

HEC MONTRÉAL

**Quasi-maximum de vraisemblance pour estimer le modèle
structurel en utilisant le marché des CDS**

par

Edong-ta Eloge Fortuné Amakbre

Prof. Hatem Ben-Ameur

HEC Montréal

Directeur de recherche

Prof. Rim Chérif

HEC Montréal

Codirectrice de recherche

Sciences de la gestion

(Spécialisation Ingénierie financière)

*Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences en gestion
(M. Sc.)*

janvier, 2024

© Edong-ta Eloge Fortuné Amakbre, 2024

Résumé

Le modèle structurel de MERTON 1974 posait des problèmes d'estimation car la valeur des actifs de la firme est non observable. Plusieurs méthodes d'estimation ont été proposées dans la littérature et dans la pratique comme la méthode comptable et la méthode Kealhofer, McQuown et Vasicek (KMV). Des méthodes basées sur la transformation des données de l'équité comme la méthode du maximum de vraisemblance et la méthode du Quasi-Maximum de Vraisemblance (QMV) ont été aussi proposées. Ces méthodes sont plus satisfaisantes car, elle permettent de faire de l'inférence statistique sur les paramètres estimés. Dans ce travail nous implémenterons la méthode QMV pour estimer le modèle structurel en utilisant les données de dérivés sur évènements de crédit (CDS) en lieu et place des données de l'équité.

Mot clés : Modèle structurel, quasi-maximum de vraisemblance, programmation dynamique stochastique, Credit Default Swaps

Abstract

The estimation of the structural model of MERTON 1974 has posed a challenge as its underlying state variable (the firm's asset value) is not directly observable. In practice and in the literature some ad-hoc procedures and the KMV (1989) method have been proposed. Recently, pioneered by DUAN 1994, methods based on equity data transformation have been proposed such as the maximum likelihood and the quasi-maximum likelihood. They have been proven to be more efficient as they allow statistical inference on the estimated parameters. We implement the quasi-maximum likelihood method to estimate the structural model and use credit default swap data instead of equity data.

Key words : Structural model, quasi-maximum likelihood, stochastic dynamic programming, Credit Default Swaps

Table des matières

| | |
|---|-------------|
| Résumé | i |
| Abstract | iii |
| Table des matières | iv |
| Liste des tableaux et des figures | vi |
| Liste des abréviations | vii |
| Avant-propos | viii |
| Remerciements | ix |
| 1 Introduction | 1 |
| 2 Revue de la littérature | 3 |
| 2.1 Évaluation du modèle structurel | 3 |
| 2.2 Estimation du modèle structurel | 6 |
| 2.2.1 L'approximation comptable | 6 |
| 2.2.2 L'approche proposée par Kealhofer, McQuown et Vasicek (KMV) . . . | 7 |
| 2.2.3 L'estimation par Maximum de Vraisemblance (MV) | 7 |
| 2.2.4 L'estimation par quasi-maximum de vraisemblance | 8 |
| 3 Le modèle structurel élargi | 10 |
| 4 Le modèle d'évaluation des CDS | 13 |
| 4.1 Définition du contrat de CDS | 13 |
| 4.2 Le modèle ISDA de calcul du prix du CDS en fonction de sa prime | 15 |
| 4.3 Évaluation du prix de CDS dans le modèle structurel | 17 |
| 5 Estimation du modèle structurel avec les CDS | 21 |
| 5.1 La fonction de vraisemblance : Estimation basée sur la prime | 22 |
| 5.2 La fonction de vraisemblance : Estimation basée sur le prix | 24 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5.3 | La résolution du programme dynamique | 25 |
| 6 | Étude empirique | 27 |
| 6.1 | Données | 27 |
| 6.1.1 | La compagnie | 27 |
| 6.1.2 | Structure des données | 27 |
| 6.2 | Résultats | 28 |
| 6.2.1 | Évaluation des CDS | 28 |
| 6.2.2 | Estimation avec les données de CDS et de l'équité | 30 |
| | Conclusion | 33 |
| | Bibliographie | 35 |
| | Appendices | i |
| A | Fonctions élémentaires des CDS sur Bloomberg | ii |

Liste des tableaux et des figures

| | | |
|-----|--|-----|
| 3.1 | Fonctions valeur avant la maturité sans le processus de réorganisation | 12 |
| 3.2 | Fonctions valeur à la maturité t_N sans le processus de réorganisation | 12 |
| 6.1 | Tableaux comparatifs des différentes formules d'évaluation de CDS | 29 |
| 6.2 | Informations sur la dette de la compagnie (Source : Markit) | 30 |
| 6.3 | Estimation équité vs Estimation CDS, à la date du 12 novembre 2018 | 31 |
| 6.4 | Estimation Équité vs Estimation CDS, à la date du 06 mai 2019 | 31 |
| 6.5 | Estimation Équité vs Estimation CDS, à la date du 12 novembre | 32 |
| 6.6 | Estimation Équité vs Estimation CDS, à la date du 06 mai 2019 | 32 |
| A.1 | Capture de l'affichage de la fonction "Par CDS Spread" de Bloomberg | iii |
| A.2 | Capture de l'affichage de la fonction "HP" de Bloomberg | iii |
| A.3 | Capture de l'affichage de la fonction "CDSW" de Bloomberg | iv |

Liste des abréviations

CDS dérivés sur évènements de crédit. ii, iv, 2, 3, 8, 13–22, 24–28, 30, 31, 33

ISDA International Swaps and Derivatives Association. ii, 13–15, 17, 21, 28, 30

KMV Kealhofer, McQuown et Vasicek. ii, iii, 1

pb points de base. iv, 14, 29, 31, 32

QMV Quasi-Maximum de Vraisemblance. ii, 2, 8, 21, 30, 33

Dédicaces

Pour vous, Lola-Elyssam-Yedidiah et Essozimna-Mèhèza

Remerciements

On dit souvent *les temps les plus difficiles font des hommes forts*. Je rends grâce à la providence divine d'avoir mis sur mon parcours des personnes avec un grand coeur comme Prof. **Hatem Ben Hameur** et Prof. **Rim Chérif** qui ont su m'aider à faire face à l'adversité tout au long cette maîtrise avec ses multiples défis. Aucun mot ne suffira pour vous exprimer ma profonde gratitude.

Un grand merci à l'ensemble de ma famille et plus particulièrement à mes parents **Linda et Richard** pour leur amour, leur confiance, leurs prières ainsi que leur soutien inconditionnel qui m'ont permis de réaliser les études pour lesquelles je me destine et par conséquent ce mémoire. Une mention spéciale s'adresse à Magloire et Eunice, mes membres de fratrie, pour leur soutien précieux.

Je remercie tout particulièrement la famille **Binizi** de Châteauguay, Québec pour leur chaleureux accueil à Montréal et pour m'avoir intégré comme un membre à part entière de leur famille. Je souhaite de tout coeur que votre foyer soit comblé de toutes les bénédictions.

Je ne saurai terminer ce propos sans dire merci à HEC Montréal pour l'opportunité accordée. D'où je viens on ne rêve même pas d'être accepté dans une si prestigieuse école. Mon passage à HEC Montréal aura changé définitivement le cours de ma vie

J'espère au terme de ce programme passionnant et challengeant comme dit dans ma lettre de motivation lors de ma candidature pouvoir contribuer de façon significative à l'Afrique et au Togo en particulier. Que Dieu me vienne en aide et qu'Il nous bénisse tous.

Chapitre 1

Introduction

Le risque de crédit est le risque qu'une des contre-parties ne tienne pas ses engagements quant au remboursement d'une obligation. Une obligation corporative peut être sujette à défaut donc les créanciers de la firme courent le risque de perdre une partie ou la totalité de leur investissement. Le risque de crédit fait l'objet d'une littérature étendue et variée. Elle reporte trois différentes approches d'évaluation du risque de crédit : l'approche structurelle, l'approche réduite et l'approche mixte. L'approche structurelle définit le défaut comme étant lié au niveau de la valeur des actifs de la firme (MERTON 1974). L'approche réduite quant à elle définit le défaut comme un événement imprévisible qui n'est pas relié à l'information de la compagnie (JARROW et al. 1995). L'approche mixte quant à elle concilie les deux approches. Dans ce travail, nous nous intéresserons à l'approche structurelle du risque de crédit.

MERTON 1974 pionnier de l'approche structurelle, émet l'hypothèse d'une relation entre la probabilité de défaut et la valeur des actifs de la firme. Sous cette approche, les titres émis par la firme sont des produits dérivés de la valeur de ses actifs. Supposant une dynamique pour la valeur des actifs, cette méthode détermine un seuil pour cette valeur en dessous duquel la firme est contrainte de déclarer faillite. Ce seuil s'exprime en fonction des obligations (paiement d'intérêts et de principaux) de la firme à une certaine date. Cette méthode posait un problème d'application car la valeur des actifs de la firme de laquelle est dérivée les autres titres n'est pas observable. L'estimation des paramètres comme le rendement instantané espéré des actifs et sa volatilité demande un exercice supplémentaire étant donné que la valeur des actifs est une variable latente.

Les premières tentatives d'estimation du modèle structurel proposaient une approximation de la valeur des actifs par sa valeur comptable. Cette méthode ne permet de faire de l'inférence statistique sur les paramètres estimés que sont la valeur des actifs de la firme et sa volatilité. Elle donne aussi une approximation de la variable latente qui n'est pas sensible à la qualité de crédit de la firme. Dans la pratique la méthode la plus utilisée est celle dite de KMV qui repose sur la résolution itérative d'un système de deux équations dont les inconnus sont les paramètres à estimer. DUAN 1994 propose la première méthode statistique d'estimation des paramètres du modèle structurel. Sa méthode repose sur la transformation des données de l'équité car l'équité

est liée à la valeur des actifs de la firme par une fonction bijective. Cette méthode permet l'inférence statistique des paramètres estimés. Notons néanmoins que DUAN 1994 s'est limité à une version très simple du modèle structurel. Il existe des modèles structurels plus complexes et dont l'estimation avec la méthode statistique proposée par DUAN 1994 pose une difficulté supplémentaire notamment à cause de l'inexistence de formule fermée pour ces modèles.

Parmi les différentes versions du modèle structurel, nous nous intéressons dans le cadre de ce mémoire à celui proposé par AYADI et al. 2016 que nous appellerons désormais modèle structurel élargi. Ce modèle plus complexe et plus flexible propose des caractéristiques plus proches de la réalité des firmes. Il incorpore une structure arbitraire de la dette, plusieurs classes de dettes, les bénéfices de taxes, les coûts de faillite et un processus de réorganisation. L'estimation des paramètres du modèle structurel élargi est proposée dans BEN-ABDELLATIF et al. 2021. Ils proposent une estimation par QMV consistant avec la programmation dynamique stochastique en utilisant les données de l'équité. L'objectif dans ce mémoire est de proposer une estimation des paramètres du modèle structurel en utilisant l'approche QMV. Notre travail à la différence des autres méthodes d'estimation du modèle structurel repose sur les données du CDS au lieu de l'équité. Le CDS, un produit dérivé du crédit peut être lié à la valeur des actifs tout comme l'équité. On fait alors l'hypothèse d'une relation bijective entre la valeur des actifs et la valeur du CDS. Il sera aussi question dans ce travail d'évaluer le CDS dans le modèle structurel élargi. Le prochain chapitre présente la revue de la littérature et est subdivisé en trois sections. La première section reporte la littérature sur l'évaluation du modèle structurel, la deuxième porte sur l'estimation du modèle structurel et la troisième sur l'évaluation du CDS.

La suite du travail est divisée en trois chapitres. Le premier chapitre présente le modèle structurel élargi, pierre angulaire de notre travail. Le deuxième chapitre présente l'évaluation du CDS dans le modèle structurel élargi. Le troisième chapitre propose le modèle d'estimation basé sur les données CDS. Le dernier chapitre traite un cas empirique. Dans un premier temps nous présentons les résultats de l'évaluation d'un CDS dans le modèle structurel. Ensuite nous comparons une estimation avec données du CDS par rapport à une estimation basée sur l'équité.

Chapitre 2

Revue de la littérature

2.1 Évaluation du modèle structurel

La revue de la littérature comporte trois sections principales. La première section présente les différents modèles d'évaluation du modèle structurel, la deuxième sera dédiée à l'estimation du modèle structurel et enfin la troisième section sera consacrée à la littérature sur l'évaluation d'un CDS.

L'approche structurelle du risque de crédit est basée sur le principe qu'il existerait une relation directe entre la probabilité de défaut d'une firme et la valeur de ses actifs. Cette idée fut celle de MERTON 1974 qui s'est inspiré des travaux de BLACK et SCHOLLES 1973. Selon MERTON 1974 les titres d'une firme peuvent être évalués de manière analogue à celle des produits dérivés. Il relie alors les actifs de la firme à son risque de crédit en utilisant la formule des options développée par BLACK et SCHOLLES 1973. Dans ce modèle on suppose l'hypothèse de Modigliani et Miller : les marchés sont supposés complets et les transactions se font en temps continu, la dynamique de la valeur des actifs de la firme est décrite par un processus stochastique de diffusion et on suppose aussi que la valeur des actifs de la firme ne dépend pas de sa structure de capitaux. Partant d'une firme à structure de capitaux composée de capitaux propres et d'une dette sans coupons, MERTON 1974 montre que les fonds propres de cette firme sont une option d'achat sur les actifs de celle-ci. Le prix d'exercice de cette option et sa maturité correspondent respectivement au montant principal de la dette et sa maturité. Il évalue la dette sans coupon sujette à défaut sous une forme fermée ainsi que la prime de risque qui dépend de la volatilité des rendements de la firme. Si à la maturité de la dette, la firme est incapable d'honorer ses engagements vis-a-vis des créanciers, ce qui voudrait dire que la valeur de ses actifs est inférieure au montant principal de la dette, la firme est contrainte de déclarer faillite. Dès lors les actionnaires transfèrent leurs droits aux créanciers. Bien que ce modèle soit largement utilisé pour évaluer les produits dérivés de crédit, les hypothèses sous-jacentes ne reflètent pas ce qui se passe sur le marché. Les principales faiblesses du modèle de Merton relevées dans la littérature sont les suivantes :

1. Le défaut ne peut se produire qu'à l'échéance de la dette. En réalité le défaut peut survenir à n'importe quel moment.
2. La structure du capital est simplifiée et est constituée exclusivement d'obligations à zéro coupon. En réalité le portefeuille obligataire des firmes a une structure beaucoup plus complexe.
3. La dynamique des taux d'intérêt est constante alors qu'en réalité elle est stochastique.
4. La valeur des actifs de la firme suit un mouvement brownien géométrique. Le modèle n'est donc pas en mesure de prédire un défaut à court terme car un saut inattendu n'est pas possible.

D'autres auteurs continuant les travaux de MERTON 1974 ont proposé des extensions pour le modèle structurel, assouplissant ainsi certaines de ses hypothèses irréalistes. Un contrat obligataire inclut généralement des clauses de restriction visant à protéger les créanciers et les rassurer quant au remboursement de leur capital à la maturité. Une provision de sécurité pour les créanciers peut être l'introduction d'une barrière de défaut dans le contrat. La firme devra toujours maintenir la valeur de ses actifs au dessus de cette barrière au risque de faire défaut de façon prématurée. La barrière de défaut peut être endogène ou exogène au modèle dépendamment de comment elle est déterminée par rapport au modèle. Cette nouvelle fonctionnalité est introduite dans le modèle à travers les modèles de premier temps de passage. BLACK et COX 1976 proposent une extension du modèle structurel en introduisant une barrière exogène pour la valeur des actifs de la firme qui correspond à une portion de la valeur présente du montant principal de la dette. Ils accommodent dans leur modèle une dette senior et une dette junior devant avoir la même maturité. Les auteurs dérivent une formule d'évaluation explicite de la dette subordonnée sans coupons.

GESKE 1977 relaxe l'hypothèse sur la structure du capital en introduisant une structure de capital plus complexe et plus réaliste. Il propose un modèle d'évaluation d'une dette avec coupons en utilisant la théorie des options composées. Son modèle généralise celui de BLACK et COX 1976 et permet aux différentes classes de dette d'avoir différentes maturités. À chaque date de paiement de coupons, les actionnaires peuvent activer la prochaine option en payant le coupon de la dette si la valeur des actifs de la firme le permet. Dans le cas contraire, l'option est désactivée et la firme est en défaut. La dernière option pour les actionnaires consiste à racheter la créance sur la firme aux obligataires en remboursant le montant principal de la dette à l'échéance. L'auteur dérive une formule d'évaluation de la dette contenant la fonction de distribution normale multivariée de dimension (n) à intégrer. Une approche bien plus simple pour évaluer une dette avec coupons est proposée par ERICSSON et al. 1998 en combinant les options à barrière. Cette approche évite la résolution numérique d'une intégrale de grande dimension qui peut être moins efficace en termes de précision et temps de calcul. LELAND 1994, LELAND et TOFT 1996 considèrent une barrière de défaut endogène dans leur étude de la structure optimale de la firme. Il évalue une dette avec coupons perpétuels sous forme fermée.

Les modèles que nous avons cités jusqu'ici supposent un taux d'intérêt connu et constant à-travers le temps, par conséquent ces modèles négligent la corrélation entre les taux d'intérêt et le risque de crédit. Cette hypothèse n'étant pas conforme aux observations du marché sur la structure des taux d'intérêt, plusieurs extensions du modèle structurel ont été développées en considérant un modèle à deux facteurs dont la dynamique des taux d'intérêt. En se basant sur le fait que deux firmes avec le même risque de défaut peuvent avoir des écarts de crédit différents,, LONGSTAFF et al. 1995 incluent dans leur modèle le risque des taux d'intérêt dans le cadre du modèle de Vasicek. Leur étude empirique montre une corrélation négative entre les taux d'intérêt et l'écart de crédit. Ils incluent aussi un taux de récupération sur la valeur des actifs de la firme en cas de défaut. Ils dérivent une approximation de la densité du premier temps de passage du défaut pour un modèle à deux dimensions en se basant sur le cas du modèle à une dimension. COLLIN-DUFRESNE et al. 2001 proposent la formule exacte pour calculer la densité du premier temps dans de passage dans un système de Markov à deux facteurs.

En effet la déclaration de faillite d'une firme engendre des coûts qui viennent diminuer la valeur résiduelle de ses actifs. Ces coûts sont de deux types : les coûts directs liés aux procédures légales de la déclaration de faillite et les coûts indirects liés à l'inactivité de la firme et la perte de son capital humain. La valeur résiduelle de la firme est alors partagée entre les créanciers selon la règle de priorité et les actionnaires dans cet ordre. NIVOROZHKIN 2005 généralise les travaux de BLACK et COX 1976 pour évaluer une dette subordonnée en incorporant les coûts de faillite dans son modèle. L'auteur montre que la dette subordonnée fournit de l'information complémentaire sur les capitaux propres uniquement lorsque les coûts de faillite sont incorporés dans le modèle.

Lorsqu'une firme se retrouve en difficulté financière, la déclaration de faillite n'est toujours pas ce qu'il y a mieux pour les actionnaires et les obligataires. Les premiers ne veulent pas perdre le contrôle de leur firme et les derniers n'ont pas souvent les compétences nécessaires pour diriger une firme s'ils en venaient à prendre le contrôle en cas de faillite. Cette situation déclenche alors un processus de réorganisation. La firme en difficulté se voit accorder une période de grâce durant laquelle elle est exonérée de tout paiement lié à la dette afin de retrouver une certaine stabilité financière. Les créanciers acceptent une perte immédiate pour un gain futur probable. Ce processus entraîne l'apparition de nouveaux paramètres à prendre en considération lors de l'évaluation de la dette : les coûts de réorganisation et le nombre de périodes de grâce. AYADI et al. 2016 évaluent une obligation corporative dans un cadre plus élargi. Leur modèle est une extension de MERTON 1974, BLACK et COX 1976, GESKE 1977, et LELAND 1994 en incorporant une structure arbitraire de la dette, plusieurs classes de dette, des bénéfices de taxes, des coûts de mise en faillite et un processus de réorganisation. L'hypothèse sur la dynamique de la valeur de la firme peut être assouplie aussi. L'approche quasi-analytique des auteurs basée sur la programmation dynamique couplée aux éléments finis les permettent travailler dans un cadre généralisé en composant avec une faible erreur d'approximation. Notre travail se situe dans le cadre de ce modèle AYADI et al. 2016 que nous nommerons modèle struc-

tuel élargi. Nous essayerons d'estimer les paramètres du modèle structurel dans leur cadre.

2.2 Estimation du modèle structurel

Les premières tentatives de validation empirique du modèle structurel n'ont pas été satisfaisantes. La principale difficulté que pose ce modèle est que la valeur au marché des actifs de la firme est non-observable. Dans cette section, nous présentons les modèles d'estimation du modèle structurel les plus utilisés en pratique.

2.2.1 L'approximation comptable

Cette approche consiste à approximer la valeur des actifs de la firme par sa valeur comptable en se basant sur l'identité fondamentale en comptabilité : l'actif du bilan est égal au passif. JONES et al. 1984 furent les premiers à implementer cette approche. Ils calculent la valeur des actifs de la firme comme étant la somme de sa capitalisation boursière, de la valeur au marché de sa dette négociée en bourse et une estimation de sa dette non négociée. La volatilité des actifs est obtenue en déterminant l'écart-type de la série temporelle du logarithme des rendements de la firme incluant les flux de trésorerie. Le logarithme des rendements de la firme étant défini comme :

$$\text{Logarithme du rendement} = \ln \left(\frac{\text{Valeur Finale} + \text{Paiements en Espèces}}{\text{Valeur Initiale} + \text{Entrées en Espèces}} \right) \quad (2.1)$$

Dans leur étude empirique, ils implémentent le modèle de MERTON 1974 sur un échantillon de firmes à structure de capital simple. Ils généralisent le modèle de MERTON 1974 pour permettre plusieurs émissions de la dette d'une firme. Le prix de l'obligation obtenu est en moyenne surévalué. OGDEN 1987 obtient des résultats similaires dans son étude mais son modèle a été testé que sur des obligations nouvellement émises par les firmes. BROCKMAN et al. 2003 mesurent la valeur marchande des actifs de la firme comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Valeur des actifs} &= \text{valeur comptables des actifs} - \text{valeur comptable des capitaux propres} \\ &+ \text{valeur marchande des capitaux propres} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dans leur modèle, la valeur marchande des capitaux propres est celle rapportée par CompuStat. Après avoir remplacé le proxy dans la formule de tarification de l'option d'achat de type "Down-and-out", une valeur par défaut de la barrière est extraite en fixant le prix de l'option égal à la valeur de marché des capitaux propres. Cette barrière implicite s'est avérée être supérieure à la valeur comptable de la dette. Ce biais provient du fait d'approximer la valeur des actifs de la firme par sa valeur comptable. N'étant pas une méthode statistique, cette approche

du proxy ne permet pas d'obtenir des inférences statistiques sur les paramètres estimés. Bien que simple à implémenter, il faut noter aussi que cette mesure comptable de la valeur des actifs de la firme reste insensible à un changement de la qualité de crédit de celle-ci.

2.2.2 L'approche proposée par Kealhofer, McQuown et Vasicek (KMV)

Cette approche consiste en une résolution itérative d'un système de deux équations dont les inconnues sont la valeur des actifs de la firme notée A et sa volatilité σ :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= f(A, \sigma, L, d, r) \\ \sigma_{\mathcal{E}} &= g(A, \sigma, L, d, r) \end{aligned} \quad (2.3)$$

où \mathcal{E} désigne la valeur des capitaux propres, $\sigma_{\mathcal{E}}$ la volatilité des capitaux propres, L désigne le ratio d'endettement, d le taux d'intérêt moyen payé sur la dette à long terme, r le taux d'intérêt sans risque et f et g sont des fonctions. La première équation résulte du fait que les capitaux propres sont une option d'achat sur les actifs de la firme. On obtient donc une relation entre la valeur des capitaux propres qui est observable et les deux variables latentes en se basant sur la théorie des options. La deuxième équation découle de la relation entre les volatilités des capitaux propres et du rendement de la firme. Cette approche a été proposée par RONN et al. 1986 et est utilisée dans l'industrie sous le nom de l'approche KMV. Cette approche ne fonctionne pas dans un contexte plus large que celui de MERTON 1974 par exemple lorsqu'une barrière de défaut est introduite dans le modèle comme dans BROCKMAN et al. 2003. Cette approche ne permet pas non plus de faire de l'inférence statistique sur les paramètres estimés.

Une approche mixte proposée par EOM et al. 2004 combine l'approche comptable et l'approche KMV. La valeur des actifs de la firme est mesurée par sa valeur comptable alors que la volatilité est calculée à partir de la seconde équation de l'approche KMV. Les auteurs mènent une étude empirique sur plusieurs modèles structurels dont : MERTON 1974, GESKE 1977, LELAND 1994, LONGSTAFF et al. 1995 et COLLIN-DUFRESNE et al. 2001. Leurs résultats montrent que les deux premiers modèles sous-évaluent l'écart de rendement en moyenne, alors que les trois derniers qui sont des modèles à barrière le surévaluent.

2.2.3 L'estimation par Maximum de Vraisemblance (MV)

DUAN 1994 propose une méthode statistique fondée sur l'estimation par MV, permettant ainsi de réaliser une inférence statistique sur les paramètres estimés. La valeur des actifs de la firme étant non observable, on ne peut pas utiliser sa fonction de vraisemblance directement dans le cadre de l'estimation. DUAN 1994 contourne cette difficulté en utilisant la méthode de transformation de données. En effet il existe une relation entre l'équité et la valeur des actifs de la firme dont on cherche à déterminer la fonction de vraisemblance. Cette approche de DUAN 1994 a le mérite de permettre de l'inférence statistique sur les paramètres estimés

connaissant les propriétés de consistance et d'efficacité asymptotique d'un estimateur par MV. Cependant, notons que le cadre d'estimation de DUAN 1994 est simpliste. Le modèle considéré est celui de MERTON 1974 : une dette zéro coupon, le défaut ne peut subvenir qu'à l'échéance, et la dynamique des actifs de la firme est un processus log-normal. Un biais de survie aussi s'introduit-il dans cette estimation dans la mesure où seules les firmes n'ayant pas fait défaut ont été considérées. DUAN, SIMONATO et al. 2004 proposent une estimation par MV en tenant compte du biais de survie.

ERICSSON et al. 2005 montrent que l'estimation par MV domine l'approche basée sur la résolution du système de deux équations. LI et al. 2008 élaborent une étude empirique comparative des trois différentes approches à l'approche comptable, l'approche KMV et l'estimation par MV. Ils confirment la supériorité de l'approche par MV sur les deux autres et que cette dernière améliore la performance des modèles structurels. Ils concluent que les modèles structurels jusqu'à alors ne produisaient pas de résultats satisfaisants du fait de n'avoir pas utilisé la bonne méthode d'estimation. DUAN, GAUTHIER et al. 2005 montrent que dans le cadre du modèle simplifié de MERTON 1974, le processus d'itération de l'approche KMV correspond à l'algorithme espérance-maximisation pour l'obtention d'un estimateur par MV, ce qui conclut que les deux approches sont équivalentes.

WONG et al. 2009 reprend le travail de BROCKMAN et al. 2003 en proposant une estimation par MV de la barrière de défaut. Contrairement à BROCKMAN et al. 2003 qui obtiennent dans leur étude empirique une barrière de défaut inférieure à la valeur comptable de la dette, les auteurs obtiennent aussi des barrières positives et pas toujours significatives. L'estimation par MV n'est plus faisable dans le cas des modèles structurels complexe comme celui de AYADI et al. 2016.

2.2.4 L'estimation par quasi-maximum de vraisemblance

L'estimation des modèles structurels par MV n'est plus faisable lorsque le modèle n'admet pas de formule explicite. BEN-AMEUR, FAKHFAKH et al. 2021 proposent une approche dite de QMV pour estimer le modèle structurel élargi. Leur modèle élargi accommode une grande famille de processus de Markov, une structure arbitraire de la dette nominale (montant initial de la dette qui est contracté et qui est remboursé tel quel), de multiples classes de dette, plusieurs actifs intangibles et un processus de réorganisation. Ils utilisent le marché de l'équité pour extraire les pseudo-observations de la valeur des actifs de la firme. Ils calculent ensuite la valeur de la fonction de quasi-vraisemblance qu'ils maximisent en utilisant l'algorithme de déviation absolue moyenne. Ils ajustent aussi leur approche pour tenir compte du biais de survie. Cette approche, très flexible alterne entre la programmation dynamique et le MV pour résoudre et estimer conjointement leur modèle.

Notre travail s'appuie sur cette approche de QMV à la seule différence que nous utiliserons les données de CDS pour extraire l'information nécessaire sur la valeur des actifs de la firme.

L'idée est que le marché des CDS fournirait des informations complémentaires sur le défaut de la firme qui se traduiraient par des paramètres non observables de la firme.

Chapitre 3

Le modèle structurel élargi

Ce chapitre présente le modèle structurel élargi proposé par BEN-AMEUR, FAKHFAKH et al. 2021.

On considère une compagnie publique avec la structure de capital suivante : un portefeuille obligataire composé de dettes Senior et Junior et des capitaux propres. Les dates de paiements des intérêts et du principal du portefeuille obligataire sont $t_1 \leq \dots \leq t_n \leq \dots \leq T_N = T^d$. Pour tout $t_n : n = 1, \dots, N$ et $a = A_{t_n} \geq 0$ on a l'égalité du bilan suivante :

$$a + \text{TB}(t_n, a) - \text{RC}(t_n, a) - \text{IL}(t_n, a) - \text{BC}(t_n, a) = D^s(t_n, a) + D^j(t_n, a) + \mathcal{E}(t_n, a) \quad (3.1)$$

où a est la valeur des actifs de la firme (le processus d'état) à la date $t_n, n \in [a, b]$. On désigne par $A, \text{TB}, \text{RC}, \text{IL}, \text{BC}, D^s, D^j, D = D^s + D^j$, et \mathcal{E} respectivement : 1. la valeur des actifs de la firme, 2. la valeur des bénéfices de taxes, 3. la valeur des coûts de réorganisation, 4. la valeur des coûts d'illiquidité 5. la valeur des coûts de faillite, 6. le portefeuille obligataire sénior 7. le portefeuille obligataire junior, 8. le portefeuille obligataire global, 9. les capitaux propres. Le processus d'état peut être n'importe quel processus de Markov consistant avec le principe de non-arbitrage. Les dettes junior et senior engagent la firme à verser à ses créanciers une somme $d_n = d_n^j + d_n^s$ à chaque date t_n . Le montant d_n inclut les paiements d'intérêt $C_n = C_n^j + C_n^s$ et de principal $P_n = P_n^j + P_n^s$. Les montants $C_n^j, C_n^s, P_n^j, P_n^s$ sont des données au problème.

On présente ici le modèle sans le processus de réorganisation. L'évaluation se fait à rebours dans le temps de la maturité $t_N = T^d$ à une date t_{n+1} pour tous les niveaux du processus d'état. L'équation (3.1) et le principe de non-arbitrage permettent d'écrire

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_{na}^* [\rho_n A_{t_{n+1}} | A_{t_n} = a] + \mathbb{E}_{na}^* [\rho_n \text{TB}(t_{n+1}, A_{t_{n+1}}) | A_{t_n} = a] - [\rho_n \text{IL}(t_{n+1}, A_{t_{n+1}}) | A_{t_n} = a] - \\ & \mathbb{E}_{na}^* [\rho_n \text{BC}(t_{n+1}, A_{t_{n+1}}) | A_{t_n} = a] \\ = & \mathbb{E}_{na}^* [\rho_n D^s(t_{n+1}, A_{t_{n+1}}) | A_{t_n} = a] + \mathbb{E}_{na}^* [\rho_n D^j(t_{n+1}, A_{t_{n+1}}) | A_{t_n} = a] + \\ & \mathbb{E}_{na}^* [\rho_n \mathcal{E}(t_{n+1}, A_{t_{n+1}}) | A_{t_n} = a] \end{aligned} \quad (3.2)$$

où $\rho_n = \exp(-r(t_{n+1} - t_n))$ est le facteur d'actualisation sur la période $[t_n, t_{n+1}]$, r le taux sans risque annuel. Toute expression de la forme $\mathbb{E}_{na}^*[\rho_n v(t_{n+1}, A_{t_{n+1}}) | A_{t_n} = a]$ est notée par $\bar{v}(t_n, a)$ pour désigner qu'il s'agit d'un calcul de moyenne des potentialités futures actualisées. $\bar{v}(t_n, a)$ peut être aussi interprétée comme étant la fonction valeur à la date t_n^+ ($t_n^+ = t_n + \epsilon$ où ϵ est une quantité infinitésimale positive), pour $A_{t_n^+} = A_{t_n} = a$.

En cas de survie à (t_n, a) , l'équation (3.2) devient

$$a + [\overline{\text{TB}}(t_n, a) + \text{tb}_n] - \overline{\text{BC}}(t_n, a) - \overline{\text{IL}}(t_n, a) = [\overline{D}^s(t_n, a) + d_n^s] + [\overline{D}^j(t_n, a) + d_n^j] + [\overline{\mathcal{E}}(t_n, a) - (d_n - \text{tb}_n)] \quad (3.3)$$

où $\text{tb}_n = C_n \times r^c$ désigne les bénéfiques de taxes avec r^c le taux annuel d'imposition corporatif continu. La condition de survie à (t_n, a)

$$\mathcal{E}(t_n, a) = \overline{\mathcal{E}}(t_n, a) - (d_n - \text{tb}_n) > 0 \quad (3.4)$$

stipule que la valeur de l'équité à la date t_n^+ est supérieure au paiement de la dette moins les bénéfiques de taxes. Cette condition suppose que la firme émet de nouvelles actions équivalentes en dollars à $(d_n - \text{tb}_n)$ comme le montre l'équation suivante :

$$\overline{\mathcal{E}}(t_n, a) = \mathcal{E}(t_n, a) + (d_n - \text{tb}_n) > \mathcal{E}(t_n, a). \quad (3.5)$$

Cette règle est une clause de protection pour les créanciers de la firme. La valeur de l'équité de la firme à la date t_n étant une fonction continue et croissante de la valeur des actifs de la firme, il existe une barrière de défaut b_n en dessous de laquelle la firme est liquidée :

$$\mathcal{E}(t_n, a) = 0, \quad \text{pour } a \leq b_n. \quad (3.6)$$

L'application de la règle de priorité stricte met en lumière la définition de l'actif résiduel comme une option d'achat composée

$$\mathcal{E}(t_n, a) = \max \left[0, \overline{\mathcal{E}}(t_n, a) - (d_n - \text{tb}_n) \right] \quad (3.7)$$

comme soutenu par GESKE 1977.

En cas de défaut de la firme, la firme encoure une perte d'un taux de w due aux coûts de faillite et une perte d'un taux de v due aux coûts d'illiquidité. La valeur des actifs restant à savoir $\overline{wv}a = (1 - w)(1 - v)a$ sert à rembourser totalement ou partiellement les obligataires selon la règle de priorité. Il peut arriver en cas de défaut à une date t_n que les obligataires seniors soient remboursés partiellement alors que les obligataires junior ne recevront aucun remboursement. Il existe alors un seuil $0 < b_n^s < b_n$ tel que

$$D^j(t_n, a) = 0, \quad \text{pour } a \leq b_n^s. \quad (3.8)$$

La barrière b_n^s peut être interprétée comme la barrière de perte des obligataires senior.

TABLE 3.1 – Fonctions valeur avant la maturité sans le processus de réorganisation

| Équation du bilan | Cas de défaut | Cas de survie |
|------------------------|--|--|
| | $a \leq b_n$ | $a > b_n$ |
| $+a = A_{t_n}$ | a | a |
| $+TB(t_n, a)$ | 0 | $\overline{TB}(t_n, a) + \mathbf{tb}_n$ |
| $-IL(t_n, a)$ | $-va$ | $\overline{IL}(t_n, a)$ |
| $-BC(t_n, a)$ | $-w\bar{v}a$ | $-\overline{BC}(t_n, a)$ |
| $=$ | $=$ | $=$ |
| $+D^s(t_n, a)$ | $\min[\overline{w\bar{v}a}, \overline{D}^s(t_n, a) + d_n^s]$ | $\overline{D}(t_n, a) + d_n^s$ |
| $+D^j(t_n, a)$ | $\max[0, \overline{w\bar{v}a} - D^s(t_n, a)]$ | $\overline{D}^j(t_n, a) + d_n^j$ |
| $+\mathcal{E}(t_n, a)$ | 0 | $\overline{\mathcal{E}}(t_n, a) - (d_n - \mathbf{tb}_n)$ |

TABLE 3.2 – Fonctions valeur à la maturité t_N sans le processus de réorganisation

| Équation du bilan | Cas de défaut | Cas de survie |
|------------------------|---|-----------------------------|
| | $a \leq b_N$ | $a > b_N$ |
| $+a = A_{t_N}$ | a | a |
| $+TB(t_N, a)$ | 0 | \mathbf{tb}_N |
| $-IL(t_N, a)$ | $-va$ | 0 |
| $-BC(t_N, a)$ | $-w\bar{v}a$ | 0 |
| $=$ | $=$ | $=$ |
| $+D^s(t_N, a)$ | $\min[\overline{w\bar{v}a}, d_N^s]$ | d_N^s |
| $+D^j(t_N, a)$ | $\max[0, \overline{w\bar{v}a} - d_N^s]$ | d_N^j |
| $+\mathcal{E}(t_N, a)$ | 0 | $a - (d_N - \mathbf{tb}_N)$ |

Le tableau (3.1) montre le calcul des différentes fonctions valeur à toute date t_n , pour $n = 0, \dots, N - 1$ alors que le tableau (3.2) montre ce calcul pour la maturité. À la maturité, la barrière de défaut est $b_N = (d_N - \mathbf{tb}_N)$ et la barrière de perte des obligataires senior est $b_N^s = \max(\overline{w\bar{v}a} - d_N^s, 0)$

Chapitre 4

Le modèle d'évaluation des CDS

Ce chapitre montre comment on peut évaluer les CDS en se basant sur le modèle structurel. Il comporte trois sections : d'abord la définition du contrat de CDS, ensuite nous évoquons l'évaluation du CDS tel que recommandé par International Swaps and Derivatives Association (ISDA), et enfin l'évaluation des CDS dans un cadre structurel.

4.1 Définition du contrat de CDS

Un CDS est un contrat bilatéral qui fournit une assurance contre le risque de défaut d'une firme particulière nommée *entité référence*. L'acheteur obtient le droit de vendre une obligation particulière appelée *obligation référence* émise par l'entité référence en cas défaut. En contrepartie, l'acheteur du CDS effectue des paiements périodiques fixes au vendeur. Les paiements de coupons prennent fin à la maturité T^{cds} du CDS où lorsque l'entité référence fait défaut. Depuis la crise financière de 2008, les régulateurs ont introduit de nouvelles standardisations aux contrats de CDS :

1. Avant les réformes, l'acheteur du CDS payait une prime annuelle alors que le vendeur s'engage à indemniser l'acheteur pour toute perte au delà de la valeur de récupération R en cas de défaut de l'entité référence. Aucun flux n'était échangé à l'initiation du contrat donc la prime est déterminée de sorte que la valeur moyenne des flux futurs actualisés soit nulle. Le taux de récupération R est généralement fixé à 40%. Ces contrats étaient des contrats de gré à gré. Si une des parties souhaite terminer le contrat de CDS, elle doit prendre la position contraire dans un autre contrat avec les mêmes spécificités (maturité, entité référence, obligation référence, prime) ; ce qui est une tâche difficile car les contrats de CDS sont très différents les uns des autres. Une autre possibilité est de trouver une tierce partie pour reprendre la suite du contrat. Dans ce cas, la contrepartie pourrait exiger des collatéraux pour s'assurer de la solvabilité de cette tierce partie. Tout ceci rendait difficile la fermeture d'une position dans un contrat de CDS sous son ancienne version.
2. En 2009, l'introduction des réformes sur le marché des CDS vise à standardiser ces

contrats. Dorénavant l'acheteur du contrat devra payer ou recevoir un montant appelé prix du CDS à l'initiation du contrat de CDS, suivi d'un paiement de coupons annuels fixés à 500 points de base (pb) ou 100 pb du montant notionnel (pour les compagnies nord-américaines). Le prix du CDS est déterminé en fonction de la prime qu'aurait payé l'acheteur du CDS sous son ancienne version. Supposons un contrat où l'acheteur sous l'ancienne convention devait payer une prime annuelle de 750 pb. Pour cette même compagnie, on suppose que le coupon annuel est fixé à 500 pb sous la nouvelle version. Alors l'acheteur paie 250 pb de moins que ce qu'il aurait payé avec l'ancienne version. Donc il doit à l'initiation du contrat payer un montant équivalent à la valeur actuelle de 250 pb payé chaque année sur la durée du contrat. Inversement si la prime était de 450 pb, l'acheteur en payant 500 pb sous la nouvelle version, paie 50 pb de plus que sous l'ancienne version. Alors il doit recevoir un montant en compensation à l'initiation équivalent à la valeur actualisée de 50 pb payés chaque année sur la durée du contrat. Le prix du CDS peut être négatif ou positif : un prix négatif du CDS signifie que l'acheteur du contrat reçoit le montant initial alors qu'un prix positif signifie qu'il devra le payer.

Ces différentes réformes ont permis d'augmenter la liquidité des contrats de CDS. Supposons qu'une compagnie A achète une protection pour un prix de 25 pb et un coupon annuel de 100 pb et que plus tard s'il souhaite vendre cette protection à une partie B. A recevra de B le nouveau prix du contrat qui est disons de 19 pb. Les paiements de coupons annuels reviennent alors à B jusqu'à la maturité du CDS. Il faut noter que toutes ces transactions se passent par l'intermédiaire de la Chambre de Compensation Centrale qui intervient désormais avec la standardisation des contrats de CDS.

Notons qu'avec cette nouvelle forme, la prime du CDS est transigée mais pas échangée, contrairement à son prix qui n'est pas transigé mais est échangé. Il existe un modèle établi par ISDA permettant de déterminer le prix d'un CDS en fonction de sa prime. La nouvelle convention exige aussi que les dates de paiement du coupon et la maturité du CDS soient désormais fixés aux dates du Marché Monétaire International. Ces dates sont le 20 Mars, le 20 Juin, le 20 Septembre et le 20 Décembre de chaque année. Ainsi donc, un contrat de CDS avec une maturité de trois (3) ans négocié le 7 Février 2021 aura pour maturité le 20 Mars 2024 au lieu du 7 Février 2024 comme il l'aurait été sous l'ancienne version.

La cotation des CDS montre les primes de CDS a durée jusqu'à la maturité fixe : 1 an, 2 ans, 5 ans, etc ... La maturité 5 ans est la plus liquide. Dans nos expériences on souhaiterait plutôt les cotations de CDS à date de maturité fixe, ce qui n'est pas fourni par les principales bases de données : Bloomberg, Markit, Datastream à cause du manque de liquidité. Alors on peut procéder comme suit :

— on laisse la série de CDS sans correction

- on ajuste la série des prix et des primes au prorata de la durée couverte par le CDS jusqu'à sa maturité

4.2 Le modèle ISDA de calcul du prix du CDS en fonction de sa prime

Pour les compagnies avec une bonne qualité de credit, la prime de CDS est cotée et de cette cotation est déduit le prix du CDS qui constitue le montant devant être versé à l'initiation du contrat. On propose ici le modèle de conversion de la prime du CDS en prix du CDS tel que recommandé par ISDA. La prime du CDS représente le coupon annuel tel que le prix du CDS soit nul (hypothèse du modèle ISDA). On désigne par t_0 la date d'initiation du contrat de CDS et $t_1, t_2, \dots, t_m, \dots, t_M = T^{\text{cds}} \leq T^d$ les dates de paiements du coupon de CDS. T^{cds} et T^d désignent respectivement les dates de maturité du CDS et du portefeuille obligataire. On note s la prime annuelle du CDS et c le coupon de 500 bps ou 100 bps, $\text{LGD} = (1 - R)$ représente la perte encourue en cas de défaut. Dans la définition du contrat, LGD vaut 0.6 mais dans la pratique en cas de défaut de l'entité référence, le montant de ce paiement est renégocié généralement à la baisse. Dans ce modèle, le temps de défaut est supposé suivre une distribution exponentielle de moyenne $1/\lambda_{t_i}$, où λ_{t_i} désigne l'intensité du défaut sur la période $(0, t_i)$. Cette hypothèse permet notamment d'avoir une formule fermée pour l'évaluation du CDS. $\text{CD}(t_i)$ désigne la probabilité cumulative de défaut à la date t_i et $\text{CS}(t_i)$ représente la probabilité cumulative de survie :

$$\begin{aligned} \text{CS}(t_i) &= \exp(-\lambda_{t_i}), \lambda_{t_i} \geq 0 \\ \text{CD}(t_i) &= 1 - \text{CS}(t_i) \end{aligned} \quad (4.1)$$

La valeur actuelle des versements de la prime CDS est donnée par V^s :

$$V^s = s \sum_{i=1}^{T^{\text{cds}}} \text{CS}(t_i) \rho_i \quad (4.2)$$

Le premier terme du membre droit de l'équation 4.2 représente la valeur actuelle des paiements de la prime de CDS en cas de survie aux dates t_i . On suppose aussi dans cette équation que le défaut a lieu aux dates de paiements de coupons uniquement.

L'indemnisation représente le paiement versé à l'acheteur de la protection en cas de défaut de la firme. Sa valeur actualisée est donnée par V^d :

$$V^d = \text{LGD} \sum_{i=1}^{T^{\text{cds}}} \text{CD}(t_i) \rho_i \quad (4.3)$$

On détermine l'intensité de défaut à l'équilibre λ^* tel que $V^d = V^s$. Cette égalité entre la valeur de l'indemnisation et de la valeur des primes payées est une contrainte pour éviter toute opportunité d'arbitrage. On détermine alors λ^* tel que :

$$\begin{aligned}
 0 &= V^d - V^s \\
 &= -s \sum_{i=1}^{T^{\text{cdS}}} \text{CS}^* \rho_i + \text{LGD} \sum_{i=1}^{T^{\text{cdS}}} \text{CD}^* \rho_i \\
 &= -s \sum_{i=1}^{T^{\text{cdS}}} \exp(-\lambda^*) \rho_i + \text{LGD} \sum_{i=1}^{T^{\text{cdS}}} [1 - \exp(-\lambda^*)] \rho_i
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

L'intensité à l'équilibre λ^* supposée constante pour toutes les dates est ensuite utilisé pour calculer le prix u de CDS :

$$u = -c \sum_{i=1}^{T^{\text{cdS}}} \text{CS}^* \rho_i + \text{LGD} \sum_{i=1}^{T^{\text{cdS}}} \text{CD}^* \rho_i \tag{4.5}$$

La relation entre la prime s de CDS et le prix u du CDS est obtenue en faisant la différence entre les équations (4.4) et (4.5) :

$$u = (s - c) \left[\sum_{i=1}^{T^{\text{cdS}}} \text{CS}^* \rho_i \right] \tag{4.6}$$

Le membre droit de l'équation (4.6) représente la valeur espérée d'un paiement annuel de $(s - c)$. Cette équation montre clairement que u représente un montant de compensation. Si $s = c$, l'acheteur du CDS ne paie rien et ne reçoit rien à la date d'engagement. Dans le cas où $s > c$, l'acheteur doit payer au vendeur une certaine somme à la date d'initiation pour rentrer dans ce CDS car il s'engage à payer moins que normalement sur une base régulière. Enfin, dans le cas où $s < c$, l'acheteur doit recevoir du vendeur une somme car il s'engage à payer plus que normalement sur une base régulière. On peut résumer le processus de calcul du prix du contrat de CDS comme suit :

- dans le contrat du CDS, sachant que la prime est négociée, on utilise l'équation (4.4) pour déterminer λ ,
- λ et la prime du CDS sont utilisés dans l'équation (4.5) pour calculer le prix du CDS.
- l'équation (4.6) est équivalente à l'équation (4.5) et est aussi utilisé pour calculer le prix du CDS. Cette équation est la plus utilisée car elle est plus simple et ne fait pas intervenir le terme représentant le paiement en cas de défaut.

La fonction "CDSW" sur Bloomberg est une implémentation de ce modèle recommandé par ISDA. Plus de détails sur cette fonction sont donnés dans le sous-section (A)

4.3 Évaluation du prix de CDS dans le modèle structurel

Les dates de paiement des intérêts et/ou du principal du portefeuille obligataire sont bien distinctes des dates de paiement des coupons de CDS. Le contrat de CDS exige un paiement à l'initiation du contrat et des paiements de coupons en cas survie de la firme ou une indemnisation en cas de défaut. Le contrat est alors équivalent à une option bermudéenne mais avec des flux bien spécifiques, qui s'active automatiquement à chaque date de paiement de coupons et qui est désactivée à la maturité ou en cas de défaut de l'entité référence. En ignorant les intérêts courus pour simplifier le modèle, on peut résumer les équations d'évaluation du CDS dans le modèle ISDA sous cette forme :

$$u_t(a) = \sum_{u=t}^{T^{\text{cds}}} \mathbb{E} \left[-c \times \mathbb{I}(\text{Survie}_u) \rho_{0,u} \right] + \text{LGD} \times \mathbb{I}(\text{Défaut}_\tau) \rho_{t,\tau} \quad (4.7)$$

où τ est le premier temps de défaut. Cette équation reflète les flux monétaires réels échangés dans un contrat de CDS. On a aussi

$$0 = \sum_{u=t}^{T^{\text{cds}}} \mathbb{E} \left[-s \times \mathbb{I}(\text{Survie}_u) \rho_{0,u} \right] + \text{LGD} \times \mathbb{I}(\text{Défaut}_\tau) \rho_{t,\tau} \quad (4.8)$$

où s est la prime. Cette équation est une hypothèse définie dans le modèle ISDA pour déterminer le paramètre λ qui régit l'intensité de défaut sous ISDA. La différence entre ces 2 équations ISDA donne :

$$u_t(a) = \sum_{u=t}^{T^{\text{cds}}} \mathbb{E} \left[(s - c) \times \mathbb{I}(\text{Survie}_t) \rho_{t,u} \right] \quad (4.9)$$

Les équations (4.7), (4.8) et (4.9) peuvent être résolues dans le modèle structurel par programme dynamique au fin d'une procédure récursive qui avance à rebours dans le temps dont les équations sont les suivantes : À la maturité $t_M = T^{\text{cds}}$, la fonction valeur du CDS connue dès l'initiation du contrat est donnée par l'expression :

$$v_M(a) = -c \mathbb{I}(a > b_M) + \text{LGD} \mathbb{I}(a \leq b_M) \quad (4.10)$$

où

$$\mathbb{I}(a \leq b_m) = \begin{cases} 1 & \text{si } a \leq b_m \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

b_m désigne la barrière endogène de défaut. Le principe d'évaluation des actifs dans les

marchés sans arbitrage permet d'écrire pour tout $m = 0, 1, \dots, M - 1$:

$$v_m^h(a) = \mathbb{E}^* \left[\rho_m v_{m+1}(a) \mid A_{t_m} = a \right] \quad (4.11)$$

La fonction valeur du CDS s'écrit alors :

$$v_m(a) = \begin{cases} [v_m^h(a) - c] \mathbb{I}(a > b_m) + \text{LGD} \mathbb{I}(a \leq b_m) & \text{pour } m = 1, \dots, M - 1 \\ v_M(a) & \text{pour } m = M \end{cases} \quad (4.12)$$

De façon analogue nous définissons les fonctions valeur suivantes :

$$w_m(a) = \begin{cases} [w_m^h(a) - s] \mathbb{I}(a > b_m) + \text{LGD} \mathbb{I}(a \leq b_m) & \text{pour } m = 1, \dots, M - 1 \\ w_M(a) & \text{pour } m = M \end{cases} \quad (4.13)$$

$$v_m(a) - w_m(a) = \begin{cases} [v_m^h(a) - w_m^h(a) + (s - c)] \mathbb{I}(a > b_m) & \text{pour } m = 1, \dots, M - 1 \\ v_M(a) - w_M(a) & \text{pour } m = M \end{cases} \quad (4.14)$$

La pseudo-observation a_t s'obtient en résolvant :

$$\begin{aligned} v_t(a) &= \text{Prix du CDS}, && \text{selon l'équation (4.12)} \\ w_t(a) &= 0, && \text{selon l'équation (4.13)} \\ v_t(a) - w_t(a) &= \text{Prix du CDS} - 0 \\ &= \text{Prix du CDS}, && \text{selon l'équation (4.14).} \end{aligned}$$

Logiquement, l'équation (4.14) est la meilleure car elle élimine partiellement l'effet du LGD qui est renégocié en cas de défaut. Dans ce qui suit les notations $-c + \text{lgd}$, $-s + \text{lgd}$, $s - c$ réfèrent aux équations (4.12), (4.13), (4.14) respectivement. La sous-section suivante proposera une méthode d'approximation de ces fonctions valeur.

Le programme dynamique

On cherche à expliciter l'expression au (4.11) en se basant des travaux de BEN-AMEUR, BRETON et al. 2006. L'idée est de découper l'espace d'état en une partition d'intervalles et ensuite d'approximer la valeur de détention par une interpolation linéaire par morceaux. Soit \mathcal{G} une grille de points $\{a_1, \dots, a_i, \dots, a_p\}$ dans \mathbb{R}_+^* . On peut choisir les a_i dans \mathcal{G} selon les quantiles de la distribution de la variable d'état à la maturité A_{t_n} et de telle sorte aussi que les évènements $P(A_t \leq a_1)$ et $P(A_t \geq a_p)$, convergent vers 0 quand $p \rightarrow \infty$. Ici, P représente la

probabilité associée à la variable aléatoire A_t . On pose $\Delta a_i = a_{i+1} - a_i$, pour $i = 1, \dots, p-1$, et $a_0 = 0$ et $a_{p+1} = \infty$. On suppose qu'on dispose à la date t_m d'une approximation \tilde{v}_{m+1} de la fonction valeur v_{m+1} à une date future t_{m+1} sur la grille \mathcal{G} . Cette hypothèse n'est pas vraiment contraignante car on connaît la fonction valeur v_M sur toute la grille à la maturité $t_M = T^{\text{cds}}$ du CDS.

On commence d'abord par déterminer une interpolation linéaire par morceaux de \tilde{v}_{m+1} notée \hat{v}_{m+1} à tout l'espace état :

$$\hat{v}_{m+1}(t, a) = \sum_{i=0}^p (\alpha_i^{m+1} + \beta_i^{m+1} s) \mathbb{I}(a_i < s \leq a_{i+1}), \quad \forall s \geq 0, \quad (4.15)$$

les coefficients α_i^{m+1} et β_i^{m+1} sont donnés pour $i = 1, \dots, p-1$ par :

$$\begin{aligned} \beta_i^{m+1} &= \frac{\tilde{v}_{m+1}(t, a_{i+1}) - \tilde{v}_{m+1}(t, a_i)}{\Delta a_i} \\ \alpha_i^{m+1} &= \frac{a_{i+1} \tilde{v}_{m+1}(t, a_{i+1}) - a_i \tilde{v}_{m+1}(t, a_i)}{\Delta a_i} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} (\alpha_0^{m+1}, \beta_0^{m+1}) &= (\alpha_1^{m+1}, \beta_1^{m+1}) \\ (\alpha_p^{m+1}, \beta_p^{m+1}) &= (\alpha_{p-1}^{m+1}, \beta_{p-1}^{m+1}) \end{aligned}$$

Ensuite, nous approximons sur toute la grille la valeur de détention $v_m^*(t, a)$ par $\tilde{v}_m^*(t, a)$. Mais étant donné que la vraie valeur de $v_{m+1}(t, a)$ est inconnue dans l'expression de l'espérance, on la remplace par son interpolation $\hat{v}_{m+1}(t, a)$, ce qui donne pour tout $s = a_k \in \mathcal{G}$:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_m^*(t, a) &= \mathbb{E}^* \left[e^{-r(t_{m+1}-t_m)} \hat{v}_{m+1}(t, a) \mid A_{t_m} = a_k \right], \\ &= e^{-r(t_{m+1}-t_m)} \sum_{i=0}^p \left[\alpha_i^{m+1} E^* \left[\mathbb{I}(a_i < A_{t_{m+1}} \leq a_{i+1}) \mid A_{t_m} = a_k \right] \right. \\ &\quad \left. + \beta_i^{m+1} E^* \left[A_{t_{m+1}} \mathbb{I}(a_i < A_{t_{m+1}} \leq a_{i+1}) \mid A_{t_m} = a_k \right] \right] \end{aligned}$$

posons,

$$\begin{aligned} A_{ki}^m &= \mathbb{E}^* \left[\mathbb{I}(a_i < A_{t_{m+1}} \leq a_{i+1}) \mid A_{t_m} = a_k \right], \\ B_{ki}^m &= \mathbb{E}^* \left[A_{t_{m+1}} \mathbb{I}(a_i < A_{t_{m+1}} \leq a_{i+1}) \mid A_{t_m} = a_k \right] \end{aligned}$$

ainsi,

$$\tilde{v}_m^*(t, a) = e^{-r(t_{m+1}-t_m)} \sum_{i=0}^p \alpha_i^{m+1} A_{ki}^m + \beta_i^{m+1} B_{ki}^m \quad (4.16)$$

Enfin, une fois $\tilde{v}_m^*(t, a)$ calculée, on approxime $\tilde{v}_m(t, a)$ sur toute la grille par :

$$\tilde{v}_m(t, a) = \left[\tilde{v}_m^*(t, a) - c \right] \mathbb{I}(a > \tilde{b}_m) + LGD \mathbb{I}(a \leq \tilde{b}_M) \quad (4.17)$$

Le programme dynamique, couplé avec une interpolation linéaire par morceaux fonctionne sous l'hypothèse que les matrices de transition A_{ki}^m et B_{ki}^m pour $k = 1, \dots, p$ et $i = 0, 1, \dots, p$ soient connues. Ces matrices sont calculées avant la première itération car elles représentent l'information minimale nécessaire pour que le processus d'état A_{t_m} puisse jouer son rôle de générateur d'information. Le calcul est détaillé dans l'appendice. Le programme est répété de la maturité jusqu'à la date d'initiation t_0 où l'on détermine la prime nécessaire pour entrer dans le contrat de CDS.

Chapitre 5

Estimation du modèle structurel avec les CDS

On propose dans ce chapitre une estimation des paramètres du modèle structurel par l'approche QMV en utilisant les données de CDS.

On désigne par s_t la prime de CDS observée à la date t et u_t le prix du CDS calculée à partir du modèle ISDA en fonction de la prime et du coupon et affiché par les différentes plate-formes disposant de données CDS. On a les relations :

$$v_t(a) = u_t(s) = u \quad \text{ou} \quad s = u_t^{-1}(v_t(a)) \quad \text{ou} \quad a = v_t^{-1}(u_t(s)),$$

où les fonctions u_t et v_t et v^{-1} sont croissantes / décroissantes et continues. Soient A_t et \mathcal{S}_{A_t} les processus de valeur de la firme et de la prime du CDS sur cette firme. On suppose connues les fonctions de répartition F_{A_t} et de densité f_{A_t} de la variable d'état \mathcal{A} . Le vecteur $\theta = (\sigma, \alpha)$ représente l'ensemble des paramètres à estimer où σ désigne la volatilité des actifs de la firme et α son rendement instantané. La fonction de vraisemblance associée à la série (s_0, s_1, \dots, s_T) du processus de Markov \mathcal{S} est :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta | s_0, s_1, \dots, s_T) &= f_{\mathcal{S}_0, \theta}(s_0) \times \prod_{t=1}^T f_{\mathcal{S}_t, \theta}(s_t | s_{t-1}) \\ &= \prod_{t=1}^T f_{\mathcal{S}_t, \theta}(s_t | s_{t-1}) \end{aligned}$$

où $f_{\mathcal{S}_t, \theta}(\cdot | s_{t-1})$ est la fonction de densité conditionnelle de \mathcal{S}_t sachant $\mathcal{S}_{t-1} = s_{t-1}$ sous la mesure de probabilité physique avec la convention que $f_{\mathcal{S}_0, \theta}(s_0) = 1$, θ désigne l'ensemble des paramètres à estimer. On propose deux sortes de fonction de vraisemblance dépendamment des données utilisées pour estimer le modèle structurel.

5.1 La fonction de vraisemblance : Estimation basée sur la prime

Si on souhaite estimer le modèle structurel via les données de la prime du CDS, la fonction de distribution cumulative de \mathcal{S} est donnée par :

$$\begin{aligned}
& F_{\mathcal{S},\theta}(s \mid S_{t-1} = s_{t-1}) \\
&= \mathbb{P}(\mathcal{S}_t \leq s \mid S_{t-1} = s_{t-1}) \\
&= \mathbb{P}(u_t^{-1}(v_t(A_t)) \leq s \mid S_{t-1} = s_{t-1}) \\
&= \mathbb{P}(v_t(A_t) \leq u_t(s) \mid S_{t-1} = s_{t-1}) \\
&= \mathbb{P}(A_t \geq v_t^{-1}(u_t(s)) \mid S_{t-1} = s_{t-1}) \\
&= 1 - \mathbb{P}(A_t \leq v_t^{-1}(u_t(s)) \mid A_{t-1}) \\
&= 1 - F_{A_t,\theta}(v_t^{-1}(u_t(s)) \mid A_{t-1})
\end{aligned}$$

Il vient :

$$\begin{aligned}
& f_{\mathcal{S},\theta}(s \mid S_{t-1} = s_{t-1}) \\
&= F_{\mathcal{S},\theta}(s \mid S_{t-1} = s_{t-1})' \\
&= \left[1 - F_{A_t,\theta}(v_t^{-1}(u_t(s)) \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \right]' \\
&= -F'_{A_t,\theta}(v_t^{-1}(u_t(s)) \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \times (v_t^{-1}(u_t(s)))' \\
&= -\frac{f_{A_{t+1},\theta}(a \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \times u_t(s)'}{v_t(a)'}
\end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned}
& f_{\mathcal{S},\theta}(s_t \mid S_{t-1} = s_{t-1}) \\
&= -\frac{f_{A_t,\theta}(a_t \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \times u_t(s_t)'}{v_t(a_t)'} \tag{5.1}
\end{aligned}$$

où $v_t(a_t)'$ est la pente d'un programme dynamique et $u_t(s_t)'$ est la dérivée de $u_t(s_t)$ par rapport à s_t . La fonction de vraisemblance s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
& \mathcal{L}(\theta | s_0, s_1, \dots, s_T) \\
&= \prod_{t=1}^T \frac{f_{A_t, \theta} \left(a_t | A_{t-1} = a_{t-1} \right) \times u_t(s_t)'}{v_t(a_t)'} \tag{5.2}
\end{aligned}$$

En considérant la variable aléatoire $Z_t = \ln\left(\frac{A_t}{A_{t-1}}\right)$ souvent utilisé dans les modèles exponentiels, on peut réécrire la fonction de vraisemblance de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
& \mathcal{L}(\theta | p_0, p_1, \dots, p_T) \\
&= \prod_{t=1}^T \frac{\left[-f_{Z_t, \theta} \left[\ln\left(\frac{a_t}{a_{t-1}}\right) \right] \right] \times u_t(s_t)'}{a_t \times v_t(a_t)'} \tag{5.3}
\end{aligned}$$

où les Z_t sont indépendants et identiquement distribués. Le fait que nous ne puissions observer que des entreprises en activité engendre un manque d'informations en cas d'événement de défaut, ce qui induit un biais de survie. L'expression précédent peut être ajustée en conséquence (confère BEN-AMEUR, FAKHFAKH et al. 2021).

Pour la suite, sans perte de généralité on suppose une distribution log-normale de paramètres $\log \mathcal{N}(\alpha, \sigma^2)$ pour la dynamique des actifs de la firme. La variable aléatoire Z_t a alors une distribution normale de paramètres $\mathcal{N}\left[\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt, \sigma^2 dt\right]$, où dt désigne la différence entre deux observations consécutives. Le logarithme de la fonction de vraisemblance s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 & \log \mathcal{L}(\theta \mid s_0, s_1, \dots, s_T) \\
 &= \ln \prod_{t=1}^T \frac{\left[-f_{Z_t, \theta} \left[\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) \right] \times u_t(s_t)' \right]}{a_t \times v_t(a_t)'} \\
 &= \ln \prod_{t=1}^T \frac{f_{Z_t, \theta} \left[\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) \right] \times u_t(s_t)'}{a_t \times \left[-v_t(a_t)' \right]} \\
 &= \sum_{t=1}^T \ln \frac{f_{Z_t, \theta} \left[\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) \right] \times u_t(s_t)'}{a_t \times \left[-v_t(a_t)' \right]} \\
 &= \sum_{t=1}^T \left[\ln \left[f_{Z_t, \theta} \left[\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) \right] \right] + \ln \left[u_t(s_t)' \right] - \ln(a_t) - \ln \left[-v_t(a_t)' \right] \right] \\
 &= \sum_{t=1}^T \left[\ln \left[\frac{1}{\sqrt{\sigma^2 dt 2\pi}} \exp \left[-\frac{\left(\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) - \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt \right)^2}{2\sigma^2 dt} \right] \right] + \ln \left[u_t(s_t)' \right] - \ln(a_t) - \ln \left[-v_t(a_t)' \right] \right] \\
 &= \sum_{t=1}^T \left[\ln \left[\frac{1}{\sqrt{\sigma^2 dt 2\pi}} \right] + \ln \left[\exp \left[-\frac{\left(\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) - \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt \right)^2}{2\sigma^2 dt} \right] \right] + \ln \left[u_t(s_t)' \right] - \ln(a_t) - \ln \left[-v_t(a_t)' \right] \right]
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
 & \log \mathcal{L}(\theta \mid s_0, s_1, \dots, s_T) \\
 &= \sum_{t=1}^T \left[-\ln(\sqrt{\sigma^2 dt 2\pi}) - \frac{1}{2} \frac{\left[\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) - \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt \right]^2}{\sigma^2 dt} + \ln \left[u_t(s_t)' \right] - \ln(a_t) - \ln \left[-v_t(a_t)' \right] \right] \\
 &= \sum_{t=1}^T \left[-\frac{1}{2} \ln(\sigma^2 dt 2\pi) - \frac{1}{2} \frac{\left[\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) - \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt \right]^2}{\sigma^2 dt} + \ln \left[u_t(s_t)' \right] - \ln(a_t) - \ln \left[-v_t(a_t)' \right] \right] \\
 &= -\frac{T-1}{2} \ln \sigma^2 dt - \frac{T-1}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{\left[\ln \left(\frac{a_t}{a_{t-1}} \right) - \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt \right]^2}{\sigma^2 dt} + \sum_{t=1}^T \ln \left[u_t(s_t)' \right] \\
 &\quad - \sum_{t=1}^T \ln(a_t) - \sum_{t=1}^T \ln \left[-v_t(a_t)' \right]
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

5.2 La fonction de vraisemblance : Estimation basée sur le prix

Si on souhaite estimer le modèle structurel via les prix du CDS, on utilise la relation :

$$v_t(a) = u \quad \text{ou} \quad a = v_t^{-1}(u),$$

où les fonctions v et v^{-1} sont décroissantes.

Soient \mathcal{A} et \mathcal{U} les processus de valeur de la firme et du prix du CDS sur cette firme. On a :

$$\begin{aligned}
& F_{\mathcal{U}_t, \theta}(u \mid U_{t-1} = u_{t-1}) \\
&= \mathbb{P}(U_t \leq u \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \\
&= \mathbb{P}(v_t(A_t) \leq u \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \\
&= \mathbb{P}(A_t \geq v_t^{-1}(u) \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \\
&= 1 - \mathbb{P}(A_t \leq v_t^{-1}(u) \mid A_{t-1} = a_{t-1}) \\
&= 1 - F_{A_{t+1}, \theta}(v_t^{-1}(u) \mid A_{t-1} = a_{t-1})
\end{aligned}$$

Il vient :

$$\begin{aligned}
& f_{U_t}(u \mid U_{t-1} = u_{t-1}) \\
&= -F_{A_t, \theta}(v_t^{-1}(u) \mid A_{t-1} = a_{t-1})' \\
&= -\frac{f_{A_{t+1}}(a \mid A_{t-1} = a_{t-1})}{v_t(a)'},
\end{aligned}$$

ce qui donne :

$$f_{U_t}(u_t \mid U_{t-1} = u_{t-1}) = -\frac{f_{A_t}(a_t \mid A_{t-1} = a_{t-1})}{v_t(a)'}, \quad (5.6)$$

où $v_t(a_t)'$ est une pente d'un programme dynamique. Le résultat est bien différent de la vraisemblance basée sur les primes sauf si $u_t(s)' = 1$.

Si on considère le processus $Z = \ln A$, on obtient :

$$f_{U_t}(u_t \mid U_{t-1} = u_{t-1}) = -\frac{f_{Z_t}(z_t \mid Z_{t-1} = z_{t-1})}{a_t \times v_t(a_t)'}, \quad (5.7)$$

Cette équation peut être adaptée pour corriger le biais de survie.

5.3 La résolution du programme dynamique

Le programme dynamique est résolu suivant les étapes ci-après :

1. On fixe une valeur initiale pour α sur la grille allant de -0.5 à 1.0 et σ entre 0.11 et 1.01 ;
2. On résout le modèle structurel afin de déterminer les barrières de défaut b_n correspondant aux dates de paiement du portefeuille obligataire. Cette barrière constitue les contraintes de flux de trésorerie ;
3. On forme une barrière en temps continu par interpolation linéaire des barrières endogènes b_n . Cette interpolation permet d'obtenir des barrières de défaut b_m correspondant aux

dates de paiement du CDS ;

4. Pour le CDS émis à la date $t \in [0, T]$ avec une maturité T^{CDS} , on note son prix p_t ;
5. On évalue le CDS émis à la date t en roulant de la maturité du CDS jusqu'à sa date d'émission t ;
 - On détermine ainsi le prix théorique v_t devant être échangé à la date d'initiation du contrat de CDS et dont l'évaluation a été détaillée dans la sous-section (4.3) ;
 - On identifie la pseudo-observation a_t tel que $v_t - p_t = 0$;
6. On stocke la contribution à la vraisemblance du CDS émis à la date t ;
7. On refait les étapes (4) à (8) pour toutes les primes CDS observées ;
8. On calcule la vraisemblance pour α et σ fixés à l'étape (1) ;
9. On change les valeurs de α et σ et on refait les étapes (1) à (10) ;
10. On identifie le couple α et σ qui maximise la vraisemblance.

Chapitre 6

Étude empirique

Ce chapitre présente les différents résultats de notre modèle d'évaluation du CDS et d'estimation des paramètres du modèle structurel en utilisant les données du CDS. Il commence par une description de la donnée utilisée pour l'étude empirique et la manière dont elle a été obtenue et finit par une présentation des résultats de notre étude.

6.1 Données

6.1.1 La compagnie

Pour la simplicité de son portefeuille obligataire, nous avons retenu la compagnie américaine dénommée **DeanFoods**. Elle est spécialisée dans l'alimentation plus précisément dans la distribution du lait naturel. Malheureusement, elle a déposé le bilan le 12 novembre 2019 en invoquant la baisse de la consommation en lait. Le 1 mai 2020, Dean Foods fut rachetée par la compagnie Dairy Farmers of America.

6.1.2 Structure des données

Pour ce travail, nous avons utilisé deux types de données : les données sur l'équité et les données de CDS. Notre principale source de données est la plateforme Bloomberg. Pour les données de CDS nous avons utilisé : la prime annuelle exprimée en points de base et le prix du CDS correspondant exprimé en pourcentage. Nous avons choisi pour la compagnie sous investigation, le contrat de CDS avec une maturité de trois (3) ans car cette maturité s'accorde bien avec celle du portefeuille obligataire quand bien même le contrat de 5 ans est le plus liquide. La maturité du portefeuille obligataire est le 15 Mars 2023 pour notre fenêtre d'étude. Afin de faciliter l'interpolation des barrières endogènes de défaut, on s'est assuré pour le choix de la fenêtre d'estimation, qu'il y ait un paiement relatif à la dette (intérêt ou principal) entre la première date d'observation du CDS et la première date de paiement de coupon de CDS.

Concernant l'équité, elle s'obtient en multipliant le prix de l'action par le nombre d'actions en circulation.

Dans un premier temps nous avons fait une estimation du modèle structurel avec les données de l'équité puis nous avons évalué des contrats de CDS avec différentes hypothèses des flux financiers. L'évaluation a été faite à quatorze (14) différentes dates. Les résultats de cet exercice sont compilés dans le tableau (6.1). Ensuite, nous avons comparé les paramètres d'une estimation basée sur l'équité avec une estimation basée sur CDS. On a choisi les dates situées à six (6) et douze (12) mois avant le défaut pour des fenêtres d'estimation de 292 et 272 observations journalières respectivement.

6.2 Résultats

6.2.1 Évaluation des CDS

Le tableau (6.1) résume les résultats de l'évaluation d'un contrat de CDS avec une maturité de 3 ans émise sur la compagnie Dean Food à partir des paramètres d'une estimation basée sur les données de l'équité (valeur des actifs de la firme et sa volatilité). Dans cet exercice, nous avons respecté le calendrier de paiement des intérêts et du principal du portefeuille obligataire de la compagnie. Cette information est disponible sur la plateforme Bloomberg. Les résultats sont résumés dans ce tableau où les colonnes sont numérotées de a) à k) et regroupées en quatre (4) grandes catégories. La première catégorie (Colonne A) présente les quatorze (14) dates auxquelles nous avons évalué le contrat de CDS. Nous avons utilisé le format de date MM/JJ/AAAA. La deuxième contient les données Bloomberg du contrat de CDS à savoir le coupon (c), la prime (s) et le prix (u) (colonnes B, C, et D respectivement). Les deux dernières présentent les résultats du calcul de le prix d'un CDS sous le modèle ISDA (Colonnes E, F, G, H) et par programme dynamique dynamique respectivement (I, J et K).

Concernant l'évaluation des CDS sous ISDA, nous sommes partis de de l'équation (4.8) (colonne E) pour déterminer le paramètre lambda optimal. Ce paramètre affiché dans la colonne F) est utilisé pour résoudre les équations (4.9) et (4.7) dont les résultats sont affichés dans les colonnes G et H respectivement. On constate que la colonne E) est nulle en tout point et que les colonnes G) et H) donnent des valeurs sensiblement égales et de même signe. Ceci montre bien que sous ISDA, les équations (4.7) et (4.9) sont équivalentes quand bien même la première reflète les flux réels échangés dans un contrat de CDS et la seconde traduit plutôt une logique de compensation. Cette équivalence est déduite du faite de l'hypothèse que pose l'équation (4.8) comme quoi le contrat de CDS sous son ancienne version a une valeur nulle à la date d'initiation. Ce qui revient à dire que les flux $-s$ en cas de survie et LGD en cas de défaut ont une valeur espérée nulle à la date d'engagement. Il faut aussi rajouter que les équations (4.7) et (4.9) donnent aussi un résultat égal au prix affiché par la plate-forme Bloomberg, ce qui normal car comme dit plus haut la fonction "CDSW" est une implémentation du modèle ISDA.

TABLE 6.1 – Tableaux comparatifs des différentes formules d'évaluation de CDS

| | Données Bloomberg | | | Prix ISDA | | | |
|------------|-------------------|--------------|-------------|----------------------------|---------------|------------------|------------------|
| A) Dates | B) c (pb) | C) s (pb) | D) u (%) | E) -s+lgd (%) | F) lambda | G) s-c (%) | H) -c+lgd (%) |
| 03/07/2018 | 500 | 374.704 | -3.128 | 0 | 0.061 | -3.309 | -3.275 |
| 11/05/2018 | 500 | 268.342 | -6.511 | 0 | 0.044 | -6.214 | -6.249 |
| 11/06/2018 | 500 | 260.288 | -6.746 | 0 | 0.043 | -6.443 | -6.478 |
| 11/07/2018 | 500 | 268.366 | -6.500 | 0 | 0.044 | -6.213 | -6.249 |
| 11/08/2018 | 500 | 258.411 | -6.790 | 0 | 0.042 | -6.502 | -6.633 |
| 11/09/2018 | 500 | 256.190 | -6.848 | 0 | 0.042 | -6.561 | -6.633 |
| 11/12/2018 | 500 | 268.272 | -6.475 | 0 | 0.044 | -6.216 | -6.254 |
| 12/11/2018 | 500 | 319.672 | -4.882 | 0 | 0.052 | -4.892 | -4.860 |
| 05/06/2019 | 500 | 432.143 | -1.849 | 0 | 0.070 | -1.749 | -1.766 |
| 05/07/2019 | 500 | 423.197 | -2.096 | 0 | 0.070 | -1.985 | -2.071 |
| 05/08/2019 | 500 | 416.640 | -2.279 | 0 | 0.068 | -2.157 | -2.180 |
| 05/09/2019 | 500 | 411.509 | -2.420 | 0 | 0.067 | -2.292 | -2.289 |
| 05/10/2019 | 500 | 412.398 | -2.394 | 0 | 0.067 | -2.269 | -2.289 |
| 05/13/2019 | 500 | 396.184 | -2.842 | 0 | 0.064 | -2.700 | -2.751 |
| | Données Bloomberg | | | Estimation Équité, Prix DP | | | |
| A) Dates | B) c (pb) | C) s (pb) | D) u (%) | I) -s+lgd (%) | J) s-c (%) | K) -c+lgd (%) | |
| 03/07/2018 | 500 | 374.704 | -3.128 | 0.242 | -3.342 | -3.100 | |
| 11/05/2018 | 500 | 268.342 | -6.511 | -5.762 | -6.594 | -12.356 | |
| 11/06/2018 | 500 | 260.288 | -6.746 | -5.739 | -6.833 | -12.571 | |
| 11/07/2018 | 500 | 268.366 | -6.500 | -3.502 | -6.495 | -9.997 | |
| 11/08/2018 | 500 | 258.411 | -6.790 | -3.165 | -6.773 | -9.938 | |
| 11/09/2018 | 500 | 256.190 | -6.848 | -3.156 | -6.838 | -9.994 | |
| 11/12/2018 | 500 | 268.272 | -6.475 | -3.681 | -6.511 | -10.192 | |
| 12/11/2018 | 500 | 319.672 | -4.882 | -3.299 | -4.991 | -8.289 | |
| 05/06/2019 | 500 | 432.143 | -1.849 | 11.520 | -1.541 | 9.979 | |
| 05/07/2019 | 500 | 423.197 | -2.096 | 10.837 | -1.769 | 9.068 | |
| 05/08/2019 | 500 | 416.640 | -2.279 | 11.340 | -1.911 | 9.429 | |
| 05/09/2019 | 500 | 411.509 | -2.420 | 12.223 | -2.004 | 10.219 | |
| 05/10/2019 | 500 | 412.398 | -2.394 | 10.973 | -2.043 | 8.931 | |
| 05/13/2019 | 500 | 396.184 | -2.842 | 8.437 | -2.494 | 5.942 | |

Quant à l'évaluation des CDS par programmation dynamique, nous avons dans un premier temps procédé à une estimation des paramètres du modèle structurel avec l'approche QMV en utilisant les données de l'équité sur la compagnie sous investigation. Les valeurs estimées des paramètres σ et A_0 sont utilisés comme données dans le programme dynamique d'évaluation des CDS. Nous avons aussi dans un soucis de comparaison avec ISDA, évalué le CDS avec d'autres types de flux monétaires par programmation dynamique (colonnes I et J). On constate que :

1. Colonne K) : Évaluer le prix du CDS avec l'équation rationnelle dans le programme dynamique (colonne K) donnent des valeurs assez éloignées de celles de ISDA et de Bloomberg,
2. Colonne I) : Évaluer le prix du CDS avec les flux monétaires $-s$ en survie et LGD en défaut ne donne pas une valeur nulle à l'initiation comme supposé dans le modèle ISDA à l'équation (4.8),
3. Colonne J) : Évaluer le prix du CDS avec la logique de compensation par programmation dynamique c'est à dire avec les flux $s - c$ en survie donne des valeurs sensiblement égales à celles de Bloomberg et du modèle ISDA.

A priori on s'attendrait à ce que l'équation fondamentale d'évaluation du prix de CDS par programme dynamique (équations 4.12) donne une valeur proche du prix affiché par Bloomberg ou de celui du modèle ISDA. Mais force est de constater que tel n'est pas le cas.

6.2.2 Estimation avec les données de CDS et de l'équité

A présent nous présentons les résultats de l'estimation des paramètres du modèle structurel faites en l'utilisant l'approche QMV. Nous rappelons que l'estimation par l'approche QMV avec les données de l'équité nous sert de point de référence dans cet exercice. Nous avons fait l'expérience avec les données de l'équité et de CDS à des dates situées à 6 et 12 mois avant le défaut de la firme. Ces dates ont été choisies pour tester si les différents modèles arrivent à prédire l'avènement du défaut de la firme. Le tableau 6.2 présente les informations sur la dette de **DeanFoods**. Nous avons fixé $TB = 0$, $BC = 0$, $D^j = 0$ pour simplifier. Nous avons reporté les valeurs estimées du couple $(\hat{\alpha}, \hat{\sigma})$, la valeur à la dernière date d'observation des actifs de la firme (A_0), de la dette (D_0), de l'équité (E_0), des coûts de faillite à la date (BC) T . Nous avons reporté aussi l'écart de rendement (YS).

TABLE 6.2 – Informations sur la dette de la compagnie (Source : Markit)

| Description | Principal ($\times 10^9$) | Coupon semi-annuel ($\times 10^9$) |
|-----------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| DFODQ 6,500 15-Mar-2023 DFTd | 0,700 | 0,023 |
| DFODQ 6,500 15-Mar-2023 DFTd | 0,700 | 0,023 |
| DFHOL / DF 6.900 15-Oct-2017 MATd | 0,150 | 0,005 |

TABLE 6.3 – Estimation équité vs Estimation CDS, à la date du 12 novembre 2018

| Date : 11/12/2018 $rfr = 2,860$ $w = 0\%$ $s = 268,272 pb$ $u = -6,475\%$ $c = 500 pb$ | | |
|---|-------------------|----------------|
| | Estimation Équité | Estimation CDS |
| $\hat{\alpha}^{QML}$ | -0,215 | -0,020 |
| $\hat{\sigma}^{QML}$ | 0,170 | 0,060 |
| A0 ($\times 10^9$) | 2,151 | 1,702 |
| D0 ($\times 10^9$) | 1,596 | 1,614 |
| E0 ($\times 10^9$) | 0,556 | 0,088 |
| YS (%) | 0,390 | 0,094 |

TABLE 6.4 – Estimation Équité vs Estimation CDS, à la date du 06 mai 2019

| Date : 05/06/2019 $rfr = 2,140$ $w = 0\%$ $s = 432,143 pb$ $u = -1,849\%$ $c = 500 pb$ | | |
|---|-------------------|----------------|
| | Estimation Équité | Estimation CDS |
| $\hat{\alpha}^{QML}$ | -0,305 | -0,050 |
| $\hat{\sigma}^{QML}$ | 0,155 | 0,110 |
| A0 ($\times 10^9$) | 1,746 | 1,791 |
| D0 ($\times 10^9$) | 1,566 | 1,613 |
| E0 ($\times 10^9$) | 0,180 | 0,167 |
| YS (%) | 1,292 | 0,432 |

Les indicateurs du risque de crédit se détériorent à l'approche du défaut dans les deux types d'estimations. Mais la valeur des paramètres estimés avec les données du CDS sont assez éloignées de celle des paramètres estimés avec les données de l'équité dans les deux cas de figures présentés ci-haut. Les indicateurs obtenus avec estimation équité prédisent mieux le défaut que ceux obtenus avec estimation CDS. Pour l'estimation basée sur CDS, l'écart de rendement passe de 0,094 % douze mois avant le défaut à 0,432 % six mois avant le défaut. Par contre pour l'estimation avec données de l'équité, l'indicateur passe de 0,39 % à 1,292 %. Donc les résultats ne reflètent pas notre intuition comme quoi les CDS contiennent plus d'informations liés au défaut que les données de l'équité.

Nous avons refait la même expérience en incluant les frictions. Nous avons supposé des coûts de faillite proportionnels de 40% en cas de défaut. Les résultats sont présentés dans les tableaux (6.6) et (6.5).

On a les mêmes observations lorsque les coûts de faillite sont non nuls. Les paramètres estimés avec l'équité sont plus sensibles aux coûts de faillite que ceux estimés avec les CDS. Par exemple, l'écart de rendement passe de 1,353 % à 2,516 % pour les CDS et de 1,416 % à 4,934 % pour l'équité.

Le code ayant généré ces résultats a été minutieusement vérifié à plusieurs reprises, et il a même été révisé intégralement. Les écarts observés que ce soit dans l'évaluation du prix de CDS ou de l'estimation en utilisant les prix de CDS peuvent s'expliquer par les différentes

TABLE 6.5 – Estimation Équité vs Estimation CDS, à la date du 12 novembre

| <i>Date : 11/12/2018 rfr = 2,860 % w = 40,000 %</i> | | |
|---|-------------------|----------------|
| <i>s = 268,272 pb u = -6,475 % c = 500 pb</i> | | |
| | Estimation Équité | Estimation CDS |
| $\hat{\alpha}^{\text{QML}}$ | -0,215 | -0,020 |
| $\hat{\sigma}^{\text{QML}}$ | 0,170 | 0,060 |
| A0 ($\times 10^9$) | 2,151 | 1,702 |
| D0 ($\times 10^9$) | 1,534 | 1,538 |
| E0 ($\times 10^9$) | 0,556 | 0,088 |
| BC ($\times 10^9$) | 0,062 | 0,076 |
| YS (%) | 1,416 | 1,353 |

TABLE 6.6 – Estimation Équité vs Estimation CDS, à la date du 06 mai 2019

| <i>Date : 05/06/2019 rfr = 2,140 w = 0.400%</i> | | |
|---|-------------------|----------------|
| <i>s = 432,143 pb u = -1,849% c = 500 pb</i> | | |
| | Estimation Équité | Estimation CDS |
| $\hat{\alpha}^{\text{QML}}$ | -0,305 | -0,050 |
| $\hat{\sigma}^{\text{QML}}$ | 0,155 | 0,110 |
| A0 ($\times 10^9$) | 1,746 | 1,791 |
| D0 ($\times 10^9$) | 1,566 | 1,502 |
| E0 ($\times 10^9$) | 0,180 | 0,177 |
| BC ($\times 10^9$) | 0,184 | 0,112 |
| YS (%) | 4,934 | 2,516 |

raisons suivantes :

- Le LGD observé diffère du LGD convenu (60 % du montant nominal). Cela justifie pourquoi la formule d'évaluation (4.14) donne des résultats similaires aux cotations, contrairement à ceux de l'équation (4.12) qui reflète les flux réels échanges.
- L'illiquidité des contrats et de l'indisponibilité des séries de primes de contrats de CDS à une date de maturité fixe (même pour un contrat de CDS de 5 ans liquide) à la date d'émission.
- La littérature révèle des signaux contradictoires provenant des plateformes de données (Bloomberg, Refinitiv, Datastream, ...).

Conclusion

L'approche structurelle de modélisation du risque de crédit suppose que la probabilité de défaut d'une compagnie est liée à la valeur de ses actifs. Or la valeur des actifs de la firme est une variable latente, donc l'estimation des modèles structurels pose un problème. La meilleure solution proposée dans la littérature est d'utiliser la transformation de données de l'équité pour extraire la valeur des actifs de la firme car il a été démontré que l'équité est un produit dérivé sur les actifs de la firme. Cette solution a le mérite de permettre l'inférence statistique sur la valeur des actifs et sa volatilité. Dans ce sens l'approche QMV est une solution innovatrice, très flexible qui peut s'appliquer à des modèles structurels complexes.

Les CDS sont des produits dérivés du risque de crédit car ils permettent aux investisseurs de se protéger du risque de défaut d'une certaine compagnie. Ainsi le risque de défaut est intrinsèque au CDS puisqu'ils sont évalués en fonction de la probabilité de défaut de la firme. Si les CDS sont liés au défaut par définition, et que défaut est lié à la valeur des actifs de la firme (hypothèse de l'approche structurelle), alors il y a un lien entre les CDS et le niveau de la valeur de ses actifs. Les CDS peuvent alors être utilisés dans le modèle de transformation des données pour estimer le modèle structurel en lieu et place de l'équité.

C'est cette intuition que nous avons essayé d'implémenter dans le cadre de ce mémoire en proposant un modèle d'estimation des modèles structurels élargis par l'approche QMV basée sur les données de CDS. La compagnie américaine Dean Foods ayant fait défaut en Novembre 2019 a fait l'objet de notre étude empirique sur la période de 2016 à 2019. Nous avons utilisé les données de l'équité aussi de ladite compagnie sur la même période pour des fins de comparaisons. Les résultats sont présentés dans la section précédente.

Ces résultats ne traduisent pas notre intuition car les données de l'équité semblent prédire mieux le défaut que les CDS d'après notre étude empirique. Plusieurs pistes de réflexion peuvent être menées à ce sujet et feront l'objet d'une extension de ce travail notamment l'intégration d'un taux d'intérêt stochastique au modèle.

Bibliographie

- AYADI, Mohamed A. et al. (2016). « A dynamic program for valuing corporate securities ». In : *European Journal of Operational Research* 249.2, p. 751-770. ISSN : 0377-2217.
- BEN-ABDELLATIF, Malek et al. (2021). « Quasi-maximum likelihood for estimating structural models ». In : p. 1-11. eprint : <https://www.gerad.ca/fr/papers/G-2021-11/view>. URL : <https://www.gerad.ca/fr/papers/G-2021-11>. published.
- BEN-AMEUR, Hatem, Michèle BRETON et al. (2006). « A dynamic programming approach to price installment options ». In : *European Journal of Operational Research* 169.2, p. 667-676.
- BEN-AMEUR, Hatem, Tarek FAKHFAKH et al. (2021). « Valuing corporate securities when the firm's assets are illiquid ». In : p. 1-14. eprint : <https://www.gerad.ca/fr/papers/G-2018-68/view>. URL : <https://www.gerad.ca/fr/papers/G-2018-68>. published.
- BLACK, Fischer et John C. COX (1976). « Valuing Corporate Securities : Some Effects of Bond Indenture Provisions ». In : *The Journal of Finance* 31.2, p. 351-367.
- BLACK, Fischer et Myron SHOLES (1973). « The Pricing of Options and Corporate Liabilities ». In : *Journal of Political Economy* 81.3, p. 637-654. ISSN : 00223808, 1537534X.
- BROCKMAN, Paul et al. (2003). « A barrier option framework for corporate security valuation ». In : *Journal of Financial Economics* 67.3, p. 511-529.
- COLLIN-DUFRESNE, Pierre et al. (2001). « Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios ? » In : *The Journal of Finance* 56.5, p. 1929-1957.
- DUAN, Jin-Chuan (1994). « Maximum likelihood estimation using price data of the derivative contract ». In : *Mathematical Finance* 4.2, p. 155-167.
- DUAN, Jin-Chuan, Geneviève GAUTHIER et al. (2005). *On the equivalence of the KMV and maximum likelihood methods for structural credit risk models*. Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions.
- DUAN, Jin-Chuan, Jean-Guy SIMONATO et al. (2004). « Estimating Merton's model by maximum likelihood with survivorship consideration ». In : *EFA 2004 Maastricht Meetings Paper*. 4190.
- EOM, Young Ho et al. (2004). « Structural models of corporate bond pricing : An empirical analysis ». In : *The Review of Financial Studies* 17.2, p. 499-544.

- ERICSSON, Jan et al. (1998). « A framework for valuing corporate securities ». In : *Applied Mathematical Finance* 5.3-4, p. 143-163.
- (2005). « Estimating structural bond pricing models ». In : *The Journal of Business* 78.2, p. 707-735.
- GESKE, Robert (1977). « The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options ». In : *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* 12.4, p. 541-552.
- JARROW, Robert A et al. (1995). « Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk ». In : *The journal of finance* 50.1, p. 53-85.
- JONES, E Philip et al. (1984). « Contingent Claims Analysis of Corporate Capital Structures : An Empirical Investigation ». In : *Journal of Finance* 39.3, p. 611-25.
- LELAND, Hayne E. (1994). « Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure ». In : *The Journal of Finance* 49.4, p. 1213-1252.
- LELAND, Hayne E. et Klaus Bjerre TOFT (1996). « Optimal capital structure, endogenous bankruptcy, and the term structure of credit spreads ». In : *The Journal of Finance* 51.3, p. 987-1019.
- LI, Ka Leung et al. (2008). « Structural models of corporate bond pricing with maximum likelihood estimation ». In : *Journal of Empirical Finance* 15.4, p. 751-777.
- LONGSTAFF, Francis A. et al. (1995). « A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt ». In : *The Journal of Finance* 50.3, p. 789-819.
- MERTON, Robert C (1974). « On the pricing of corporate debt : The risk structure of interest rates ». In : *The Journal of finance* 29.2, p. 449-470.
- NIVOROZHKIN, Eugene (2005). « The informational content of subordinated debt and equity prices in the presence of bankruptcy costs ». In : *European journal of operational research* 163.1, p. 94-101.
- OGDEN, Joseph P (1987). « Determinants of the ratings and yields on corporate bonds : Tests of the contingent claims model ». In : *Journal of Financial Research* 10.4, p. 329-340.
- RONN, Ehud I et al. (1986). « Pricing risk-adjusted deposit insurance : An option-based model ». In : *The Journal of Finance* 41.4, p. 871-895.
- WONG, Hoi Ying et al. (2009). « Estimating default barriers from market information ». In : *Quantitative Finance* 9.2, p. 187-196.

Appendices

Annexe A

Fonctions élémentaires des CDS sur Bloomberg

Le terminal Bloomberg dispose de données historiques et en temps réel sur les contrats de CDS. La capture (A.1) montre les contrats de CDS en cours pour diverses maturités de la compagnie Ford Motors Co. Pour visualiser les CDS sur la plateforme, il faut procéder de cette façon :

- Saisir la commande "RELS" (Related Securities) sous le *ticker* de l'entité référence. La commande "RELS" permet de voir tous les titres en cours et expirés autres que l'équité de la compagnie.
- Sélectionner "Par CDS Spread" pour voir les différents contrats de CDS. Pour la compagnie Ford Motors Co, on remarque que le contrat avec une maturité de 5 ans est le plus transigé comme l'indique la figure (A.1).
- Pour avoir accès aux données historiques sur un contrat en particulier, il faut sélectionner la ligne correspondante au contrat et saisir la commande "HP" (Historical Prices).

La capture (A) montre les données historiques sur le contrat de CDS avec une maturité de 5 ans de la compagnie Ford Motors Co. Par défaut, c'est le prix de clôture ("last price") de la prime qui est affiché. La prime est affichée comme une proportion du montant notionnel. On peut changer la variable affichée en d'autre comme "bid price" ou "ask price" en cliquant sur la liste déroulante du champ "Market".

Une des fonctions très intéressantes de Bloomberg est la fonction de tarification des CDS nommée "CDSW" (Credit Default Swap Valuation). Elle permet notamment de calculer le prix en fonction de la prime et vice versa à n'importe quelle date. La fonction CDSW de Bloomberg est une des implémentations du modèle ISDA d'évaluation des CDS comme le souligne ce communiqué du 5 Mai 2009 de l'association internationale :

Le Comité directeur de crédit de l'ISDA recommande l'utilisation du modèle CDS de l'ISDA pour les calculs concernant les transactions de l'indice Markit

GRAB
 <Menu> to Return
 <Search> 90 Export 1-19 of 38 results Security Finder
 Category Fixed Income

Corp Govt Loan Pfd CDS CDS Idx Muni Futr Opt IRS IRS Vol Gen Govt

Column Settings

| R | Reference Name | CDS Ticker | Bond Ticker | Tenor | Curr | Rank | Sector | Ticker |
|----|----------------|------------|-------------|-------|------|------|--------------------|----------|
| | FORD MOTOR CO* | | F | | | | | |
| 1 | Ford Motor Co | F00 | F | 5Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CFM1U5 |
| 2 | Ford Motor Co | F00 | F | 3Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT350701 |
| 3 | Ford Motor Co | F00 | F | 7Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT353968 |
| 4 | Ford Motor Co | F00 | F | 1Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT350705 |
| 5 | Ford Motor Co | F00 | F | 2Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CX361556 |
| 6 | Ford Motor Co | F00 | F | 10Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT353972 |
| 7 | Ford Motor Co | F00 | F | 4Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT359238 |
| 8 | Ford Motor Co | F00 | F | 6M | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT405843 |
| 9 | Ford Motor Co | F00 | F | 3M | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT677718 |
| 10 | Ford Motor Co | F00 | F | 8Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CX361564 |
| 11 | Ford Motor Co | F00 | F | 11Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT677722 |
| 12 | Ford Motor Co | F00 | F | 12Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT677726 |
| 13 | Ford Motor Co | F00 | F | 15Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT677730 |
| 14 | Ford Motor Co | F00 | F | 20Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT677734 |
| 15 | Ford Motor Co | F00 | F | 30Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CT677738 |
| 16 | Ford Motor Co | F00 | F | 6Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CX361560 |
| 17 | Ford Motor Co | F00 | F | 9Y | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CX361568 |
| 18 | Ford Motor Co | F00 | F | 9M | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CY086205 |
| 19 | Ford Motor Co | F00 | F | 0M | USD | SNR | Consumer, Cyclical | CY132031 |

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 2395 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
 Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2016 Bloomberg Finance L.P.
 SN 738557 6819-4296-0 22-May-16 17:14:43 EDT GMT-4:00

FIGURE A.1 – Capture de l’affichage de la fonction "Par CDS Spread" de Bloomberg

GRAB
 CT423989 CMAN Currency 90 Export to Excel Page 1/6 Historical Price Table
 FBANK CDS EUR SR 5Y D14
 Range 05/22/2015 - 05/20/2016 Period Daily High 114.500 on 05/16/16
 Market Last Price Currency EUR Low 62.000 on 05/27/15
 View Price Table Source CMAN Average 87.271 Net Chg 44.235 69.92%

| Date | Last Price | Date | Last Price | Date | Last Price |
|---------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|
| Fr 05/20/16 | 107.500 | Fr 04/29/16 | 110.875 | Fr 04/08/16 | 112.500 |
| Th 05/19/16 | 108.660 | Th 04/28/16 | 107.500 | Th 04/07/16 | 112.500 |
| We 05/18/16 | 114.500 | We 04/27/16 | 107.500 | We 04/06/16 | 109.240 |
| Tu 05/17/16 | 110.670 | Tu 04/26/16 | 107.500 | Tu 04/05/16 | 107.200 |
| Mo 05/16/16 H | 114.500 | Mo 04/25/16 | 112.500 | Mo 04/04/16 | 105.830 |
| Fr 05/13/16 | 109.000 | Fr 04/22/16 | 107.500 | Fr 04/01/16 | 107.500 |
| Th 05/12/16 | 113.500 | Th 04/21/16 | 107.925 | Th 03/31/16 | 105.500 |
| We 05/11/16 | 112.500 | We 04/20/16 | 107.500 | We 03/30/16 | 107.500 |
| Tu 05/10/16 | 108.350 | Tu 04/19/16 | 107.500 | Tu 03/29/16 | 107.180 |
| Mo 05/09/16 | 108.390 | Mo 04/18/16 | 109.400 | Mo 03/28/16 | 109.285 |
| Fr 05/06/16 | 107.500 | Fr 04/15/16 | 112.500 | Fr 03/25/16 | 108.230 |
| Th 05/05/16 | 111.835 | Th 04/14/16 | 107.500 | Th 03/24/16 | 107.500 |
| We 05/04/16 | 112.500 | We 04/13/16 | 107.500 | We 03/23/16 | 99.900 |
| Tu 05/03/16 | 107.500 | Tu 04/12/16 | 112.500 | Tu 03/22/16 | 100.615 |
| Mo 05/02/16 | 111.760 | Mo 04/11/16 | 112.500 | Mo 03/21/16 | 107.090 |

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 2395 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
 Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2016 Bloomberg Finance L.P.
 SN 738557 6819-4296-0 22-May-16 17:15:24 EDT GMT-4:00

FIGURE A.2 – Capture de l’affichage de la fonction "HP" de Bloomberg

CDX à partir du jeudi 7 mai 2009. Afin de faciliter cette transition, des mises en œuvre telles que le convertisseur Markit et la fonction CDSW de Bloomberg utili-

seront par défaut le modèle CDS de l'ISDA et les paramètres standard associés. Il est recommandé d'utiliser des courbes de taux d'intérêt standard pour différentes devises telles que l'Euro (EUR), la Livre sterling (GBP), le Yen japonais (JPY) (similaires au dollar américain (USD)) lors du calcul des transactions de dénouement, d'attribution et des frais initiaux.

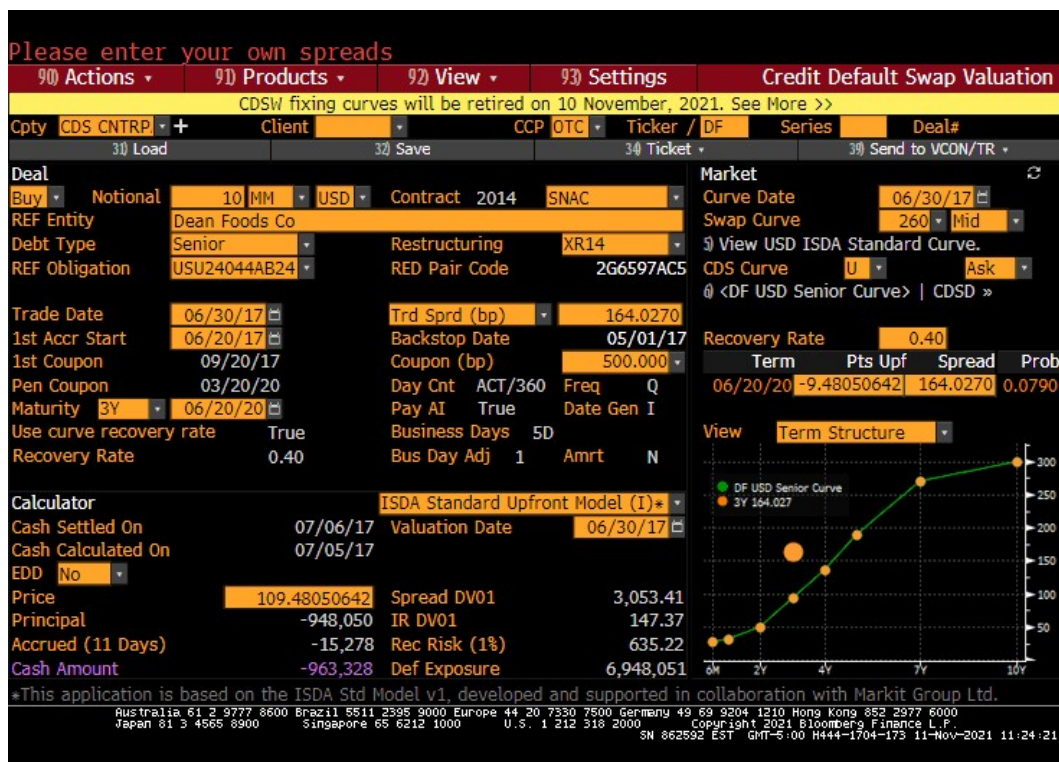


FIGURE A.3 – Capture de l'affichage de la fonction "CDSW" de Bloomberg

La fonction CDSW de Bloomberg évalue le prix d'un CDS en fonction de sa maturité, la prime affichée, son montant notionnel et la courbe de rendement entre autres. Les principales hypothèses sont : le taux de récupération constant sur la valeur notionnelle, les évènements de défaut indépendants de la courbe de rendement sans risque. La fonction permet de changer différents paramètres qui entrent dans l'évaluation du CDS. Elle permet aussi inversement de calculer la prime en fonction du prix du CDS. Sur la capture (A) la prix du CDS de la compagnie Dean Foods pour une maturité de trois (3) ans est de -9,480 % pour une prime affichée de 164,027 pb.