

HEC MONTRÉAL

**Inattention comportementale :
Estimation d'un modèle DSGE avec des
données canadiennes**

par

François Laroche

**Sciences de la gestion
Économie Appliquée**

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences
(M. Sc.)

Giacomo Candian
HEC Montréal
Directeur de recherche

Avril 2021
©François Laroche 2021

Dans ce mémoire, nous étudions l'effet de l'ajout d'un biais comportemental dans l'estimation d'un modèle DSGE Néo-Keynésien. Nous reprenons le modèle d'An et Schorfheide (2007) et nous ajoutons un biais temporel comportemental, représenté par un coefficient comportemental, conformément à la méthode de Gabaix (2020). Nous estimons les modèles à l'aide de méthodes bayésiennes, sur des données économiques canadiennes. Les résultats montrent que l'ajout d'un biais temporel change légèrement les valeurs estimées des paramètres du modèle, en plus de modifier la décomposition de la variance des données. Les résultats montrent aussi que le modèle avec agent parfaitement rationnel donne un meilleur «fit» pour les données économiques canadiennes.

Remerciements

Ce mémoire n'aurait pas été possible sans les conseils et la patience de mon directeur, Giacomo Candian.

Un grand merci à Christine Bourgeois pour avoir toujours été compréhensive et m'avoir donné le temps de terminer ce mémoire.

Je remercie également Steven Gagnon, un ancien collègue, pour m'avoir fait découvrir ce sujet d'études.

Finalement, je tiens tout particulièrement à remercier ma femme, Marine Lebouvier, pour son aide et son soutien.

Table des matières

1	Introduction	7
2	Revue de littérature	8
2.1	Le modèle Néo-Keynésien et ses variantes	9
2.2	Les critiques du modèle Néo-Keynésien	11
2.3	Les alternatives à la rationalité parfaite	13
2.4	Résumé	15
3	Modèle théorique	15
3.1	Problème d'optimisation du consommateur	16
3.2	Problème d'optimisation de la firme	17
3.2.1	Le bien final	17
3.2.2	Les biens intermédiaires	18
3.3	Politique fiscale et monétaire	19
3.4	Variables exogènes	19
3.5	Résolution du modèle	20
3.5.1	Équations stationnarisées	20
3.5.2	État stationnaire	21
3.5.3	Équations finales	21
3.6	Modèle comportemental	22
3.6.1	La réalité perçue par l'agent	22
3.6.2	Nouveau modèle ajusté pour un biais comportemental	23
3.6.3	Biais comportemental hétérogène	23
3.7	Résumé	23
3.8	Équations d'observation	24
3.9	Identification	25
4	Données canadiennes	25
5	Méthodologie	26
5.1	Représentation d'État	26
5.2	Filtre de Kalman	28
5.3	Maximum de vraisemblance	29
5.4	Estimation Bayésienne	29
5.5	Distributions préalables	30
5.6	Résumé	32

6	Résultats	32
6.1	Paramètres estimés	32
6.2	Décomposition de la variance	35
6.3	Fonctions de réponses	36
6.4	Analyse des densités marginales	39
7	Conclusion	40
	Références	42
A	Annexe : linéarisation des équations du modèle	45
B	Annexe : Graphiques des données	45

Table des figures

1	Fonctions de réponses au choc de taux d'intérêt	36
2	Fonctions de réponses au choc technologique	37
3	Fonctions de réponses au choc de dépenses gouvernementales	38

Liste des tableaux

1	STATISTIQUES DESCRIPTIVES DES DONNÉES CANADIENNES	26
2	DISTRIBUTIONS PRÉALABLES	31
3	STATISTIQUES DESCRIPTIVES DES PARAMÈTRES	34
4	DÉCOMPOSITION DE LA VARIANCE	35
5	DENSITÉS MARGINALES	39

1 Introduction

L'hypothèse de rationalité a toujours été une des pierres angulaires de l'étude de l'économie. La plupart des modèles économiques sont basés, au moins en partie, sur ce postulat. L'agent économique observe son environnement de manière rationnelle et maximise son bien-être grâce à ses décisions basées sur ses observations.

Depuis la fin du 20e siècle, l'essor de l'économie comportementale a ébranlé ce postulat important. Cette branche de l'économie a commencé à se développer avec la Théorie des Perspectives (Kahneman et Tversky, 1979) qui a démontré, entre autres, l'importance des biais cognitifs et émotionnels dans le processus décisionnel de l'agent économique, celui-là même que l'économie classique a toujours supposé rationnel. Depuis, l'économie comportementale est devenue une discipline reconnue à part entière et a encouragé de nombreux économistes à se questionner sur le comportement rationnel de l'agent économique et à modéliser ses différents biais comportementaux. Parmi eux, Xavier Gabaix, dans un de ses plus récents ouvrages (Gabaix, 2016), a développé une mesure afin d'exprimer le biais temporel de l'agent. Le biais temporel est un concept d'économie comportementale. Selon cette hypothèse, l'agent économique ne porte pas autant d'attention au futur qu'au présent. Il forme donc de manière erronée son espérance des variables économiques et finit par prendre des décisions basées sur des lectures biaisées des variables économiques. Gabaix exprime ce concept par une mesure, que nous appellerons ici l'espérance comportementale, qui cherche à estimer le biais des variables économiques vues par l'agent. L'agent va alors prendre des décisions basées sur l'observations de ces variables.

Dans cette étude, notre objectif principal est donc de tester cette hypothèse de rationalité des agents économiques dans le contexte d'un modèle d'équilibre général dynamique et stochastique. Dans cette optique, nous emploierons des méthodes d'estimation bayésiennes à partir de données canadiennes de croissance, d'inflation et de taux d'intérêt. Nous comparerons deux de ces modèles : un où les agents sont parfaitement rationnels et un autre permettant un biais temporel tel que nous l'avons expliqué précédemment.

Le premier modèle, que nous nommerons ici Modèle Rationnel, est simplement dérivé du modèle proposé par An et Schorfheide (2007). Par la suite, nous avons développé le Modèle avec Biais Temporel en y introduisant le concept d'espérance comportementale développé par Xavier Gabaix. Nous modélisons l'espérance comportementale de deux façons, soit de façon homogène pour les producteurs et consommateurs du modèle, soit de façon hétérogène.

Les résultats de l'estimation des modèles montrent que les paramètres estimés changent légèrement avec l'ajout du biais comportemental. De plus, l'ajout de l'espérance comportementale diminue les réponses de l'agent face aux chocs exogènes. On voit également que le coefficient lié à l'espérance comportementale change si on la considère homogène ou hétérogène. Les producteurs semblent être plus rationnels que les consommateurs dans le modèle hétérogène. La comparaison des prédictions des modèles aux données canadiennes a par contre montré que le modèle rationnel est plus performant avec ces données, mais de façon très marginale.

Dans une première partie, nous effectuerons une brève revue de littérature autour du concept de rationalité partielle, principalement au travers des articles de Gabaix (2020), Sims (2003), Mackowiak et Wiederholt (2015) et Mankiw et Reis (2002). Nous nous attarderons également au modèle Néo-Keynésien de base d'An et Schorfheide (2007). Dans une seconde partie, nous présenterons la théorie macroéconomique nous permettant de dériver nos deux modèles. Nous évaluerons également les différentes hypothèses d'identification pour nos modèles avec biais temporel. Par la suite, nous présenterons la base de données que nous utiliserons dans le cadre de nos estimations. La quatrième partie expliquera la méthodologie autour de notre méthode d'estimation bayésienne, notamment les différentes distributions préalables que nous utiliserons. Enfin, nous présenterons les résultats de nos estimations et leur analyse.

2 Revue de littérature

L'objectif de cette recherche est d'estimer un modèle d'équilibre général comportemental comme celui d'An et Schorfheide (2007) auquel on a ajouté la notion de biais comportemental développée par Gabaix (2020). Afin de bien ancrer cette étude dans la littérature, il faut d'abord s'intéresser aux nombreux travaux touchant ce domaine. Ainsi, en premier lieu, nous nous intéresserons au modèle d'équilibre général Néo-Keynésien de base. Nous expliquerons ensuite les trois critiques importantes de ce modèle, soit le problème de l'équivalence Ricardienne, la trappe de liquidité et les incohérences du modèle dans cette situation et, finalement, l'hypothèse de la rationalité des agents économiques. Après avoir expliqué ces différents problèmes en lien avec le modèle, nous évaluerons dans quelle mesure la littérature plus récente répond à ces critiques, notamment au travers de la recherche de Gabaix (2020) qui développe l'idée de myopie des consommateurs dont nous nous sommes inspirés pour notre modèle. Finalement, nous proposerons un survol de la littérature scientifique en ce qui a trait aux méthodes d'estimation Bayésiennes, notamment aux choix des

distributions préalables à l'estimation.

2.1 Le modèle Néo-Keynésien et ses variantes

Cette première section s'intéresse aux modèles Néo-Keynésiens. Comme il s'agit d'une classe de modèles d'équilibre général dynamique et stochastique, nous développerons en premier lieu la littérature qui les encadre.

Un modèle d'équilibre général, ou DSGE, est un modèle structurel qui intègre les comportements des différents agents économiques, soit les consommateurs, les firmes et le gouvernement. Ce type de modèle a été développé pour répondre à la critique de Lucas (1976) qui exprime l'idée que les réponses des agents économiques aux politiques économiques changent selon lesdites politiques et qu'il faut donc baser la modélisation de telles réponses non seulement sur des données historiques mais aussi sur des chocs exogènes. Les réponses à la critique de Lucas seront les premiers essais de DSGE, par Kydland et Prescott (1982), ce qui leur rapportera *le Prix de la Banque de Suède en sciences économiques en mémoire d'Alfred Nobel* en 2004. L'aspect général du modèle indiquant qu'il permet d'expliquer le comportement de tous les agents économiques en même temps est la raison principale de son utilisation pour comprendre l'impact des changements dûs aux politiques économiques, autant fiscales que monétaires. La dimension stochastique indique que le modèle implique aussi des variables exogènes qui créent des chocs économiques, permettant de comprendre comment les agents réagissent auxdits chocs économiques et de voir si le modèle se comporte comme la réalité économique passée. Finalement, l'aspect dynamique indique que le modèle est exprimé sur plusieurs périodes. L'équilibre présent est donc fonction du passé et garant du futur.

Dans le cadre des modèles de type DSGE, deux approches sont couramment employées : l'approche du cycle d'affaire réel et l'approche Néo-Keynésienne. La différence majeure entre les deux approches est l'hypothèse de neutralité monétaire. L'approche du cycle d'affaire réel considère la monnaie neutre, c'est-à-dire qu'elle n'a pas d'effet sur les variables réelles de l'économie telles que la consommation et l'investissement. L'approche Néo-Keynésienne fait l'hypothèse inverse. Une monnaie non-neutre économiquement permet à la politique monétaire de faire des changements réels dans une économie. L'hypothèse de non-neutralité monétaire est aujourd'hui largement utilisée par les chercheurs, sans doute parce que le système économique actuel repose fortement sur l'intervention monétaire, mais elle est aussi défendue

empiriquement, par exemple par Mankiw (1989).

Le modèle Néo-Keynésien standard est présenté dans le livre *Monetary policy, inflation and the business cycle* de Gali, publié en 2015. Il implique deux équations importantes. La première est la courbe Investissement-Épargne (courbe IS, par la suite) qui exprime la relation inverse entre le taux d'intérêt et la production. Elle est de la forme :

$$Y = \alpha - \beta r \tag{1}$$

L'équation indique donc que la demande (ici Y) est fonction décroissante du taux d'intérêt (ici r).

La seconde équation est la courbe de Phillips, qui exprime la relation entre la production et l'inflation. Cette équation est la résultante de l'hypothèse de non-neutralité monétaire et elle peut être écrite ainsi :

$$\pi = \pi_e - b(U - U_n) + v \tag{2}$$

On voit donc selon l'équation le lien très important entre l'inflation (ici π) et l'écart de production (qui est ici montré par l'écart du chômage par rapport au taux naturel $U - U_n$).

Afin d'obtenir la non-neutralité monétaire, le modèle pose également deux conditions clés concernant le fonctionnement des firmes. D'abord, les firmes sont en concurrence monopolistique. Cela signifie qu'elles ont la même technologie mais qu'elles produisent des biens légèrement différenciés. Les firmes ont donc des prix différents. La théorie de la concurrence monopolistique a été publiée par Chamberlin (1933). La seconde hypothèse est celle de la rigidité nominale, ou des «prix collants». Cette hypothèse exprime l'idée que les prix dans une économie ne sont pas parfaitement flexibles, certaines frictions empêchent qu'ils soient changés rapidement. Cette hypothèse est extrêmement importante car c'est cette friction qui empêcherait les marchés de fonctionner parfaitement, créant donc un besoin de l'intervention de l'État afin de préserver une économie stable. Cette hypothèse a été développée par Keynes dans son ouvrage *The General Theory of Employment, Interest and Money* (1936) et est la pierre angulaire des modèles Néo-Keynésiens.

Il existe plusieurs façons de modéliser cette hypothèse. L'approche présentée par Calvo (1983) considère qu'une firme ne peut changer son prix que si elle reçoit un signal lui permettant d'effectuer cette action. L'entreprise a donc une certaine probabilité à chaque période de pouvoir changer son prix et doit donc choisir un prix qui minimise sa perte par rapport aux prix optimaux présents et futurs. Les change-

ments monétaires auront donc un effet réel, car les prix ne pourront pas parfaitement s'ajuster. La méthode utilisée dans notre modèle implique des coûts d'ajustements du prix. Pour résumer simplement, on considère que changer son prix implique pour une firme un certain coût. La firme doit donc calculer si le changement de prix lui rapportera suffisamment de bénéfices afin de couvrir lesdits coûts.

Lorsque les comportements des consommateurs et des firmes sont modélisés avec ces hypothèses fondamentales des modèles Néo-Keynésiens, les deux équations présentées plus haut apparaissent. Nous développons en détail la dérivation complète des équations IS et de Phillips dans la section dédiée au modèle théorique lui-même.

2.2 Les critiques du modèle Néo-Keynésien

Nous nous intéressons dès lors aux trois principales critiques du modèle Néo-Keynésien : le problème d'équivalence Ricardienne, le fonctionnement du modèle devant une trappe de liquidité et la rationalité des agents économiques. Ces trois critiques sont fondamentales pour la compréhension du modèle Néo-Keynésien. Elles ouvrent la voie à de nombreuses améliorations (dont le biais comportemental développé par Gabaix), mais elles sont également représentatives des grands enjeux contemporains. L'équivalence Ricardienne est une conséquence de la pensée rationnelle du consommateur. Selon ce principe, lorsqu'un gouvernement accuse un déficit, les agents économiques comprennent qu'il devra être remboursé dans le futur. Comme le gouvernement ne peut recevoir de revenus que par les taxes, cela implique que les consommateurs vont être taxés dans le futur. Selon l'équivalence Ricardienne, seul le sentier des dépenses gouvernementales importe, et non pas la source de financement. Cela signifie donc que les agents se comportent de la même façon, peu importe s'il y a un déficit gouvernemental ou bien si les taxes augmentent.

De nombreux auteurs, dont Bernheim (1987), ont mis en évidence le fait qu'il n'existe peu ou pas de preuves empiriques de l'équivalence Ricardienne. Les agents auraient donc un comportement différent qui dépend de la méthode de financement des dépenses gouvernementales. La présence dans le modèle Néo-Keynésien standard de l'équivalence Ricardienne serait donc une incohérence avec l'environnement économique réel.

La seconde critique du modèle Néo-Keynésien est liée à la borne inférieure du taux directeur. Afin de bien comprendre les problèmes du modèle, il nous faut également comprendre le principe de la trappe de liquidité dans une économie. Une trappe de liquidité dans un modèle Néo-Keynésien survient lorsque le taux d'intérêt naturel de l'économie diminue tellement qu'il devient négatif. Lorsque cela se produit, il est

impossible pour le taux directeur de suivre le taux naturel et alors, automatiquement, la politique monétaire devient restrictive. Paul Krugman résume très bien ce problème (Krugman 2000), alors que cet enjeu n'était encore présent qu'au Japon. Cette situation est ensuite apparue très largement dans les économies occidentales en crise à la suite du crash boursier de 2008.

En pratique, la sortie d'une trappe de liquidité ne demande qu'une intervention de long terme de la banque centrale, afin d'avoir un effet puissant sur les anticipations d'inflation (Krugman 2000). Cependant, dans le cadre d'une modélisation en DSGE, le problème lié à la trappe de liquidité est très important. La présence d'une trappe de liquidité va créer de nombreux équilibres possibles dans le modèle, comme le montre Gabaix (2019). Leur grand nombre force les économistes à faire un choix et donc très évidemment, rend le processus de prévision moins robuste. De plus, la quantité d'équilibres différents dans cette situation implique que, tant que l'économie se trouve dans une trappe de liquidité, celle-ci peut faire des sauts entre les différents équilibres. Les modèles DSGE de base sont donc en partie démunis face à ce problème. Cette critique du modèle est très importante, principalement depuis la crise financière de 2008 au cours de laquelle plusieurs pays se sont retrouvés avec des taux directeurs historiquement bas. Il est donc capital d'avoir un outil d'analyse efficace dans ces situations et, comme le montre Cochrane (2017), le modèle Néo-Keynésien de base ne semble pas être approprié.

Finalement, la troisième grande critique du modèle Néo-Keynésien, et celle qui nous intéressera tout au long de cette analyse, est celle de l'hypothèse de rationalité des agents. Gali et Gertler (1999) se sont intéressés à la courbe de Phillips Néo-Keynésienne et ont prouvé empiriquement qu'une partie des firmes doivent suivre une «règle de pouce» pour fixer leur prix afin d'avoir l'estimateur le plus efficace. Cette règle de pouce implique de simplement prendre le même prix qu'avant, et donc de ne se fier qu'au passé. Cette méthode de décision pour les firmes n'est clairement pas rationnelle, car celles-ci ne s'intéressent pas aux chocs possibles dans le futur ni aux variables présentes, et n'optimisent donc pas leur fonction de perte par rapport au prix optimal.

Durant les dernières décennies, cette remise en question de l'hypothèse de rationalité parfaite de l'agent économique a fait naître un nouveau champ de l'économie : l'économie comportementale. La genèse de cette nouvelle discipline économique est souvent attribuée à Daniel Kahneman et Amos Tversky à la suite de la publication de l'ouvrage *La Théorie des Perspectives* en 1979. Cette théorie, qui fait suite à plusieurs articles qui ont comme sujet la prise de décision, propose une nouvelle vision :

l'agent économique n'optimise pas son utilité de façon totalement rationnelle. Par la suite, de nombreuses expériences comportementales, menées par les deux chercheurs puis par beaucoup d'autres après eux, montrent que les agents économiques changent leurs comportements selon certains paramètres émotionnels. Par exemple, devant un choix risqué, l'agent ne prendra pas la même décision s'il est en face d'une possibilité de perte ou de gain, même si l'utilité espérée reste identique. Suite à ces expériences, Kahneman et Tversky (1979) ont exprimé l'idée que l'on doit pondérer les gains et les pertes d'utilité par une valeur subjective de l'agent.

2.3 Les alternatives à la rationalité parfaite

Suite aux trois principales critiques du modèle Néo-keynésien que nous avons évoquées plus haut, de nombreux chercheurs se sont attelés à développer des réponses appropriées. Dans notre présent survol de la littérature scientifique, nous porterons une attention toute particulière aux variations du modèle néo-Keynésien qui permettent de relaxer l'hypothèse de rationalité des agents. En effet, notre intention dans cette étude est d'estimer un modèle comportemental permettant de répondre à cette critique en particulier.

En premier lieu, une des nombreuses méthodes utilisées afin d'expliquer la rationalité limitée des agents économiques est le concept d'inattention rationnelle. Sims (2003) a développé cette idée qui a été reprise notamment par Mackowiak et Wiederholt (2015). Ce concept est dérivé de l'idée simple que les agents économiques ont une limite quant à la quantité d'information qu'ils peuvent utiliser. Afin d'utiliser de l'information pour optimiser leurs décisions économiques, ils doivent prêter attention à cette information, ce qui leur coûte du temps. Ils doivent donc optimiser le temps d'attention qu'ils accordent à l'information. Plus ils prêtent attention, plus leur décision finale se rapproche d'une décision prise dans un contexte d'information parfaite.

Le problème de cette méthode est que les agents doivent également optimiser leur temps et, dès lors, ils ne peuvent pas prêter attention à toutes les variables sans arrêt. Ils vont donc se retrouver à certains moments dans un état d'inattention et donc dans l'impossibilité d'obtenir une information parfaite. C'est ce processus d'optimisation rationnelle du temps pour une information imparfaite qui est appelée inattention rationnelle. La situation optimale sera donc atteinte lorsque la perte d'utilité liée au temps passé à prêter attention à l'information sera égale à la perte d'information liée à l'inattention. Mackowiak et Wiederholt indiquent que le modèle d'équilibre général DSGE utilisé avec l'inattention rationnelle obtient des réponses aux chocs

similaires aux réponses trouvées dans la littérature empirique. Ils n'ont cependant pas étudié l'effet de l'inattention rationnelle sur les politiques monétaires et budgétaires optimales ni sur les deux autres principales critiques du modèle Néo-Keynésien que sont l'équivalence Ricardienne et la trappe de liquidité.

Dans un deuxième temps, une autre façon de modifier le modèle pour prendre en compte la rationalité limitée est le principe d'information rigide. L'hypothèse présentée maintenant peut être assimilée à l'hypothèse de la rigidité des prix du modèle Néo-Keynésien : dans le concept d'information rigide, la véracité des informations à disposition des agents n'est pas flexible. Mankiw et Reis (2002) utilisent cette hypothèse afin de réévaluer la courbe de Phillips : ils décident de retirer l'hypothèse de rigidité des prix et la remplacent par celle de rigidité de l'information. Ils considèrent qu'à chaque période, chaque agent a une certaine probabilité d'obtenir une information mise à jour, sinon l'agent conserve l'information précédente. Cette méthode est la même que Calvo (1983) avec les prix, ce qui signifie que statistiquement, une proportion de la population met à jour son information à chaque période. Mankiw et Reis (2002) donnent des résultats intéressants, surtout en réponse aux chocs de politiques monétaires.

Finalement, la dernière méthode que nous survolons ici est celle développée par Gabaix (2020) et celle que nous reprenons justement dans notre étude à des fins empiriques. L'espérance comportementale est une méthode basée sur le domaine moderne de l'économie comportementale et particulièrement sur l'inattention des agents. Selon cette idée, les agents économiques sont victimes d'un biais temporel. Ils ne portent donc pas la même attention au futur qu'au présent. Ce biais est ajouté dans le modèle par un coefficient supplémentaire d'inattention sur les variables futures, qui peut prendre n'importe quelle valeur entre zéro et un. Plus le coefficient est proche de un, plus l'agent prête attention aux variables futures et moins il est victime du biais temporel. La méthode utilisée par Gabaix est la seule qui utilise l'économie comportementale alors que les deux autres solutions proposées au modèle Néo-Keynésien impliquent encore une prise de décision rationnelle, Gabaix exprime ici bel et bien son désaccord avec la rationalité parfaite des agents économiques. Son idée permet également de répondre aux deux autres critiques majeures des modèles Néo-Keynésiens. D'ailleurs, l'effet d'équivalence Ricardienne ne tient plus à partir du moment où les agents ne prennent pas en compte les changements futurs de la même façon que les chocs présents, et donc les changements dans les politiques budgétaires et fiscales peuvent avoir un effet réel dans l'économie. De la même façon, l'ajout du coefficient de biais temporel permet de ne trouver qu'un seul équilibre lorsque le taux

d'intérêt reste proche de la borne zéro, nous permettant ainsi de nous absoudre du problème de la trappe de liquidité.

En conclusion, les trois réponses apportées à la critique de l'hypothèse de rationalité des agents dans le cadre des modèles Néo-Keynésiens proposent des solutions élégantes et intéressantes qui ne supposent pas l'humain parfaitement rationnel. Dans le cadre de cette analyse, nous avons opté pour la méthode comportementale de Gabaix, principalement pour l'élégante simplicité du concept, mais également parce qu'il s'agit aujourd'hui de la seule réponse qui ne suppose aucun comportement rationnel de la part des agents tout en répondant également aux deux autres grandes critiques des modèles Néo-Keynésiens.

2.4 Résumé

Pour résumer, nous avons décidé de dériver un modèle d'équilibre général dynamique et stochastique (DSGE) en introduisant un biais comportemental de l'agent économique. Cette forme de modélisation vient de Xavier Gabaix (2020) et cherche à répondre à de nombreuses critiques des modèles DSGE Néo-Keynésien normaux, soit la trappe de liquidité, l'équivalence ricardienne, et l'hypothèse de rationalité parfaite de l'agent. Cette troisième critique est celle qui nous intéresse le plus et c'est pourquoi nous prenons le chemin d'un agent qui n'est pas parfaitement rationnel.

3 Modèle théorique

Pour cette étude, nous avons décidé d'utiliser la méthode d'espérance comportementale développée par Gabaix (2020) afin d'expliquer la rationalité limitée des agents économiques, tout en l'enrichissant d'un autre modèle d'équilibre général dynamique et stochastique, celui estimé par An et Schorfheide (2007). Plusieurs raisons justifient cette décision. Tout d'abord, il est intéressant d'observer les comportements des agents économiques face à la politique fiscale. Le modèle proposé par Gabaix propose une politique fiscale basée uniquement sur les taxes et subventions à la consommation, alors que le modèle d'An et Schorfheide avance l'hypothèse d'une politique fiscale basée sur les dépenses gouvernementales, ce qui correspond davantage à ce qui nous intéresse. De plus, à l'inverse du très récent modèle de Gabaix, le deuxième est un modèle publié et reconnu dans la communauté scientifique. Finalement, il a déjà été estimé, ce qui va permettre de nous baser sur des travaux existants afin de réestimer le modèle à l'aide de données canadiennes.

Il est important de noter qu'en plus de la composante comportementale, nous allons également nous écarter du modèle original en omettant la monnaie. Nous verrons plus tard, lors de la résolution du modèle, que les équations finales restent inchangées par cette omission. Le chapitre est structuré ainsi : la première section sera dédiée au problème d'optimisation du consommateur, la seconde partie à celui du producteur puis nous définirons les dépenses de politique fiscales et la politique monétaire. La quatrième partie décrit les variables exogènes puis nous y ajouterons le problème de réalité perçue par l'agent. Enfin, nous expliquerons la résolution du modèle.

3.1 Problème d'optimisation du consommateur

Le consommateur représentatif dans ce modèle cherche à maximiser son bien-être. Sa fonction d'utilité est la suivante :

$$U(\{C_s, H_s\}_{s=t}^{\infty}) = \mathbb{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left(\frac{(C_{t+s}/A_{t+s})^{1-\tau}}{1-\tau} - H_{t+s} \right) \right] \quad (3)$$

Ici, le consommateur reçoit de l'utilité grâce à sa consommation C_t et perd de l'utilité en augmentant ses heures travaillées H_t . L'agent consomme par rapport à ses habitudes, qui sont en rapport avec le niveau technologique A_t . β représente le facteur d'escompte et, finalement, $1/\tau$ représente l'élasticité de substitution intertemporelle. Les consommateurs ont également une contrainte budgétaire :

$$P_t C_t + B_t + T_t \leq P_t W_t H_t + R_{t-1} B_{t-1} + P_t D_t \quad (4)$$

Le consommateur a ici accès à la consommation, mais il peut également investir dans les bons du trésor gouvernementaux (B_t) qu'il peut détenir pour une période et recevoir ensuite un intérêt correspondant à R_t . Il est aussi possible qu'il obtienne le profit des firmes (D_t). Il travaille également pour un salaire W_t . On considère que le travail du consommateur est parfaitement élastique, signifiant que les firmes sont preneuses de salaires. Finalement, il doit également payer des taxes T_t . On peut voir ici que l'ensemble des dépenses possibles du consommateur doit être plus petit ou égal à la somme de ses revenus. De (3) et (4), nous pouvons dériver les conditions de premier ordre et ainsi obtenir les conditions intra et intertemporelles du modèle :

$$W_t = \left(\frac{A_t}{C_t} \right)^{-\tau} A_t \quad (5)$$

$$\left(\frac{C_t}{A_t}\right)^{-\tau} \frac{1}{A_t P_t} = \beta R_t \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{A_{t+1}}\right)^{-\tau} \frac{1}{A_{t+1} P_{t+1}} \right] \quad (6)$$

3.2 Problème d'optimisation de la firme

3.2.1 Le bien final

Les producteurs sont en parfaite compétition pour le bien final (Y_t) mais ils sont en concurrence monopolistique pour les biens intermédiaires, qui sont tous différenciés ($Y_t(j)$). Le bien final est produit grâce au continuum de biens intermédiaires en suivant cette fonction :

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{1-v} dj \right)^{\frac{1}{1-v}}$$

Ici, $1/v$ représente l'élasticité de la demande des biens intermédiaires. Plus la valeur de v est élevée, plus la combinaison de biens intermédiaires pour le bien final est rigide. Le prix du bien final est ici un indice des prix des biens intermédiaires :

$$P_t \equiv \left(\int_0^1 P_t(j)^{\frac{v-1}{v}} dj \right)^{\frac{v}{v-1}}$$

Les firmes doivent maximiser leurs profits en choisissant la quantité de biens intermédiaires $Y_t(j)$ à produire. La fonction de profit est définie comme les recettes moins les coûts et donc le problème d'optimisation de la firme est :

$$\max_{Y_t(j)} P_t \left(\int_0^1 Y_t(j)^{1-v} dj \right)^{\frac{1}{1-v}} - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj \quad (7)$$

On peut ensuite utiliser cette équation de maximisation afin de trouver la condition de premier ordre pour les biens intermédiaires des firmes :

$$\begin{aligned} \left(\int Y_t(j)^{1-v} dj \right)^{\frac{v}{1-v}} Y_t(j)^{-v} &= \frac{P_t(j)}{P_t} \\ \Rightarrow Y_t(j) &= \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\frac{1}{v}} Y_t \end{aligned} \quad (8)$$

On voit donc que la décision optimale de la firme par rapport au bien intermédiaire est directement liée au rapport du prix du bien intermédiaire par rapport au prix du bien final.

3.2.2 Les biens intermédiaires

La production des biens intermédiaires est exprimée à l'aide de cette fonction :

$$Y_t(j) = A_t N_t(j)$$

Ici, A_t représente la productivité, qui suit un processus exogène au modèle. $N_t(j)$ représente ici la quantité de travail utilisée par la firme j . La firme est preneuse de prix par rapport au travail, au salaire W_t . Le marché du travail est donc parfaitement compétitif. Finalement, les rigidités nominales sont ici le fruit de coûts d'ajustements AC :

$$AC_t(j) = \frac{\phi}{2} \left(\frac{P_t(j)}{P_{t-1}(j)} - \pi \right) Y_t(j)$$

Ici, ϕ est un indicateur de la rigidité des prix, alors que π est l'inflation liée à l'état stationnaire dans l'économie. La firme j peut donc choisir la quantité de travail $N_t(j)$ et le prix du bien intermédiaire $P_t(j)$ afin de maximiser son profit. Son problème d'optimisation est le suivant :

$$\max_{P_{t+s}(j)} \mathbb{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta^s Q_{t+s|t} \left(\frac{P_{t+s}(j)}{P_{t+s}} Y_{t+s}(j) - W_{t+s} N_{t+s}(j) - AC_{t+s}(j) \right) \right]$$

Ici, $Q_{t+s|t}$ représente l'utilité au temps t d'une unité de consommation pour les consommateurs à la période $t + s$. Nous définissons également $Q_t = 1$ et $Q_{t+s|t}$ tel que :

$$Q_{t+s|t} = \left(\frac{C_{t+s}}{C_t} \right)^{-\tau} \left(\frac{A_t}{A_{t+s}} \right)^{1-\tau} \quad (9)$$

Nous pouvons maintenant combiner la maximisation du profit avec le reste des équations ci-dessus, en plus de l'équation de production (8), dérivée plus haut, ainsi que la condition de premier ordre (6) et l'équation (9). Si on considère la symétrie des prix, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1-v}{v} Y_t &= \frac{1}{v} Y_t \left(\frac{A_t}{C_t} \right)^{-\tau} - \phi Y_t \left[\pi_t (\pi_t - \pi) - \frac{1}{2v} (\pi_t - \pi)^2 \right] \\ &+ \phi \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{C_t}{A_t} \right)^\tau \left(\frac{C_{t+1}}{A_{t+1}} \right)^{-\tau} \left(\frac{A_t}{A_{t+1}} \right) Y_{t+1} (\pi_{t+1} - \pi) \pi_{t+1} \right] \quad (10) \end{aligned}$$

L'équation (10) représente donc le processus de maximisation du profit pour les

producteurs de biens intermédiaires.

3.3 Politique fiscale et monétaire

La politique monétaire est décrite par cette règle monétaire :

$$R_t = (R_t^*)^{1-\rho_R} R_{t-1}^{\rho_R} e^{\epsilon_{R,t}} \quad (11)$$

Ici, $\epsilon_{R,t}$ est un choc monétaire sur l'économie alors que R_t^* est la cible monétaire :

$$R_t^* = R \left(\frac{\pi_t}{\pi^*} \right)^{\psi_1} \quad (12)$$

Ici, R est le taux d'intérêt à l'état stationnaire, alors que π^* est la cible d'inflation de la banque centrale. L'écart de production se retrouve souvent dans cette règle monétaire du taux cible, mais nous avons décidé de le retirer, car le Canada ne cible que l'inflation, comparativement aux États-Unis où la réserve fédérale a un double mandat par rapport à sa politique monétaire.

En ce qui concerne les autorités fiscales, elles consomment une fraction de la production du bien final $G_t = \zeta_t Y_t$. ζ_t suit un processus exogène. Voici la contrainte budgétaire des autorités fiscales :

$$P_t G_t + R_{t-1} B_{t-1} = B_t + T_t \quad (13)$$

3.4 Variables exogènes

Voici les processus exogènes des trois variables exogènes du modèle :

$$\ln A_t = \ln \gamma + \ln A_{t-1} + \ln z_t \quad (14)$$

$$\ln z_t = \rho_z \ln z_{t-1} + \epsilon_t^z \quad (15)$$

$$\ln g_t = (1 - \rho_g) \ln g + \rho_g \ln g_{t-1} + \epsilon_t^g \quad (16)$$

La technologie A_t a donc un taux de croissance moyen de γ alors que les variations exogènes de la technologie sont exprimées par la variable z_t . Finalement, $g_t = \frac{1}{1-\zeta_t}$ représente le processus exogène des dépenses gouvernementales.

Le choc monétaire ϵ_t^R est également non corrélé, comme les deux chocs exogènes plus haut. Les trois chocs sont distribués indépendamment et aléatoirement avec des

moyennes nulles et des variances respectives de σ_z , σ_g et σ_R .

3.5 Résolution du modèle

Afin de résoudre le modèle, il nous faut déterminer les conditions d'équilibre dans le marché :

$$Y_t = C_t + G_t + AC_t \quad (17)$$

$$H_t = N_t \quad (18)$$

Pour commencer, il nous faut identifier toutes les équations qui définissent notre modèle. Il s'agit des équations (6), (10), (11), (12), (13), (14), (15), (16) et (17). Nous allons ensuite déterminer l'état stationnaire des variables puis linéariser les différentes équations pour obtenir les déviations par rapport à l'état stationnaire. Une fois ces déviations obtenues, nous allons ajouter au modèle l'espérance comportementale de Gabaix pour certaines variables. Finalement, nous allons dériver les équations finales de notre modèle.

De plus, on peut également trouver le niveau de production optimal sans rigidités nominales, grâce à l'équation (10). Nous obtenons donc :

$$Y_t^* = (1 - v)^{1/\tau} A_t g_t \quad (19)$$

3.5.1 Équations stationnarisées

Dans le but de décrire notre modèle dans le cadre d'un état stationnaire, nous pouvons réécrire les équations (6), (10), (14) et (17). La notation \hat{C} indique une variable stationnarisée et nous avons alors, respectivement :

$$\hat{C}_t^{-\tau} = \beta R_t \mathbb{E}_t \left[\frac{\hat{C}_{t+1}^{-\tau} e^{-\mathbb{E}_t(a_{t+1})}}{\pi_{t+1}} \right] \quad (20)$$

$$a_t = \ln \left(\frac{A_t}{A_{t-1}} \right) = \ln \gamma + \ln z_t \quad (21)$$

$$\hat{Y}_t = \hat{C}_t + \hat{G}_t + \hat{A}C_t \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{1-v}{v}\hat{Y}_t &= \frac{1}{v}\hat{Y}_t\hat{C}_t^\tau - \phi\hat{Y}_t \left[\pi_t(\pi_t - \pi) - \frac{1}{2v}(\pi_t - \pi)^2 \right] \\ &\quad + \phi\beta\mathbb{E}_t \left[\hat{C}_t^\tau\hat{C}_{t+1}^{-\tau}\hat{Y}_{t+1}(\pi_{t+1} - \pi)\pi_{t+1} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

3.5.2 État stationnaire

La notation \hat{Y}^* indique que la variable est à son état stationnaire. Afin d'obtenir l'état stationnaire, nous allons utiliser plusieurs processus exogènes. En premier lieu, nous savons que $\ln z^* = \rho^z \ln z^*$, et donc si $\rho^z \neq 1$, nous avons $z^* = 1$.

Par la suite, nous avons $a^* = \ln \gamma + \ln z^*$, et donc comme $\ln z^* = 0$, on en déduit que $a^* = \ln \gamma$.

Puis, on a $\pi^*\hat{C}^{*-\tau} = \beta R^*\hat{C}^{*-\tau}e^{-a^*}$, et donc nécessairement $R^* = \gamma\pi^*/\beta$.

À partir de (23), nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{1-v}{v}\hat{Y}^* &= \frac{1}{v}\hat{Y}^*\hat{C}^{*\tau} - \phi\hat{Y}^* \left[\pi^*(\pi^* - \pi^*) - \frac{1}{2v}(\pi^* - \pi^*)^2 \right] \\ &\quad + \phi\beta \left[\hat{C}^{*\tau}\hat{C}^{*-\tau}\hat{Y}^*(\pi^* - \pi^*)\pi^* \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \hat{C}^* = (1-v)^{\frac{1}{\tau}}$$

À partir de (22), nous avons $\hat{Y}^* = \hat{C}^* + \hat{G}^* + \hat{A}\hat{C}^*$, et en utilisant les définitions de \hat{G}^* et $\hat{A}\hat{C}^*$, nous avons simplement :

$$\hat{Y}^* = \hat{C}^*g^*$$

3.5.3 Équations finales

Après le processus de linéarisation des équations présenté en annexe, on retrouve ici les équations finales de notre modèle :

$$\ln R_t = (1 - \rho^R)(\ln R + \psi_1(\ln \pi_t - \ln \pi^*)) + \rho^R \ln R_{t-1} + \epsilon_t^R \quad (24)$$

$$\bar{y}_t = \bar{g}_t + \mathbb{E}_t \left[\bar{y}_{t+1} - \bar{g}_{t+1} - \frac{1}{\tau}(\bar{r}_t - \bar{\pi}_{t+1} - \bar{z}_{t+1}) \right] \quad (25)$$

$$\bar{\pi}_t = \frac{\tau(1-v)}{\phi v \pi^2}(\bar{y}_t - \bar{g}_t) + \beta \mathbb{E}_t(\bar{\pi}_{t+1}) \quad (26)$$

3.6 Modèle comportemental

3.6.1 La réalité perçue par l'agent

L'agent économique de ce modèle ne perçoit pas la réalité de manière parfaitement rationnelle. Ici, deux facteurs pourraient influencer la perception de l'agent : son inattention par rapport au futur et sa moindre préoccupation de certaines variables. Dans cette étude, nous n'étudierons que l'impact du premier sur l'ensemble du modèle. En effet, bien qu'intéressant, le biais relatif à chacune des variables d'intérêt implique la dérivation complète du modèle et donc une publication théorique à part entière. Ainsi, nous évaluerons ici simplement l'impact de l'inattention de l'agent vis-à-vis du futur sur le modèle d'An et Schorfheide.

Afin de représenter mathématiquement ce biais comportemental de l'agent, imaginons notre modèle comme un vecteur d'état :

$$X_{t+1} = G^X(X_t, \epsilon_{t+1})$$

Ici, G^X représente la fonction de transition du modèle, alors que ϵ_{t+1} est un vecteur d'innovations structurelles de moyenne 0. L'agent perçoit de manière parfaite l'information du vecteur. Cependant, si on prend en compte le biais comportemental de l'agent, celui-ci n'observera pas ce vecteur, mais une version différente :

$$X_{t+1} = mG^X(X_t, \epsilon_{t+1})$$

Ce vecteur démontre la réalité perçue par l'agent. Le paramètre supplémentaire m représente ici la myopie dont fait preuve l'agent économique. On peut, afin de mieux saisir ce paramètre, réécrire le vecteur d'état linéarisé :

$$X_{t+1} = m(\Gamma X_t + \epsilon_{t+1})$$

Pour une matrice Γ donnée, le paramètre comportemental $m = 1$, alors l'agent n'est pas myope et nous retrouvons le vecteur d'état rationnel. L'espérance comportementale de l'agent devient alors $\mathbb{E}_t^{BR}[X_{t+k}] = m^k \mathbb{E}_t[X_{t+k}]$.

On peut remarquer que l'agent économique est encore en mesure de voir parfaitement l'état stationnaire de l'économie et qu'il comprend encore parfaitement les variations marginales des variables. Il manque cependant d'attention pour voir les variables économiques futures.

3.6.2 Nouveau modèle ajusté pour un biais comportemental

Nous allons maintenant ajouter l'espérance comportementale de Gabaix dans le modèle que nous avons dérivé plus tôt. Ici, trois variables seront affectées dans le modèle, soit le revenu, les dépenses du gouvernement et l'inflation. Nous allons donc ajouter l'espérance comportementale de Gabaix aux équations concernant les consommateurs et les firmes. Nous considérons les autorités monétaires et fiscales sans biais comportemental. À partir de (25) et (26), nous avons, respectivement :

$$\bar{y}_t = \bar{g}_t + \mathbb{E}_t \left[m\bar{y}_{t+1} - m\bar{g}_{t+1} - \frac{1}{\tau} (\bar{r}_t - m(\bar{\pi}_{t+1}) - m\bar{z}_{t+1}) \right] \quad (27)$$

$$\bar{\pi}_t = \frac{\tau(1-v)}{\phi v \pi^2} (\bar{y}_t - \bar{g}_t) + \beta m \mathbb{E}_t(\bar{\pi}_{t+1}) \quad (28)$$

3.6.3 Biais comportemental hétérogène

Le modèle comportemental vu plus haut suppose que les agents économiques ont tous le même paramètre d'inattention comportementale. Cependant, il serait intéressant d'estimer un modèle avec un paramètre d'inattention hétérogène selon les agents économiques. Nous allons donc relaxer l'hypothèse vue plus haut en définissant deux paramètres d'inattention : l'inattention du consommateur (m_c) et l'inattention du producteur (m_p). En ajoutant cette distinction, les courbes IS et Phillips comportementales deviennent :

$$\bar{y}_t = \bar{g}_t + \mathbb{E}_t \left[m_c \bar{y}_{t+1} - m_c \bar{g}_{t+1} - \frac{1}{\tau} (\bar{r}_t - m_c(\bar{\pi}_{t+1}) - m_c \bar{z}_{t+1}) \right] \quad (29)$$

$$\bar{\pi}_t = \frac{\tau(1-v)}{\phi v \pi^2} (\bar{y}_t - \bar{g}_t) + \beta m_p \mathbb{E}_t(\bar{\pi}_{t+1}) \quad (30)$$

Il suffit d'ajouter l'hypothèse simple que $m_c = m_p$ afin de revenir vers notre modèle comportemental homogène.

3.7 Résumé

Pour résumer, en réécrivant les différents processus exogènes et la règle monétaire, nous voici avec le modèle DSGE comportemental :

$$\bar{y}_t = \bar{g}_t + \mathbb{E}_t \left[m\bar{y}_{t+1} - m\bar{g}_{t+1} - \frac{1}{\tau} (\bar{r}_t - m(\bar{\pi}_{t+1}) - m\bar{z}_{t+1}) \right] \quad (31)$$

$$\bar{\pi}_t = \frac{\tau(1-v)}{\phi v \pi^2} (\bar{y}_t - \bar{g}_t) + \beta m \mathbb{E}_t(\bar{\pi}_{t+1}) \quad (32)$$

$$\bar{r}_t = \rho^r \bar{r}_{t-1} + (1 - \rho^r) \phi_1 \bar{\pi}_t + \epsilon_t^r \quad (33)$$

$$\bar{z}_t = \rho^z \bar{z}_{t-1} + \epsilon_t^z \quad (34)$$

$$\bar{g}_t = \rho^g \bar{g}_{t-1} + \epsilon_t^g \quad (35)$$

En remplaçant les équations (31) et (32) par (29) et (30), nous obtenons notre modèle comportemental hétérogène. En ajoutant le principe d'espérance comportemental, on peut remarquer que, toutes choses étant égales par ailleurs, un agent qui s'intéresse moins au futur aura tendance à moins lisser sa consommation. On peut donc déjà faire l'hypothèse que les réponses de l'agent aux chocs seront plus fortes et que l'agent prendra plus de temps pour retourner à l'état stationnaire. Cela est expliqué par sa mauvaise vision du futur, qui lui fait penser que le choc est plus persistant. Cela sera d'autant plus vrai que m est faible.

En imposant la rationalité des agents ($m = 1$), on retrouve le modèle original créé par An et Schorfheide en 2007 :

$$\bar{y}_t = \bar{g}_t + E_t[\bar{y}_{t+1} - \bar{g}_{t+1} - \frac{1}{\tau}(\bar{r}_t - (\bar{\pi}_{t+1}) - \bar{z}_{t+1})]$$

$$\bar{\pi}_t = \frac{\tau(1-v)}{\phi v \pi^2} (\bar{y}_t - \bar{g}_t) + \beta E_t(\bar{\pi}_{t+1})$$

$$\bar{r}_t = \rho^r \bar{r}_{t-1} + (1 - \rho^r) \phi_1 \bar{\pi}_t + \epsilon_t^r$$

$$\bar{z}_t = \rho^z \bar{z}_{t-1} + \epsilon_t^z$$

$$\bar{g}_t = \rho^g \bar{g}_{t-1} + \epsilon_t^g$$

3.8 Équations d'observation

Maintenant que notre modèle est dérivé, il nous faudra bientôt l'estimer. Pour cela, nous utilisons ce que l'on appelle une représentation d'état. Ce concept sera expliqué

plus bas dans la méthodologie. La chose importante à savoir en ce moment est que le modèle ne peut pas être estimé directement. En effet, les variables qui y sont présentes ne sont pas observables. C'est pourquoi il nous faudra une fonction de transfert, qui permet de lier ensemble le modèle et les données économiques. Notre fonction de transfert est représentée par les équations suivantes :

$$YGR_t = \Gamma_Q + (\bar{y}_t - \bar{y}_{t-1} + \bar{z}_t) \quad (36)$$

$$INFL_t = \pi_a + 4\bar{\pi}_t \quad (37)$$

$$INT_t = \pi_a + r_a + 4\Gamma_Q + 4\bar{r}_t \quad (38)$$

Ici, YGR_t , $INFL_t$ et INT_t sont les données économiques que nous utiliserons (les données sont décrites plus bas), soit respectivement le PIB, l'inflation et le taux d'intérêt. Les paramètres de transferts, soit Γ_Q , π_a et r_a , seront eux-aussi estimés.

3.9 Identification

Afin de pouvoir identifier l'équation (32), nous allons définir un paramètre $\kappa = \tau(1 - v)/\phi v \pi^2$. Nous pourrions donc estimer directement κ . Il ne sera pas possible d'estimer directement v ou ϕ , comme ils n'apparaissent qu'à cet endroit et ne sont pas séparables.

4 Données canadiennes

Nous avons décidé de tester ce modèle sur des données canadiennes. Afin d'estimer correctement le modèle, il nous faut les données d'inflation, de croissance du PIB *per capita* et de taux d'intérêt. Les données que nous avons obtenues viennent toutes de Statistique Canada.

Pour les données d'inflation, nous avons décidé d'utiliser le déflateur du PIB canadien au prix du marché. Pour le taux d'intérêt, nous utilisons les bons du trésor canadien à échéance de trois mois. Finalement, pour le PIB *per capita*, nous utilisons les données de PIB au prix du marché, en dollars enchaînés de 2012 et le nombre de personnes en âge de travailler (ici, 15 ans et plus). Les données sont de fréquence trimestrielle et elles commencent au premier trimestre 1991 pour se terminer au troisième trimestre de 2019. La date de départ a été choisie car c'est en 1991 que la Banque du Canada

a adopté le ciblage d’inflation comme politique monétaire, la règle monétaire du modèle sera donc en ligne avec la réalité économique du pays. Nous avons décidé de terminer l’estimation avant 2020 afin d’exclure la volatilité des données liée à la crise sanitaire.

Nous avons transformé les données ainsi : pour le PIB *per capita*, on divise le PIB par le nombre de travailleurs avant de calculer la croissance trimestrielle. Pour le déflateur, afin d’obtenir le taux d’inflation, on effectue également une croissance trimestrielle, mais cette fois-ci annualisée. Aucune transformation n’est nécessaire pour le taux d’intérêt. Les transformations en croissance nous permettent d’éliminer les tendances dans les données.

Le tableau ci-dessous nous donne quelques statistiques de base pour nos données :

TABLEAU 1 – STATISTIQUES DESCRIPTIVES DES DONNÉES CANADIENNES

	PIB/capita	Inflation	Taux d’intérêt
Moyenne	0.26	1.92	3.06
Variance	0.61	2.95	2.27
Valeur maximale	1.54	8.73	9.68
Valeur minimale	-2.57	-12.61	0.19

Les valeurs minimales atteintes pour les trois variables sont toutes en lien avec la crise financière de 2008. On peut aussi voir en annexe les graphiques des données. Un examen visuel permet de voir qu’il n’y a aucune racine unitaire présente. Une légère diminution de la variance est observée avec le temps pour les données de PIB et d’inflation.

5 Méthodologie

Cette section passe en revue la méthode d’estimation utilisée pour ce mémoire. Nous passerons en revue la représentation d’état du modèle, ainsi que l’estimation à l’aide du filtre de Kalman et du maximum de vraisemblance. Finalement, nous résumerons rapidement la méthode d’estimation Bayésienne.

5.1 Représentation d’État

Notre modèle actuel est représenté ainsi :

$$\Gamma_0(\theta)s_t = \Gamma_1(\theta)s_{t-1} + \Psi\epsilon_t + \Pi\eta_t \quad (39)$$

Il s'agit du système linéaire d'attentes rationnelles de notre DSGE dérivé dans la section précédente. s_t représente les variables non observables contemporaine, ϵ_t représente les chocs structurels et η_t représente les erreurs d'attentes rationnelles ($\eta_t^x = \hat{x}_t - E_{t-1}[\hat{x}_t]$).

Ici donc :

$$s_t = \begin{bmatrix} \bar{y}_t & \bar{g}_t & \bar{\pi}_t & \bar{z}_t & \bar{r}_t & E_t \bar{y}_{t+1} & E_t \bar{g}_{t+1} & E_t \bar{\pi}_{t+1} & E_t \bar{z}_{t+1} \end{bmatrix}'$$

$$s_{t-1} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{t-1} & \bar{g}_{t-1} & \bar{\pi}_{t-1} & \bar{z}_{t-1} & \bar{r}_{t-1} & E_{t-1} \bar{y}_t & E_{t-1} \bar{g}_t & E_{t-1} \bar{\pi}_t & E_{t-1} \bar{z}_t \end{bmatrix}'$$

$$\epsilon_t = \begin{bmatrix} \epsilon_t^g \\ \epsilon_t^z \\ \epsilon_t^r \end{bmatrix}$$

$$\eta_t = \begin{bmatrix} \eta_t^y \\ \eta_t^g \\ \eta_t^\pi \\ \eta_t^z \end{bmatrix}$$

Les relations entre les variables contemporaines, retardées ainsi que les chocs et erreurs sont exprimées par les matrices Γ_0 , Γ_1 , Ψ et Π (voir annexes).

Afin d'estimer notre modèle DSGE, il nous faut le résoudre pour obtenir une représentation d'État. Nous utiliserons une méthode basée sur l'approximation de premier ordre du système linéaire. Plusieurs algorithmes sont utilisés dans la littérature, comme ici Blanchard et Kahn (1980). Le modèle résolu ne comporte aucune relation entre les variables contemporaines et les erreurs rationnelles ont également disparues. La représentation d'état d'un modèle DSGE exprime la relation entre le modèle et les variables théoriques et les données économiques réelles. Elle est notée ainsi :

$$\begin{cases} X_t = AX_{t-1} + Cu_t \text{ où } u_t \sim N(0, I) \\ Z_t = DX_t + v_t \text{ où } v_t \sim N(0, \Sigma_{vv}) \end{cases} \quad (40)$$

On voit ici une représentation matricielle du DSGE. La première équation du système d'équations (40) est la fonction d'état du système. Cela permet de connaître l'évolution temporelle des variables d'état X_t . Les paramètres à estimer sont ici A , C , D et Σ_{vv} . La seconde équation est appelée fonction de transfert. Cette fonction représente la relation entre les variables externes Z_t et les variables d'État X_t . Les variables externes

sont des variables observées, alors que les variables d'État ne sont pas observées.

5.2 Filtre de Kalman

Nous devons dorénavant trouver un moyen d'estimer les paramètres du modèle alors que les variables d'État ne sont pas observables. C'est pour cela que nous utilisons le filtre de Kalman, une méthode qui permet d'estimer les variables d'État grâce aux variables externes, qui sont observées. Le filtre a été développé par Kalman (1960). Pour commencer, afin de simplifier la nomenclature, nous pouvons définir :

$$X_{t|t-s} \equiv \mathbb{E}[X_t | Z_{t-s}]$$

et

$$P_{t|t-s} \equiv \mathbb{E}(X_t - X_{t|t-s})(X_t - X_{t|t-s})'$$

Dans des termes plus intuitifs, $X_{t|t-s}$ représente donc l'espérance de X_t sachant les valeurs de Z jusqu'à la période $t - s$. $P_{t|t-s}$ exprime la variance associée à cette prévision.

Afin d'initialiser le filtre, nous utilisons les valeurs initiales de nos variables d'État, afin de calculer $X_{1|0}$ et $P_{1|0}$. Ces valeurs initiales proviennent du calcul de l'état stationnaire du modèle et dépendent des matrices A et C .

Reprenons notre représentation d'état initiale :

$$\begin{cases} X_t = AX_{t-1} + Cu_t \\ Z_t = DX_t + v_t \end{cases} \quad (40)$$

L'estimation grâce au filtre de Kalman prendra la forme suivante :

$$X_{t|t} = AX_{t-1|t-1} + K_t(Z_t - DAX_{t-1|t-1})$$

Ici, K_t représente le gain de Kalman, soit le gain d'information que le signal (ici les variables observables Z_t) nous permet de gagner. On sait aussi que le gain de Kalman est représenté ainsi :

$$K_t = \frac{P_{t|t-1}D'}{\Omega_{t|t-1}}$$

avec

$$\Omega_{t|t-1} = \mathbb{E}[(Z_t - Z_{t|t-1})(Z_t - Z_{t|t-1})'] = DP_{t-1|t-1}D' + \Sigma_{vv}$$

On peut donc résumer notre processus d'estimation par filtre Kalman avec les équations

ci-dessous :

$$\begin{cases} X_{t|t} = AX_{t-1|t-1} + K_t [Z_t - DAX_{t-1|t-1}] \\ K_t = P_{t|t-1} D' \Omega_{t|t-1}^{-1} \\ P_{t|t} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} D' \Omega_{t|t-1}^{-1} D P_{t|t-1} \end{cases} \quad (41)$$

5.3 Maximum de vraisemblance

Maintenant que nous avons notre filtre et nos innovations, nous pouvons utiliser ces données pour effectuer une estimation par maximum de vraisemblance. Cela nous permettra d'estimer les paramètres d'intérêt de notre modèle DSGE.

Les paramètres à estimer sont les suivants :

$$\theta = \left[\tau \quad \kappa \quad \phi_1 \quad \rho_R \quad \rho_Z \quad \rho_G \quad R_A \quad \pi_A \quad \gamma_Q \right]'$$

Considérant notre filtre de Kalman exprimé plus haut, notre fonction de vraisemblance sera la suivante :

$$L(Z^T | \theta) = (-nT/2) \log(2\pi) - \sum_{t=1}^T [1/2 (\log(|\Omega_{t|t-1}|) + \hat{Z}_t' \Omega_{t|t-1}^{-1} \hat{Z}_t)] \quad (42)$$

où $\hat{Z}_t = Z_t - DAX_{t-1|t-1}$.

5.4 Estimation Bayésienne

Nous avons décidé d'estimer le modèle à l'aide des méthodes d'estimation Bayésienne. L'approche Bayésienne considère que les paramètres d'un modèle sont des variables aléatoires. Les résultats de l'estimation Bayésienne sont donc des distributions postérieures à l'estimation des paramètres.

Comme ce type d'estimation considère que ce sont les données qui sont fixes et non les paramètres, il est possible d'estimer plusieurs modèles et de les comparer afin de savoir lequel est idéal par rapport aux données utilisées et c'est là la principale motivation pour notre utilisation de la méthode d'estimation Bayésienne. Ainsi nous pourrons savoir si l'ajout d'un biais comportemental dans le modèle aide à mieux expliquer les données.

La règle de Bayes est la règle de base de l'estimation Bayésienne. Elle se lit comme suit :

$$\mathbb{P}(\theta|y) = \frac{\mathbb{P}(y|\theta)\mathbb{P}(\theta)}{\mathbb{P}(y)}$$

Ici, le premier terme $\mathbb{P}(\theta|y)$ exprime la densité de probabilité des paramètres θ conditionnelle à l'utilisation des données particulières y , c'est-à-dire la distribution postérieure. Comme on peut le voir, cette densité est fonction de la densité de probabilité des données y conditionnellement aux paramètres θ : $\mathbb{P}(y|\theta)$, qui est la fonction de vraisemblance, en plus d'une connaissance préalable des paramètres $\mathbb{P}(\theta)$. On peut donc considérer la distribution postérieure comme étant proportionnelle au produit de ces deux distributions.

La plupart du temps, on ne pourra pas connaître la distribution postérieure des paramètres analytiquement. Comme nous cherchons à utiliser les différents moments des paramètres (moyenne, variance, etc.), nous allons devoir trouver un moyen de les évaluer numériquement.

5.5 Distributions préalables

Comme exprimé plus haut, afin d'obtenir une distribution postérieure des paramètres, il nous faut également des distributions préalables. Le Tableau 2 montre les différentes distributions préalables pour nos paramètres. Le modèle (1) est le modèle avec agent parfaitement rationnel. Le modèle (2) est notre modèle comportemental homogène et le modèle (3) est notre modèle comportemental hétérogène.

TABLEAU 2 – DISTRIBUTIONS PRÉALABLES

	(1)			(2)			(3)		
	Densité	Param. 1	Param. 2	Densité	Param. 1	Param. 2	Densité	Param. 1	Param. 2
τ	Gamma	2,00	0,50	Gamma	2,00	0,50	Gamma	2,00	0,50
κ	Gamma	0,50	0,20	Gamma	0,50	0,20	Gamma	0,50	0,20
ψ_1	Gamma	1,50	0,25	Gamma	1,50	0,25	Gamma	1,50	0,25
ρ_R	Beta	0,50	0,20	Beta	0,50	0,20	Beta	0,50	0,20
ρ_Z	Beta	0,66	0,15	Beta	0,66	0,15	Beta	0,66	0,15
ρ_G	Beta	0,80	0,10	Beta	0,80	0,10	Beta	0,80	0,10
R_a	Gamma	0,50	0,50	Gamma	0,50	0,50	Gamma	0,50	0,50
π_a	Gamma	7,00	2,00	Gamma	7,00	2,00	Gamma	7,00	2,00
Γ_Q	Normale	0,40	0,20	Normale	0,40	0,20	Normale	0,40	0,20
M_p	-	-	-	-	-	-	Beta	0,85	0,10
M_c	-	-	-	Beta	0,85	0,10	Beta	0,85	0,10
$\sigma(\epsilon_R)$	Gamma Inverse	0,501	0,262	Gamma Inverse	0,501	0,262	Gamma Inverse	0,501	0,262
$\sigma(\epsilon_Z)$	Gamma Inverse	1,253	0,655	Gamma Inverse	1,253	0,655	Gamma Inverse	1,253	0,655
$\sigma(\epsilon_G)$	Gamma Inverse	0,627	0,328	Gamma Inverse	0,627	0,328	Gamma Inverse	0,627	0,328

Ici, la plupart des distributions préalables sont tirées directement d’An et Schorfheide (2007). Cependant, les distributions préalables de m_c et m_p sont tirées de Gabaix (2020). De plus, la distribution de κ nous vient de Lubik et Schorfheide (2004).

5.6 Résumé

Notre modèle DSGE prend la forme d’une représentation d’état et le but est d’estimer la valeur des différents paramètres de ce modèle. Afin de pouvoir estimer ces paramètres, il faut trouver un moyen de construire un estimé des variables d’État qui ne sont pas observables. En utilisant la fonction d’état et la fonction d’observation comme deux signaux pour les variables d’État, on peut utiliser le filtre de Kalman afin de créer un estimé à variance minimale des variables d’État. On utilise ensuite cet estimé dans une estimation à maximum de vraisemblance afin d’obtenir une première estimation de nos paramètres.

Suivant la loi de Bayes, cette estimation sera ensuite combinée à des distributions préalables de nos paramètres, afin d’obtenir une distribution postérieure de nos paramètres. Comme il n’est pas possible de dériver analytiquement la distribution au complet, mais seulement d’évaluer les valeurs des paramètres dans la distribution, il nous faudra simuler la distribution. Nous utiliserons à cette fin l’algorithme de Metropolis-Hastings.

6 Résultats

L’objectif de notre étude ici est d’observer les différences lors de l’estimation du modèle DSGE avec ou sans biais temporel, nous avons donc effectué trois estimations différentes. Tout d’abord, nous avons estimé le modèle en considérant l’agent économique comme parfaitement rationnel, c’est-à-dire le modèle Néo-Keynésien traditionnel. Nous avons ensuite ajouté le paramètre de l’espérance comportementale afin de considérer le biais temporel de l’agent. L’espérance comportementale est d’abord considérée comme homogène pour tous les agents, alors que notre troisième estimation s’intéresse à une espérance comportementale hétérogène entre les consommateurs et les producteurs dans l’économie.

6.1 Paramètres estimés

Dans le tableau 3, nous pouvons observer les statistiques descriptives des différents paramètres selon le modèle estimé.

Intéressons-nous d'abord au modèle (1), c'est-à-dire le modèle avec agents rationnels. Le paramètre τ est ici de 3.47 en moyenne. On voit que ce paramètre est beaucoup plus élevé que la moyenne de sa distribution préalable. Cela signifie que les agents économiques ont une faible élasticité de substitution intertemporelle. Ils sont donc assez réticents à renoncer à leur consommation à la période t en vue d'une plus grande consommation à la période $t + 1$. Le paramètre κ est lui aussi assez élevé, avec une moyenne de 1.45, encore une fois beaucoup plus haut que la moyenne de la distribution préalable. Le paramètre est en fait défini ainsi :

$$\kappa = \frac{\tau(1 - v)}{\phi v \pi^2}$$

Afin de pouvoir s'intéresser à la rigidité des prix dans nos modèles, il nous faut d'abord effectuer une hypothèse sur v (l'inverse de l'élasticité de substitution des biens intermédiaires), car il nous est impossible de séparer v de ϕ , qui représente la rigidité des prix dans l'économie. Nous assumerons ici que $v = 0.1$, ce qui correspond à un *markup* de 11%, en ligne avec les estimations de Basu (1995). Selon cette hypothèse, on obtient que $\phi = 21.26$ pour le modèle rationnel. Il s'agit d'une très faible rigidité des prix.

Si on regarde cette fois les modèles avec biais temporel des agents (modèles (2) et (3) du tableau 3), on remarque d'abord que les coefficients des paramètres se ressemblent fortement. En effet, bien qu'on puisse y voir certaines différences, il est clair que l'effet de l'ajout de l'espérance comportementale est marginal sur les paramètres estimés. On voit tout de même que dans les deux cas, le paramètre τ est légèrement plus faible, donc une élasticité de substitution intertemporelle légèrement plus élevée. De plus, avec la même hypothèse sur v que pour le modèle rationnel, les modèles comportementaux homogène et hétérogène ont donné respectivement que $\phi = 19.29$ et que $\phi = 19.95$. L'ajout du biais comportemental a donc très légèrement diminué le degré de rigidité des prix dans notre estimation.

Il est important de s'intéresser aux coefficients d'espérance comportementale, soit m_c et m_p . Pour le modèle homogène (le modèle (2)), ces coefficients sont par hypothèse égaux et montrent que les agents économiques semblent être légèrement irrationnels, avec une moyenne du paramètre de 0.927. Il est cependant très intéressant de constater que le modèle hétérogène montre que les agents consommateurs sont beaucoup moins rationnels (avec m_c en moyenne à 0.875) que les agents producteurs (m_p en moyenne à 0.928).

TABLEAU 3 – STATISTIQUES DESCRIPTIVES DES PARAMÈTRES

	(1)				(2)				(3)			
	Moyenne	Médiane	Interval 90%		Moyenne	Médiane	Interval 90%		Moyenne	Médiane	Interval 90%	
τ	3,473	3,397	2,162-4,829		3,282	3,203	2,005-4,514		3,305	3,204	1,911-4,582	
κ	1,453	1,436	1,045-1,879		1,514	1,495	1,090-1,952		1,474	1,461	1,023-1,909	
ψ_1	1,578	1,567	1,250-1,898		1,520	1,513	1,171-1,823		1,428	1,421	1,116-1,780	
ρ_R	0,860	0,861	0,827-0,893		0,860	0,861	0,825-0,895		0,858	0,859	0,826-0,890	
ρ_Z	0,942	0,943	0,915-0,970		0,952	0,953	0,926-0,981		0,957	0,958	0,930-0,984	
ρ_G	0,974	0,977	0,954-0,996		0,976	0,979	0,956-0,996		0,977	0,979	0,957-0,997	
R_A	0,121	0,086	0,001-0,277		0,117	0,083	0,001-0,270		0,120	0,087	0,001-0,271	
π_A	2,348	2,318	1,757-2,994		2,317	2,281	1,737-2,932		2,294	2,275	1,666-2,844	
γ_Q	0,392	0,385	0,187-0,602		0,375	0,371	0,171-0,587		0,364	0,362	0,168-0,565	
M_c	1	1	-		0,927	0,932	0,863-0,992		0,875	0,881	0,776-0,980	
M_p	1	1	-		0,927	0,932	0,863-0,992		0,928	0,942	0,848-0,998	
σ^{ϵ_r}	0,220	0,217	0,186-0,256		0,217	0,215	0,182-0,249		0,212	0,211	0,179-0,245	
σ^{ϵ_z}	0,182	0,180	0,151-0,212		0,187	0,185	0,155-0,220		0,191	0,190	0,155-0,225	
σ^{ϵ_g}	0,787	0,784	0,687-0,877		0,789	0,786	0,695-0,885		0,789	0,785	0,691-0,887	

6.2 Décomposition de la variance

Le tableau 4 montre la décomposition moyenne de la variance *a posteriori* de nos différentes variables selon les trois chocs exogènes possibles. Ces résultats sont très intéressants car, comme on peut le voir, la décomposition diffère selon la spécification du modèle. On sait donc que le biais temporel ne fait pas que changer les valeurs des paramètres, il altère également l'effet des chocs sur les variables.

La plus grande différence peut être vue dans la décomposition de la variance du PIB. Si les modèles (1) et (2) sont très similaires, avec une variance en majorité expliquée par les chocs de dépenses gouvernementales et ensuite par les chocs de technologie, le modèle (3) montre le résultat inverse, soit que les variations du PIB sont d'abord expliquées par les chocs de technologie et ensuite par les chocs de dépenses gouvernementales.

Un autre changement que l'on peut voir est la décomposition de la variance de l'inflation dans le modèle. Le modèle rationnel (1) montre que les chocs de taux d'intérêt et de technologie sont responsables pour 27% et 73% de la variance de π respectivement. Le modèle comportemental homogène (2) montre déjà des différences, avec 33.1% et 66.9% expliqués par les mêmes chocs respectifs, mais c'est surtout le modèle hétérogène (3) qui montre une grande différence, avec seulement 13.2% de la variance expliquée par le choc de taux d'intérêt.

TABLEAU 4 – DÉCOMPOSITION DE LA VARIANCE

	(1)			(2)			(3)		
	ϵ_R	ϵ_Z	ϵ_G	ϵ_R	ϵ_Z	ϵ_G	ϵ_R	ϵ_Z	ϵ_G
PIB	0,036	0,341	0,623	0,044	0,351	0,604	0,023	0,606	0,371
Inflation	0,270	0,730	0,000	0,331	0,667	0,000	0,132	0,868	0,000
Taux d'intérêt	0,028	0,972	0,000	0,03	0,964	0,000	0,013	0,987	0,000

6.3 Fonctions de réponses

FIGURE 1 – Fonctions de réponses au choc de taux d'intérêt

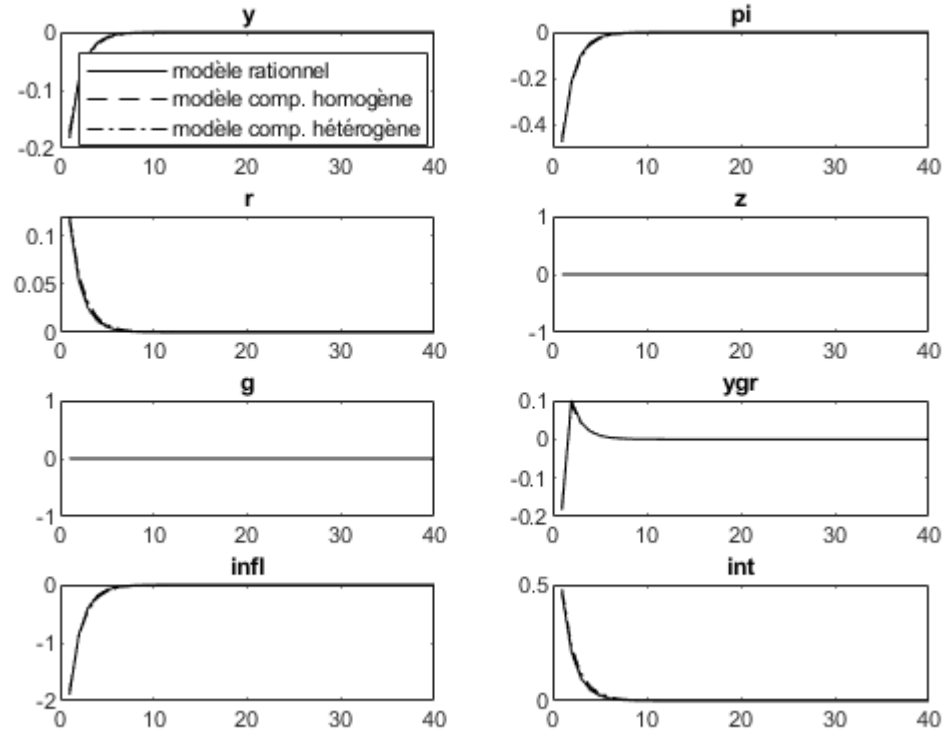


FIGURE 2 – Fonctions de réponses au choc technologique

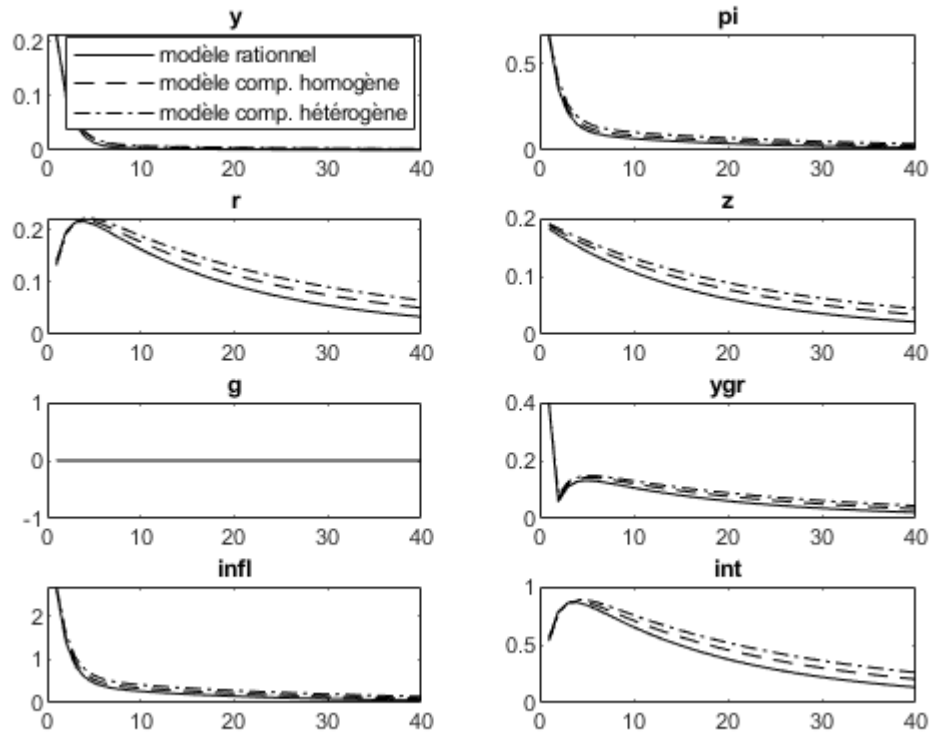
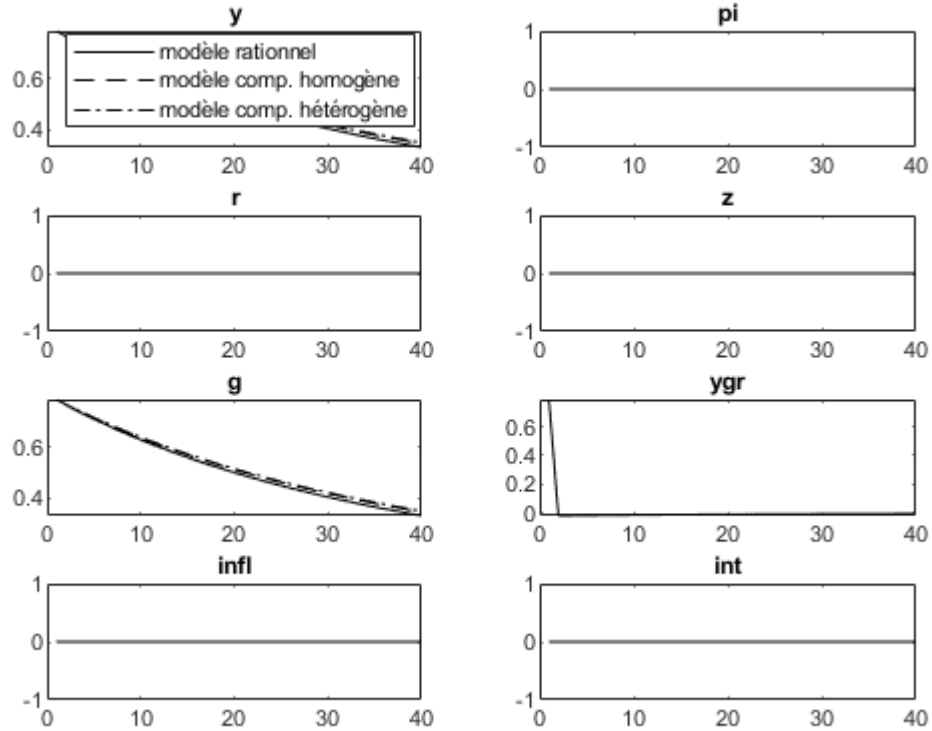


FIGURE 3 – Fonctions de réponses au choc de dépenses gouvernementales



Les graphiques des figures 1 à 3 nous montrent les fonctions de réponses de nos trois modèles. On remarque que les réponses des variables aux chocs restent toujours dans le même sens, peu importe le modèle estimé. En effet, le biais temporel ne fait que réduire l’attention de l’agent, sans changer ses préférences. Ce résultat était attendu, car le biais comportemental dans le modèle ne fait qu’amplifier les réponses de l’agent économique.

Les résultats obtenus par nos fonctions de réponses sont en accord avec la théorie économique connue. Le choc de taux d’intérêt a un effet négatif sur le PIB et l’inflation, alors qu’un choc technologique a un effet positif sur les deux variables. Ce dernier a également un effet positif sur le taux d’intérêt. Le choc de dépenses gouvernementales a un effet positif sur le PIB, mais son effet est nul sur l’inflation. L’explication théorique des chocs revient à la fonction $\bar{y}_t = \bar{c}_t + \bar{g}_t$. On peut voir que \bar{c}_t revient à une déviation de la production de son équilibre dans ce genre de modèle. Cela implique aussi que \bar{g}_t est en fait la production potentielle dans nos modèles. Un choc sur \bar{g}_t revient donc à un choc sur la production potentielle, ce qui explique pourquoi l’inflation n’est pas touchée par le choc. On utilise également

cette équation pour expliquer le choc technologique. L'augmentation de \bar{z}_t augmente de façon proportionnelle la production, mais aussi son écart. En d'autres mots, la consommation augmente plus que le niveau de production à l'équilibre, ce qui se traduit par une augmentation de l'inflation et du taux d'intérêt. Finalement, le choc de taux d'intérêt réduit la consommation et la production parce que l'inflation est plus lente à s'ajuster que les taux. On a donc une hausse temporaire des taux réels. On voit que les modèles comportementaux ont des fonctions de réponses qui sont plus persistantes. Une partie de l'explication est plutôt intuitive. Les agents, qui n'ont pas une attention parfaite vers le futur, n'arrivent pas à bien interpréter la persistance du choc. Ils considèrent alors le choc comme un élément moins permanent que nécessaire, et s'ajustent donc moins vite, donc le temps pris pour revenir à l'état stationnaire est plus long. Cette persistance est plus marquée pour le modèle hétérogène, ce qui est logique car les agents consommateurs dans ce modèle ont une espérance comportementale encore plus faible (ils portent encore moins attention au futur). On peut également voir que la persistance estimée des chocs exogènes est plus grande, ce qui explique également ce phénomène. Cette différence de persistance des chocs entre les modèles, en particulier le choc technologique, explique les changements dans la décomposition de la variance.

6.4 Analyse des densités marginales

Afin de savoir lequel des trois modèles évoqués plus haut est le plus représentatif des données économiques canadiennes, nous utilisons ici la méthode du facteur de Bayes. Comme il s'agit d'un ratio de densité marginale, le tableau 5 ci-dessous regroupe les densités marginales de nos trois modèles, calculées à l'aide de la méthode de Laplace et de la méthode des moyennes harmoniques modifiées (MHM).

TABLEAU 5 – DENSITÉS MARGINALES

	(1)	(2)	(3)
Méthode de Laplace	-580.5	-581.4	-580.9
Méthode MHM	-581.3	-582.3	-582.3

caption notes notes notes

On peut donc voir que la densité marginale entre les différents modèles est très faible. Selon les deux mesures de densité marginale, le modèle rationnel reste le modèle qui explique le mieux les variables économiques canadiennes, mais de façon très marginale. Le modèle comportemental hétérogène vient ensuite en seconde place,

suivi du modèle comportemental homogène. On remarque cependant encore une fois que les différences entre les densités marginales sont très faibles.

7 Conclusion

L’objectif de ce mémoire était de dériver et d’estimer un modèle DGSE avec un biais comportemental, sur des données canadiennes. Le modèle se base fortement sur celui d’An et Schorfheide (2007), qui est un modèle Néo-Keynésien. Cependant, nous y avons ajouté un biais comportemental basé sur l’inattention de l’agent économique sur le futur. Ce biais est modélisé, comme le propose Xavier Gabaix (2020), à l’aide d’un coefficient qui permet de transformer l’espérance rationnelle du futur en une espérance dite comportementale qui est la valeur des variables économiques utilisées par l’agent biaisé pour prendre ses décisions intertemporelles.

Nous avons décidé, pour notre estimation, d’utiliser l’inférence Bayésienne. Cette méthode d’estimation très populaire chez les chercheurs en macroéconomie se base sur le théorème de Bayes afin de trouver la distribution *a posteriori* des paramètres du modèle. Pour ce faire, l’estimation par maximum de vraisemblance est jumelée à un savoir préalable des paramètres afin d’ajouter de la précision à l’estimation. De plus, ce processus, basé sur le principe que les paramètres doivent changer selon les données utilisées, permet une comparaison des densité marginales des différents modèles estimés. Nous avons estimé trois modèles différents à l’aide de cette approche ; un modèle avec agents rationnels, un modèle avec biais temporel homogène et un modèle avec biais comportemental hétérogène.

Les résultats de l’estimation ont permis de voir que l’ajout du biais comportemental change légèrement les paramètres du modèle. Un résultat important est que les coefficients comportementaux changent significativement entre le modèle homogène et le modèle hétérogène. Il semblerait que les producteurs soient en effet plus rationnels que les consommateurs. De plus, l’ajout du biais comportemental change de manière significative la décomposition de la variance. Le modèle hétérogène en particulier voit le PIB expliqué en majorité par les chocs technologiques, alors que les deux autres modèles expliquent le PIB en majorité par les chocs de dépenses gouvernementales. Finalement, l’ajout du biais temporel change la réponse de l’agent économique aux chocs exogènes. Le choc est moins fort à l’impact et plus persistant car la faible attention de l’agent au futur l’empêche de bien estimer la persistance du choc, non seulement initialement, mais aussi lors des périodes subséquentes. L’analyse des densités marginales montre que le modèle rationnel est préféré, mais avec une différence

minime.

Les résultats obtenus à l'aide de cette étude semblent montrer que les différences entre un modèle rationnel ou comportemental sont minimales. À notre avis, il est clair que l'inattention comportementale est importante, c'est donc notre opinion que pour réussir à observer son effet, il nous faut un modèle plus élaboré. La proposition la plus claire pour nous serait de développer un modèle avec une politique fiscale plus complexe, permettant autant l'utilisation de taxes que de dettes pour le gouvernement. De plus, l'utilisation de données fiscales lors de l'estimation permettrait également de voir si le modèle comportemental suit mieux les décisions des consommateurs face aux différents changements de politiques fiscales. Finalement, il serait intéressant d'utiliser des données américaines ou bien européennes sur ces modèles, afin de voir si on peut discerner des pays où les agents économiques sont plus rationnels.

Références

- [1] Banque du canada : Politique monétaire. <https://www.banqueducanada.ca/grandes-fonctions/politique-monetaire/>. Accessed : 2020-12-17.
- [2] The federal reserve's dual mandate. <https://www.chicagofed.org/research/dual-mandate/dual-mandate>. Accessed : 2020-12-17.
- [3] AN, S., AND SCHORFHEIDE, F. Bayesian analysis of dsge models. *Econometric reviews* 26, 2-4 (2007), 113–172.
- [4] BASU, S. Intermediate goods and business cycles : Implications for productivity and welfare. Tech. rep., American Economic Review, 1995.
- [5] BERNHEIM, B. D. Ricardian equivalence : An evaluation of theory and evidence. *NBER macroeconomics annual* 2 (1987), 263–304.
- [6] BLANCHARD, O. J., AND KAHN, C. M. The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica : Journal of the Econometric Society* (1980), 1305–1311.
- [7] CALVO, G. A. Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of monetary Economics* 12, 3 (1983), 383–398.
- [8] CAMPBELL, J. Y., AND MANKIW, N. G. Consumption, income, and interest rates : Reinterpreting the time series evidence. *NBER macroeconomics annual* 4 (1989), 185–216.
- [9] CHAMBERLIN, E. *The theory of monopolistic competition : Awarded the David A. Wells prize for the year 1927-28, and published from the income of the David A. Wells fund*. Harvard University Press, 1933.
- [10] CHRISTIANO, L. J., EICHENBAUM, M., AND EVANS, C. L. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of political Economy* 113, 1 (2005), 1–45.
- [11] CLARIDA, R., GALI, J., AND GERTLER, M. The science of monetary policy : a new keynesian perspective. *Journal of economic literature* 37, 4 (1999), 1661–1707.
- [12] COCHRANE, J. H. The new-keynesian liquidity trap. *Journal of Monetary Economics* 92 (2017), 47–63.
- [13] DANIEL, K., AMOS, T., ET AL. Prospect theory : an analysis of decision under risk. *Econometrica* 47, 2 (1979), 263–291.

- [14] DEL NEGRO, M., SCHORFHEIDE, F., SMETS, F., AND WOUTERS, R. On the fit of new keynesian models. *Journal of Business & Economic Statistics* 25, 2 (2007), 123–143.
- [15] GABAIX, X. A behavioral new keynesian model. *American Economic Review* 110, 8 (2020), 2271–2327.
- [16] GALI, J. *Monetary policy, inflation and the business cycle*. Princeton University Press, 2015.
- [17] GALI, J., AND GERTLER, M. Inflation dynamics : A structural econometric analysis. *Journal of monetary Economics* 44, 2 (1999), 195–222.
- [18] KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems.
- [19] KEYNES, J. M. *The general theory of employment, interest, and money*. Springer, 2018.
- [20] KHALID, A. M. Ricardian equivalence : empirical evidence from developing economies. *Journal of Development Economics* 51, 2 (1996), 413–432.
- [21] KRUGMAN, P. Thinking about the liquidity trap. *Journal of the Japanese and International Economies* 14, 4 (2000), 221–237.
- [22] KYDLAND, F. E., AND PRESCOTT, E. C. Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica : Journal of the Econometric Society* (1982), 1345–1370.
- [23] LEIDERMAN, L., AND BLEJER, M. I. Modeling and testing ricardian equivalence : a survey. *Staff Papers* 35, 1 (1988), 1–35.
- [24] LUBIK, T. A., AND SCHORFHEIDE, F. Testing for indeterminacy : An application to us monetary policy. *American Economic Review* 94, 1 (2004), 190–217.
- [25] LUCAS, R. E., ET AL. Econometric policy evaluation : A critique. In *Carnegie-Rochester conference series on public policy* (1976), vol. 1, pp. 19–46.
- [26] MAĆKOWIAK, B., AND WIEDERHOLT, M. Business cycle dynamics under rational inattention. *The Review of Economic Studies* 82, 4 (2015), 1502–1532.
- [27] MANKIW, N. G. Real business cycles : A new keynesian perspective. *Journal of economic perspectives* 3, 3 (1989), 79–90.
- [28] MANKIW, N. G., AND REIS, R. Sticky information versus sticky prices : a proposal to replace the new keynesian phillips curve. *The Quarterly Journal of Economics* 117, 4 (2002), 1295–1328.
- [29] MCKAY, A., NAKAMURA, E., AND STEINSSON, J. The power of forward guidance revisited. *American Economic Review* 106, 10 (2016), 3133–58.

- [30] METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A. W., ROSENBLUTH, M. N., TELLER, A. H., AND TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics* 21, 6 (1953), 1087–1092.
- [31] MR, B., AND MR, P. An essay toward solving a problem in the doctrine of chances. by the late rev. mr. bayes, frs communicated by mr. price, in a letter to john canton, amfrs. *Philosophical Transactions* (1763), 1683–1775.
- [32] SCHORFHEIDE, F. Loss function-based evaluation of dsge models. *Journal of Applied Econometrics* 15, 6 (2000), 645–670.
- [33] SIMS, C. A. Implications of rational inattention. *Journal of monetary Economics* 50, 3 (2003), 665–690.
- [34] SMETS, F., AND WOUTERS, R. Shocks and frictions in us business cycles : A bayesian dsge approach. *American economic review* 97, 3 (2007), 586–606.
- [35] WERNING, I. Managing a liquidity trap : Monetary and fiscal policy, manuscript, 2012.

A Annexe : linéarisation des équations du modèle

Certaines équations sont déjà linéaires, nous allons donc les laisser comme elles sont. La notation sera la suivante :

$$\bar{c}_t = \frac{\hat{C}_t - \hat{C}^*}{\hat{C}^*}$$

Les équations qui nous intéressent ici sont les équations (12), (13), (23), (25) et (26). Voici, dans l'ordre précédent, les équations en forme linéaire :

$$\ln R_t = (1 - \rho^R) \ln R_t^* + \rho^R \ln R_{t-1} + \epsilon_t^R$$

$$\ln R_t^* = \ln R + \psi_1(\ln \pi_t - \ln \pi^*) + \psi_2 [\ln Y_t - (\ln Y_t - \ln g_t)]$$

$$\bar{c}_t = \mathbb{E}_t \left[\bar{c}_{t+1} - \frac{1}{\tau} (\bar{r}_t - \bar{\pi}_{t+1} - \bar{z}_{t+1}) \right]$$

$$\bar{y}_t = \bar{c}_t + \bar{g}_t$$

$$\bar{\pi}_t = \frac{\tau(1-v)}{\phi v \pi^2} \bar{c}_t + \beta \mathbb{E}_t(\bar{\pi}_{t+1})$$

B Annexe : Graphiques des données

