodesics in realistic OTN
topologies

Martin Cousineau¹, Sylvain Perron², Gilles Caporossi², Marcia Paiva³,
and Marcelo Segatto³

¹*HEC Montréal, Montréal, Canada*

²*GERAD & HEC Montréal, Montréal, Canada*

³*Federal University of Espírito Santo, Vitória, Brazil*

December 3, 2012

Abstract

This paper presents a decomposition approach for solving a variant of the Routing and Wavelength Assignment (RWA) problem, in which all connection requests are covered by geodesics, i.e., shortest paths with respect to the number of hops. Our decomposition approach is an extension of a recent method proposed in the literature, for the case of geodesics. We also improve this method by proposing new ways of selecting the set of promising paths in the paths selection phase. Our approach as well as an integer linear optimization formulation are tested on 29 realistic optical transport networks. The results show that our approach can find the optimal number of wavelengths or an interval on this number in a short computing time. We also show that this interval can be used to accelerate the solution process of the integer linear formulation. Using these techniques, we were able to find and prove the optimal number of wavelengths for 28 of the 29 networks while providing a small interval on the optimal number of wavelengths for the remaining network. To the best of our knowledge, the RWA problem is solved with proof of optimality for the first time for such a number of realistic topologies.

Keywords: Decomposition, integer linear programming, constraint programming, shortest paths, geodesics, RWA, optical transport networks

4.1 Introduction

In Wavelength Routed All-Optical Networks, the Routing and Wavelength Assignment (RWA) problem consists in finding lightpaths for the connection requests, while optimizing some performance metric. A lightpath is a wavelength continuous path between a pair of nodes, i.e., a sequence of links through which the same wavelength carries the optical signal, providing an end-to-end connection (Murthy and Gurusamy 2002).

In such networks, the traffic demand can be: (i) static, where the set of connection requests is given in advance and does not change in a short term; or (ii) dynamic, where the connection requests arrive randomly. The RWA problem with static traffic usually tries to minimize the number of wavelengths required. In the dynamic case, the objective of the RWA problem usually consists in minimizing the connection blocking probability or maximizing the number of established connection requests in a given time period. For a detailed review of the RWA problem approaches or variants, see Zang, Jue, and Mukherjee (2000).

This paper addresses the RWA problem with static traffic demand and the objective of minimizing the number of wavelengths required to all-to-all communication. From now on, this problem will be addressed as the min-RWA problem. This problem is known to be \mathcal{NP} -complete (Chlamtac, Ganz, and Karmi 1992) and can be solved as an integer linear programming (ILP) problem (Ramaswami and Sivarajan 2001, Jaumard, Meyer, and Thiongane 2006 2007), but the computing time scales with the order of the network, i.e., its number of nodes.

The use of advanced linear programming techniques such as column generation (Jaumard, Meyer, and Thiongane 2009) allows the study of larger instances of the problem. However, the computing time is still too large for many instances. Thus, in order to get acceptable computing times, the min-RWA problem is usually solved heuristically using a decomposition of the problem into two subproblems: the routing subproblem and the wavelength assignment subproblem.

Each of the subproblems above can be solved using ILP techniques or heuristic approaches. The routing subproblem consists in choosing a path for each connection request, from a set P of precomputed paths. For instance, the fixed routing considers a set of exactly one path per connection, usually a shortest path; the fixed-alternate routing considers a set of k paths per connection; and the exhaust routing considers all possible paths. Usual approaches for the wavelength assignment subproblem are first-fit, most-used, least-used, and random wavelength assignment (Murthy and Gurusamy 2002, Zang et al. 2000).

In this paper, the min-RWA problem is solved also using a decomposition framework. For the routing subproblem, we propose the use of a particular set P of shortest paths that can be computed with respect to the number of hops or any other cost function. These paths will be called geodesics. Our approach is an improved extension of the recent method proposed by Simonis (2011) for the case of geodesics instead of general paths. For the wavelength assignment subproblem we have used a constraint programming formulation. In order to compare our results, we also have developed an ILP formulation to solve the complete problem. Both formulations have been tested using a set of 29 optical transport networks (OTN) ranging from 9 to 100 nodes presented in Pavan, Morais, da Rocha, and Pinto (2010).

This paper presents the following contributions: (i) The comparison of three lower bounds for the min-RWA problem presented in the literature; (ii) The proposal of a new method to chose a path from the set of all geodesics and; (iii) The optimality proof for almost all OTN instances.

In Section 4.2, the assumptions used in our problem are presented. Section 4.3 presents the notation and an ILP formulation of the problem. Section 4.4 describes the different decomposition approaches proposed. Section 4.5 gives a list of the instances characteristics and shows results for the lower bounding algorithms and the geodesics selection algorithms. This section also gives a comparison of the selected solution approach with the approach for solving the min-RWA problem. Finally, we draw some conclusions in Section 4.6.

4.2 Problem statement and related problems

The min-RWA problem can be stated as follows:

- *Objective function*: minimization of the number of wavelengths;
- *Formulation structure*: path based;
- *Traffic demand*: static;
- *Wavelength-conversion capability*: none;
- *Fiber orientation*: none;
- *Fiber multiplicity*: none;
- *Requests multiplicity*: none;
- *Requests coverage*: all pair of nodes (symmetric).

These assumptions are commonly found in the literature but in general there are no constraints on the set of routes. As stated in the previous section, P can be a set of exactly one path per connection, k paths per connection, or a set of all possible paths. In this paper we will assume a particular set P of all geodesics to solve the routing subproblem.

When compared with the fixed routing, the use of all geodesics can improve the obtained solutions if a way to choose the shortest paths is provided. With respect to the fixed-alternate and exhaust routing, the geodesics ensure that a shortest path will always be chosen. It is important to state that the use of shortest paths for all pair of nodes will improve the quality of the optical signal, consequently will decrease the capital expenditure (CAPEX).

We believe that our approach leads to the reduction of the number of optical amplifiers, increasing the quality and the reach of the optical signal. In addition, it also minimizes the total and average transit traffic (Baroni and Bayvel 1997).

To our knowledge, only two approaches in the literature use shortest paths to minimize the number of wavelengths needed for the min-RWA problem with no wavelength converters.

A decomposition approach of Hyytia and Virtamo (1998) used a random selection of one shortest path per connection. Wavelength assignment is then compared using different approaches: greedy algorithm, exhaustive search, simulated annealing, genetic algorithms and tabu-search.

A heuristic approach proposed by Baroni and Bayvel (1997) also used shortest paths. This approach is decomposed in three phases. In the first phase, the set of shortest paths for all the connection requests is obtained. In the second phase, a random path from that set is assigned to each of these connections. In the last phase, each connection is in turn considered and if an alternative path for this connection has a lower congestion level, it is swapped with the actual path. This last step is repeated until no more swaps are executed. The congestion level of a path is defined as the maximum number of paths sharing an edge. A heuristic wavelength assignment is then done by allocating wavelengths to connections having the longest paths first.

4.3 Direct approach: ILP formulation

In this section, we first give some notations used in the rest of the paper and then present an integer linear programming formulation of the problem under study. Suppose a network represented by a graph $G = (V, E)$ where V is the set of n nodes and E is the set of m edges. The set K corresponds to a set of pairs (s_k, d_k) where each pair is a connection request $k \in K$ between a source node s_k and a destination node d_k . P_k is the set of all geodesics for the pair (s_k, d_k) . P is the union of all sets P_k with $k \in K$. P_e is the subset of P which uses edge $e \in E$. Finally, Λ is the set of available wavelengths of cardinality $W = |\Lambda|$.

Two ILP formulations have been proposed for the min-RWA problem: one formulation using variables on paths and one formulation using variables on edges. Even if the path formulations uses more variables than the edges formulation, we have chosen the former approach because it facilitates the incorporation of the geodesics constraint. This formulation will be referred as the direct approach through the rest of this paper.

For the path formulation, two types of binary decision variables are needed: x_p^λ is equal to 1 if the path $p \in P$ is used with the wavelength $\lambda \in \Lambda$ and 0 otherwise; y^λ is equal to 1 if the wavelength $\lambda \in \Lambda$ is used and 0 otherwise. The min-RWA problem may be formulated as the following integer linear program:

$$\text{Minimize } W^* = \sum_{\lambda \in \Lambda} y^\lambda \quad (4.1)$$

subject to:

$$\sum_{p \in P_e} x_p^\lambda \leq 1, \forall \lambda \in \Lambda, \forall e \in E \quad (4.2)$$

$$\sum_{p \in P_k} \sum_{\lambda \in \Lambda} x_p^\lambda \geq 1, \forall k \in K \quad (4.3)$$

$$x_p^\lambda \leq y^\lambda, \forall \lambda \in \Lambda, \forall p \in P \quad (4.4)$$

$$x_p^\lambda \in \{0, 1\}, \forall \lambda \in \Lambda, \forall p \in P \quad (4.5)$$

$$y^\lambda \in \{0, 1\}, \forall \lambda \in \Lambda. \quad (4.6)$$

The objective (4.1) of this formulation is to minimize the number of wavelengths. The first set of constraints (4.2) ensures that paths sharing common edges can not use the same wavelength. The second set of constraints (4.3) ensures that each connection request is covered by at least one lightpath. Constraints (4.4) link the two sets of variables ensuring that no path can be assigned to an unused wavelength.

In this formulation, a set of geodesics P and a number of wavelengths W are required. The set P is easy to obtain and can be computed in a negligible time for all instances considered in this paper. The approach used to compute P is explained in Section 4.4.1. The number of wavelengths W is not as easy to determine. On the one hand, a W greater than needed would increase the number of variables and, consequently, the computing time. On the other hand, a W too small would lead to an unfeasibility. Two approaches can be used to overcome the fact that W is not known in advance.

A first approach consists in solving a sequence of feasibility problems. We first try to find a solution to the set of constraints (4.2)–(4.6) using a lower bound on W . If a feasible solution is not found, W is increased and the resulting feasibility problem is solved again. This iterative process is repeated until a feasible solution is found. The final W value corresponds to the optimal solution to the optimization problem (4.1)–(4.6). A second approach consists to solve a single optimization problem (4.1)–(4.6) using a value for W large enough to ensure that the problem admits at least one feasible solution. To do so, we may set W to the number of connection requests which is an obvious valid upper bound. A comparison of both approaches is done in Section 4.5.4.

4.4 Decomposition approaches: 4-phase heuristic

We describe in this section our proposed approach which is based on a decomposition of the problem. This kind of approach has already been used by Banerjee and Mukherjee (1996) to solve the min-RWA problem. It has been revisited recently by Simonis (2011) using new techniques. Our approach is an extension of the method proposed by Simonis (2011) to the case of geodesics. We also improve this method by proposing new ideas for the geodesics selection phase. The four phases of our approach are:

- P1: the geodesics computation phase;
- P2: the lower bound computation phase;
- P3: the geodesics selection phase; and
- P4: the wavelength assignment phase.

Figure 4.1 presents the interaction between the different phases. In the first phase, the set of all geodesics for all connections requests is found. The second phase consists of finding a good lower bound on the minimum number of wavelengths needed for covering all the connection requests. The last two phases consist in replacing the single problem (4.1)–(4.6) by two subproblems: (i) selecting one and only one geodesic for each connection request; (ii) finding a feasible assignment of wavelengths to the selected subset of geodesics. Phase 3 corresponds to the former subproblem while Phase 4 corresponds to the latter. Depending on the lower bound value obtained in Phase 2 and depending on the method used for selecting the geodesics, Phase 3 might

be repeated several times before finding an acceptable subset of geodesics for Phase 4, the value of \underline{W} being incremented between each iteration. Also, depending on the subset of geodesics chosen in Phase 3 and on the value of \overline{W} , Phase 4 might also be repeated several times before finding a feasible assignment of wavelengths, the value of \overline{W} being incremented between each iteration. Note that it might also be possible to reselect a new subset of geodesics (backtracking before Phase 3) when Phase 4 fails to find a feasible assignment. However, our first experiments showed that this approach did not give better results than repeating Phase 4 with the same set of geodesics as shown in Figure 4.1. Each of these phases are now explained in details in the next subsections.

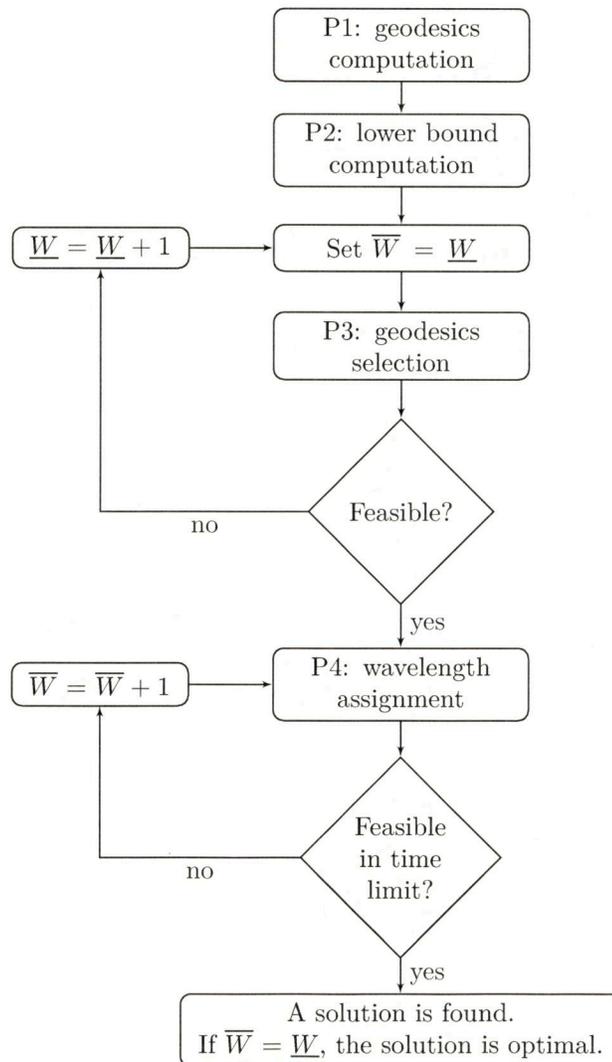


Figure 4.1: Flowchart

4.4.1 Phase 1: Geodesics computation

In this phase we compute the set P of all geodesics for all connection requests. To do so, we propose to use Dijkstra's algorithm (Dijkstra 1959) to compute, for each connection request $k \in K$ at a time, the set of all shortest paths between (s_k, d_k) using a unit cost for all edges. We do this process for all the connections requests $k \in K$. All these paths are then included to the set P .

4.4.2 Phase 2: Lower bound computation

A lower bound \underline{W} on the number of wavelengths W is necessary for the geodesics selection phase and the wavelength assignment phase. The use of a large lower bound reduces the computing time as it reduces the number of iterations. Two different lower bounds are commonly used in the literature for the min-RWA problem: the distance bound (Wischik 1996) and the partition bound (Wischik 1996). A third lower bound to the min-RWA problem has also been proposed: the number of connections sharing the same link (Hyytia and Virtamo 1998). From now on, we will call this last lower bound the link bound. We describe each of these three bounds in the next subsections.

Distance bound

As explained in Wischik (1996), a shortest path between a source s_k and a destination d_k has length $d(s_k, d_k)$ which corresponds to the number of edges on the path. This routing is done with a lightpath. Thus, this lightpath uses $d(s_k, d_k)$ lightedges with one lightedge corresponding to one wavelength used on one edge. In contrast, a network has $m \cdot W$ lightedges because it has m edges with a possibility of W wavelengths on each. To be able to establish all connections, the total number of lightedges needed for the connections must be less than or equal to the number of available lightedges in the

network. From this statement, we can compute a lower bound \underline{W}_{dist} :

$$W \cdot m \geq \sum_{k \in K} d(s_k, d_k) \quad (4.7)$$

$$\Rightarrow \underline{W}_{dist} = \left\lceil \frac{1}{m} \sum_{k \in K} d(s_k, d_k) \right\rceil \quad (4.8)$$

This lower bound represents the minimal number of wavelengths that allows all connections to be established. It is easy to compute since the geodesics have already been found.

Partition bound

As done in Wischik (1996), suppose that a graph G is partitioned in two: $A \subset V(G)$ and $G \setminus A$. One can note that $|A| \cdot |G \setminus A|$ pairs of nodes are connected through the cut $c(A)$ with $c(A)$ representing the number of links between A and $G \setminus A$. A lower bound can thus be established with:

$$\underline{W}_{part} = \left\lceil \frac{|A| \cdot |G \setminus A|}{c(A)} \right\rceil \quad (4.9)$$

Equation (4.9) is harder to compute than (4.8) and cannot be exactly computed for large instances. The exact solution of this lower bound needs the enumeration of all the 2^{n-1} possibilities for the subset A . We used the algorithm given by Wischik (1996) to approximate the solution. It can be summarized by the following steps:

1. Initialize the cost of all edges to 1.
2. Find a cheapest path for all node pairs.
3. For each edge, compute its congestion, i.e., the number of paths using it.
4. Increase by ϵ the cost of the edges that are maximally congested.
5. Add all edges with a cost higher than 1 to the set $\Gamma \subset E$.
6. Repeat steps 2–5 until at least one cut can be obtained by a subset of edges within Γ .

7. Find the maximum \underline{W}_{part} value with edges from the set Γ , i.e., the minimum cut among all the cuts induced by Γ . Note that only a subset of Γ is needed to define a cut and that multiple cuts may be induced by Γ .

Link bound

The link bound is computed by minimizing the maximum number of connections sharing the same link.

To compute this lower bound, a mixed integer programming (MIP) problem is solved where strictly one path is assigned to each connection request while minimizing the maximum number of paths sharing the same edge.

To formulate this problem, two types of variables need to be introduced: x_p is equal to 1 if the path $p \in P_k$ is chosen, and 0 otherwise; w_{max} is a nonnegative continuous variable representing the maximum number of paths sharing the same edge. With these variables, the following problem can now be formulated:

$$\text{Minimize } \underline{W}_{link} = w_{max} \quad (4.10)$$

$$\sum_{p \in P_k} x_p = 1, \forall k \in K \quad (4.11)$$

$$\sum_{p \in P_e} x_p \leq w_{max}, \forall e \in E \quad (4.12)$$

$$x_p \in \{0, 1\}, \forall p \in P \quad (4.13)$$

$$w_{max} \geq 0. \quad (4.14)$$

The objective (4.10) of this formulation consists in minimizing the maximum number of paths sharing the same edge. Constraints (4.11) ensure that one and only one path is chosen for each connection request. Constraints (4.12) impose, for each edge, an upper bound of w_{max} on the number of paths sharing this edge. The optimal value of the optimization problem (4.10)–(4.14) gives therefore a lower bound on W^* .

4.4.3 Phase 3: Geodesics selection

This phase consists in selecting from the set P obtained in Phase 1 one and only one geodesic for each connection request using a lower bound \underline{W} on the number of wavelengths. We have tested several methods for doing so. The first method is to select randomly one geodesic for each connection request. The second one consists to solve an integer linear feasibility problem. The last one is the use of an integer linear optimization problem guiding the selection of the geodesics to promising ones.

These methods should be executed only once unless the lower bound found in Phase 2 is not large enough to give a feasible problem for Phase 3. This situation might occur when using the feasibility or optimization problems proposed for Phase 3 while using the distance or the partition bounds for Phase 2. It will never occur when using the link bound since it gives a value of \underline{W} ensuring that there exists at least one feasible solution to the feasibility or optimization problems of Phase 3.

Random selection

A random selection of a geodesic $p \in P_k$ for all connections $k \in K$ is a fast way to find one path per connection once we have all the geodesics. However, it does not necessarily give a subset of geodesics allowing a feasible assignment with a small number of wavelengths (Phase 4). It could lead to a solution far from optimality. An enormous amount of time could be needed to find the best selection because the set of possibilities is quite large depending on the network. Even worse, the best selection could never be found if we do a random draw with replacement.

Integer linear feasibility problem

Another approach for selecting the subset of geodesics is try to finding a solution to the following integer linear feasibility problem:

$$\sum_{p \in P_k} x_p = 1, \forall k \in K \quad (4.15)$$

$$\sum_{p \in P_e} x_p \leq \underline{W}, \forall e \in E \quad (4.16)$$

$$x_p \in \{0, 1\}, \forall p \in P. \quad (4.17)$$

This formulation is similar to the one given in Section 4.4.2 for the link bound: the binary variables x_p and constraints (4.15) are the same while the variable w_{max} is replaced by the constant value \underline{W} in constraints (4.16). If the set of constraints admits no solution, it means that there is no possible assignment with \underline{W} wavelengths or less. However, even if this set of constraints admits one or several solutions, there is no guarantee that there exists a feasible assignment using no more than \underline{W} wavelengths. Furthermore, this method returns a single feasible solution, i.e., the first feasible solution obtained by the ILP solver. There is no evidence that this subset of geodesics will have a high probability of a feasible assignment with the minimum number of wavelengths for the next phase. For instance, by simply reordering the position of the x_p variables, we may obtain a different path selection which gives an higher upper bound in the next phase. The next subsection presents a method trying to prevent this bad behavior. It consists to add an objective to the feasibility problem for controlling heuristically the probability of selecting an optimal subset of geodesics for the next phase.

Integer linear optimization problem

We have tried two different objective functions for selecting a promising subset of geodesics for Phase 4. Each of these objective functions consists of assigning a cost for

each path which is based on the edge load. The difference between the two functions lies in the way to define the edge load.

Congestion: A first way to compute the edge load would be to sum the number of paths $p \in P$ sharing each edge $e \in E$. This edge load l_e^{cong} is linked to the definition of the congestion:

$$l_e^{cong} = |P_e|, \forall e \in E \quad (4.18)$$

with $|P_e|$ representing the cardinality of the subset P_e , i.e., the number of paths sharing edge e .

Betweenness: A second way to compute the edge load would be to compute a value linked to the edge betweenness. The weighted probabilistic number of geodesics l_e^{betw} sharing each edge $e \in E$ is computed as:

$$l_e^{betw} = \sum_{k \in K} \left[d(s_k, d_k) \cdot \frac{q_e^k}{q^k} \right], \forall e \in E \quad (4.19)$$

where $d(s_k, d_k)$ is the length of a geodesic between a source s_k and a destination d_k , q_e^k is the number of alternative shortest paths for connection $k \in K$ sharing edge $e \in E$ and q^k is the number of alternative geodesics for connection $k \in K$. The value obtained by Equation (4.19) is almost equivalent to the edge betweenness proposed by Freeman (1977) and Caporossi, Paiva, Vukicevic, and Segatto (2012) when one connection demand is present between all node pairs (i, j) with $i, j \in V$ and $i < j$. The difference is that we have weighted this computation with the length of each geodesic.

After choosing the way to define the edge load (congestion or betweenness), a cost c_p can be computed for each geodesic $p \in P$ using the following equation:

$$c_p = \sum_{e \in E_p} l_e^2, \forall p \in P \quad (4.20)$$

where E_p is the set of edges used by the path p . By squaring the term l_e , we accentuate the penalization for edges having a bigger load value. For example, a path of length 2 with edges having an edge load equal to 1 and 3 would have an higher path cost than a path of the same length with edges having both an edge load of 2.

The cost of the paths are then normalized, in order to avoid numerical issues. The normalization function chosen in this paper is the following:

$$c_{p,norm} = 100 \cdot \frac{c_p}{\max_{p \in P} c_p}, \forall p \in P \quad (4.21)$$

which provides a number in the range $(0, 100]$. This number is reasonable considering the number of connections to establish on the instances.

The integer linear optimization problem can thus be defined as follows:

$$\text{Minimize } C = \sum_{p \in P} c_{p,norm} \cdot x_p \quad (4.22)$$

subject to the constraints (4.15)–(4.17).

4.4.4 Phase 4: Wavelength assignment

After having selected one geodesic for each connection, the last step is to assign a wavelength to each of these connections. This problem can be solved using several formulations from which we have selected two: (i) an integer linear feasibility problem; (ii) a constraint programming (CP) formulation using the *alldifferent* specialized constraint.

The resolution of both approaches can be done in the same way. For the given paths subset from Phase 3, we start the problem with $W = \underline{W}$. If no solution is found, then W is increased by 1 until a solution is found. The first solution found gives an upper bound \overline{W} on the minimum number of wavelengths. If the solution is found in the first iteration, this solution is optimal because $\underline{W} = \overline{W}$. If the solution is found in a

subsequent iteration, an interval in which the optimal solution resides can be deduced from the lower and upper bounds.

ILP formulation

For the ILP formulation, we also need a new set of binary variables: x_k^λ is equal to 1 if the connection $k \in K$ is assigned the wavelength $\lambda \in \Lambda$ and 0 otherwise. The problem can now be formulated as:

$$\sum_{\lambda \in \Lambda} x_k^\lambda = 1, \forall k \in K \quad (4.23)$$

$$\sum_{k \in K_e} x_k^\lambda \leq 1, \forall \lambda \in \Lambda, \forall e \in E \quad (4.24)$$

$$x_k^\lambda \in \{0, 1\}, \forall k \in K, \forall \lambda \in \Lambda \quad (4.25)$$

where the K_e is defined as the set of connections assigned to a path using the edge e . Constraints (4.23) force that one and only one wavelength is assigned to a connection. Constraints (4.24) ensure that the clash constraint is respected, i.e., paths sharing common edges can not use the same wavelength.

CP formulation

The constraint programming formulation is different. Instead of using binary variables to affect a wavelength to a connection, the integer variables $w_k = \{1, \dots, W\}, \forall k \in K$ represent the wavelength assigned to each connection. Here, W represents the available number of wavelengths. Using the subset of geodesics selected in Phase 3, the parameter $p(k, e)$ indicates if connection $k \in K$ is routed over edge $e \in E$. The problem can then be formulated as the following feasibility problem:

$$\text{alldifferent}(w_k | p(k, e)), \forall e \in E \quad (4.26)$$

$$w_k \in \{1, \dots, W\}, \forall k \in K. \quad (4.27)$$

The *alldifferent* specialized constraints (4.26) ensure that each connection routed over the same edge $e \in E$ will be assigned to a different wavelength.

4.5 Experimental results

In this section, we first briefly present the technical settings (Section 4.5.1) and instances characteristics (Section 4.5.2) used in our experiments. Section 4.5.3 presents a detailed comparison of the different methods described in Section 4.4 for the different phases of our decomposition approach. Numerical experiments for the three lower bound approaches are presented first. Then, the four different approaches for geodesics selection phase are compared. These experiments allow us to identify the best approach for each phase. Section 4.5.4 presents the final numerical results which consist in a comparison of the direct approach presented in Section 4.3 and the proposed approach. These results allow us to find for the first time the minimum number of wavelengths for a large set of OTN instances.

4.5.1 Technical settings

In this paper, all the ILP and the CP formulations were implemented in C++ using ILOG Concert API from ILOG CPLEX Optimization Studio 12.4.0. All experiments have been done on a Linux desktop computer with a 2.8 GHz Intel Core i7 processor. A time limit of 5 seconds was used on the resolution of the CP formulation. The time limit for the network USA 100 was increased to 30 seconds because of the network order. These two time limits were set using `IloCP::TimeLimit` parameter. The computing times shown in this paper were computed using the `clock()` function from the `time.h` C++ library. These times correspond to the number of ticks divided by the number of ticks per second.

4.5.2 Networks characteristics

Works in the literature usually present results for a few small networks with randomly generated demands. The results presented here use a large set of instances corresponding to 29 realistic optical transport networks presented in Pavan et al. (2010). They range from 9 to 100 nodes. These networks can be downloaded at Perron (2012). Each undirected edge corresponds to one bidirectional optical link. The network GEANT2 used here is a modified version of the one used in Pavan et al. (2010), disregarding parallel edges.

The main characteristics of these networks are presented in Table 4.I. The second and the third columns show, respectively, the number n of nodes and the number m of edges. Column $|P|$ represents the number of geodesics for all pair of nodes while column R shows the total number of connection requests for each network. Note that $R = n(n-1)/2$, since we consider a single bidirectional connection request for each pair of nodes instead of using randomly generated connection requests. This case represents in a sense the worst-case because each pair of nodes needs to establish a connection. The last column α represents the network physical link density, i.e., the ratio between the number of links of a given network, and the maximum number of links it could have.

4.5.3 The proposed decomposition approach

In this section, we present a detailed comparison of the different methods described in Section 4.4 for the different phases of our decomposition approach. For Phase 1, no comparison is done since a unique method has been proposed in Section 4.4.1. For Phase 4, even if two different methods have been proposed in Section 4.4.4, no comparison is done between these methods since both of them provide the same solution and the CP formulation has been proven to be more efficient by Simonis (2011). We have therefore chosen to use the CP formulation for the Phase 4 of our proposed approach.

| Network | n | m | $ P $ | R | α |
|-------------|-----|-----|-------|------|----------|
| VIA NETWORK | 9 | 12 | 41 | 36 | 0.33 |
| BREN | 10 | 11 | 50 | 45 | 0.24 |
| RNP | 10 | 12 | 54 | 45 | 0.27 |
| vBNS | 12 | 17 | 78 | 66 | 0.26 |
| CESNET | 12 | 19 | 80 | 66 | 0.29 |
| NSFNET | 14 | 21 | 117 | 91 | 0.23 |
| ITALY | 14 | 29 | 142 | 91 | 0.32 |
| AUSTRIA | 15 | 22 | 137 | 105 | 0.21 |
| MZIMA | 15 | 19 | 114 | 105 | 0.18 |
| ARNES | 17 | 20 | 164 | 136 | 0.15 |
| GERMANY | 17 | 26 | 263 | 136 | 0.19 |
| SPAIN | 17 | 28 | 196 | 136 | 0.21 |
| LAMBDARAIL | 19 | 23 | 251 | 171 | 0.13 |
| MEMOREX | 19 | 24 | 202 | 171 | 0.14 |
| CANARIE | 19 | 26 | 220 | 171 | 0.15 |
| EON | 19 | 37 | 335 | 171 | 0.22 |
| ARPANET | 20 | 32 | 282 | 190 | 0.17 |
| PIONIER | 21 | 25 | 240 | 210 | 0.12 |
| COX | 24 | 40 | 404 | 276 | 0.14 |
| SANET | 25 | 28 | 342 | 300 | 0.09 |
| NEWNET | 26 | 31 | 397 | 325 | 0.10 |
| PORTUGAL | 26 | 36 | 560 | 325 | 0.11 |
| RENATER | 27 | 35 | 405 | 351 | 0.10 |
| GEANT2 | 32 | 50 | 878 | 496 | 0.10 |
| LONI | 33 | 37 | 811 | 528 | 0.07 |
| METRONA | 33 | 41 | 591 | 528 | 0.08 |
| OMNICOM | 38 | 54 | 1187 | 703 | 0.08 |
| INTERNET 2 | 56 | 61 | 1697 | 1540 | 0.04 |
| USA 100 | 100 | 171 | 22992 | 4950 | 0.03 |

Table 4.I: Characteristics of networks.

To complete the description of our proposed approach, it remains to identify the best methods for phases 2 and 3 which is the role of the next subsections.

Choice of the lower bound computation approach

The three lower bounds presented in Section 4.4.2 were tested on all 29 network instances. These results are shown in Table 4.II. The distance bound is the worst lower bound of the three and does not equal the optimal number of wavelengths even for the smallest instances. The partition bound is an improvement over the distance bound and finds the optimal number of wavelengths for some of the smallest instances. The impact of changing the ϵ constant is not clear: it has no impact on the bound obtained for

most of the instances while it improves or worsens the results for some of the instances. Regarding the quality of the bound, the link bound is clearly the best one of the three. It finds the highest lower bound for each network instance.

The computation times on the largest instance USA 100 for the distance, partition and link bound were respectively 0.74, 0.92 and 1.59 seconds. Even if the link bound is longer to compute, it is still the best choice because it avoids many iterations for Phase 3 (shown in Section 4.4.3) which takes even more time. For example, the link bound saves more than 300 iterations for Phase 3 over the partition bound for the USA 100 network. Due to its quality and its low computing time, we decided to use the link bound for the Phase 2 of our proposed approach.

| Network | Distance | Partition | | Link |
|-------------|----------|------------------|----------------|------|
| | | $\epsilon = 0.5$ | $\epsilon = 5$ | |
| VIA NETWORK | 6 | 9 | 9 | 9 |
| BREN | 10 | 12 | 12 | 12 |
| RNP | 9 | 13 | 13 | 13 |
| vBNS | 10 | 18 | 18 | 19 |
| CESNET | 8 | 12 | 12 | 15 |
| NSFNET | 10 | 13 | 13 | 13 |
| ITALY | 6 | 7 | 7 | 11 |
| AUSTRIA | 11 | 18 | 18 | 18 |
| MZIMA | 16 | 28 | 28 | 30 |
| ARNES | 21 | 24 | 18 | 38 |
| GERMANY | 15 | 4 | 22 | 24 |
| SPAIN | 11 | 17 | 17 | 22 |
| LAMBDA RAIL | 27 | 45 | 45 | 58 |
| MEMOREX | 24 | 42 | 42 | 48 |
| CANARIE | 20 | 30 | 39 | 44 |
| EON | 11 | 16 | 12 | 17 |
| ARPANET | 17 | 33 | 33 | 33 |
| PIONIER | 28 | 45 | 37 | 66 |
| COX | 19 | 36 | 36 | 43 |
| SANET | 48 | 68 | 68 | 84 |
| NEUNET | 44 | 85 | 85 | 118 |
| PORTUGAL | 33 | 55 | 55 | 74 |
| RENATER | 33 | 55 | 47 | 94 |
| GEANT2 | 33 | 48 | 42 | 79 |
| LONI | 78 | 136 | 136 | 157 |
| METRONA | 62 | 135 | 135 | 214 |
| OMNICOM | 59 | 104 | 104 | 124 |
| INTERNET 2 | 208 | 392 | 392 | 533 |
| USA 100 | 191 | 513 | 413 | 847 |

Table 4.II: Lower bounds comparison.

Choice of the geodesics selection method

Four methods for the selection of geodesics have been described in Section 4.4.3. Table 4.III shows a comparison of these methods. For each of them, the upper bound found by Phase 4 and the total time consumed, Phase 1 through Phase 4, are shown. Even if the random method and integer linear feasibility method are non-deterministic, Table 4.III shows only the result of one execution. There is no need to show averaged results over many executions because the computing times do not fluctuate significantly. For the upper bound, whenever the random paths selection gives the same upper bound as the other methods, the total computing time is not significantly shorter. For example, all the methods found an upper bound of 157 wavelengths for the LONI network in a small computing time, less than 0.59 seconds.

In the cases where the random algorithm gives the highest upper bound, it also takes more time to find it due to an increase in the number of iterations for Phase 4. Finding a feasible solution in Phase 4 is fast but proving the unfeasibility is long. This is why a time limit of 5 seconds for each iteration of Phase 4 has been used. If no feasible solution exists, the CP solver generally reaches the time limit instead of proving the unfeasibility. Then, a poorer path selection will always result in a significantly higher computing time. For example, the use of the random algorithm on the USA 100 network gave an upper bound of 1112 wavelengths in 8871.17 seconds while the other methods found an upper bound of 847 wavelengths in about 30 seconds.

For these reasons, the total computing time is not reduced when using the random method or the integer linear feasibility formulation even if these methods are faster for completing the third phase. The use of an integer linear optimization formulation is then preferred. The results of Table 4.III, especially for the SANET and OMNICOM networks, show that the betweenness objective clearly dominates the congestion objective. In summary, it appears that the most efficient method for Phase 3 consists to solve the integer linear optimization problem with the betweenness objective function.

| Network | Random | | ILP w/o obj. | | ILP cong. | | ILP betw. | |
|-------------|-----------|----------|--------------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| | \bar{W} | Time (s) | \bar{W} | Time (s) | \bar{W} | Time (s) | \bar{W} | Time (s) |
| VIA NETWORK | 10 | 5.06 | 9 | 0.05 | 9 | 0.04 | 9 | 0.05 |
| BREN | 12 | 0.04 | 12 | 0.05 | 12 | 0.06 | 12 | 0.06 |
| RNP | 15 | 10.07 | 13 | 0.05 | 13 | 0.05 | 13 | 0.05 |
| vBNS | 22 | 15.13 | 19 | 0.06 | 19 | 0.05 | 19 | 0.08 |
| CESNET | 16 | 5.06 | 15 | 0.04 | 15 | 0.06 | 15 | 0.06 |
| NSFNET | 16 | 15.14 | 13 | 0.09 | 13 | 0.08 | 13 | 0.09 |
| ITALY | 14 | 15.10 | 11 | 0.10 | 11 | 0.09 | 11 | 0.09 |
| AUSTRIA | 20 | 10.15 | 18 | 0.09 | 18 | 0.09 | 18 | 0.10 |
| MZIMA | 34 | 20.16 | 30 | 0.10 | 30 | 0.11 | 30 | 0.11 |
| ARNES | 48 | 50.52 | 38 | 0.12 | 38 | 0.11 | 38 | 0.10 |
| GERMANY | 29 | 25.27 | 24 | 0.14 | 24 | 0.11 | 24 | 0.13 |
| SPAIN | 26 | 20.17 | 22 | 0.10 | 22 | 0.10 | 22 | 0.12 |
| LAMBDARAIL | 58 | 0.16 | 63 | 25.40 | 58 | 0.15 | 58 | 0.15 |
| MEMOREX | 57 | 45.58 | 48 | 0.14 | 48 | 0.14 | 48 | 0.14 |
| CANARIE | 47 | 15.26 | 44 | 0.15 | 44 | 0.14 | 44 | 0.13 |
| EON | 24 | 35.33 | 17 | 0.14 | 17 | 0.13 | 17 | 0.12 |
| ARPANET | 38 | 25.39 | 33 | 0.17 | 33 | 0.15 | 33 | 0.15 |
| PIONIER | 70 | 20.33 | 66 | 0.17 | 66 | 0.16 | 66 | 0.15 |
| COX | 47 | 20.50 | 43 | 0.21 | 43 | 0.21 | 43 | 0.20 |
| SANET | 96 | 61.02 | 96 | 60.94 | 96 | 61.25 | 94 | 50.95 |
| NEWNET | 124 | 30.84 | 118 | 0.29 | 118 | 0.27 | 118 | 0.30 |
| PORTUGAL | 112 | 193.44 | 78 | 20.36 | 78 | 20.40 | 78 | 20.53 |
| RENATER | 104 | 51.06 | 94 | 0.24 | 94 | 0.24 | 94 | 0.26 |
| GEANT2 | 104 | 128.55 | 79 | 0.31 | 79 | 0.36 | 79 | 0.32 |
| LONI | 157 | 0.59 | 157 | 0.51 | 157 | 0.51 | 157 | 0.53 |
| METRONA | 238 | 124.72 | 235 | 108.70 | 233 | 98.40 | 233 | 98.74 |
| OMNICOM | 170 | 240.27 | 139 | 78.16 | 133 | 47.29 | 132 | 42.20 |
| INTERNET 2 | 634 | 554.34 | 612 | 466.00 | 612 | 469.25 | 612 | 469.54 |
| USA 100 | 1112 | 8871.17 | 847 | 23.63 | 847 | 26.57 | 847 | 29.86 |

Table 4.III: Geodesics selection algorithms comparison.

4.5.4 Final results: direct and proposed approaches comparison

In this section, we compare the results of the direct approach and the proposed approach together with providing the optimal solution for many OTN. The direct approach corresponds to the ILP formulation (4.1)–(4.6). The proposed approach is the decomposition approach in four phases using the best method for each of them, as found in Section 4.5.3. In summary, the proposed approach is the following: (i) the first phase consists of the one presented in Section 4.4.1; (ii) the second phase computes a lower bound using the ILP formulation (4.10)–(4.14); (iii) in the third phase, the set

of geodesics is obtained by the solution of the ILP formulation (4.15)–(4.17) with the objective (4.22); (iv) in the last phase, the wavelengths assignment is done using the CP formulation (4.26)–(4.27). When this last phase finds a feasible solution, it gives an upper bound \overline{W} on the number of wavelengths needed.

Table 4.IV summarizes the results obtained by the two approaches. The first two columns present the results of the direct approach: column W^* corresponds, when available, to the optimal number of wavelengths obtained by the direct approach; the total CPU time, when available, is indicated in the next column. Note that for some of the largest networks, the direct approach was not able to solve the problem because of its order. The next three columns summarize the results of the proposed approach: columns \underline{W} and \overline{W} give the value of the lower and upper bounds respectively followed by the total CPU time used by the four phases of the proposed approach. The last column, column W^{opt} , of the table gives the value (or an interval) on the minimum number of wavelengths needed.

Using our proposed approach, we were able to find the optimal solution for 28 of the 29 networks (see last column of Table 4.IV). The optimality of an assignment found by our approach may be proved in two ways. On the one hand, the solution found by the decomposition approach is proven to be optimal if the lower and upper bounds found are equal. This happens for 24 of the 29 networks as shown in Table 4.IV. If the bounds differ, the direct approach may be used to prove the optimality of the former solution. To accelerate the process of the direct approach, we have set W to the upper bound value found with the proposed approach and have also used the solution of the proposed approach as a warm start. Using this last procedure, we were able to find the optimal solution for four of the remaining five networks, i.e., the networks SANET, PORTUGAL, METRONA and OMNICOM. One can notice that, for each of these four networks, the value of the upper bound found by the proposed approach was in fact optimal while the lower upper bound was too small. These results suggest that the actual paths selection method is efficient while the development of a better lower bound may improve our decomposition approach. Finally, the two approaches failed to prove the optimality of

| Network | Direct approach | | Proposed approach | | | Optimal solutions |
|-------------|-----------------|------------|-------------------|----------------|----------|-------------------|
| | W^* | Time (s) | \underline{W} | \overline{W} | Time (s) | W^{opt} |
| VIA NETWORK | 9 | 0.02 | 9 | 9 | 0.04 | 9 |
| BREN | 12 | 0.03 | 12 | 12 | 0.05 | 12 |
| RNP | 13 | 0.03 | 13 | 13 | 0.06 | 13 |
| vBNS | 19 | 0.06 | 19 | 19 | 0.06 | 19 |
| CESNET | 15 | 0.04 | 15 | 15 | 0.06 | 15 |
| NSFNET | 13 | 0.04 | 13 | 13 | 0.10 | 13 |
| ITALY | 11 | 0.06 | 11 | 11 | 0.09 | 11 |
| AUSTRIA | 18 | 0.08 | 18 | 18 | 0.12 | 18 |
| MZIMA | 30 | 0.21 | 30 | 30 | 0.10 | 30 |
| ARNES | 38 | 0.78 | 38 | 38 | 0.12 | 38 |
| GERMANY | 24 | 0.97 | 24 | 24 | 0.13 | 24 |
| SPAIN | 22 | 0.14 | 22 | 22 | 0.13 | 22 |
| LAMBDA RAIL | 58 | 0.70 | 58 | 58 | 0.15 | 58 |
| MEMOREX | 48 | 0.56 | 48 | 48 | 0.16 | 48 |
| CANARIE | 44 | 0.59 | 44 | 44 | 0.15 | 44 |
| EON | 17 | 0.21 | 17 | 17 | 0.14 | 17 |
| ARPANET | 33 | 0.60 | 33 | 33 | 0.16 | 33 |
| PIONIER | 66 | 0.66 | 66 | 66 | 0.16 | 66 |
| COX | 43 | 4.19 | 43 | 43 | 0.21 | 43 |
| SANET | 94 | 190.04 | 84 | 94 | 50.94 | 94 |
| NEWNET | 118 | 3.36 | 118 | 118 | 0.30 | 118 |
| PORTUGAL | 78 | 4228.93 | 74 | 78 | 20.60 | 78 |
| RENATER | 94 | 2.05 | 94 | 94 | 0.30 | 94 |
| GEANT2 | 79 | 7.65 | 79 | 79 | 0.35 | 79 |
| LONI | 157 | 12.96 | 157 | 157 | 0.51 | 157 |
| METRONA | 233 | 27967.18 | 214 | 233 | 98.29 | 233 |
| OMNICOM | 132 | 1410743.49 | 124 | 132 | 42.81 | 132 |
| INTERNET 2 | — | — | 533 | 612 | 463.94 | [533, 612] |
| USA 100 | — | — | 847 | 847 | 30.32 | 847 |

Table 4.IV: Optimization results.

the solution for INTERNET 2 network because of its complexity. However, our approach was able to find an interval in which the minimum number of wavelengths resides.

The computing times were under a second for 23 of the networks with the proposed approach. All these networks have a lower bound equals to its upper bound and, thus, a unique iteration was necessary to find the optimal solution. Of the others networks, five took longer than a second as a result of several iterations. These iterations were due to a poor lower bound. Finally, the computing time for USA 100 network was over a second even if its lower bound was equal to its upper bound. Our assumption is that the wavelength assignment phase was longer because of the network order.

On the small networks (around 30 nodes or less), the proposed approach gave solutions with an optimality proof in a computing time that is similar to the direct approach. For the larger networks where the proposed approach fails to prove the optimality, the proposed approach found the optimal solution in a time shorter than the direct approach. For example, SANET, PORTUGAL, METRONA and OMNICOM took respectively 190.04, 4228.93, 27967.18 and 1410743.49 seconds with the direct approach while they took 50.94, 20.60, 98.29 and 42.81 seconds with the proposed approach. The computing times are increasing for larger networks but the major increases are for networks for which the proposed approach fails to prove the optimality. This increase in the computing time is also true for the same networks with the direct approach. The direct approach was not able to solve INTERNET 2 and USA 100 because of their high number of edges and nodes. The proposed approach was able to find a solution to both networks in a reasonable time. It even got an optimality proof in the case of the USA 100 network.

The computing time of the direct approach reported in Table 4.IV has been obtained using the best upper bound and the solution found by the proposed approach as a warm start. To illustrate their impact on the solution process of the direct approach, we decided to conduct several experiments using SANET network. First, the direct approach was solved as a feasibility problem with $W = \underline{W}$. This method ran out of memory at 91 wavelengths without providing any solution. Secondly, the direct approach was solved using an objective with $W = \underline{W}$. It found the optimal solution in 2050.94 seconds by incrementing the W value. Thirdly, the direct approach was solved using again an objective but with W set to the number of wavelengths found by the decomposition approach. In this case, the solver found the optimal solution in 233.00 seconds. Finally, the direct approach was solved using again an objective but with W set to R , the number of connections to establish. Again, the solver found the optimal solution but took a longer time of 117555.25 seconds due to the additional variables. These tests lead to several conclusions. The use of an objective with the direct approach seems to help the branch-and-bound algorithm. Also, the value used for W has a major impact on the computing time. The fastest time occurred with W set to the optimal

number of wavelengths. In addition, the use of a warm start solution reduces also the computing time. For SANET, the time was reduced from 233.00 to 190.04 seconds.

4.6 Discussion

A decomposition approach has been developed to solve the static min-RWA problem with geodesics. This approach is composed of four phases: (i) geodesics computation; (ii) lower bound computation; (iii) geodesics selection; and (iv) wavelength assignment. Several methods have been proposed for the different phases. The most important contribution and interesting appears to be the development of new optimization methods for finding promising subset of paths in the third phase. Extensive numerical results on a set of 29 realistic OTN topologies allow us to identify the most efficient method for each phase, which conducts to the design of our proposed decomposition approach (see Section 4.5.3). This approach as well as an integer linear programming approach have been tested on the set of 29 OTN instances. These results show that the proposed decomposition approach can find the optimal number of wavelengths or an interval on this number in a computing time much smaller than the integer linear programming approach. We also show that even when the decomposition approach fails to close the gap between the lower and upper bounds, it is still useful to accelerate the optimality proof obtained by the solution of the integer linear program. In summary, using these techniques, we were able to find and prove the optimal number of wavelengths for 28 of the 29 OTN while providing a small interval on the optimal number of wavelengths for the remaining one.

The results presented here can be considered as an upper bound for the min-RWA problem without constraints related to the set of paths. They represent the best feasible solutions from the physical layer viewpoint. Consequently, such optical networks will require less optical equipments and a lower CAPEX. Furthermore, our proposed approach can be applied without loss of generality even if the unit cost function used to the geodesics computation is replaced by any other cost function. For instance, the

geodesics can be computed using the physical distances instead of the number of hops, if this information is available.

In the future, improvements of the proposed approach could be studied, especially for the lower bound computation. As notice in Section 4.5.4, it is obvious that for increasing the number of instances for which the decomposition approach closes the gap between the lower and upper bounds, one must improve the quality of the lower bound. This improvement would also reduce the computing time for the last two phases of the decomposition approach as well as for the solution of the integer linear program. Therefore, the solution of larger instances in reasonable time would be possible. Future research should also be made in order to adapt the proposed approach to solve some variants of the problem, e.g., the min-RWA problem for networks with asymmetric traffic and multiple connection requests per pair of nodes, the min-RWA problem with restoration paths in case of link failures, and the max-RWA problem.

Acknowledgements

Martin Cousineau was supported by the Fondation HEC Montréal. Sylvain Perron was partially supported by NSERC grant 327435-06 and FQRNT grants PR-131365 and PR-166507. Gilles Caporossi was supported by NSERC grant 298138-09 and FQRNT grants PR-131365 and PR-166507. Marcia Paiva and Marcelo Segatto were partially supported by FAPES, CAPES and CNPQ.

References

- D. Banerjee and B. Mukherjee. A practical approach for routing and wavelength assignment in large wavelength-routed optical networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(5):903–908, 1996.
- S. Baroni and P. Bayvel. Wavelength requirements in arbitrarily connected wavelength-routed optical networks. *Journal of Lightwave Technology*, 15(2):242–251, 1997.
- G. Caporossi, M. Paiva, D. Vukicevic, and M. Segatto. Centrality and betweenness: Vertex and edge decomposition of the wiener index. *MATCH Communications in Mathematical and in Computer Chemistry*, 68(1):293–302, 2012.

- I. Chlamtac, A. Ganz, and G. Karmi. Lightpath communications: An approach to high bandwidth optical WAN's. *IEEE Transactions on Communications*, 40(7):1171–1182, 1992.
- E. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1):269–271, 1959.
- L. Freeman. A set of measures of centrality based on betweenness. *Sociometry*, pages 35–41, 1977.
- E. Hyytia and J. Virtamo. Wavelength assignment and routing in WDM networks. In *Nordic Teletraffic Seminar*, volume 14, pages 31–40, 1998.
- B. Jaumard, C. Meyer, and B. Thiongane. ILP formulations for the routing and wavelength assignment problem: Symmetric systems. *Handbook of optimization in telecommunications*, pages 637–677, 2006.
- B. Jaumard, C. Meyer, and B. Thiongane. Comparison of ILP formulations for the RWA problem. *Optical Switching and Networking*, 4(3-4):157–172, 2007.
- B. Jaumard, C. Meyer, and B. Thiongane. On column generation formulations for the RWA problem. *Discrete Applied Mathematics*, 157(6):1291–1308, 2009.
- C. S. R. Murthy and M. Gurusamy. *WDM optical networks: concepts, design, and algorithms*. Prentice Hall, New Jersey, 2002.
- C. Pavan, R. Morais, J. da Rocha, and A. Pinto. Generating realistic optical transport network topologies. *Journal of Optical Communications and Networking*, 2(1):80–90, 2010.
- S. Perron. Networks download, Nov. 2012. URL <http://www.gerad.ca/Sylvain.Perron>.
- R. Ramaswami and K. N. Sivarajan. *Optical networks: A practical perspective*. Morgan Kaufmann Publishers Inc, San Francisco, 2001.
- H. Simonis. Solving the static design routing and wavelength assignment problem. In J. Larrosa and B. O'Sullivan, editors, *Recent Advances in Constraints*, volume 6384 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 59–75. Springer Berlin / Heidelberg, 2011.
- D. Wischik. Routing and wavelength assignment in optical networks. *Part III Mathematics Tripos*, University of Cambridge, 1996.
- H. Zang, J. Jue, and B. Mukherjee. A review of routing and wavelength assignment approaches for wavelength-routed optical WDM networks. *Optical Networks Magazine*, 1(1):47–60, 2000.

Chapitre 5

Conclusion

5.1 Sommaire

Au cours de ce mémoire, une approche par décomposition a été présentée pour la résolution du problème min-RWA avec plus courts chemins. La résolution du problème avec plus courts chemins correspond à une borne supérieure au problème sans contrainte sur les chemins. L'approche comprend quatre phases : (i) calcul des plus courts chemins ; (ii) calcul d'une borne inférieure sur le nombre de longueurs d'onde requis ; (iii) sélection d'un plus court chemin par requête de connexion ; (iv) affectation d'une longueur d'onde à chacune des requêtes. Plusieurs méthodes ont été proposées pour les différentes phases de cette approche, mais seulement une méthode par phase a été conservée à la suite d'expérimentations numériques. Cette approche s'est montrée très performante par rapport à l'approche directe pour la résolution de différentes instances. En tout, ce sont 29 réseaux de transport optique qui ont été résolus, une première à notre connaissance. L'approche par décomposition a rendu possible la résolution de ces instances en des temps significativement plus courts tout en trouvant la solution optimale pour 28 des réseaux. Pour le réseau manquant, elle a permis d'obtenir un intervalle dans lequel se situe la solution optimale. L'approche par décomposition a aussi permis de prouver l'optimalité de 25 instances. Elle est en mesure de prouver l'optimalité d'une solution lorsque la borne inférieure et la borne supérieure sont égales. Finalement, cette approche

a été utile pour l'accélération de l'approche directe en lui procurant une borne supérieure sur le nombre de longueurs d'onde et une solution initiale proche de la solution optimale.

Il est à noter que l'apport le plus important et le plus intéressant de l'approche consiste sûrement en la méthode utilisée pour la sélection des chemins de la Phase 3. Cette phase a permis de trouver une borne supérieure égale à la solution optimale pour toutes les 28 instances où la solution optimale était connue. Un perfectionnement de l'approche passerait alors davantage par une amélioration du calcul de la borne inférieure (Phase 2) afin de prouver l'optimalité des solutions pour davantage d'instances. Ceci permettrait aussi d'accélérer l'approche en diminuant le nombre d'itérations de la Phase 4.

5.2 Futures recherches

Plusieurs avenues de recherches futures sont possibles. Tout d'abord, comme mentionné précédemment, une amélioration de la Phase 2 de l'approche par décomposition permettrait de prouver l'optimalité des solutions pour davantage d'instances tout en accélérant l'approche. Le développement d'une nouvelle borne inférieure aurait aussi un impact majeur pour les autres approches présentes dans la littérature. Ensuite, des expérimentations supplémentaires pourraient être faites sur d'autres variantes du problème RWA : min-RWA avec une couverture partielle de requêtes de connexion, min-RWA avec de multiples requêtes de connexion par paire de noeuds, min-RWA avec chemin de restitution de la connexion en cas de panne d'un lien et la variante max-RWA. Ces expérimentations permettraient de valider l'efficacité de l'approche pour d'autres variantes du problème RWA. Une dernière avenue de recherche intéressante serait de prendre en compte les longueurs réelles des liens optiques pour le calcul des plus courts chemins. Ceci permettrait de mieux prendre en considération certains facteurs dans le modèle comme l'atténuation du signal optique.

Annexes

Annexe A : Images des réseaux (Pinto 2012)

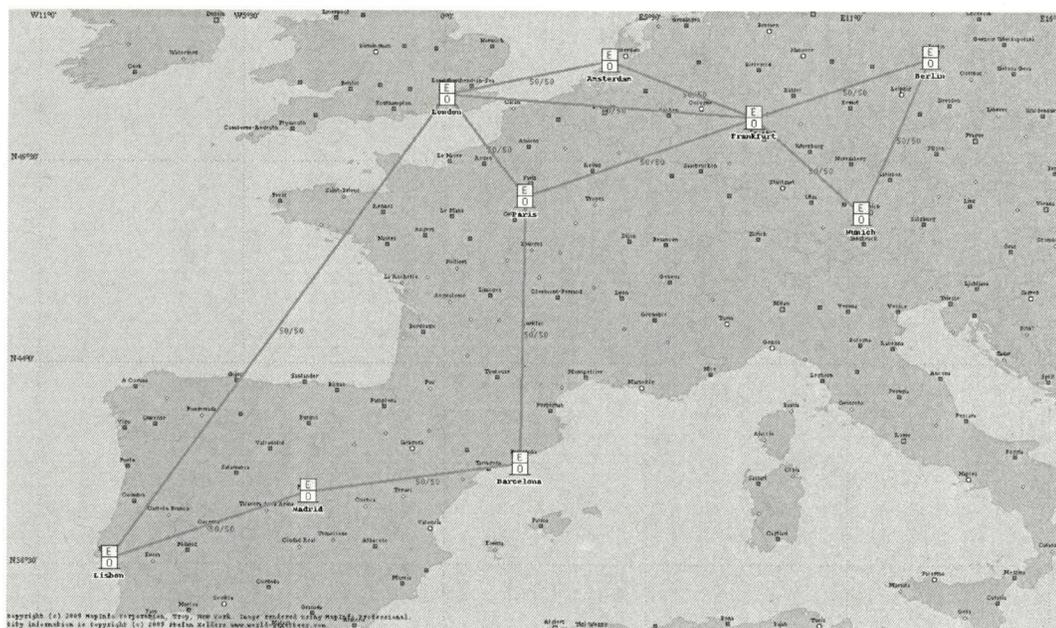


FIGURE A.1 – Réseau VIANET

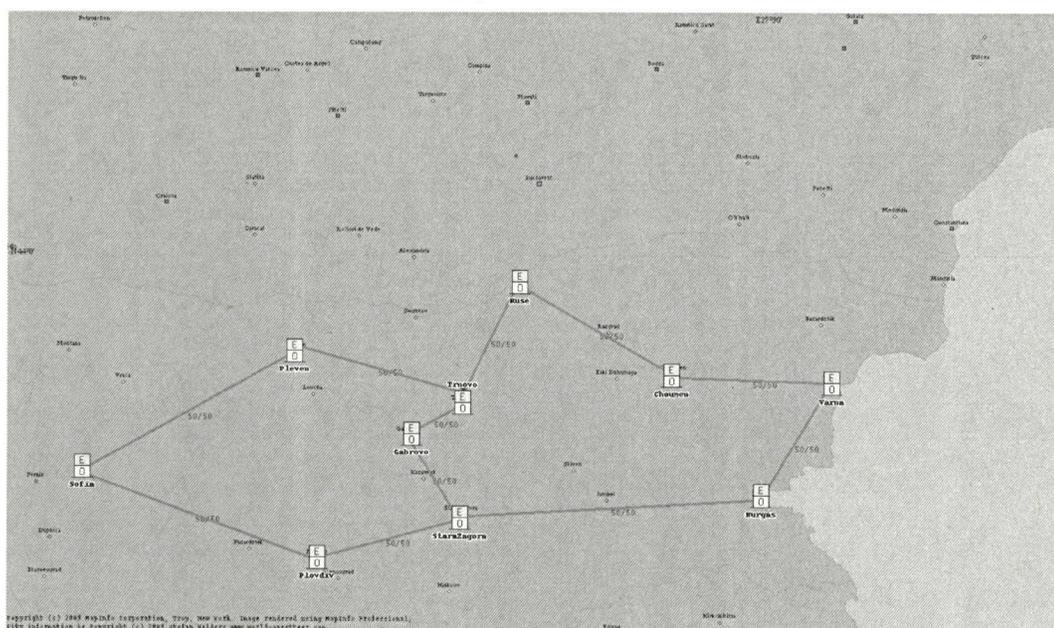


FIGURE A.2 – Réseau BREN

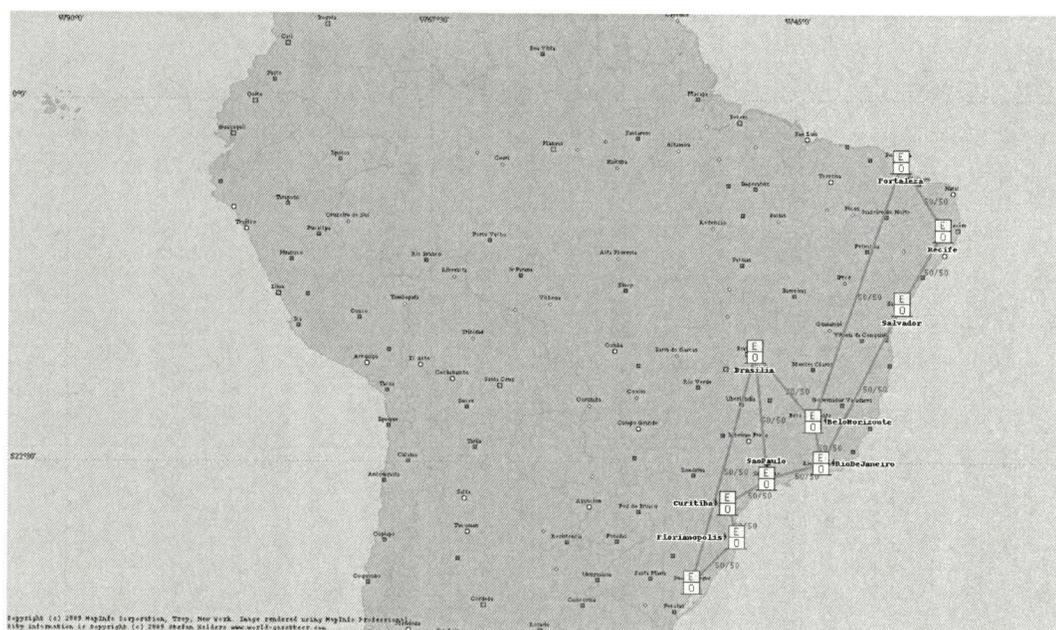


FIGURE A.3 – Réseau RNP

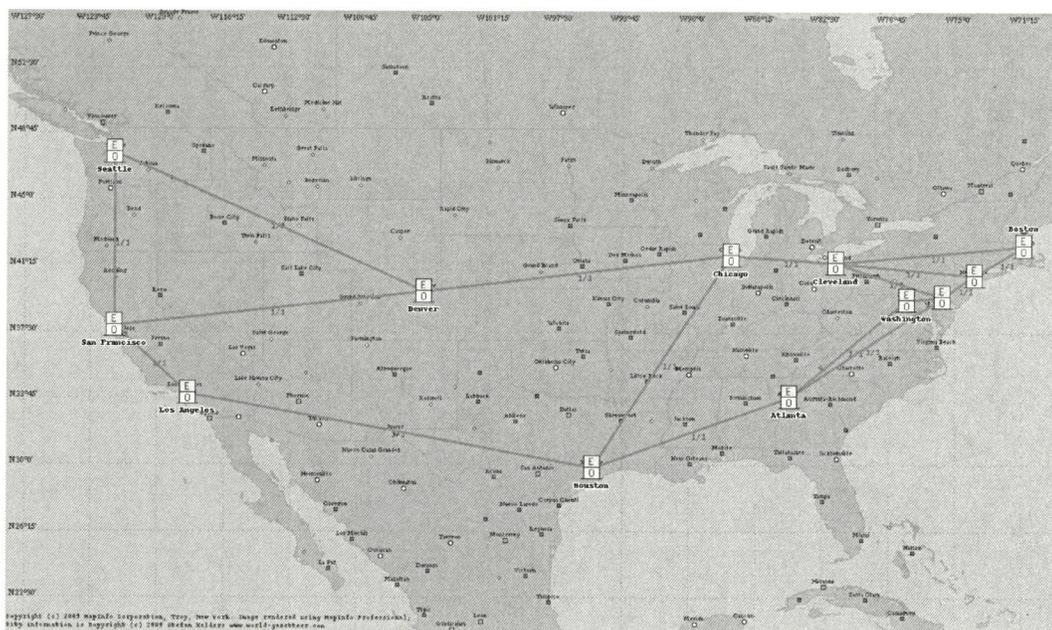


FIGURE A.4 – Réseau vBNS

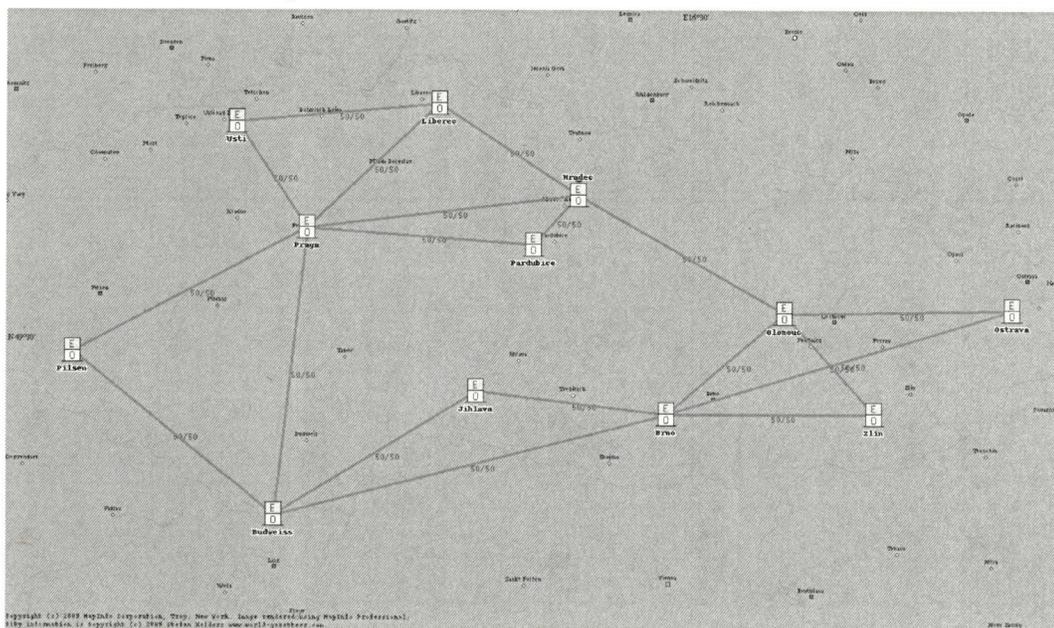


FIGURE A.5 – Réseau CESNET

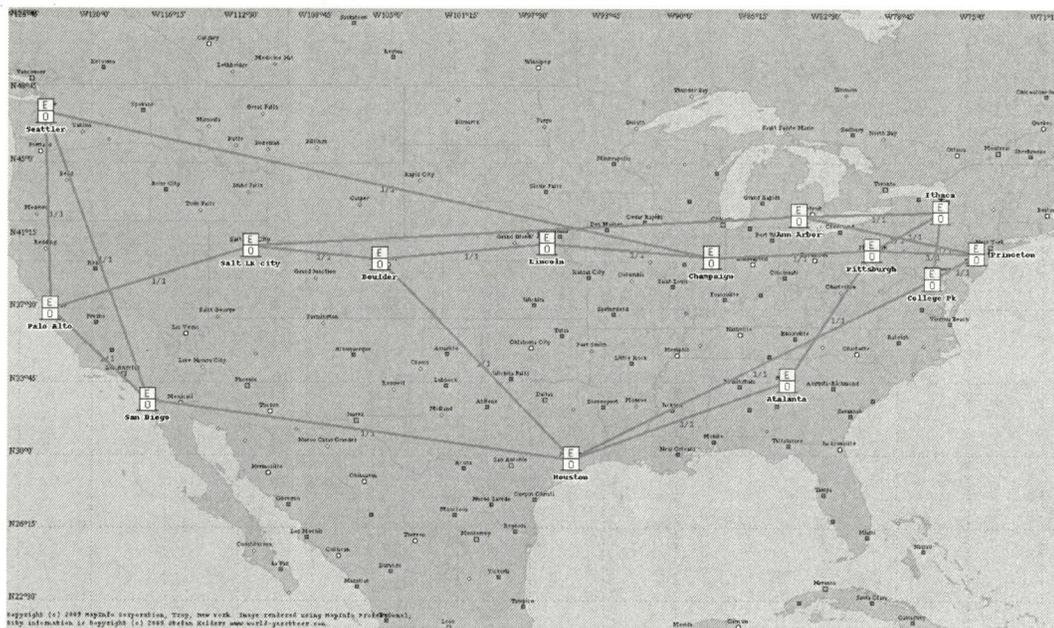


FIGURE A.6 – Réseau NSFNET

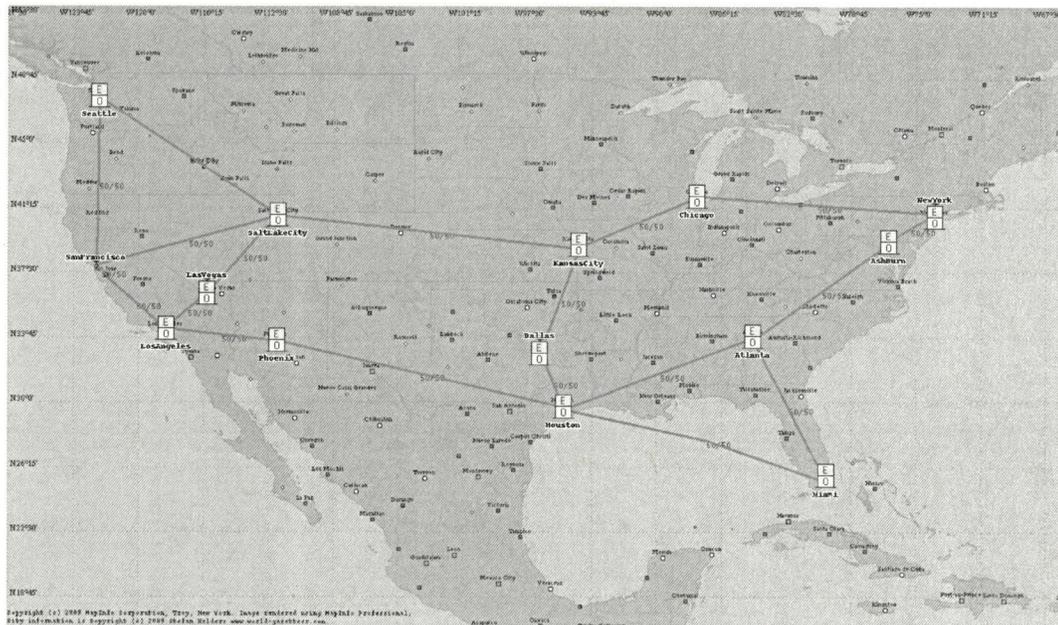


FIGURE A.9 – Réseau MZIMA

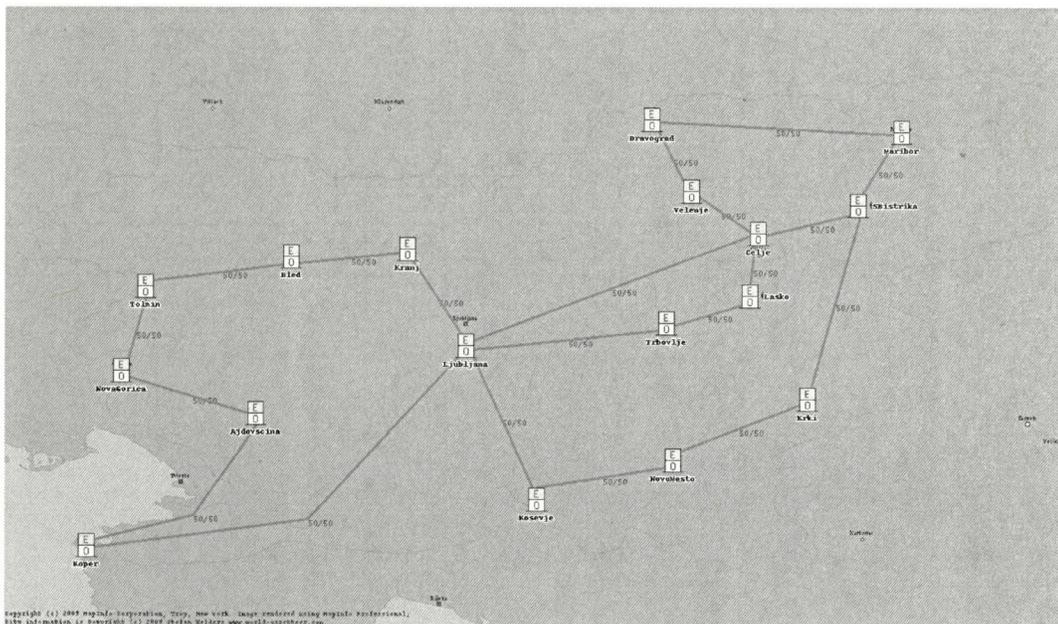


FIGURE A.10 – Réseau ARNES

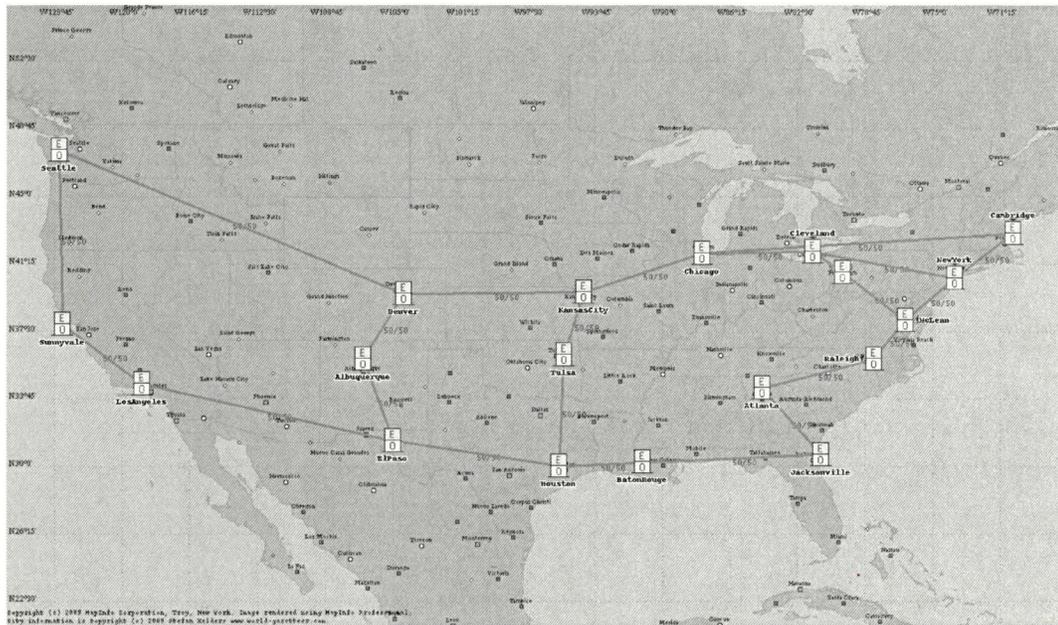


FIGURE A.13 – Réseau LAMBDARAIL

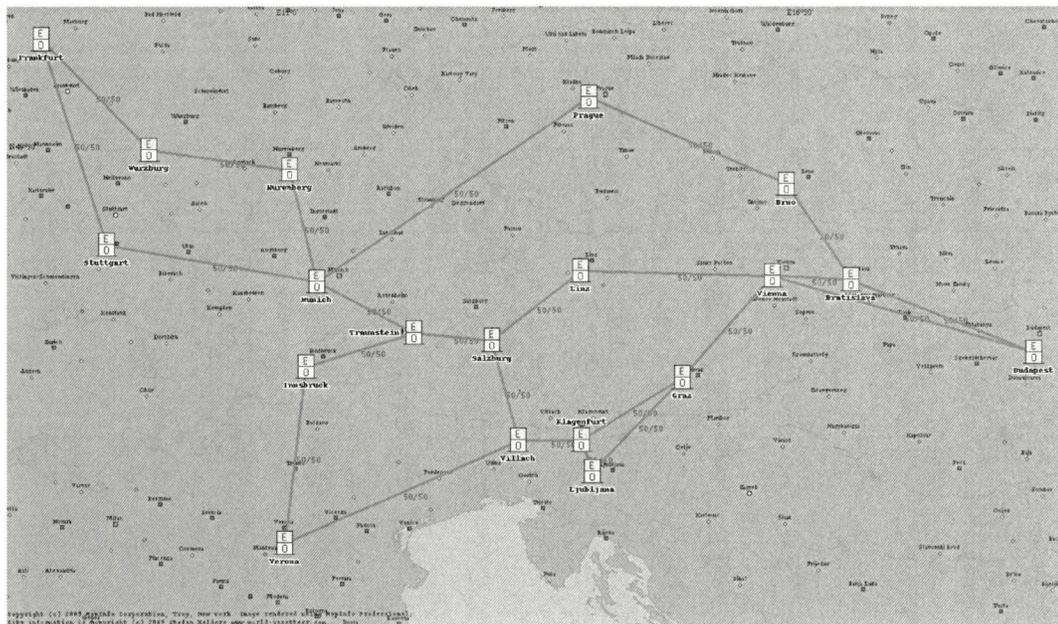


FIGURE A.14 – Réseau MEMOREX

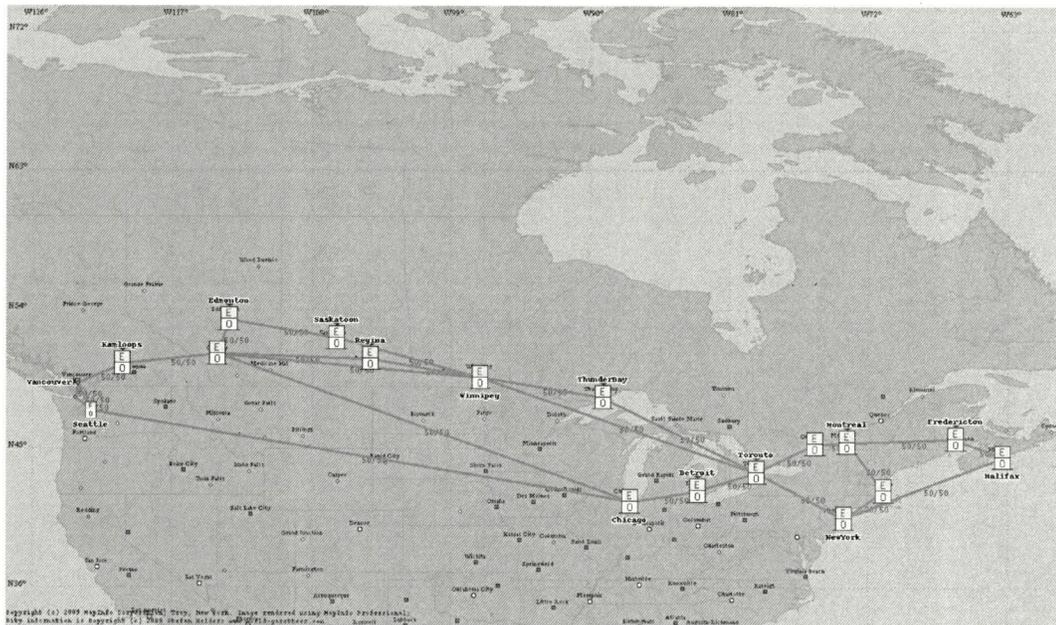


FIGURE A.15 – Réseau CANARIE

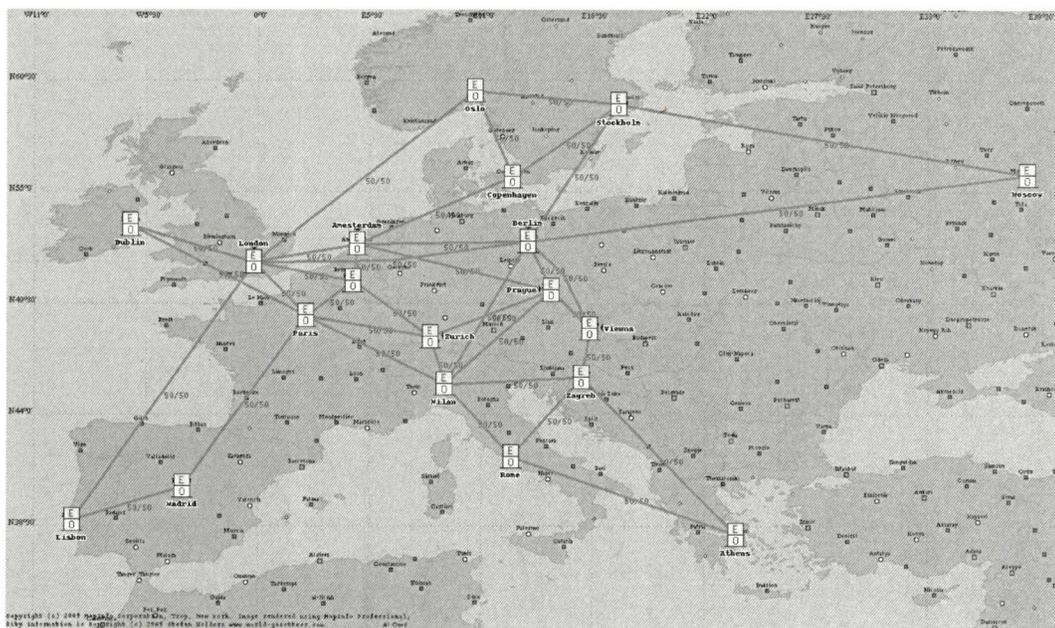


FIGURE A.16 – Réseau EQN

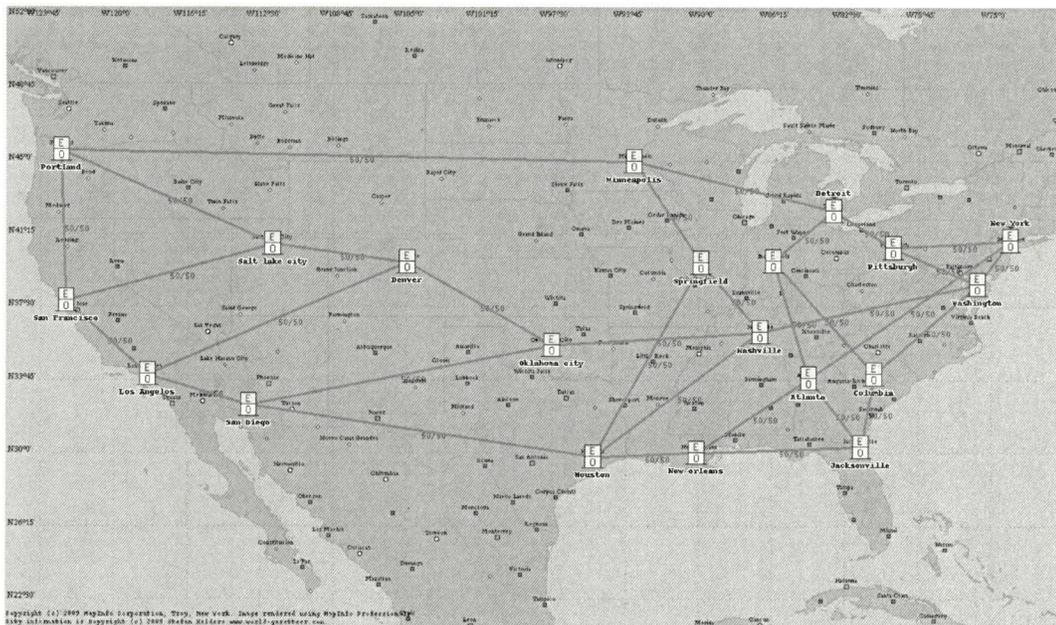


FIGURE A.17 – Réseau ARPANET

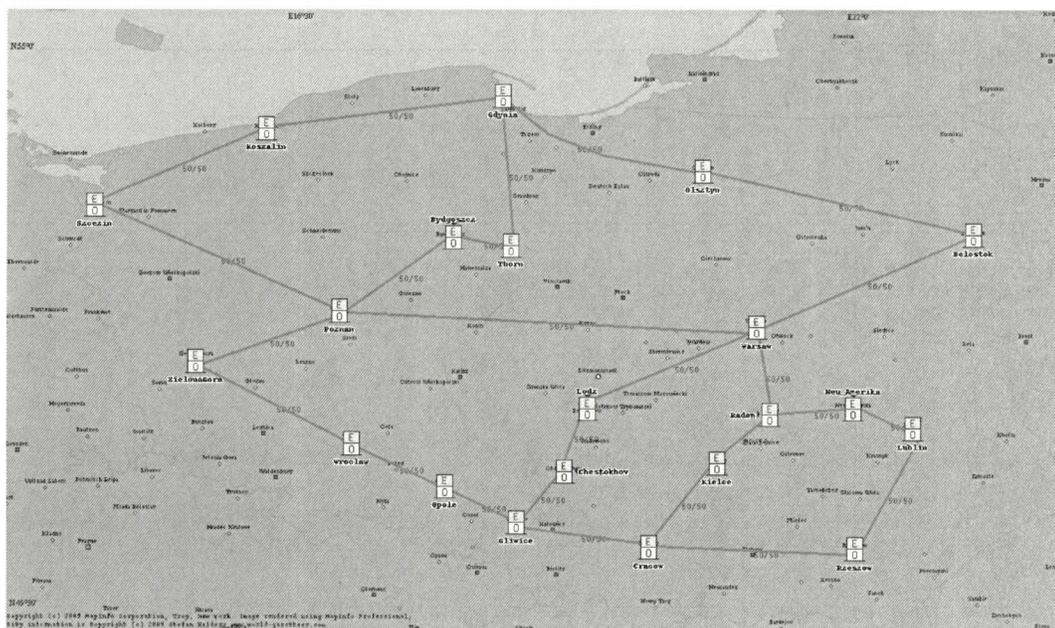


FIGURE A.18 – Réseau PIONIER

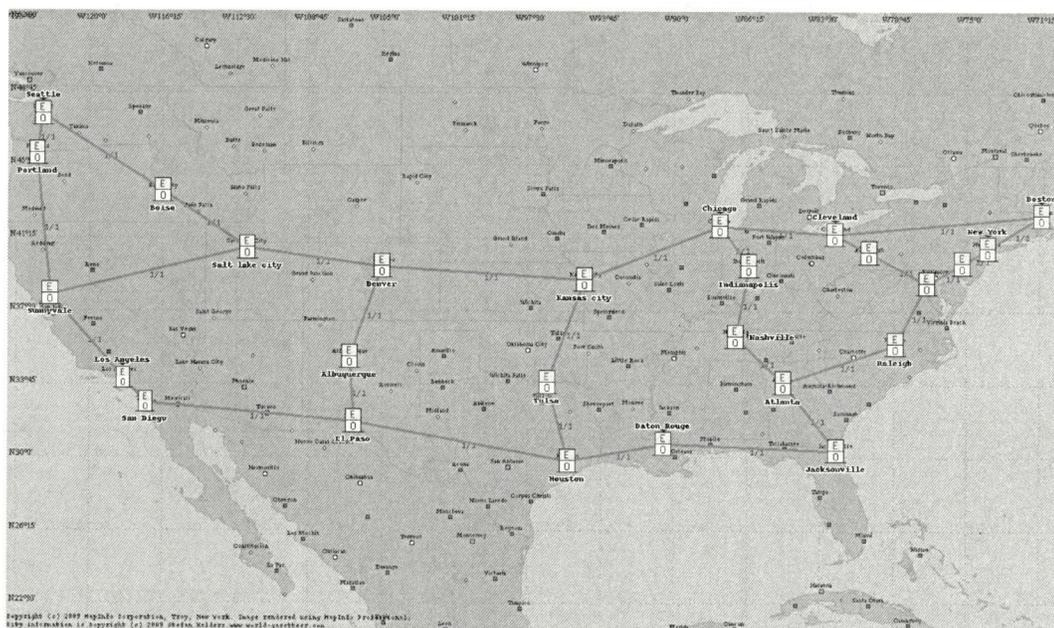


FIGURE A.21 – Réseau NEWNET

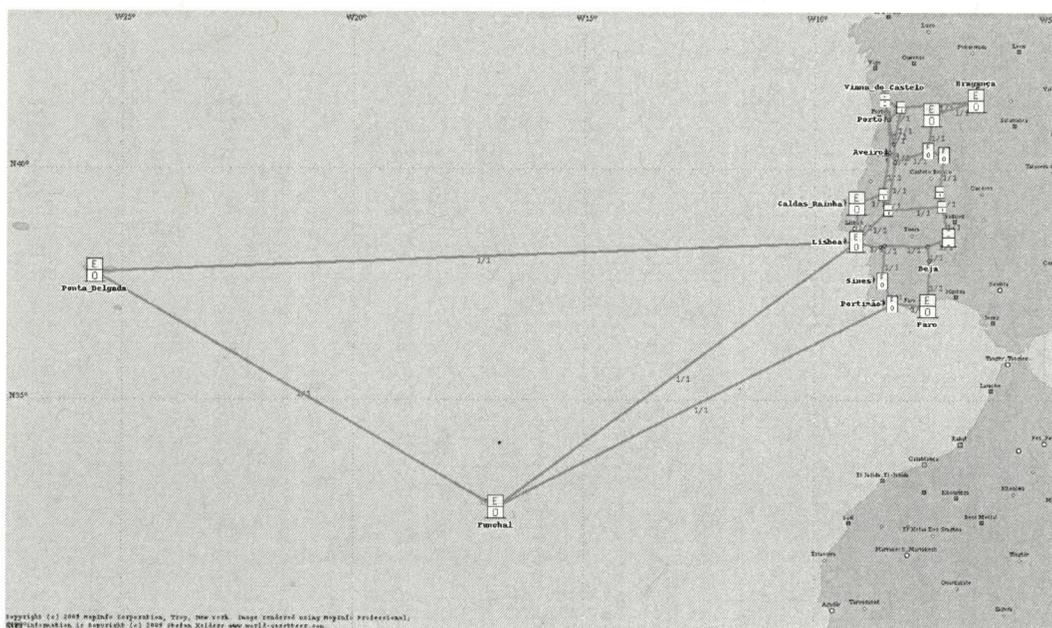


FIGURE A.22 – Réseau PORTUGAL

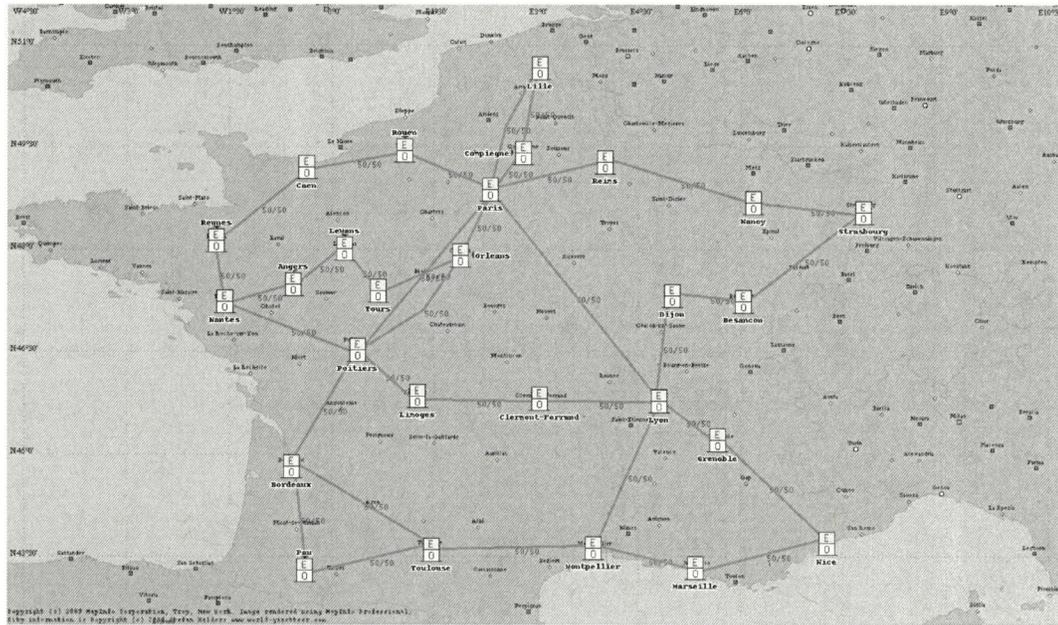


FIGURE A.23 – Réseau RENATER

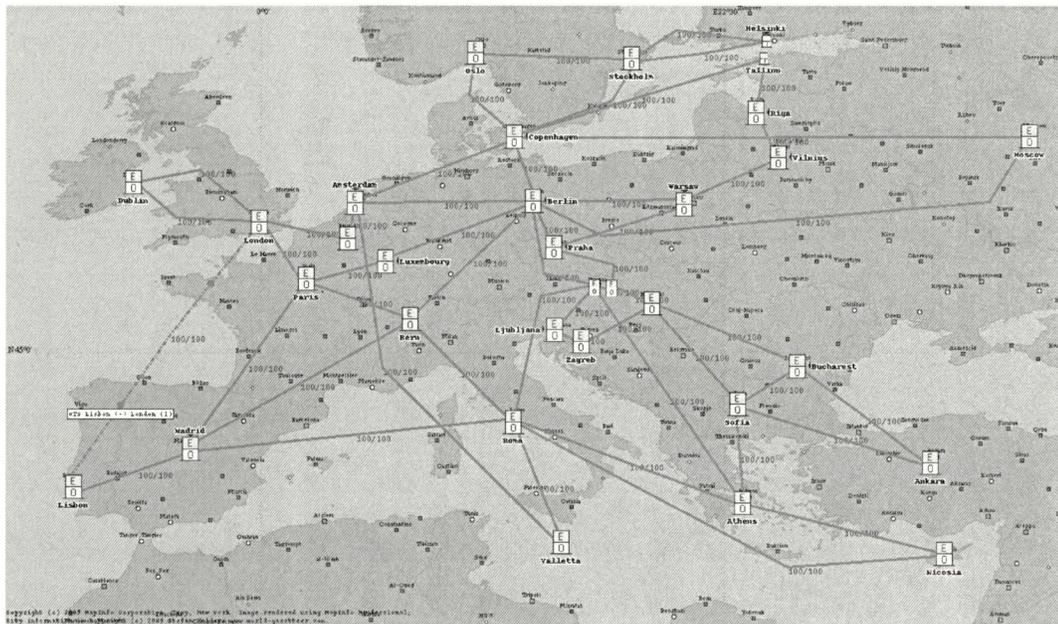


FIGURE A.24 – Réseau GEANT2 avec les arêtes parallèles

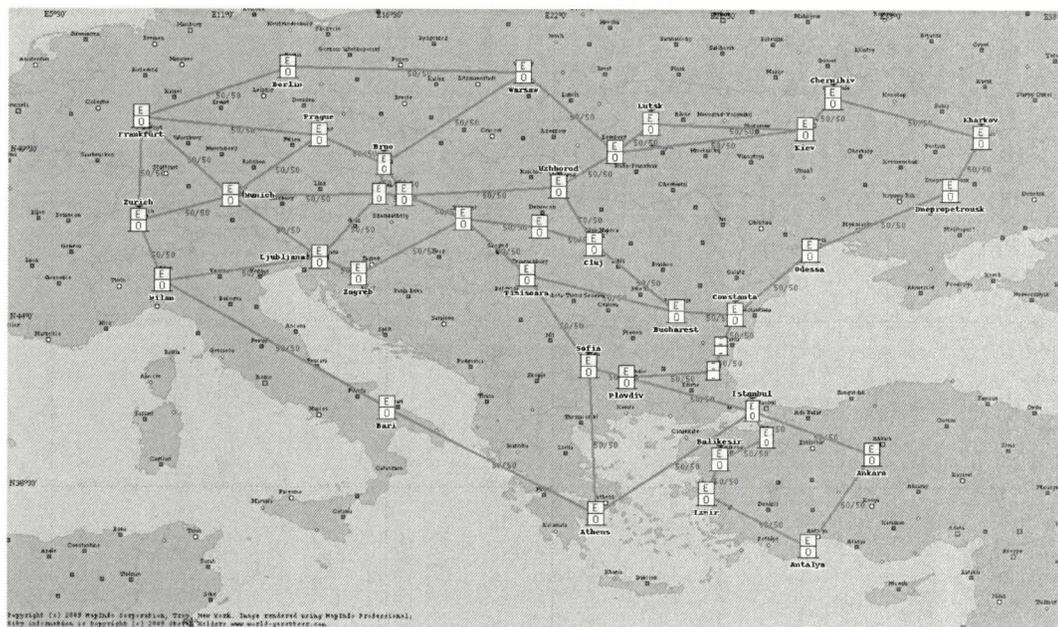


FIGURE A.27 – Réseau OMNICOM

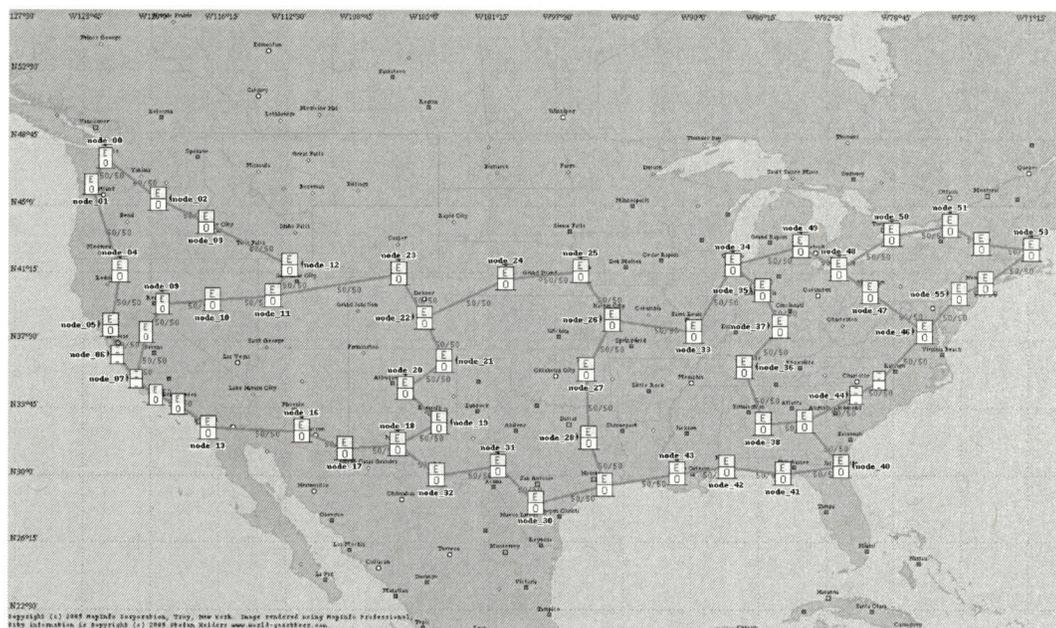


FIGURE A.28 – Réseau INTERNET 2

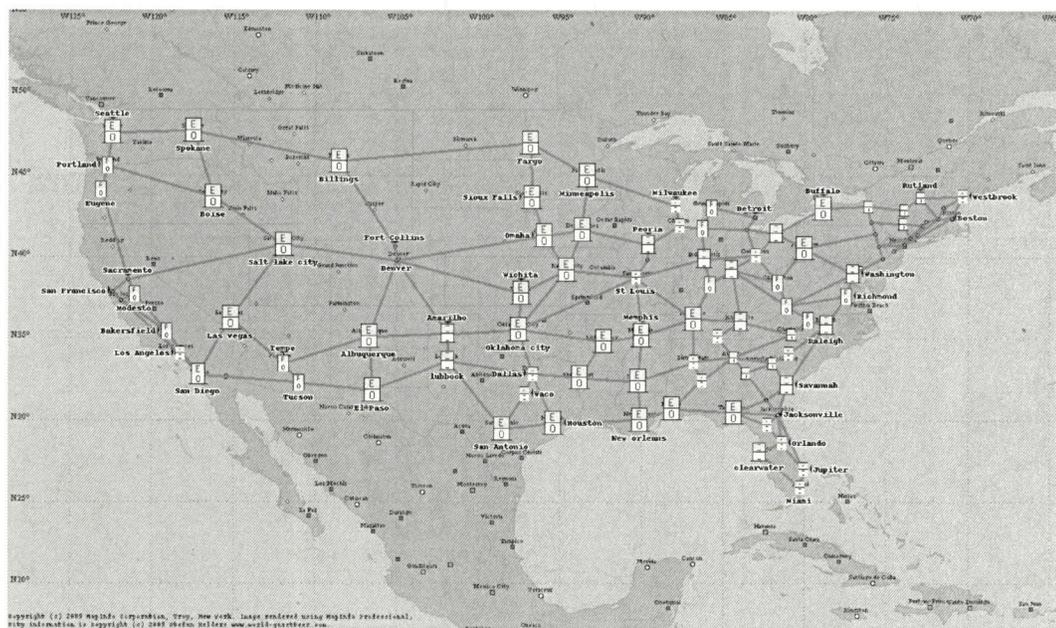


FIGURE A.29 – Réseau USA 100

Annexe B : Listes d'arêtes des réseaux

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| (1, 2) | (1, 6) | (2, 3) | (3, 5) | (4, 5) | (7, 8) |
| (1, 3) | (1, 9) | (3, 4) | (3, 6) | (6, 7) | (8, 9) |

FIGURE B.1 – Liste d'arêtes du réseau VIANET

| | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|---------|
| (1, 2) | (2, 3) | (3, 4) | (5, 6) | (7, 8) | (9, 10) |
| (1, 10) | (2, 8) | (4, 5) | (6, 7) | (7, 9) | |

FIGURE B.2 – Liste d'arêtes du réseau BREN

| | | | | | |
|---------|--------|---------|--------|--------|---------|
| (1, 2) | (2, 3) | (4, 5) | (5, 6) | (6, 7) | (8, 9) |
| (1, 10) | (3, 4) | (4, 10) | (5, 9) | (7, 8) | (9, 10) |

FIGURE B.3 – Liste d'arêtes du réseau RNP

| | | | | | |
|---------|---------|--------|--------|---------|----------|
| (1, 2) | (2, 12) | (4, 5) | (5, 6) | (7, 9) | (10, 11) |
| (1, 12) | (3, 4) | (4, 6) | (6, 7) | (8, 9) | (11, 12) |
| (2, 3) | (3, 10) | (4, 7) | (7, 8) | (9, 10) | |

FIGURE B.4 – Liste d'arêtes du réseau vBNS

| | | | | |
|---------|---------|--------|---------|----------|
| (1, 2) | (3, 4) | (4, 6) | (7, 8) | (9, 11) |
| (1, 11) | (3, 11) | (4, 7) | (7, 9) | (10, 11) |
| (2, 3) | (3, 12) | (5, 7) | (8, 9) | (11, 12) |
| (2, 11) | (4, 5) | (6, 7) | (9, 10) | |

FIGURE B.5 – Liste d'arêtes du réseau CESNET

| | | | | | |
|---------|---------|--------|---------|----------|----------|
| (1, 9) | (2, 4) | (4, 5) | (6, 14) | (9, 10) | (13, 14) |
| (1, 10) | (2, 11) | (4, 6) | (7, 8) | (10, 11) | |
| (1, 14) | (3, 5) | (5, 8) | (8, 9) | (11, 12) | |
| (2, 3) | (3, 6) | (6, 7) | (8, 12) | (12, 13) | |

FIGURE B.6 – Liste d'arêtes du réseau NSFNET

| | | | | | |
|---------|---------|--------|---------|----------|----------|
| (1, 9) | (2, 4) | (4, 5) | (6, 14) | (9, 10) | (13, 14) |
| (1, 10) | (2, 11) | (4, 6) | (7, 8) | (10, 11) | |
| (1, 14) | (3, 5) | (5, 8) | (8, 9) | (11, 12) | |
| (2, 3) | (3, 6) | (6, 7) | (8, 12) | (12, 13) | |

FIGURE B.7 – Liste d'arêtes du réseau ITALY

| | | | | | |
|--------|---------|---------|--------|----------|----------|
| (1, 2) | (1, 11) | (2, 7) | (4, 5) | (7, 8) | (13, 15) |
| (1, 3) | (1, 14) | (2, 10) | (4, 9) | (9, 10) | (14, 15) |
| (1, 4) | (2, 3) | (2, 12) | (6, 7) | (11, 12) | |
| (1, 7) | (2, 5) | (2, 15) | (6, 8) | (13, 14) | |

FIGURE B.8 – Liste d'arêtes du réseau AUSTRIA

| | | | | |
|---------|---------|--------|----------|----------|
| (1, 2) | (2, 15) | (5, 6) | (8, 9) | (12, 13) |
| (1, 15) | (3, 4) | (6, 7) | (9, 10) | (13, 14) |
| (2, 3) | (3, 10) | (7, 8) | (9, 11) | (14, 15) |
| (2, 12) | (4, 5) | (7, 9) | (11, 13) | |

FIGURE B.9 – Liste d'arêtes du réseau MZIMA

| | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|
| (1, 2) | (3, 16) | (7, 8) | (8, 9) | (12, 13) |
| (1, 17) | (4, 5) | (7, 13) | (9, 10) | (14, 15) |
| (2, 3) | (5, 6) | (7, 14) | (10, 11) | (15, 16) |
| (3, 4) | (6, 7) | (7, 16) | (11, 12) | (16, 17) |

FIGURE B.10 – Liste d'arêtes du réseau ARNES

| | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 15) | (3, 4) | (5, 6) | (8, 9) | (12, 13) | (16, 17) |
| (1, 17) | (3, 16) | (5, 8) | (9, 10) | (12, 15) | |
| (2, 3) | (4, 5) | (5, 11) | (10, 11) | (13, 14) | |
| (2, 16) | (4, 11) | (6, 7) | (11, 12) | (14, 15) | |
| (2, 17) | (4, 16) | (7, 8) | (11, 16) | (15, 16) | |

FIGURE B.11 – Liste d'arêtes du réseau GERMANY

| | | | | | |
|--------|--------|---------|---------|----------|----------|
| (1, 2) | (3, 4) | (6, 9) | (9, 10) | (10, 11) | (12, 14) |
| (1, 4) | (4, 5) | (7, 9) | (9, 12) | (10, 12) | (12, 17) |
| (1, 8) | (4, 9) | (7, 10) | (9, 13) | (10, 16) | (14, 15) |
| (1, 9) | (5, 6) | (7, 16) | (9, 15) | (11, 12) | |
| (2, 3) | (6, 7) | (8, 9) | (9, 17) | (12, 13) | |

FIGURE B.12 – Liste d'arêtes du réseau SPAIN

| | | | | | |
|---------|---------|--------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (3, 4) | (5, 7) | (8, 9) | (12, 13) | (16, 17) |
| (1, 19) | (3, 15) | (5, 9) | (8, 10) | (13, 14) | (16, 18) |
| (2, 3) | (4, 5) | (6, 7) | (10, 11) | (14, 15) | (18, 19) |
| (2, 17) | (4, 6) | (7, 8) | (11, 12) | (14, 16) | |

FIGURE B.13 – Liste d'arêtes du réseau LAMBDARAIL

| | | | | | |
|--------|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (4, 5) | (7, 8) | (10, 11) | (12, 13) | (15, 16) |
| (1, 4) | (5, 6) | (8, 9) | (10, 19) | (13, 14) | (16, 17) |
| (2, 3) | (5, 17) | (8, 10) | (11, 12) | (14, 15) | (17, 18) |
| (3, 5) | (6, 7) | (9, 10) | (11, 13) | (14, 18) | (18, 19) |

FIGURE B.14 – Liste d'arêtes du réseau MEMOREX

| | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (2, 16) | (6, 8) | (9, 10) | (13, 14) | (18, 19) |
| (1, 19) | (3, 4) | (7, 8) | (10, 11) | (15, 16) | |
| (2, 3) | (4, 6) | (8, 9) | (10, 13) | (16, 17) | |
| (2, 5) | (5, 6) | (8, 14) | (11, 12) | (17, 18) | |
| (2, 6) | (6, 7) | (8, 15) | (12, 14) | (17, 19) | |

FIGURE B.15 – Liste d'arêtes du réseau CANARIE

| | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (2, 19) | (6, 8) | (9, 16) | (12, 14) | (17, 18) |
| (1, 17) | (3, 4) | (6, 10) | (9, 17) | (12, 15) | (18, 19) |
| (2, 3) | (3, 7) | (6, 11) | (10, 11) | (13, 14) | |
| (2, 6) | (4, 5) | (6, 15) | (10, 15) | (14, 15) | |
| (2, 8) | (4, 6) | (7, 8) | (10, 16) | (15, 16) | |
| (2, 9) | (4, 7) | (8, 9) | (11, 12) | (15, 17) | |
| (2, 17) | (5, 6) | (8, 10) | (12, 13) | (16, 17) | |

FIGURE B.16 – Liste d'arêtes du réseau EON

| | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (3, 11) | (6, 10) | (9, 13) | (14, 20) | (18, 19) |
| (1, 17) | (4, 5) | (7, 8) | (10, 12) | (15, 16) | (19, 20) |
| (1, 18) | (4, 6) | (7, 11) | (10, 14) | (15, 20) | |
| (2, 3) | (5, 6) | (8, 9) | (10, 15) | (16, 17) | |
| (2, 12) | (5, 9) | (8, 13) | (12, 14) | (16, 19) | |
| (3, 4) | (6, 7) | (9, 11) | (13, 14) | (17, 18) | |

FIGURE B.17 – Liste d'arêtes du réseau ARPANET

| | | | | |
|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (4, 5) | (7, 8) | (11, 12) | (16, 17) |
| (1, 19) | (5, 6) | (7, 12) | (11, 13) | (17, 18) |
| (2, 3) | (6, 7) | (8, 9) | (13, 14) | (18, 19) |
| (3, 4) | (6, 15) | (9, 10) | (13, 16) | (19, 20) |
| (3, 21) | (6, 19) | (10, 11) | (14, 15) | (20, 21) |

FIGURE B.18 – Liste d'arêtes du réseau PIONIER

| | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (3, 5) | (7, 9) | (10, 11) | (14, 24) | (19, 21) |
| (1, 4) | (4, 6) | (7, 12) | (11, 12) | (15, 16) | (20, 21) |
| (1, 5) | (4, 13) | (7, 13) | (13, 14) | (16, 17) | (21, 22) |
| (1, 13) | (5, 6) | (7, 19) | (13, 15) | (17, 18) | (21, 23) |
| (2, 3) | (5, 14) | (7, 23) | (13, 21) | (18, 19) | (22, 23) |
| (2, 6) | (6, 7) | (8, 9) | (13, 24) | (18, 20) | |
| (3, 4) | (7, 8) | (9, 10) | (14, 15) | (19, 20) | |

FIGURE B.19 – Liste d'arêtes du réseau COX

| | | | | | |
|---------|--------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (4, 5) | (9, 10) | (13, 14) | (18, 19) | (22, 24) |
| (1, 23) | (5, 6) | (9, 19) | (14, 15) | (18, 20) | (23, 24) |
| (2, 3) | (6, 7) | (10, 11) | (15, 16) | (18, 25) | (24, 25) |
| (2, 22) | (7, 8) | (11, 12) | (16, 17) | (20, 21) | |
| (3, 4) | (8, 9) | (12, 13) | (17, 18) | (21, 22) | |

FIGURE B.20 – Liste d'arêtes du réseau SANET

| | | | | | |
|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (4, 22) | (7, 13) | (12, 14) | (19, 20) | (25, 26) |
| (1, 26) | (5, 6) | (8, 9) | (14, 15) | (19, 21) | |
| (2, 3) | (5, 20) | (9, 10) | (14, 17) | (21, 22) | |
| (3, 4) | (6, 7) | (10, 11) | (15, 16) | (21, 23) | |
| (3, 25) | (6, 16) | (11, 12) | (17, 18) | (23, 24) | |
| (4, 5) | (7, 8) | (11, 13) | (18, 19) | (24, 25) | |

FIGURE B.21 – Liste d'arêtes du réseau NEWNET

| | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (3, 4) | (6, 8) | (9, 11) | (14, 16) | (20, 21) |
| (1, 26) | (4, 5) | (6, 15) | (10, 11) | (16, 17) | (21, 22) |
| (2, 3) | (4, 7) | (7, 9) | (11, 13) | (17, 18) | (22, 23) |
| (2, 5) | (5, 6) | (8, 9) | (12, 13) | (18, 19) | (22, 26) |
| (2, 25) | (5, 17) | (8, 11) | (12, 15) | (19, 20) | (23, 24) |
| (2, 26) | (6, 7) | (9, 10) | (14, 15) | (19, 24) | (24, 25) |

FIGURE B.22 – Liste d'arêtes du réseau PORTUGAL

| | | | | | |
|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (4, 7) | (8, 9) | (12, 27) | (17, 19) | (21, 22) |
| (1, 21) | (4, 12) | (9, 10) | (13, 14) | (18, 19) | (22, 23) |
| (2, 3) | (4, 20) | (10, 11) | (14, 15) | (19, 20) | (23, 24) |
| (3, 4) | (4, 25) | (11, 12) | (15, 16) | (20, 21) | (24, 25) |
| (4, 5) | (5, 6) | (12, 13) | (16, 17) | (20, 25) | (26, 27) |
| (4, 6) | (7, 8) | (12, 16) | (17, 18) | (20, 26) | |

FIGURE B.23 – Liste d'arêtes du réseau RENATER

| | | | | | |
|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (4, 5) | (9, 11) | (14, 16) | (18, 19) | (25, 27) |
| (1, 2) | (4, 6) | (10, 13) | (15, 16) | (18, 22) | (25, 31) |
| (2, 29) | (4, 8) | (11, 12) | (15, 21) | (19, 22) | (27, 30) |
| (2, 30) | (4, 10) | (12, 13) | (15, 24) | (20, 21) | (27, 31) |
| (2, 32) | (4, 13) | (12, 14) | (15, 25) | (20, 25) | (28, 30) |
| (3, 4) | (5, 6) | (13, 14) | (16, 17) | (21, 22) | (30, 31) |
| (3, 13) | (6, 7) | (13, 15) | (17, 18) | (21, 25) | (31, 32) |
| (3, 26) | (6, 7) | (13, 27) | (17, 22) | (23, 24) | |
| (3, 29) | (8, 9) | (13, 28) | (17, 24) | (25, 26) | |

FIGURE B.24 – Liste d’arêtes du réseau GEANT2 avec les arêtes parallèles

| | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (4, 6) | (11, 12) | (15, 21) | (19, 22) | (27, 30) |
| (2, 29) | (4, 8) | (12, 13) | (15, 24) | (20, 21) | (27, 31) |
| (2, 30) | (4, 10) | (12, 14) | (15, 25) | (20, 25) | (28, 30) |
| (2, 32) | (4, 13) | (13, 14) | (16, 17) | (21, 22) | (30, 31) |
| (3, 4) | (5, 6) | (13, 15) | (17, 18) | (21, 25) | (31, 32) |
| (3, 13) | (6, 7) | (13, 27) | (17, 22) | (23, 24) | |
| (3, 26) | (8, 9) | (13, 28) | (17, 24) | (25, 26) | |
| (3, 29) | (9, 11) | (14, 16) | (18, 19) | (25, 27) | |
| (4, 5) | (10, 13) | (15, 16) | (18, 22) | (25, 31) | |

FIGURE B.25 – Liste d’arêtes du réseau GEANT2 sans les arêtes parallèles

| | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (7, 8) | (13, 16) | (18, 19) | (25, 29) | (31, 32) |
| (1, 33) | (8, 9) | (13, 17) | (19, 20) | (26, 27) | (32, 33) |
| (2, 3) | (9, 10) | (13, 24) | (20, 21) | (26, 29) | |
| (3, 4) | (10, 11) | (13, 25) | (21, 22) | (27, 28) | |
| (4, 5) | (11, 12) | (14, 15) | (22, 23) | (28, 29) | |
| (5, 6) | (12, 13) | (15, 16) | (23, 29) | (29, 30) | |
| (6, 7) | (13, 14) | (17, 18) | (24, 29) | (30, 31) | |

FIGURE B.26 – Liste d’arêtes du réseau LONI

| | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (6, 8) | (11, 12) | (17, 18) | (21, 28) | (27, 29) |
| (1, 3) | (7, 8) | (12, 17) | (18, 19) | (22, 23) | (27, 33) |
| (2, 4) | (7, 13) | (13, 14) | (18, 20) | (23, 24) | (29, 30) |
| (3, 4) | (8, 11) | (14, 15) | (18, 21) | (24, 25) | (29, 31) |
| (3, 9) | (9, 10) | (15, 16) | (18, 28) | (25, 26) | (31, 32) |
| (4, 5) | (9, 11) | (16, 17) | (19, 20) | (26, 27) | (32, 33) |
| (5, 6) | (10, 11) | (16, 30) | (21, 22) | (27, 28) | |

FIGURE B.27 – Liste d'arêtes du réseau METRONA

| | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (5, 6) | (11, 16) | (17, 24) | (22, 25) | (30, 31) |
| (1, 21) | (5, 14) | (12, 13) | (18, 19) | (23, 24) | (30, 33) |
| (1, 22) | (6, 7) | (12, 15) | (18, 20) | (23, 26) | (31, 32) |
| (1, 25) | (7, 8) | (13, 14) | (19, 20) | (25, 26) | (33, 34) |
| (2, 3) | (8, 9) | (13, 18) | (19, 22) | (26, 27) | (33, 38) |
| (3, 14) | (9, 10) | (15, 17) | (19, 23) | (27, 28) | (34, 35) |
| (3, 20) | (10, 11) | (16, 17) | (20, 21) | (28, 29) | (35, 36) |
| (4, 5) | (10, 32) | (16, 29) | (21, 22) | (28, 33) | (36, 37) |
| (4, 14) | (11, 12) | (17, 18) | (22, 23) | (29, 30) | (37, 38) |

FIGURE B.28 – Liste d'arêtes du réseau OMNICOM

| | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| (1, 2) | (10, 11) | (19, 20) | (28, 29) | (39, 40) | (49, 50) |
| (1, 3) | (11, 12) | (20, 21) | (29, 30) | (40, 41) | (50, 51) |
| (2, 5) | (12, 13) | (20, 37) | (29, 31) | (41, 42) | (52, 53) |
| (3, 4) | (12, 14) | (21, 22) | (31, 32) | (42, 43) | (53, 54) |
| (4, 13) | (14, 15) | (22, 23) | (32, 33) | (42, 45) | (54, 55) |
| (5, 6) | (15, 16) | (22, 30) | (33, 34) | (43, 44) | (55, 56) |
| (6, 7) | (15, 51) | (23, 24) | (33, 38) | (45, 46) | |
| (7, 8) | (16, 17) | (24, 25) | (34, 35) | (46, 47) | |
| (8, 9) | (17, 18) | (25, 26) | (35, 36) | (47, 48) | |
| (8, 56) | (18, 19) | (26, 27) | (36, 37) | (48, 49) | |
| (9, 10) | (18, 44) | (27, 28) | (38, 39) | (48, 52) | |

FIGURE B.29 – Liste d'arêtes du réseau INTERNET 2

| | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| (1, 2) | (19, 18) | (36, 35) | (52, 51) | (67, 68) | (84, 92) |
| (2, 4) | (20, 18) | (36, 37) | (52, 53) | (67, 70) | (85, 84) |
| (3, 1) | (20, 21) | (36, 39) | (52, 63) | (68, 61) | (85, 88) |
| (3, 4) | (21, 19) | (37, 33) | (53, 60) | (68, 62) | (87, 88) |
| (3, 6) | (22, 8) | (38, 37) | (54, 57) | (68, 69) | (87, 89) |
| (4, 9) | (22, 20) | (38, 40) | (55, 54) | (69, 76) | (88, 84) |
| (5, 2) | (22, 23) | (39, 40) | (55, 56) | (70, 71) | (88, 86) |
| (5, 10) | (22, 30) | (40, 42) | (56, 57) | (70, 75) | (89, 88) |
| (6, 7) | (23, 21) | (41, 42) | (57, 59) | (71, 73) | (89, 90) |
| (6, 35) | (23, 24) | (41, 43) | (58, 53) | (72, 73) | (89, 92) |
| (8, 7) | (24, 25) | (42, 44) | (58, 57) | (73, 45) | (90, 91) |
| (8, 20) | (24, 26) | (42, 46) | (58, 59) | (73, 74) | (91, 96) |
| (8, 31) | (25, 27) | (43, 44) | (59, 53) | (73, 79) | (92, 91) |
| (8, 33) | (25, 51) | (44, 45) | (59, 56) | (74, 75) | (93, 92) |
| (9, 8) | (26, 27) | (44, 81) | (59, 60) | (74, 79) | (93, 94) |
| (9, 10) | (27, 23) | (45, 79) | (59, 61) | (76, 75) | (94, 98) |
| (9, 17) | (27, 28) | (45, 81) | (60, 61) | (77, 74) | (94, 100) |
| (10, 11) | (28, 29) | (46, 45) | (60, 62) | (77, 76) | (95, 91) |
| (11, 13) | (29, 49) | (46, 72) | (61, 76) | (78, 74) | (95, 98) |
| (12, 10) | (30, 27) | (47, 38) | (62, 67) | (78, 77) | (97, 96) |
| (12, 13) | (30, 29) | (47, 48) | (64, 63) | (78, 80) | (97, 98) |
| (12, 14) | (30, 31) | (48, 32) | (64, 65) | (78, 86) | (97, 100) |
| (13, 14) | (30, 32) | (48, 46) | (64, 67) | (80, 79) | (98, 96) |
| (13, 15) | (30, 48) | (48, 49) | (65, 49) | (80, 81) | (98, 99) |
| (15, 16) | (31, 32) | (48, 65) | (65, 71) | (80, 85) | (99, 97) |
| (16, 14) | (32, 33) | (49, 50) | (65, 72) | (81, 82) | (99, 100) |
| (16, 17) | (32, 37) | (50, 28) | (66, 71) | (83, 82) | |
| (17, 18) | (33, 34) | (50, 64) | (67, 63) | (83, 84) | |
| (19, 16) | (35, 34) | (51, 50) | (67, 66) | (83, 93) | |

FIGURE B.30 – Liste d'arêtes du réseau USA 100

Bibliographie

- D. BANERJEE et B. MUKHERJEE : A practical approach for routing and wavelength assignment in large wavelength-routed optical networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(5):903–908, 1996.
- S. BARONI et P. BAYVEL : Wavelength requirements in arbitrarily connected wavelength-routed optical networks. *Journal of Lightwave Technology*, 15(2):242–251, 1997.
- G. CAPOROSSI, M. PAIVA, D. VUKICEVIC et M. SEGATTO : Centrality and betweenness : Vertex and edge decomposition of the wiener index. *MATCH Communications in Mathematical and in Computer Chemistry*, 68(1):293–302, 2012.
- I. CHLAMTAC, A. GANZ et G. KARMI : Lightpath communications : An approach to high bandwidth optical WAN's. *IEEE Transactions on Communications*, 40(7):1171–1182, 1992.
- N. DEO et C. PANG : Shortest-path algorithms : Taxonomy and annotation. *Networks*, 14(2):275–323, 1984.
- E. DIJKSTRA : A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1):269–271, 1959.
- L. FREEMAN : A set of measures of centrality based on betweenness. *Sociometry*, p. 35–41, 1977.
- F. HUFFMAN : *Practical IP and telecom for broadcast engineering and operations*. Focal Pr, 2004.
- E. HYYTIA et J. VIRTAMO : Wavelength assignment and routing in WDM networks. *In Nordic Teletraffic Seminar*, vol. 14, p. 31–40, 1998.
- B. JAUMARD, C. MEYER et B. THIONGANE : ILP formulations for the routing and wavelength assignment problem : Symmetric systems. *Handbook of optimization in telecommunications*, p. 637–677, 2006.
- B. JAUMARD, C. MEYER et B. THIONGANE : Comparison of ILP formulations for the RWA problem. *Optical Switching and Networking*, 4(3-4):157–172, 2007.
- B. JAUMARD, C. MEYER et B. THIONGANE : On column generation formulations for the RWA problem. *Discrete Applied Mathematics*, 157(6):1291–1308, 2009.
- L. KLEINROCK : An early history of the internet [history of communications]. *Communications Magazine, IEEE*, 48(8):26–36, 2010.
- B. LEINER, V. CERF, D. CLARK, R. KAHN, L. KLEINROCK, D. LYNCH, J. POSTEL, L. ROBERTS et S. WOLFF : A brief history of the internet. *Computer communication review*, 39(5):22, 2009.
- C. S. R. MURTHY et M. GURUSAMY : *WDM optical networks : concepts, design, and algorithms*. Prentice Hall, New Jersey, 2002.

- C. PAVAN, R. MORAIS, J. da ROCHA et A. PINTO : Generating realistic optical transport network topologies. *Journal of Optical Communications and Networking*, 2(1):80–90, 2010.
- S. PERRON : Networks download, Nov. 2012. URL <http://www.gerad.ca/Sylvain.Perron>.
- A. PINTO : Reference networks, Nov. 2012. URL <http://www.av.it.pt/anp/on/refnet2.html>.
- R. RAMASWAMI et K. N. SIVARAJAN : *Optical networks : A practical perspective*. Morgan Kaufmann Publishers Inc, San Francisco, 2001.
- J. RYAN : *A History of the Internet and the Digital Future*. Reaktion Books London, 2010.
- A. SALEH et J. SIMMONS : Technology and architecture to enable the explosive growth of the internet. *IEEE Communications Magazine*, 49(1):126–132, 2011.
- H. SIMONIS : Solving the static design routing and wavelength assignment problem. In J. LARROSA et B. O’SULLIVAN, édés : *Recent Advances in Constraints*, vol. 6384 de *Lecture Notes in Computer Science*, p. 59–75. Springer Berlin / Heidelberg, 2011.
- D. WISCHIK : Routing and wavelength assignment in optical networks. *Part III Mathematics Tripos, University of Cambridge*, 1996.
- H. ZANG, J. JUE et B. MUKHERJEE : A review of routing and wavelength assignment approaches for wavelength-routed optical WDM networks. *Optical Networks Magazine*, 1(1):47–60, 2000.