

HEC Montréal

**Les déterminants macroéconomiques de la prime de risque de volatilité**

Par

Philippe Hébert

Sciences de la gestion  
(Économie Financière Appliquée)

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade  
de maîtrise ès sciences (M.Sc.)*

Avril 2015

©Philippe Hébert, 2015

## Sommaire

L'objectif de ce mémoire est de trouver, à l'aide des régressions MIDAS, des déterminants macroéconomiques de la prime de risque de volatilité. Plus précisément, le but est de mieux comprendre la dynamique temporelle de cette prime. Également, je cherche à vérifier si les déterminants macroéconomiques de cette prime pouvaient changer au cours du temps, ce que les tests de robustesse m'ont permis de faire.

L'information contenue sur le marché des options permet de quantifier l'aversion des investisseurs à la volatilité, qui prend la forme d'une prime de risque. Plusieurs méthodes développées dans les dernières années permettent d'extraire cette information afin de créer une mesure de la prime de risque de volatilité. Les déterminants de cette prime de risque ne sont pour le moment pas encore très clairs et la littérature sur le sujet est relativement récente. Conséquemment, la question de recherche de ce mémoire est la suivante : quels sont les déterminants macroéconomiques de la prime de risque de volatilité? À la différence de la littérature actuelle, je m'intéresse plus spécifiquement aux déterminants de cette prime.

Ce mémoire est présenté comme suit : Dans un premier temps, une revue de littérature résume les développements importants de la récente recherche portant sur la prime de risque de volatilité en plus de souligner l'apport de ce mémoire. Par la suite, il est question des fondements théoriques derrière ce travail, des données que j'ai utilisées pour mener mon analyse ainsi que des détails de ma méthodologie. S'en suis par la suite une analyse et une interprétation cohérente des résultats obtenus en plus de tests de robustesses et, en terminant.

Les résultats obtenus permettent de conclure qu'il existe de nombreuses relations statistiquement significatives entre la prime de risque de volatilité ainsi que les variables macroéconomiques que j'ai retenues, ce qui permet de croire que leur inclusion dans des modèles de prévision pourrait accroître leur performance.

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à présenter mes plus sincères remerciements à mes directeurs de mémoire, M. Christian Dorion ainsi que M. Tolga Cenesizoglu, dont le temps, la patience et les conseils ont permis de grandement enrichir la qualité de ce mémoire. Je leur en suis très reconnaissant.

Je souhaite remercier tous les professeurs qui, au cours des années, tant au Collège de l'Assomption qu'au Cégep de Lanaudière, ont su piquer ma curiosité et me donner le goût de devenir meilleur jours après jours.

Je tiens également à remercier ma famille et mes amis pour leur grand support et leurs encouragements constants tout au long de ce travail. Merci à mes parents d'avoir toujours supporté mes projets, de m'avoir écouté dans les moments plus difficiles et d'avoir su, à chaque fois, trouver les mots justes pour me redonner confiance. Merci aussi à mon grand-père Charles Normandin qui a toujours su me donner le courage d'aller plus loin et de réaliser mes rêves. Je veux aussi remercier ma copine Jessica Simard, pour sa compréhension, ses précieux encouragements et son support indéfectible.

Je souhaite également remercier mes employeurs, plus particulièrement Roger et Guy Casgrain, pour leur grande compréhension, leur souplesse et leur support. Ils m'ont permis de mener ce travail à terme.

Finalement, je tiens à remercier les membres du jury pour l'évaluation de mon travail.

## Table des matières

1 Introduction .....	7
2 Revue de la littérature.....	10
2.1 Définition, estimation et caractéristiques de la prime de risque de volatilité.....	10
2.1.1 Définition et estimation de la prime de risque de volatilité .....	11
2.1.2 Compensation pour le risque d'évènements rares .....	14
2.2 Incertitude macroéconomique, rendements boursiers et volatilité stochastique .....	16
3 Modèle & Méthodologie .....	22
3.1 Régressions MIDAS.....	22
3.2 Construction de la variable d'intérêt.....	26
3.3 Moindres carrés non-linéaires.....	29
4 Données .....	31
4.1 Description des données .....	31
4.1.1 Données des marchés financiers.....	31
4.1.2 Données de la conjoncture économique .....	32
5 Analyse empirique.....	33
5.1 Statistiques descriptives.....	33
5.2 Variables à fréquence quotidienne .....	36
5.3 Variables à fréquence mensuelle .....	44
5.4 Variables à fréquence trimestrielle .....	51
5.5 Tests de robustesse .....	56
5.7 Régression MIDAS multivariée .....	62
5.8 Amélioration des prévisions de la VRP.....	64
6 Conclusion.....	66
7 Bibliographie.....	68
Annexe.....	71

## Liste des tableaux

Tableau 5.1 – Statistiques descriptives des variables macro-financières .....	35
Tableau 5.2 – Régression avec fonction de densité bêta normalisée contrainte.....	36
Tableau 5.3 – Régression avec polynôme exponentiel normalisé d’Almon.....	37
Tableau 5.4 – Régression avec fonction de densité bêta normalisée contrainte.....	44
Tableau 5.5 – Régression avec polynôme exponentiel normalisé d’Almon.....	45
Tableau 5.6 – Régression avec fonction de densité bêta normalisée contrainte.....	51
Tableau 5.7 – Régression avec polynôme exponentiel normalisé d’Almon.....	51
Tableau 5.8 – Statistiques descriptives – Première sous-période.....	57
Tableau 5.9 – Statistiques descriptives – Deuxième sous-période.....	57
Tableau 5.10 – Test de robustesse – Variables quotidiennes .....	58
Tableau 5.11 – Test de robustesse – Variables mensuelles.....	60
Tableau 5.12 – Test de robustesse – Variables trimestrielles.....	61
Tableau 5.13 – VRP – Indice de discontinuité.....	62
Tableau 5.14 – VRP – Régression MIDAS multivariée.....	63

## Liste des figures

Figure 5.1 – Valeurs prédites de la VRP par la prime de risque de marché.....	38
Figure 5.2 – Valeurs prédites de la VRP par le facteur <i>SMB</i> .....	39
Figure 5.3 – Valeurs prédites de la VRP par le facteur <i>Momentum</i> .....	40
Figure 5.4 – Valeurs prédites de la VRP par l'écart <i>TED</i> .....	42
Figure 5.5 – Valeurs prédites de la VRP par l'écart de crédit .....	42
Figure 5.6 – Valeurs prédites de la VRP par l'écart de maturité .....	43
Figure 5.7 – Valeurs prédites de la VRP par l'indice <i>S&amp;P 500</i> .....	45
Figure 5.8 – Valeurs prédites de la VRP par l'indice des prix à la consommation .....	46
Figure 5.9 – Valeurs prédites de la VRP par la production industrielle .....	48
Figure 5.10 – Valeurs prédites de la VRP par le taux de chômage .....	49
Figure 5.11 – Valeurs prédites de la VRP par les nouvelles mises en chantier.....	50
Figure 5.12 – Valeurs prédites de la VRP par le déflateur du PIB .....	52
Figure 5.13 – Valeurs prédites de la VRP par le PIB .....	53
Figure 5.14 – Valeurs prédites de la VRP par les profits corporatifs.....	54
Figure 5.15 – Valeurs prédites de la VRP par le modèle MIDAS multivarié .....	64
Figure 5.16 – Valeurs prédites de la VRP par le cours du <i>Brent</i> .....	71
Figure 5.17 – Valeurs prédites de la VRP par le cours du <i>WTI</i> .....	71
Figure 5.18 – Valeurs prédites de la VRP par le facteur <i>HML</i> .....	72
Figure 5.19 – Valeurs prédites de la VRP par le ratio cours-bénéfices.....	73
Figure 5.20 – Valeurs prédites de la VRP par les positions ouvertes en options .....	75
Figure 5.21 – Valeurs prédites de la VRP par le ratio <i>put-call</i> .....	75
Figure 5.22 – Valeurs prédites de la VRP par l'indice <i>SKEW</i> .....	77
Figure 5.23 – Indices <i>VIX</i> et <i>SKEW</i> .....	78

## 1 Introduction

Il est bien connu que les marchés financiers, en raison de l'inhérente incertitude qui les affecte, peuvent parfois se comporter de manière erratique. La crise économique asiatique de 1997, la faillite spectaculaire du fonds de couverture LTCM en 1998, l'éclatement de la bulle technologique en 2001, la crise financière de 2008 ou encore le spectre de l'éclatement de la zone euro présent depuis la crise grecque font en sorte que, plus que jamais, les acteurs des marchés financiers sont conscients de la présence de soubresauts dans la volatilité systématique, c'est-à-dire la propension à fluctuer des prix de l'ensemble des actifs transigés sur des marchés organisés. Les données empiriques démontrent que lorsque celle-ci augmente, les prix des actifs ont tendance à diminuer et les corrélations entre les rendements de différentes classes d'actifs changent, ce qui complique non seulement le travail des professionnels de la gestion des risques, mais aussi celui des gestionnaires de portefeuille dans l'élaboration de leur stratégie d'allocation tactique.

Depuis la création de l'indice *VIX* (indice de volatilité implicite du *S&P 500* calculé par le *Chicago Board Options Exchange (CBOE)*) au début des années 1990 et l'avènement il y a une dizaine d'années de contrats à terme permettant de transiger ce même indice, la volatilité est devenue, selon certains, un actif à part entière. Ceci est d'autant plus vrai depuis que les ingénieurs financiers et autres spécialistes quantitatifs de la finance ont continué à développer des produits permettant de s'exposer directement à la volatilité. C'est ainsi que les swaps de variance (*variance swaps*), des produits dérivés transigés de gré-à-gré, sont devenus de plus en plus communs pour les investisseurs institutionnels et sophistiqués (par exemple les fonds de couverture) à la recherche d'actifs aux rendements dé-corrélés de ceux des actifs classiques. Brière *et al.* (2010) démontrent d'ailleurs que l'inclusion de ce type de produits dans un portefeuille classique permet d'augmenter son rendement ajusté pour le risque. Il va sans dire que ces produits offrent des possibilités de spéculation à certains investisseurs, ce qui permet en contrepartie à d'autres investisseurs de gérer le risque de volatilité, sans oublier le fait que les instruments dérivés jouent un

rôle fondamental sur les marchés puisqu'ils nous informent sur les perceptions des participants concernant la volatilité future. De toute évidence, l'intérêt des investisseurs et autres intervenants des marchés financiers pour mieux comprendre la volatilité est grand. D'ailleurs, Carr & Wu (2009) résumant bien le problème des investisseurs. Lorsque ceux-ci doivent choisir entre différents actifs, ils font face à deux sources principales d'incertitude : incertitude quant aux rendements des actifs, quantifiée par leur volatilité, et incertitude par rapport à ces mêmes volatilités, qui ne sont pas fixes dans le temps. Les travaux d'Engle & Granger (1986, 2003) à ce sujet nous démontrent qu'il est important de comprendre comment les investisseurs se comportent face à ces deux sources d'incertitude afin de mieux gérer le risque, réaliser une allocation d'actifs plus efficace et comprendre les fluctuations de prix des actifs risqués de manière générale.

L'information contenue sur le marché des options permet de quantifier l'aversion des investisseurs à la volatilité, qui prend la forme d'une prime de risque. Plusieurs méthodes développées dans les dernières années permettent d'extraire cette information afin de créer une mesure de la prime de risque de volatilité. Les déterminants de cette prime de risque ne sont pour le moment pas encore très clairs et la littérature sur le sujet est relativement récente. Conséquemment, la question de recherche de ce mémoire est la suivante : quels sont les déterminants macroéconomiques de la prime de risque de volatilité? Plus spécifiquement, le présent travail de recherche s'inspire des résultats de Carr & Wu (2009), Bollerslev, Gibson & Zhou (2011), Han & Zhou (2011) ainsi que Song (2013). Carr & Wu (2009) ainsi que Bollerslev *et al.* (2011) proposent notamment des méthodologies robustes pour quantifier la prime de risque de volatilité à partir du marché des options. À la différence de ces papiers, je m'intéresse plus spécifiquement aux déterminants de cette prime.

Une meilleure compréhension de la dynamique temporelle de la prime de risque de volatilité permet, dans un premier temps, de mieux comprendre la prime de risque totale pour les actions. Depuis que Bollerslev, Tauchen & Zhou (2009) ont montré que la prime de risque de volatilité permet de prévoir les rendements du marché des actions, celle-ci

est devenue un objet d'intérêt majeur pour la recherche en finance<sup>1</sup>. Ainsi, il ne fait pas de doute qu'une meilleure compréhension des déterminants de la prime de risque de volatilité pourrait avoir des implications importantes pour les gestionnaires d'actifs institutionnels. Les gestionnaires de fonds de couverture pourraient par exemple développer des stratégies d'investissement nécessitant l'utilisation de *swaps* de volatilité basées sur des prévisions du niveau futur de la prime de risque de volatilité. Dans le même ordre d'idées, ces prévisions pourraient s'avérer utiles dans un contexte de gestion des risques. Qui plus est, alors qu'il est question de modifier les pratiques d'affaires des institutions financières (Bâle 3, *Dodd-Frank Act*, etc.), la recherche concernant la prime de risque de volatilité pourrait aider les banques centrales et les organismes de supervision et de réglementation à bien remplir leur rôle qui consiste selon Olivier Blanchard, économiste en chef du *FMI*, à instaurer la confiance sur les marchés et diminuer la perception de risque d'évènement extrême<sup>2</sup>.

Ce mémoire est présenté comme suit : Dans un premier temps, le reste du texte débute par une revue de littérature qui résume les développements importants de la récente recherche portant sur la prime de risque de volatilité en plus de souligner l'apport de ce mémoire. Par la suite, il sera question des fondements théoriques derrière ce travail, des données que j'ai utilisées pour mener mon analyse ainsi que les détails de ma méthodologie. Suivra enfin une analyse et une interprétation cohérente des résultats obtenus et, en terminant, une conclusion accompagnée d'une brève discussion sur les avenues de recherche possibles.

Les résultats obtenus permettent de conclure qu'il existe de nombreuses relations statistiquement significatives entre la prime de risque de volatilité ainsi que les variables macroéconomiques que j'ai retenues, ce qui permet de croire que leur inclusion dans des modèles de prévision pourrait accroître leur performance.

---

<sup>1</sup> Pensons par exemple à l'article Simple Variance Swaps de Martin (2013) dans lequel ce dernier s'attarde au marché des swaps de variance et construit un indice qui démontre la grande volatilité de la prime de risque de marché

<sup>2</sup> *The Economist*, édition du 31 janvier 2009.

## 2 Revue de la littérature

Cette revue de la littérature est divisée en deux sections. Dans la première section, différents travaux récents qui définissent et proposent des modèles pour estimer la prime de risque de volatilité, les anticipations d'évènements rares et l'aversion à la volatilité des investisseurs sont présentés. Dans la deuxième section, il sera question de papiers traitant des liens entre la prime de risque de volatilité, l'incertitude macroéconomique et le rendement des actifs financiers.

### 2.1 Définition, estimation et caractéristiques de la prime de risque de volatilité

Au sein de la vaste littérature académique concernant l'aversion à la volatilité des investisseurs, l'article de Bakshi & Kapadia (2003) constitue un bon point de départ pour situer ce mémoire. Dans ce papier, les auteurs cherchent à démontrer l'existence d'une rémunération sur les marchés financiers du risque de volatilité. En outre, ils cherchent à savoir si cette rémunération est supérieure ou inférieure au rendement sans risque. En d'autres mots, ils cherchent à quantifier la prime de risque de volatilité. Pour ce faire, Bakshi & Kapadia (2003) analysent les profits et pertes de portefeuilles d'options d'achat et de vente delta-neutres<sup>3</sup> (*delta-hedged call-option and put-option portfolios*) ayant le *S&P 500* comme sous-jacent. Leur analyse permet de mettre en évidence certaines caractéristiques de la prime de risque de volatilité, notamment que celle-ci est négative, économiquement significative et maximale en absolu pour les options *at-the-money*<sup>4</sup>. Ce résultat implique que les investisseurs sont prêts à payer pour se prémunir contre une hausse de la volatilité systématique. Les auteurs postulent que l'aversion à la volatilité des investisseurs s'explique par le fait qu'une hausse de la volatilité systématique est généralement associée à une baisse généralisée du prix des actifs financiers. Enfin, ceux-ci démontrent que les sauts (*jumps*), qui représentent des points de discontinuité dans l'évolution du prix d'un actif, sont une caractéristique de la prime de risque de volatilité.

---

<sup>3</sup> La mesure *delta* est la sensibilité (dérivée première) du prix d'une option par rapport au prix du sous-jacent. Un portefeuille d'options *delta-neutre* est donc un portefeuille insensible aux changements de prix de l'actif sous-jacent.

<sup>4</sup> Il s'agit d'options dont le prix de levée est égale au cours actuel du sous-jacent.

Dans cet ordre d'idées, différents chercheurs ont contribué à développer un cadre théorique rigoureux afin de définir formellement la prime de risque de volatilité en plus de proposer diverses méthodologies permettant de l'estimer ainsi que quantifier la part de la prime qui est associée à l'anticipation d'évènements rares.

### 2.1.1 Définition et estimation de la prime de risque de volatilité

Avant toute chose et afin de mieux comprendre certains concepts dont je discuterai dans cette section, il s'avère important d'expliquer rapidement ce en quoi consiste l'indice *VIX* (plus détails sont présentés à la section 5). D'une certaine façon, il s'agit d'une moyenne pondérée des volatilités implicites (sous la mesure risque-neutre) des options ayant comme sous-jacent le S&P 500. Les options dont le prix de levé est le plus près du prix à terme estimé ont une pondération plus élevée que celles dont le prix de levé est plus éloigné.

Les travaux de Carr & Wu (2009) ainsi que Bollerslev, Gibson & Zhou (2011) proposent deux méthodologies similaires, qui font référence, permettant d'estimer la prime de risque de volatilité.

Dans un premier temps, l'approche développée par Carr & Wu (2009) s'inscrit bien dans l'esprit des travaux de Bakshi & Kapadia (2003). En effet, les deux méthodologies sont dites sans-modèle (*model-free*) puisqu'elles ne requièrent pas de définir une forme particulière pour mesurer la volatilité réalisée (*realized volatility*) ni de modèle spécifique d'évaluation d'options afin d'en extraire la volatilité implicite (*implied volatility*)<sup>5</sup>. Sur la base de travaux empiriques, la littérature concernant la modélisation de la volatilité démontre que l'utilisation de données à haute fréquence (intervalles de cinq minutes) permet d'obtenir des observations ex-post plus précises que les autres approches. L'idée de Carr & Wu (2009) est d'utiliser la notion d'un *swap* de volatilité<sup>6</sup> afin d'obtenir une

---

<sup>5</sup> À cet effet, Martin (2013) démontre que l'utilisation de l'indice *VIX* au carré comme mesure de volatilité implicite en présence de sauts dans le processus stochastique du prix de l'actif sous-jacent est inadéquate. Il développe un indice alternatif, le *SVIX* dont la différence avec le *VIX* est une mesure de la non-lognormalité des rendements des actifs.

<sup>6</sup> Contrat négocié de gré-à-gré qui permet l'échange de montant de variance fixé au début contre un montant de variance réalisée sur un laps de temps déterminé.

mesure de la prime de risque de volatilité. Ils calculent la volatilité réalisée sur une période de 30 jours et synthétisent le taux *swap*<sup>7</sup>, qui représente l'espérance risque-neutre de la volatilité, à partir d'une combinaison linéaire de prix d'options, ce qui correspond exactement à la méthodologie derrière la construction de l'indice *VIX*. Ainsi, comme le *CBOE*, ceux-ci pondèrent par la suite les volatilités implicites d'options qu'ils ont préalablement choisies selon certains critères afin de minimiser les biais induits par des anomalies de marché. Les auteurs définissent la prime de risque de volatilité comme étant la différence entre ce taux *swap* synthétique et leur mesure de volatilité réalisée ex-post. À partir d'un large échantillon de prix d'options, Carr & Wu (2009) synthétisent des taux *swaps* pour cinq indices boursiers et 35 actions individuelles sur une période de sept ans. Leurs résultats indiquent que la prime de risque de volatilité est fortement négative pour le *S&P 500*, le *S&P 100* et l'indice *Dow Jones*. Ce résultat n'est toutefois pas aussi clair pour les actions individuelles. En effet, en plus d'observer une grande disparité entre les différents titres, Carr & Wu (2009) obtiennent des primes de risque de volatilité statistiquement significatives que pour sept des 35 actions analysées. Ceci porte donc à croire que les investisseurs ne sont pas en mesure de tenir compte totalement du risque de volatilité avec une grande précision. Les auteurs cherchent par la suite à établir des liens entre la prime de risque de volatilité et certains autres facteurs de risque systématiques établis dans la littérature, tel que le risque de marché (tel que défini par le *CAPM*), les facteurs Fama-French (capitalisation boursière et rapport valeur comptable sur capitalisation boursière) et le facteur *momentum* de Carhart (1997). Leurs résultats tendent à démontrer que la négativité de la prime de risque de volatilité ne peut qu'être faiblement attribuable à ces facteurs de risque. Conséquemment, les auteurs postulent qu'il existe un facteur de risque représentant la volatilité globale. Chaque actif financier y est exposé différemment en fonction de son « bêta de volatilité », comme pour les autres facteurs de risque. La négativité de la prime de risque de volatilité indique que les investisseurs sont prêts à payer (ou accepter une diminution de rendement) pour se prémunir contre une hausse généralisée de la volatilité sur les marchés financiers qui s'accompagne généralement d'une discontinuité dans le mouvement des prix des actifs et donc d'une détérioration des conditions d'investissement. L'article de Carr & Wu (2009),

---

<sup>7</sup> Taux pour lequel la valeur du *swap* est nulle.

en particulier la section dans laquelle ceux-ci tentent d'expliquer la dynamique temporelle de la prime de risque de volatilité m'a donné l'idée de pousser l'analyse un peu plus afin de mieux comprendre les fluctuations de cette prime et trouver ses déterminants macroéconomiques.

À la manière de Carr & Wu (2009), Bollerslev, Gibson & Zhou (2011) construisent une mesure de la prime de risque de volatilité dite *model-free*, arguant que cette façon de faire permet d'obtenir des prévisions plus précises en plus d'éviter le biais induit par l'utilisation du modèle de Black-Scholes pour extraire la volatilité implicite du prix des options. Les auteurs cherchent entre autres à relier la prime de risque de volatilité à des variables macro-financières. De façon sommaire, plutôt que de spécifier une forme générale pour le processus stochastique décrivant l'évolution du prix d'une action afin de calculer la volatilité réalisée, ils calculent cette dernière comme étant la somme des rendements au carré de l'indice *S&P 500* sur de courtes périodes de temps à l'intérieur d'une journée de transaction afin d'obtenir une mesure non-biaisée et précise de la variation quadratique (*integrated volatility*), c'est-à-dire la volatilité instantanée (et non-observable) d'un processus stochastique. Ceci est par ailleurs possible grâce à la disponibilité de données financières à haute fréquence. Troisièmement, à partir de l'article de Britten, Jones & Neuberger (2000) qui montre que l'espérance risque-neutre de la variation quadratique du processus est égale à l'intégrale d'un continuum de prix d'options de différentes maturité, Bollerslev *et al.* (2011) identifient analytiquement les paramètres de leur modèle, dont la prime de risque de volatilité. Finalement, à l'aide de la méthode généralisée des moments, ils estiment les paramètres de leur modèle et obtiennent une mesure de la prime de risque de volatilité qui varie au fil du temps. Ils comparent par la suite cette mesure avec une mesure alternative de l'aversion à la volatilité qui consiste à soustraire à la valeur de l'indice *VIX* la volatilité réalisée mensuelle annualisée du *S&P 500*. Ils obtiennent alors une mesure « brute » de la prime de risque de volatilité. À la différence de la série obtenues à partir de la méthodologie expliquée précédemment, cette série est peu informative puisque trop « bruitée » et par conséquent difficilement interprétable à partir de variables macro-financières. Ils choisissent donc de poursuivre leur travail de caractérisation de la prime de risque de volatilité à partir de la première série. À l'instar de Carr & Wu (2009), Bollerslev *et al.*

(2011) réalisent une analyse à facteurs qui indique que les écarts de crédit (entre les obligations gouvernementales et les obligations AAA), les nouvelles mises en chantier de maisons, le ratio cours/bénéfices, la croissance de la production industrielle et dans une moindre mesure la croissance de l'inflation mesurée par l'indice de prix des producteurs permettent d'expliquer significativement la variabilité de la prime de risque de volatilité. Enfin, une régression des rendements excédentaires mensuels du *S&P 500* sur la prime de risque de volatilité montre que cette dernière possède un pouvoir prédictif statistiquement significatif, mais faible. Comme pour l'analyse réalisée par Carr & Wu (2009), les travaux de Bollerslev *et al.* (2011) ont inspiré ce mémoire, notamment pour les liens entre la prime de risque de volatilité et certains indicateurs macro-financiers ainsi que les rendements du *S&P 500*. Leur article se conclut par ailleurs sur une discussion portant sur des avenues intéressantes pour la recherche future dont certaines ressemblent à l'analyse que je réalise ici.

### **2.1.2 Compensation pour le risque d'évènements rares**

La littérature académique ayant amplement et exhaustivement documenté l'existence d'une prime de risque de volatilité, certains chercheurs, dont Bollerslev & Todorov (2011), se sont attardés à comprendre les sources de variation de cette prime et plus particulièrement le rôle des « sauts » ou mouvements extrêmes dans son évolution.

Dans cet ordre d'idées, suite à la crise financière de 2008, Bollerslev & Todorov (2011) se sont intéressés au cadre théorique entourant la formation d'anticipations d'évènements rares et leur compensation sur les marchés financiers. La distribution non-normale des rendements boursiers étant due à la présence de mouvements extrêmes à la hausse et à la baisse, il est intéressant de s'attarder à la modélisation de ces phénomènes à des fins de gestion des risques. Pour ce faire, les auteurs développent une approche non-paramétrique qui nécessite l'utilisation de prix d'options à très courte maturité qui sont *out-of-the-money*<sup>8</sup>. Intuitivement, pour que ces options prennent de la valeur, il faudrait qu'une importante variation de prix survienne avant qu'elles arrivent à maturité, soit dans un

---

<sup>8</sup> Se dit d'une option lorsque son exercice ne serait pas profitable compte tenu du cours actuel du sous-jacent.

court laps de temps. Cette façon de faire est équivalente à utiliser des options avec des prix de levée très éloignés du cours actuel de l'actif sous-jacent, mais permet d'éviter le problème de manque de liquidité qui rend ce type d'options plus sujet à des erreurs de prix. L'idée derrière le travail de Bollerslev & Todorov (2011) consiste à modéliser le processus décrivant l'évolution du log-prix de l'actif sous-jacent aux options comme étant une semi-martingale d'Itô qui prend en compte les mouvements discontinus. Les auteurs démontrent qu'il est alors possible de séparer la variation quadratique du processus en deux composantes, la première étant attribuable à la volatilité stochastique instantanée alors que la deuxième est attribuable aux « sauts » ou mouvements extrêmes. Les résultats qu'ils obtiennent suggèrent que la plus grande partie de la prime de risque de volatilité ainsi que de la prime de risque de marché est attribuable à la compensation requise pour se prémunir du risque d'évènements rares. Cette conclusion peut à première vue paraître étonnante. Toutefois, il est important de souligner qu'une grande partie de la théorie financière classique est basée sur un cadre d'analyse moyenne-variance qui est très peu approprié pour tenir compte adéquatement de ce type de risque. Enfin, Bollerslev & Todorov (2011) observent une très grande variabilité au fil du temps, qu'ils ne réussissent pas à expliquer, de la perception du risque d'évènements rares. Bien que mon mémoire ne s'attarde pas spécifiquement à ce type de risque, il est nécessaire de comprendre que sa compensation influence grandement la dynamique de la prime de risque de volatilité et qu'il faut donc en tenir compte avant de tirer des conclusions.

Dans un papier similaire, Todorov (2009) cherche à comprendre la dynamique temporelle de la prime de risque de volatilité, plus particulièrement la nature de sa composition. À l'aide de données à haute fréquence (observations aux cinq minutes), il construit une mesure de volatilité réalisée qui tient compte des points de discontinuité. À l'instar de Carr & Wu (2009), Todorov (2009) synthétise des taux swap à partir de prix d'options hors de la monnaie qui lui permettent d'obtenir une mesure de l'anticipation risque-neutre de la volatilité future. La différence entre ces deux séries constitue la prime de risque de volatilité. Les estimations de Todorov (2009) confirment l'importance des sauts dans la dynamique temporelle de la prime de risque de volatilité. Lorsqu'un saut survient, ceci entraîne généralement une hausse de la volatilité stochastique instantanée, c'est-à-dire la deuxième composante du risque de volatilité pour lequel les investisseurs cherchent à être

compensés. Cela fait en sorte qu'à la suite d'un saut, la prime de risque de volatilité a tendance à augmenter avant de lentement retourner vers sa moyenne historique, indiquant une persistance du choc. Ce résultat suggère donc que l'aversion des investisseurs envers le risque évolue rapidement suite à un événement extrême. Ils sont alors disposés à « payer » plus, sous la forme d'une diminution de rendement, pour pouvoir se prémunir contre le risque de volatilité. La persistance de la hausse de l'aversion à la volatilité peut s'expliquer dans le contexte d'un investisseur Bayésien pour qui la probabilité d'observer un événement rare sera modifiée lorsqu'un événement rare vient tout juste de se produire. La portée économique de ce résultat est par ailleurs intéressante, puisqu'il implique que les méthodes classiques d'évaluation d'options et autres produits dérivés qui nécessitent de formuler une prévision de la volatilité de l'actif sous-jacent doivent être modifiées pour pouvoir tenir compte de ce phénomène. Ceci est particulièrement vrai pour les options dites *deep out-of-the-money* dont la juste valeur est difficile à déterminer. Dans le cadre de ce mémoire, il s'avère très pertinent de considérer les résultats obtenus par Todorov puisqu'ils permettent de clairement identifier deux sources de variabilité de la prime de risque de volatilité ayant des dynamiques et des interprétations économiques très différentes. De plus, bien que mon travail d'analyse suppose que les anticipations des investisseurs concernant les risques futures se forment rationnellement, il est important de garder à l'esprit que leur comportement est, plus souvent qu'autrement, de type Bayésien.

## **2.2 Incertitude macroéconomique, rendements boursiers et volatilité stochastique**

La formalisation de l'existence de la prime de risque de volatilité grâce aux développements de l'économétrie financière et la disponibilité récente de données transactionnelles à haute fréquence depuis quelques années a permis d'enrichir le cadre d'analyse théorique classique du rendement des actifs risqués introduit dans les années soixante. Puisqu'il est dorénavant possible de quantifier la compensation exigée par les investisseurs pour assumer le risque de soubresauts de la volatilité systématique, certains chercheurs se sont penchés sur les liens existants entre les rendements de certains actifs

financiers (plus spécifiquement les actifs pour lesquels il existe des options d'achat et de vente transigées) et la variabilité de la prime de risque de volatilité.

À partir de l'indice *VIX*, Drechsler & Yaron (2010) développent un modèle micro-économique dans lequel ils parviennent à incorporer les perceptions d'incertitude économique des investisseurs. Ce modèle permet de reproduire les niveaux de volatilité, de rendements et du taux sans-risque observés de janvier 1990 à mars 2007. Leur méthodologie est différente de celle de Bollerslev *et al.* (2011) précédemment expliquée, mais l'objectif de leur travail est sensiblement le même et consiste à établir des liens entre quelques variables macro-financières et la prime de risque de volatilité. Ainsi, dans le modèle de Drechsler & Yaron (2010), les investisseurs sont prêts à payer une certaine prime afin de protéger leurs portefeuilles d'actifs risqués lorsque la variabilité de leurs rendements, c'est-à-dire la volatilité, est élevée. Ceci s'explique en raison du fait qu'une hausse de la volatilité systématique est le résultat d'un choc macro-financier négatif important ayant pour effet d'augmenter l'aversion pour le risque des agents et par conséquent d'entraîner une diminution du prix des actifs risqués. Du fait que les investisseurs seront plus enclins qu'en situation normale à payer pour assurer leur portefeuille, la prime de risque de volatilité sera poussée à la hausse (en absolu). Tel que mentionné, Drechsler & Yaron (2010) utilisent l'indice *VIX*, au carré et mensualisé, en tant que mesure de l'espérance risque-neutre de la volatilité réalisée, ce qui est équivalent à la méthodologie employée par Carr & Wu (2009) ainsi que Bollerslev *et al.* (2011) Quant à leur mesure de volatilité physique, elle est calculée de la même façon que dans les articles mentionnés précédemment, à partir de rendements aux cinq minutes qu'ils somment sur une période d'un mois. Ils utilisent par la suite ces valeurs ainsi que quelques variables macroéconomiques afin de construire une prévision de la volatilité réalisée. Drechsler & Yaron (2010) ont construit leur modèle à partir de celui proposé par Bansal & Yaron (2004) dans lequel les investisseurs ont une préférence pour une dissipation rapide de l'incertitude macro-économique, particulièrement au niveau du taux de croissance de la consommation. Cette condition est nécessaire afin de générer une prime de risque de volatilité variable au fil du temps. De manière analogue à l'article de Bollerslev, Tauchen & Zhou (2009), les résultats obtenus par Drechsler & Yaron (2010) indiquent que la prime de risque de volatilité, qui représente dans leur modèle le facteur

de risque proportionnel à la volatilité de la consommation, parvient à expliquer de manière significative la variation des rendements boursiers. Ce résultat important confirme empiriquement le rôle non négligeable de l'aversion à la volatilité des agents dans la détermination du prix des actifs risqués établi par la théorie. De plus, j'utilise une méthodologie pratiquement identique pour créer ma série de prime de risque de volatilité et leurs résultats constituent une piste intéressante afin d'enrichir la littérature sur les modèle d'évaluation d'actifs par arbitrage.

C'est l'avenue empruntée par Han & Zhou (2011), qui s'inspirent des articles de Carr & Wu (2009) et Bollerslev *et al.* (2011) présentés dans la section précédente. À partir des méthodologies permettant d'obtenir des mesures *model-free* de la prime de risque de volatilité, Han & Zhou (2011) la calculent de façon mensuelle pour 500 actions. Leur échantillon est par ailleurs intéressant, avec des entreprises ayant une capitalisation boursière moyenne de 6,78 milliards \$US, un pourcentage d'actionnariat institutionnel moyen de 74,48% en plus de faire l'objet de suivi par une moyenne de 10,56 analystes. Tout ceci indique donc que les résultats obtenus par Han & Zhou (2011) ne sont pas influencés outre-mesure par des actions d'entreprises de petite taille, souvent moins liquides et ainsi plus susceptibles d'avoir une évaluation biaisée. Dans le même ordre d'idées, avant de calculer la prime de risque de volatilité d'une action, certains critères concernant le nombre d'options transigées sur le titre, leur maturité et la différence entre le cours du sous-jacent et le prix des options doivent être remplis. Ceci permet d'assurer une plus grande fiabilité quant aux valeurs des primes. En raison de ce filtrage prérequis, l'échantillon mensuel d'actions analysées varie, ce qui fait en sorte qu'au total, Han & Zhou (2011) ont calculé des primes de risque de volatilité pour 3932 titres. Parmi ces primes, 3029 sont significativement négatives au seuil de 5% alors que 206 titres ont des primes significativement positives. Ces résultats sont radicalement différents de ceux obtenus par Carr & Wu (2009) et confirment l'importance économique (et statistique) de la prime de risque de volatilité dans l'évaluation d'actifs par arbitrage. En utilisant les données d'options sur l'indice *S&P 500*, les auteurs évaluent aussi la prime de risque de volatilité « de marché » et tentent d'expliquer la variabilité des primes individuelles en les régressant sur celle de marché. Leurs résultats indiquent que la prime de marché n'arrive à expliquer qu'une petite partie (moins de 10% en moyenne) de toutes les primes

individuelles. Han & Zhou (2011) poursuivent leur analyse plus loin en tentant d'établir des liens entre la prime de risque de volatilité et les facteurs de risque systématique de Fama-French. En utilisant des régressions Fama-McBeth, ils concluent que les titres ayant un bêta plus élevé (i.e. une exposition plus élevée au risque de marché) et une exposition plus grande au facteur *small-minus-big* (différence de rendement entre les titres de petite et de grande capitalisation boursière) ont une plus grande (en absolu) prime de risque de volatilité. À l'opposé, une forte exposition au facteur *high-minus-low* (différence de rendement entre les titres avec un grand et petit rapport valeur comptable/capitalisation boursière) est associée avec une petite prime de risque de volatilité (en absolu). Enfin, toujours à l'aide de régressions Fama-McBeth et en contrôlant en plus pour le facteur *momentum*, un portefeuille composé de titres ayant les plus grandes primes de risque de volatilité surperforme significativement (statistiquement et économiquement) un portefeuille composé des titres ayant les plus petites primes de risque de volatilité. Han & Zhou (2011) proposent ensuite quelques théories afin d'expliquer les résultats de leurs analyses. L'explication la plus plausible, confirmée empiriquement, est celle d'une compensation supplémentaire pour le fait de détenir des titres ayant une prime de risque de volatilité élevée. Lorsque la volatilité systématique est élevée, par exemple lorsque l'indice *VIX* augmente rapidement, ceux-ci ont tendance à sous-performer par rapport aux titres ayant de petites primes de risque de volatilité. Ces derniers titres jouent un rôle de « couverture » et, dans cet ordre d'idées, il n'est pas étonnant que leur rendement espéré soit moins grand. Une autre théorie émise par les auteurs suppose qu'il existe des contraintes de marché, comme par exemple une faible liquidité ou des restrictions de vente à découvert des titres qui possède une prime de risque de volatilité. Ceci ferait en sorte que ces titres seraient sujets à des anomalies de prix, expliquant leur rendement élevé. Les résultats de Han & Zhou (2011) indiquent toutefois que ce sont les titres à grande capitalisation boursière et largement détenus par des investisseurs institutionnels pour lesquels la surperformance est la plus grande, ce qui vient infirmer la théorie de non-possibilité d'arbitrage et de mauvaise évaluation (*mispicing*) par les investisseurs. Une troisième théorie émise par les auteurs suppose que les intervenants du marché des options sont plus informés que ceux du marché des actions. La prime de risque de volatilité étant calculée à partir de prix d'options, celle-ci pourrait refléter certaines informations absentes du prix des sous-jacents. En contrôlant

pour certains facteurs du marché des options, Han & Zhou (2011) ne parviennent cependant pas à confirmer que leur théorie est valide, ce qui rejoint la conclusion de Carr & Wu (2009) à l'effet que la prime de risque de volatilité représente un facteur de risque indépendant. Enfin, l'effet de levier de Black, c'est-à-dire la corrélation inverse entre le prix d'un actif et sa volatilité, ne parvient pas non plus à diminuer le pouvoir explicatif de la prime de risque de volatilité. Bref, mon mémoire constitue un complément à l'article de Han & Zhou (2011). La méthodologie pour quantifier la prime de risque de volatilité que j'utilise est essentiellement la même qu'eux. Leur travail d'analyse est particulièrement intéressant et le présent travail l'enrichi.

Pour conclure ma revue de la littérature, je présente l'article qui a le plus inspiré ma méthodologie ainsi que l'ensemble de mon mémoire. Intéressés la possibilité que certains indicateurs économiques soient susceptibles de prédire les fluctuations de la volatilité des marchés boursiers, Conrad & Loch (2012) ont construit un modèle GARCH-MIDAS leur permettant de décomposer la volatilité en deux : une composante de court-terme captée par la partie GARCH du modèle et une composante de long-terme captée par la partie MIDAS. La composante de court-terme fluctue évolue autour de la composante de long-terme qui est le reflet des changements dans la conjoncture économique. Ceci est très similaire au travail que je réalise dans le présent mémoire puisque je régresse la prime de risque de volatilité sur des variables macroéconomiques dont la fréquence d'observation varie de journalière à trimestrielle afin d'identifier ses déterminants macroéconomiques. De plus, pour mon analyse, j'ai choisi d'utiliser les mêmes variables macroéconomiques que ces derniers, bien que ma variable d'intérêt ne soit pas la même. Dans un premier temps, leurs résultats confirment de façon convaincante la nature contre-cyclique de la volatilité, c'est-à-dire que celle-ci augmente lorsque les indicateurs économiques signalent un ralentissement. Plus spécifiquement, leurs résultats indiquent que l'écart de maturité, la variation du nombre de nouvelles mises en chantier, la variation des profits corporatifs et la variation du taux de chômage sont les variables ayant le plus grand pouvoir prédictif sur la volatilité de long-terme et que celle-ci est essentiellement déterminée par l'évolution de la conjoncture. Par la suite, Conrad & Loch utilisent des données provenant du sondage *Survey of Professional Forecasters* afin de vérifier si les prévisions de ces mêmes variables macroéconomiques peuvent s'avérer plus utiles afin de

prévoir la volatilité de long-terme. Leurs résultats leur permettent d'affirmer que les prévisions du nombre de nouvelles mises en chantier ainsi que du taux de chômage sont des prédicteurs (*lead variables*) de la volatilité de long-terme tandis que l'écart de maturité et la variation du taux de chômage accusent un retard (*lag variables*) sur celle-ci. Leurs résultats constatent avec ceux obtenus par d'autres chercheurs, notamment Paye (2012) qui avait déterminé que l'écart de maturité ne possédait aucun pouvoir prédictif sur la volatilité. Conrad & Loch (2012) expliquent que la différence entre ces deux résultats est due à l'utilisation des régressions MIDAS qui permettent, grâce à l'agrégation de plusieurs retards, d'extraire plus d'information qu'un modèle ne comportant qu'un seul retard. Tel que mentionné précédemment, je me suis grandement inspiré de leur méthodologie dans le cadre de mon mémoire. Contrairement à la grande majorité des auteurs qui ont utilisé les régressions MIDAS dans but d'expliquer la variance d'une variable observée à basse fréquence à l'aide de variables observées à haute fréquence, Conrad & Loch (2012) font plutôt l'inverse. Ces derniers m'ont donné l'idée de chercher des tendances de long-terme dans les variations de la prime de risque de volatilité. En ce sens, mon travail est complémentaire au leur et permet d'enrichir la littérature mettant en évidence les relations qui existent entre les indicateurs de la conjoncture économique et la volatilité des marchés boursiers.

### 3 Modèle & Méthodologie

Dans cette section, je présente les fondements théoriques du modèle de régression que j'utiliserai, c'est-à-dire le modèle MIDAS univarié. En outre, il sera question des deux configurations du modèle que j'ai utilisées pour mon analyse. J'explique les différences entre celles-ci et discuterai des applications pratiques du modèle dans la littérature.

Par la suite, pour ce qui est de la méthodologie, j'expliquerai dans un premier temps les différentes étapes que j'ai suivies afin de construire ma série quotidienne de prime de risque de volatilité. Dans un deuxième temps, j'expliquerai l'approche que j'ai utilisée afin d'identifier les déterminants macroéconomiques de cette prime, c'est-à-dire les moindres carrés non-linéaires.

#### 3.1 Régressions MIDAS

Bien qu'il soit de nos jours beaucoup plus simple qu'avant pour les acteurs des marchés financiers de dresser un portrait précis de l'état de l'économie grâce à la panoplie de données disponibles, les différences de fréquences entre les indicateurs économiques publiés par les différentes instances gouvernementales peuvent compliquer l'analyse. En effet, alors que, par exemple, les données sur la création d'emploi sont mises à jour mensuellement, chaque jeudi le nombre de nouvelles demandes de prestation de chômage est publié par le *U.S. Bureau of Labor Statistics*. Ainsi, les prévisionnistes se retrouvent parfois avec des signaux contradictoires qui peuvent mener à de fausses inférences. Dans le cadre de mon travail, j'observe la variable d'intérêt, c'est-à-dire la prime de risque de volatilité de l'indice *S&P 500*, de façon quotidienne tandis que je cherche à établir des relations entre celle-ci et différents indicateurs macroéconomiques qui peuvent être quotidiens, mensuels ou trimestriels.

Les régressions MIDAS (*mixed-data sampling*), développées par Ghysels et. al (2002) permettent de travailler avec des séries temporelles échantillonnées à différentes fréquences. Ces modèles de régression, qui peuvent prendre différentes formes, ont par

exemple été utilisés dans le but d'améliorer la précision des prévisions de croissance du PIB (qui n'est publié qu'à chaque trimestre) en utilisant des données macroéconomiques publiées mensuellement (voir Clements & Galvao (2008) ou encore Monteforte & Moretti (2012)). En ce qui a trait à des applications plus spécifiques au monde de la finance, d'autres chercheurs ont eu recours à ce modèle afin d'améliorer les prévisions de volatilité (voir à ce sujet Ghysels, Santa-Clara, Valkanov (2003)).

Afin de comprendre comment fonctionnent les régressions MIDAS, voici un exemple que Ghysels (2009) présente dans un document disponible sur sa page personnelle et qui sert de référence théorique<sup>9</sup>. Supposons que nous désirons effectuer une prévision pour une variable observée de façon trimestrielle, dénotée  $Y_{t+1}^T$  (où  $T$  signifie trimestrielle) à partir de l'information contenue dans une série quotidienne d'une variable que nous dénotons  $X_{j,t}^Q$  (où  $Q$  signifie quotidienne et  $j$  représente le  $j^{\text{ème}}$  jour du trimestre  $t$ ). Habituellement, dans le cadre d'une régression classique par moindres carrés ordinaires, l'approche la plus simple pour réaliser cette prévision consisterait à agréger l'information quotidienne de manière à obtenir une série trimestrielle, par exemple en utilisant une moyenne trimestrielle des observations quotidiennes. Par la suite, il suffirait d'estimer le modèle suivant :

$$Y_{t+1}^T = \mu + \beta \tilde{X}_t^Q + \varepsilon_{t+1} \quad (1)$$

où  $\tilde{X}_t^Q$  est la moyenne trimestrielle de la variable  $X$  et où  $\varepsilon_{t+1}$  est un terme d'erreur distribué  $N(0,1)$ . Une approche alternative consisterait à estimer le modèle ci-dessous qui, à la différence du premier modèle qui estime l'effet d'un changement de la moyenne trimestrielle de  $X$  sur  $Y$ , estime l'effet de chaque retard de  $X$  (pour chaque journée du trimestre) sur  $Y$ :

$$Y_{t+1}^T = \mu + \sum_{j=0}^{N_Q-1} \beta_{N_Q-j} X_{N_Q-j,t}^Q + \varepsilon_{t+1}. \quad (2)$$

L'inconvénient avec ce dernier modèle est que, dans le cas d'une série financière quotidienne typique, nous devrions estimer 68 paramètres (sous l'hypothèse que pour un

<sup>9</sup> Voir le site web <http://www.unc.edu/~eghysels/>

mois typique il y a 22 jours de négociation à la bourse), c'est-à-dire un modèle autorégressif à 68 retards ( $N_Q = 68$ ). Or, le problème avec ce genre de modèle est qu'il est tout d'abord laborieux d'interpréter de manière cohérente les coefficients de chaque retard et que le risque de multi-colinéarité est non négligeable. Il s'agit d'un problème économétrique classique, la théorie enseignant qu'il est toujours mieux de tenter d'obtenir le modèle qui est le plus parcimonieux, ce qui en fait par ailleurs un modèle plus robuste.

Ainsi, c'est dans cet ordre d'idées que les régressions MIDAS deviennent particulièrement intéressantes à utiliser puisqu'elles permettent de marier les avantages de ces deux techniques. En effet, celles-ci permettent d'extraire toute l'information contenue dans la série à haute fréquence tout en limitant le nombre de paramètres à estimer :

$$Y_{t+1}^T = \mu + \beta_1 \sum_{j=0}^{N_Q-1} w_{N_Q-j}(\theta^Q) X_{N_Q-j,t}^Q + \mu_{t+1} \quad (3)$$

où  $w(\theta)$  est un polynôme qui peut prendre plusieurs formes et qui permet de calculer le poids de chaque retard de la variable  $X$ . Je présente deux des formes que peut prendre ce terme un peu plus loin. Afin d'identifier le coefficient  $\beta_1$  il faut nécessairement assumer que la sommation de tous les poids des retards est égale à un. Les paramètres  $\mu$ ,  $\beta_1$  et  $\theta^Q$  sont estimés à l'aide des moindres carrés non-linéaires, dont les fondements théoriques sont présentés à la section 5 de ce mémoire.

L'intérêt des régressions MIDAS réside donc dans la façon de pondérer chaque variable à haute-fréquence. Il reste donc maintenant à déterminer la façon dont le poids de chaque observation à haute-fréquence sera calculé. Tel que je l'ai mentionné, il existe plusieurs façons d'y parvenir, l'idée étant toujours de parvenir à trouver une fonction dont la forme de la courbe est flexible. Dans le cadre de mon analyse, j'ai choisi d'en utiliser deux, c'est-à-dire celles qui sont le plus présentes dans la littérature et qui ont ainsi été largement testées. Les deux fonctions permettent de déterminer le poids des retards en se servant des valeurs observations passées et s'utilisent bien dans le contexte d'une

régression univariée. La première de ces deux fonctions est la fonction de densité bêta normalisée, qui ne possède que deux paramètres à estimer, c'est-à-dire  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Celle-ci prend la forme suivante :

$$w_i = w_i(\theta_1, \theta_2) = \frac{x_i^{\theta_1-1} (1-x_i)^{\theta_2-1}}{\sum_{i=1}^N x_i^{\theta_1-1} (1-x_i)^{\theta_2-1}} \quad (4)$$

où  $x_i = (i - 1)/(N - 1)$ .

La fonction bêta est très populaire, notamment en économétrie Bayésienne puisque sa grande flexibilité permet d'approximer plusieurs types de distributions. De plus, elle permet de faire en sorte que le poids des retards de la variable explicative soit décroissant. C'est le paramètre  $\theta_2$  qui détermine le rythme de décroissance. Lorsque ce dernier prend des valeurs élevées, la décroissance sera rapide et lorsque ce dernier prend des valeurs plus petites, la décroissance sera lente.

La deuxième de ces fonctions est le polynôme normalisé d'Almon. De manière analogue à ce qui a été fait dans la littérature, j'utilise une version à deux paramètres de cette fonction, que voici :

$$w_i^{nc} = w_i(\theta_1, \theta_2) = \frac{e^{\theta_1 i + \theta_2 i^2}}{\sum_{i=1}^N e^{\theta_1 i + \theta_2 i^2}} \quad (5)$$

Cette dernière fonction possède les mêmes attributs que la fonction bêta et permet donc de faire en sorte que le poids des retards de la variable explicative soit décroissant. Ainsi, il est attendu que les résultats des régressions soient similaires.

Enfin, il est à noter que le modèle que j'estime est une version modifiée de l'équation (3). Dans un premier temps, ma variable dépendante n'est pas observée trimestriellement, mais plutôt quotidiennement tandis que les variables explicatives sont observées quotidiennement, mensuellement ou trimestriellement. Contrairement à ce que j'ai présenté jusqu'à présent, ici la variable dépendante est à haute fréquence et les régresseurs sont à basse fréquence. Voici donc un exemple du modèle que j'utilise, avec

une variable explicative à fréquence mensuelle et où j'utilise la fonction bêta pour pondérer ses retards:

$$VRP_{t+1} = \mu + \beta_1 \sum_{j=0}^{N_M-1} \left( \frac{x_i^{\theta_1-1} (1-x_i)^{\theta_2-1}}{\sum_{i=1}^N x_i^{\theta_1-1} (1-x_i)^{\theta_2-1}} \right) X_{N_M-j,t}^M + \varepsilon_{t+1} \quad (6)$$

où  $VRP_{t+1}$  est la prime de risque de volatilité et  $X$  est une variable mensuelle, comme par exemple la variation en niveau du taux de chômage.

### 3.2 Construction de la variable d'intérêt

Avant de pouvoir s'attarder à identifier les déterminants de la prime de risque de volatilité, il faut d'abord construire une série temporelle de celle-ci. Tel que mentionné précédemment dans la revue de littérature, la prime de risque de volatilité pour un actif risqué est définie comme étant la différence entre l'espérance physique et l'espérance risque-neutre de la volatilité réalisée, tel que décrite par l'équation suivante :

$$VRP_{t \rightarrow t+T} = E_t^P(RV_{t \rightarrow t+T}) - E_t^Q(RV_{t \rightarrow t+T}), \quad (7)$$

où  $P$  représente la mesure de probabilité physique,  $Q$  représente la mesure de probabilité risque-neutre et  $RV_{t \rightarrow t+T}$  est la volatilité réalisée sur la période débutant au temps  $t$  et se terminant au temps  $t + T$ . Plus concrètement, le tout peut être ré-exprimé comme étant le rendement espéré de l'acheteur dans un *swap* de volatilité.

La première étape pour calculer la prime de risque de volatilité consiste ainsi à mesurer la volatilité réalisée. La volatilité réalisée est une approximation de la variation quadratique, c'est-à-dire la volatilité instantanée (et non-observable) d'un processus stochastique, tel qu'un mouvement brownien décrivant l'évolution du prix d'un actif dans le temps. La vaste littérature académique<sup>10</sup> sur le sujet démontre que la volatilité réalisée calculée à haute fréquence constitue le meilleur estimateur de la variation quadratique, notamment

<sup>10</sup> Voir à ce sujet Andersen et al. (2001), Barndorff-Nielsen & Sephard (2002) ou Meddahi (2002).

au niveau de la précision ex-post des prévisions. Ainsi, la volatilité réalisée de l'indice *S&P 500* que j'utilise est égale à :

$$RV_t^i = \sum_{j=1}^n [p_{j,t}^i - p_{j-1,t}^i]^2, \quad (8)$$

où  $n$  est le nombre d'intervalles de cinq minutes dans une journée de négociation sur les marchés boursiers et  $p_j$  est le log-prix du *S&P 500* au temps  $j$ . Il faut ensuite annualiser cette mesure afin de pouvoir la mettre sur la même base que la mesure de volatilité implicite que j'utilise pour le calcul de la prime de risque de volatilité, c'est-à-dire l'indice *VIX*.

Pour calculer l'espérance sous la mesure de probabilité physique de la volatilité réalisée, j'effectue la régression suivante, à la manière de Corsi (2009) :

$$RV_t = \alpha + \beta_1 RV_{t-1} + \beta_2 RV_{t-5} + \beta_3 RV_{t-22} + \varepsilon_t. \quad (9)$$

Cette façon de modéliser la volatilité réalisée permet de prendre en considération l'information de long terme grâce à l'utilisation du 22<sup>e</sup> retard, qui correspond à nombre moyen de jours ouvrables dans un mois. Ainsi, contrairement à un simple processus autorégressif d'ordre un, cette façon de faire permet d'obtenir des prévisions moins bruitées à partir desquelles il est plus pertinent de mener mon analyse. Les paramètres  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\beta_3$  sont supposés fixes à travers l'échantillon et par conséquent la régression en (9) est réalisée sur l'ensemble des données, soit du 4 janvier 1990 au 31 décembre de 2010. Par la suite, une prévision à  $t+1$  jusqu'à  $t+22$  de la volatilité réalisée est effectuée et sont ensuite additionnées. La valeur prédite par cette régression correspond alors à l'espérance physique mensuelle de la volatilité réalisée :

$$\widehat{RV}_{t+1} = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta}_1 RV_t + \widehat{\beta}_2 RV_{t-4} + \widehat{\beta}_3 RV_{t-21} \quad (10)$$

$$\widehat{RV}_{t+2} = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta}_1 \widehat{RV}_{t+1} + \widehat{\beta}_2 RV_{t-3} + \widehat{\beta}_3 RV_{t-20} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ \widehat{RV}_{t+22} &= \hat{\alpha} + \widehat{\beta}_1 \widehat{RV}_{t+21} + \widehat{\beta}_2 \widehat{RV}_{t-17} + \widehat{\beta}_3 \widehat{RV}_{t-1} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\widehat{EV}_t \equiv \sum_{i=1}^{22} \widehat{RV}_{t+i}. \quad (13)$$

La volatilité implicite représente la volatilité anticipée sous la mesure risque-neutre de l'actif sous-jacent à une option. Tous les paramètres nécessaires pour déterminer le prix d'une option sont connus par les investisseurs : le prix actuel de l'actif sous-jacent, le prix de levée, le temps restant avant l'échéance, le taux d'intérêt sans risque et le montant du dividende futur (s'il y a lieu). Ainsi, la volatilité implicite est le seul paramètre sur lequel les deux parties doivent s'entendre et correspond à la volatilité anticipée pour la durée de vie de l'option. Plus celle-ci est élevée, plus le prix de l'option est élevé et vice-versa. Dans cet ordre d'idées, le *VIX* mesure la volatilité attendue sur les 30 prochains jours du *S&P 500* à partir d'un large éventail d'options, respectant certains critères, sur cet indice. La formule générale pour le calcul de l'indice *VIX* est la suivante :

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[ \frac{F}{K_0} - 1 \right]^2, \quad (14)$$

où  $T$  est le temps qu'il reste avant l'expiration des options,  $F$  est le prix à terme du *S&P 500* déterminé à partir du prix des options,  $K_0$  est le premier prix de levée sous le prix *forward*,  $K_i$  est le prix de levée de la  $i^{\text{ème}}$  option *out-of-the-money* (si option d'achat  $K_i > K_0$ ; si option de vente  $K_i < K_0$ ),  $R$  est le taux d'intérêt sans risque,  $Q(K_i)$  est le point milieu de l'écart *bid-ask* et  $\Delta K_i$  est égal à :

$$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}. \quad (15)$$

Bref, il s'agit en quelque sorte d'une moyenne des volatilités implicites des options sur le *S&P 500* pondérées par l'écart entre le prix de levée de chaque option et le prix à terme du *S&P 500*. Ainsi, plus une option est hors de la monnaie, moins sa volatilité implicite a de poids dans le calcul de l'indice *VIX*. L'indice *VIX* est populaire auprès des intervenants

des marchés financiers puisqu'il est un bon indicateur de l'aversion pour le risque des investisseurs et de leurs anticipations quant à l'évolution future des marchés financiers.

Pour chaque jour, il s'agit donc de ré-exprimer le  $VIX$  dans les mêmes unités que la volatilité réalisée et de le soustraire à la valeur prédite de la volatilité réalisée pour obtenir une série de primes de risque de volatilité, c'est-à-dire :

$$VRP_t = EV_t - \left(\frac{VIX_t}{100}\right)^2. \quad (16)$$

### 3.3 Moindres carrés non-linéaires

Tel que mentionné précédemment, j'estime les modèles que j'ai présentés à la section 3 à l'aide de la technique des moindres carrés non-linéaires. Voici une brève présentation des fondements théoriques derrière cette technique.

Considérons tout d'abord un modèle de régression non-linéaire :

$$y = f(x; \beta) + \varepsilon, \quad (17)$$

où  $f: \mathbb{R}^l \times \Theta_1 \mapsto \mathbb{R}$ ,  $\Theta_1$  est une fonction qui dénote un sous espace de  $\mathbb{R}^k$  et  $\varepsilon$  représente le terme d'erreur. Considérant  $T$  observations de  $y$  et de  $x$ , nous pouvons écrire :

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix}, f(x_1, \dots, x_T; \beta) = \begin{bmatrix} f(x_1; \beta) \\ f(x_2; \beta) \\ \vdots \\ f(x_T; \beta) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Le modèle de régression non-linéaire peut ainsi être ré-exprimé de la façon suivante :

$$y = f(x_1, \dots, x_T; \beta) + \varepsilon, \quad (19)$$

où  $\varepsilon$  est le vecteur des termes d'erreur. L'objectif est de trouver un hyperplan de dimension  $k$  qui permet de combler le mieux possible le sous-espace des paramètres. De manière analogue aux moindres carrés ordinaires, la méthode des moindres carrés non-linéaires a pour objectif de minimiser une fonction d'erreur par rapport à  $\beta$  :

$$Q_T(\beta) = \frac{1}{T} [y - f(x_1, \dots, x_T; \beta)]' [y - f(x_1, \dots, x_T; \beta)] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [y_t - f(x_t; \beta)]^2. \quad (20)$$

La condition de premier ordre pour le problème de minimisation des moindres carrés non-linéaires est un système de  $k$  équations non-linéaires avec  $k$  inconnues :

$$\nabla_{\beta} Q_T(\beta) = -\frac{2}{T} \nabla_{\beta} f(x_1, \dots, x_T; \beta) [y - f(x_1, \dots, x_T; \beta)] = 0, \quad (21)$$

où

$$\nabla_{\beta} f(x_1, \dots, x_T; \beta) = [\nabla_{\beta} f(x_1; \beta) \quad \nabla_{\beta} f(x_2; \beta) \quad \dots \quad \nabla_{\beta} f(x_T; \beta)] \quad (22)$$

est une matrice de dimension  $k$  par  $T$ . La solution de ce problème de minimisation permet de résoudre la condition de premier ordre tout en respectant la condition de deuxième ordre, c'est-à-dire que la matrice  $\nabla_{\beta}^2 Q_T(\beta)$  soit définie positive. Comme pour la technique par maximum de vraisemblance, il n'est pas assuré que la solution trouvée soit unique, ce qui fait en sorte que chaque solution est potentiellement un minimum local.

Cette technique est très similaire à l'estimation par maximum de vraisemblance. Dans certains cas, une des deux techniques sera plus efficace, c'est-à-dire qu'elle permettra d'obtenir des résultats avec une plus faible variance. De manière générale, les résultats obtenus sont sensiblement les mêmes, la technique par maximum de vraisemblance nécessitant toutefois d'émettre une hypothèse quant à la distribution des erreurs.

## **4 Données**

Dans cette section, il sera des questions des données utilisées pour le travail d'analyse de ce mémoire. J'expliquerai en outre pourquoi j'ai choisi de sélectionner certaines séries ainsi que leur utilité pour les investisseurs lorsqu'ils se forment une opinion à propos de l'état de l'économie et des marchés financiers. Une présentation des statistiques descriptives des données se retrouve à la section 6.1 de ce mémoire.

### **4.1 Description des données**

Dans le but de pouvoir comparer mes résultats avec ceux qu'on obtenu Conrad & Loch (2012), j'ai choisi d'utiliser les mêmes indicateurs macroéconomiques que ces derniers ont utilisés en plus d'en ajouter quelques un qui me semblent pertinents. Ainsi, mes données se divisent en deux grandes catégories : les données en lien avec l'état général des marchés boursiers et les données en lien avec la conjoncture économique américaine. Conrad & Loch avaient sélectionnées ces dernières en fonction de leur disponibilité dans le *Survey of Professional Forecasters*, une publication trimestrielle réalisée par la Réserve fédérale de Philadelphie. Ce sondage permet de recueillir l'opinion de différents prévisionnistes qui travaillent pour des banques d'affaires, des gestionnaires d'actifs, des centres de recherche universitaires et gouvernementaux ainsi qu'autres institutions publiques ou privées qui interviennent sur les marchés financiers.

#### **4.1.1 Données des marchés financiers**

Les données en lien avec l'état des marchés financiers ont été sélectionnées afin de représenter différentes classes d'actifs et parce que ces indicateurs sont parmi les plus suivis par les courtiers et investisseurs institutionnels. Ainsi, j'utilise pour mon analyse de la prime de risque de volatilité les rendements quotidiens du *S&P 500*, les prix du baril de pétrole en Amérique du Nord et en Europe (respectivement le *WTI* et le *Brent*), le prix de l'once d'or, le *TED Spread* (l'écart entre le taux interbancaire *LIBOR* et le taux des obligations à courte échéance du gouvernement américain), une mesure d'écart de crédit

(calculée comme étant la différence entre les taux d'intérêts des indices obligataires BAA et AAA de *Moody's*), l'écart de maturité (écart de rendement entre les obligations dix ans du gouvernement américain et le taux LIBOR à un mois), l'indice *SKEW*<sup>11</sup> et le ratio cours-bénéfices du *S&P 500*. À cela s'ajoutent des mesures spécifiques au marché des options qui proviennent de la base de données *Option Metrics*, c'est-à-dire le ratio du nombre d'options de vente sur le nombre d'options d'achat ainsi que le taux de croissance quotidien du nombre de positions ouvertes. Enfin, j'utilisent aussi les facteurs de risque de Fama & French (1993), c'est-à-dire la prime de risque de marché, le facteur *small-minus-big*, le facteur *high-minus-low* en plus du facteur *momentum* tel que calculé par Carhart (1997). Bien que ces données ne soient pas d'usage courant pour les courtiers et les investisseurs institutionnels, elles sont largement utilisées dans la recherche académique et il m'apparaît ainsi intéressant de les ajouter à mon analyse.

#### **4.1.2 Données de la conjoncture économique**

Les données macroéconomiques que j'utilise sont, tel que mentionné, les mêmes que celles utilisées par Conrad & Loch (2012). Les données qui permettent de décrire l'état actuel de l'économie sont le PIB réel, la production industrielle, le taux de chômage, le nombre de nouvelles mises en chantiers résidentielles et les profits après-taxes des entreprises. Suivant Conrad & Loch (2012), pour toutes ces variables, à l'exception du taux de chômage, j'ai calculé le taux de variation trimestriel annualisé. Pour le taux de chômage, j'utilise plutôt la première différence en niveau. Enfin, s'ajoute à cela l'indice des prix à consommation, pour lequel j'ai aussi calculé le taux de variation trimestriel annualisé.

Il est évident que j'aurais pu utiliser beaucoup d'autres variables macro-financières pour réaliser mon analyse de la prime de risque de volatilité. Je suis d'avis que celles que j'ai retenues permettent de couvrir adéquatement les marchés financiers en plus d'attester de l'état de l'économie.

---

<sup>11</sup> Cet indice est, comme le *VIX*, calculé à partir de prix d'options sur le *S&P 500*. Sa valeur fluctue en entre 100 et 150. À 100, cela indique que la distribution perçue des log-rendements du *S&P 500* est normale et donc que le risque d'évènement extrême est peu probable. Toute augmentation indique que les investisseurs croient que la « queue » de gauche devrait être plus épaisse.

## **5 Analyse empirique**

Cette section consiste en la présentation et l'analyse des résultats que j'ai obtenus suite à l'estimation des modèles présentés précédemment. Afin de faciliter l'interprétation et la comparaison, l'analyse est présentée par fréquence de variable, c'est-à-dire quotidienne, mensuelle et trimestrielle. Dans le même ordre d'idée, pour une fréquence donnée, le modèle estimé est le même (le nombre de retard utilisé est constant, peu importe la variable). Bien que certains résultats soient parfois contradictoires et que, pour plusieurs raisons, les résultats obtenus ne soient pas toujours facile à interpréter, j'ai tenterai de présenter dans la prochaine section une analyse cohérente de ceux-ci.

Dans un premier temps, il sera question d'une brève présentation des statistiques descriptives des variables macroéconomiques. Par la suite, s'en suivra, pour chaque variable macroéconomique, une comparaison des résultats obtenus entre les deux modèles ainsi que de leur interprétation. De plus, j'analyserai la relation entre indice de sauts de la volatilité et la prime de risque de volatilité en plus de présenter un modèle MIDAS multivarié. Enfin, je présenterai un test de robustesse de mes résultats. Pour ce faire, j'ai divisé mon échantillon de variables macroéconomiques en deux parties afin de vérifier si les relations que j'ai observées sont présentes dans chacune de celles-ci. Subséquemment, il sera question de l'évaluation du pouvoir explicatif de la variation de la prime de risque de volatilité des différentes variables macroéconomiques.

### **5.1 Statistiques descriptives**

Le tableau 5.1 présente différentes statistiques descriptives des variables macro-financières que j'ai utilisées lors de mon analyse. L'échantillon débute le 4 janvier 1990 (à l'exception des variables provenant du marché des options qui, faute de disponibilité des données, débutent le 4 janvier 1996) et se termine le 31 décembre 2010. De prime abord, on remarque que la variable d'intérêt de ce travail, la prime de risque de volatilité, est en moyenne négative et que sa distribution est fortement négativement asymétrique en plus de posséder des queues significativement plus épaisses que pour une distribution

normale. Ces résultats sont similaires à ceux que l'on retrouve dans la littérature, notamment Carr & Wu (2009) ainsi que Bollerslev & Todorov (2011). Tel que mentionné précédemment, la négativité de la prime de risque de volatilité s'explique par le fait que les investisseurs sont prêts à payer afin de posséder des actifs dont les rendements surperforment les rendements du marché en période de hausse de la volatilité systématique. Une prime négative signifie donc une diminution de rendement et il est possible de la voir comme étant le coût d'une telle assurance. Dans mon échantillon de 5227 observations de la prime de risque de volatilité, celle-ci est positive 1109, soit 21,2% du temps. Lorsque la prime de risque de volatilité est positive, sa valeur moyenne est de 0,003. Ceci est très faible en comparaison de la valeur moyenne de la prime de risque de volatilité pour l'échantillon en entier (i.e. -0,022) et peu significatif économiquement, ce qui laisse croire qu'il pourrait s'agir, en partie, d'erreurs de mesure. Toujours à propos des valeurs positives de la prime de risque de volatilité, Fournier (2014) mentionne à cet effet qu'il est possible d'expliquer les variations anormales de celle-ci par les gains et pertes d'un portefeuille delta-neutre d'options (voir Bakshi & Kapadia (2003)). En effet, l'auteur démontre que lors de la crise financière de 2007-2008, les rendements de portefeuilles delta-neutre d'options ont fluctué de pair avec la prime de risque de volatilité. De plus, Fournier (2014) introduit le concept de risque d'inventaire (du point de vue des *market-makers*) afin de mieux comprendre les variations de la prime de risque de volatilité. Lorsque ceux-ci ont des positions à découvert (i.e. ils ont vendus des options), une hausse de la volatilité systématique fait diminuer la valeur de leur inventaire. Inversement, lorsqu'ils ont des positions longues (i.e. ils ont acheté des options), la valeur de leur portefeuille augmente lorsque la volatilité systématique augmente. Selon cette logique, lorsque la valeur en agrégée des portefeuilles de ces intermédiaires est positives (i.e. positions nettes longues), la prime de risque de volatilité devrait être positive. Il est aussi important de rappeler que Todorov (2009) a démontré l'importance des sauts de discontinuité de la volatilité dans la détermination de la valeur de la prime de risque de volatilité. En outre, ces valeurs positives peuvent être attribuées à une très faible aversion pour le risque des investisseurs qui ferait en sorte qu'ils ne seraient pas disposés à se prémunir face à une augmentation de la volatilité systématique lors de certaines périodes. Par ailleurs, la volonté des investisseurs de payer cette prime peut être interprétée comme étant une approximation de leur aversion au risque qui

augmente à mesure que ceux-ci anticipent une augmentation de la volatilité des prix des actifs.

Tableau 5.1 : Statistiques descriptives des variables macro-financières

Variable	Fréquence	Nbs	Min	Max	Moyenne	Écart-type	Skew	Kurto excédentaire
<b>VRP</b>	Quotidienne	5227	-0,451	0,014	-0,022	0,035	-4,180	25,772
<b>Δ Brent</b>	Quotidienne	5215	-0,303	0,189	0,000	0,024	-0,313	-0,003
<b>Δ WTI</b>	Quotidienne	5115	-0,334	0,208	0,000	0,025	-0,369	1,736
<b>Δ MKTRF</b>	Quotidienne	5065	-0,090	0,098	0,000	0,011	-0,211	3,744
<b>Δ SMB</b>	Quotidienne	5065	-0,046	0,043	0,000	0,006	-0,316	0,926
<b>Δ HML</b>	Quotidienne	5065	-0,049	0,040	0,000	0,006	0,124	4,383
<b>Δ UMD</b>	Quotidienne	5065	-0,083	0,070	0,000	0,009	-0,988	6,279
<b>Écart TED</b>	Quotidienne	4883	-0,500	1,100	0,006	0,102	1,423	12,907
<b>Écart de crédit</b>	Quotidienne	5065	0,430	3,500	0,951	0,433	3,186	2,859
<b>Écart de maturité</b>	Quotidienne	5051	-1,633	3,780	1,380	1,373	-0,040	-4,250
<b>Δ Positions ouvertes - Options</b>	Quotidienne	3607	-0,540	1,733	0,004	0,079	1,081	25,114
<b>Ratio Put/Call</b>	Quotidienne	3610	0,665	2,382	1,494	0,296	0,114	-3,345
<b>Ratio Cours/Bénéfices</b>	Quotidienne	5065	10,463	30,721	20,330	4,328	0,413	-1,472
<b>Δ S&amp;P 500</b>	Mensuelle	252	-0,169	0,112	0,006	0,044	-0,627	-1,713
<b>Indice SKEW</b>	Mensuelle	249	0,105	0,137	0,116	0,005	0,589	-3,783
<b>Δ Prix à la consommation</b>	Mensuelle	252	-0,018	0,014	0,002	0,003	-1,508	5,588
<b>Δ Production Industrielle</b>	Mensuelle	252	-0,151	0,088	0,019	0,044	-1,727	-0,885
<b>Δ Taux de chômage</b>	Mensuelle	301	-1,400	4,000	0,065	0,989	1,835	0,015
<b>Δ Nouvelles mises en chantier</b>	Mensuelle	252	-0,176	0,240	-0,001	0,070	-0,134	-2,394
<b>Δ Déflateur du PIB</b>	Trimestrielle	84	0,007	0,048	0,025	0,009	0,476	-2,558
<b>Δ Croissance du PIB</b>	Trimestrielle	84	-0,082	0,078	0,019	0,026	-1,174	1,285
<b>Δ Profits corporatifs avant taxes</b>	Trimestrielle	84	-0,435	0,555	0,027	0,093	0,784	15,642
<b>Δ Or</b>	Trimestrielle	84	-0,102	0,176	0,017	0,058	0,872	-2,475

*Note : Les acronymes VRP, MKTRF, SMB, HML et UMD désignent respectivement la prime de risque de volatilité, la prime de risque de marché, le facteur small-minus-big, le facteur high-minus-low et le facteur momentum. L'écart TED est défini comme étant l'écart de taux d'intérêt entre le LIBOR et les T-bills américains. L'écart de crédit est la différence entre les taux d'intérêts des indices obligataires BAA et AAA de Moody's. L'écart de maturité correspond à l'écart des taux d'intérêts des obligations à longue échéance et ceux des obligations à courte échéance. Δ indique que la série est en rendement, autrement la série est en niveau.*

En ce qui concerne les variables macroéconomiques, force est de constater qu'elles possèdent, pour la plupart, des distributions beaucoup plus proches d'une distribution normale que la prime de risque de volatilité si on compare leur coefficient d'asymétrie ainsi que leur kurtosis excédentaire. Il est notamment à noter que les écarts de crédit

corporatifs ont une distribution très positivement asymétrique et que la variation quotidienne du nombre de positions ouvertes pour les options sur le *S&P 500* possède une distribution ayant des queues très épaisses.

## 5.2 Variables à fréquence quotidienne

Tel que mentionné dans la section 3, les régressions MIDAS permettent de diminuer le nombre de paramètres à estimer, d'où l'intérêt de les utiliser malgré le fait qu'il n'y ait pas de disparité entre la fréquence de mes variables explicatives quotidiennes et ma variable d'intérêt. Les variables macroéconomiques à fréquence quotidienne que j'ai utilisées pour les régressions sont les suivantes : le rendement quotidien en pourcentage du cours au comptant du baril de pétrole (*Brent* et *WTI*), les facteurs Fama-French ainsi que le facteur *momentum*, l'écart *TED*, le cours de l'or, l'écart de crédit corporatif, l'écart de maturité, la variation quotidienne en pourcentage du nombre de positions ouvertes pour les options sur le *S&P 500*, le ratio *put-call* ainsi que le ratio cours-bénéfices. Pour chaque régression MIDAS que j'ai effectuée avec une de ces variables, j'ai utilisé le même nombre de retards, c'est-à-dire 60, soit l'équivalent d'environ trois mois (en jours ouvrables). Bien qu'arbitraire, ce choix du nombre de retards est, à mon avis, adéquat. En effet, non seulement ceci permet de couvrir une période de temps suffisamment longue afin de permettre aux régressions MIDAS d'extraire l'information contenue dans ces données, mais les résultats que j'obtiens confirment que la majorité des variables macroéconomiques, seuls les retards les plus récents sont pertinents. Les deux tableaux suivants présentent les résultats des régressions.

Tableau 5.2 : Régression avec fonction de densité bêta normalisée contrainte

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
$\Delta$ Brent	-0,018 (-46,396)	0,444 (5,989)	1,014 (63,096)	7,449 (5,200)	0,010
$\Delta$ WTI	-0,018 (-46,218)	0,361 (4,808)	1,014 (59,597)	8,263 (4,637)	0,006
$\Delta$ MKTRF	-0,019 (-58,468)	9,090 (32,929)	0,993 (365,962)	1,992 (20,939)	0,275
$\Delta$ SMB	-0,018 (-46,542)	3,885 (10,275)	0,994 (83,429)	2,275 (7,723)	0,027
$\Delta$ HML	-0,018 (-45,935)	0,256 (2,178)	24,373 (6,627)	300,000 (31,514)	0,001
$\Delta$ UMD	-0,016	-3,820	0,985	1,636	0,038

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
	(-38,101)	(-12,275)	(111,054)	(9,618)	
<b>Écart TED</b>	-0,016	-0,232	3,465	8,406	0,016
	(-35,992)	(-7,658)	(3,143)	(3,376)	
<b>Écart de crédit</b>	0,026	-0,050	0,357	5,022	0,245
	(22,041)	(-38,943)	(0,005)	(0,001)	
<b>Écart de maturité</b>	-0,022	0,003	49,280	300,000	0,031
	(-42,284)	(12,159)	(1,397)	(0,994)	
<b>Δ Positions ouvertes – Options</b>	-0,022	-0,396	1,843	5,336	0,013
	(-37,299)	(-5,145)	(4,163)	(2,619)	
<b>Ratio Put/Call</b>	-0,079	0,038	0,395	5,021	0,167
	(-34,345)	(24,922)	(0,004)	(0,0005)	
<b>Ratio Cours/Bénéfices</b>	0,003	-0,001	54,914	2,751	0,026
	(1,709)	(-11,169)	(0,270)	(0,249)	

Note : Cette table présente les paramètres des régressions univariées de la prime de risque de volatilité en niveau sur les variables dans la colonne de gauche. Les nombres entre parenthèses sont les statistiques t des différents paramètres estimés. Les  $R^2$  indiqués sont les  $R^2$  ajustés. Le modèle utilisé ici est le même qu'à l'équation 6, c'est-à-dire :  $VRP_{t+1} = \mu + \beta_1 \sum_{j=0}^{N_Q-1} \left( \frac{x_i^{\theta_1-1} (1-x_i)^{\theta_2-1}}{\sum_{i=1}^N x_i^{\theta_1-1} (1-x_i)^{\theta_2-1}} \right) X_{N_Q-j,t}^M + \varepsilon_{t+1}$ . Pour chaque variable, j'utilise 60 retards.

Tableau 5.3 : Régression avec polynôme exponentiel normalisé d'Amon

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
<b>Δ Brent</b>	-0,018	0,475	0,143	-0,013	0,011
	(-46,482)	(6,660)	(1,352)	(-2,142)	
<b>Δ WTI</b>	-0,018	0,408	0,173	-0,016	0,008
	(-46,289)	(5,420)	(1,329)	(-1,954)	
<b>Δ MKTRF</b>	-0,020	9,401	-0,034	5,270E^-5	0,279
	(-58,887)	(34,939)	(-5,996)	(0,450)	
<b>Δ SMB</b>	-0,018	3,839	0,004	-0,001	0,026
	(-46,527)	(10,037)	(0,155)	(-1,609)	
<b>Δ HML</b>	-0,018	-0,124	2,702	-0,890	3,654E^-4
	(-45,770)	(-1,233)	(0,359)	(-0,400)	
<b>Δ UMD</b>	-0,016	-3,930	-0,031	1,170E^-4	0,039
	(-37,862)	(-12,403)	(-1,962)	(0,406)	
<b>Écart TED</b>	-0,016	-0,250	0,225	-0,007	0,017
	(-35,591)	(-8,159)	(2,879)	(-3,311)	
<b>Écart de crédit</b>	0,026	-0,050	-11,098	-9,778	0,245
	(21,767)	(-39,042)	(-3,022)	(-5,118)	
<b>Écart de maturité</b>	-0,022	0,003	68,299	-3,503	0,031
	(-42,664)	(12,159)	(84,977)	(4,861)	
<b>Δ Positions ouvertes – Options</b>	-0,022	-0,398	0,131	-0,005	0,014
	(-38,170)	(-5,811)	(2,127)	(-2,319)	
<b>Ratio Put/Call</b>	-0,079	0,038	-5,830	-2,824	0,167
	(-34,084)	(-25,256)	(-0,438)	(-0,249)	
<b>Ratio Cours/Bénéfices</b>	0,003	-0,001	8,853	5,394	0,026
	(1,554)	(-10,829)	(3,673)	(7,785)	

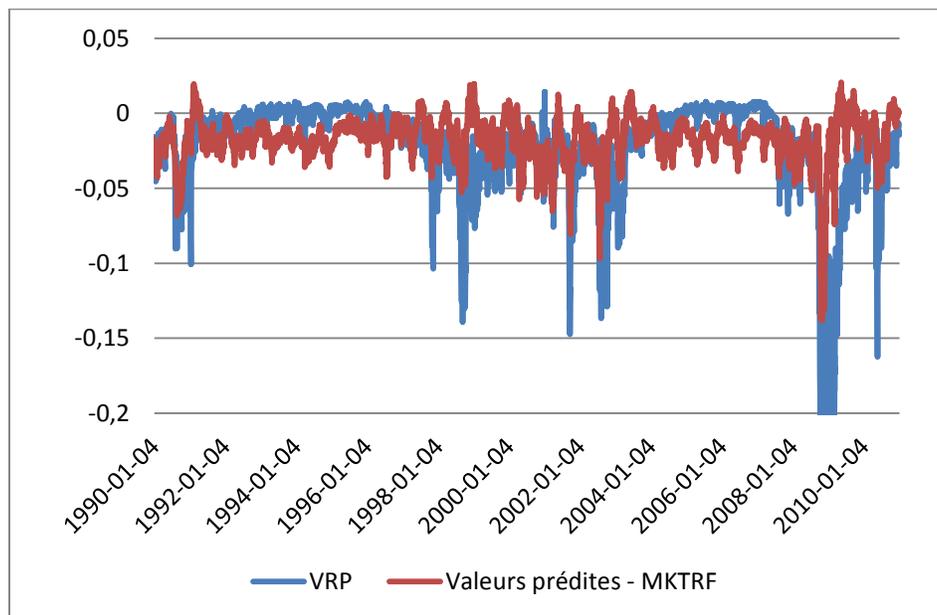
Note : Cette table rapporte les résultats des régressions univariées de la prime de risque de volatilité en niveau sur les variables dans la colonne de gauche comme dans le tableau 5.2, à l'exception du polynôme qui est différent. Les nombres entre parenthèses sont les statistiques t des différents paramètres estimés. Le modèle de régression est donc le suivant :  $VRP_{t+1} = \mu + \beta_1 \sum_{j=0}^{N_Q-1} \left( \frac{e^{\theta_1 i + \theta_2 i^2}}{\sum_{i=1}^N e^{\theta_1 i + \theta_2 i^2}} \right) X_{N_Q-j,t}^M + \varepsilon_{t+1}$ . Pour chaque variable, j'utilise 60 retards.

On remarque premièrement que pour toutes les variables, les résultats que j'obtiens sont statistiquement significatifs pour ce qui est du coefficient  $\beta_1$  qui représente la pente associée aux retards pondérés de la variable explicative (coefficient MIDAS). Toutefois, ce coefficient ne peut être interprété comme lors d'une régression « usuelle » par moindres carrés où l'on suppose une relation de cause à effet directe. Ainsi, au-delà de la significativité du coefficient, il est particulièrement intéressant de noter son signe puisque cela nous permet de déterminer de quelle façon la prime de risque de volatilité est reliée à la variable macroéconomique en question. En outre, le signe du coefficient MIDAS nous permet de vérifier si les relations statistiques obtenues suite aux régressions concordent avec la relation attendue et prédite par la théorie économique.

Afin de synthétiser mon analyse, je n'ai conservé dans cette section que les variables pour lesquelles les résultats sont les plus intéressants. Les analyses pour les autres variables macroéconomiques se trouvent en annexe.

### Facteurs Fama-French

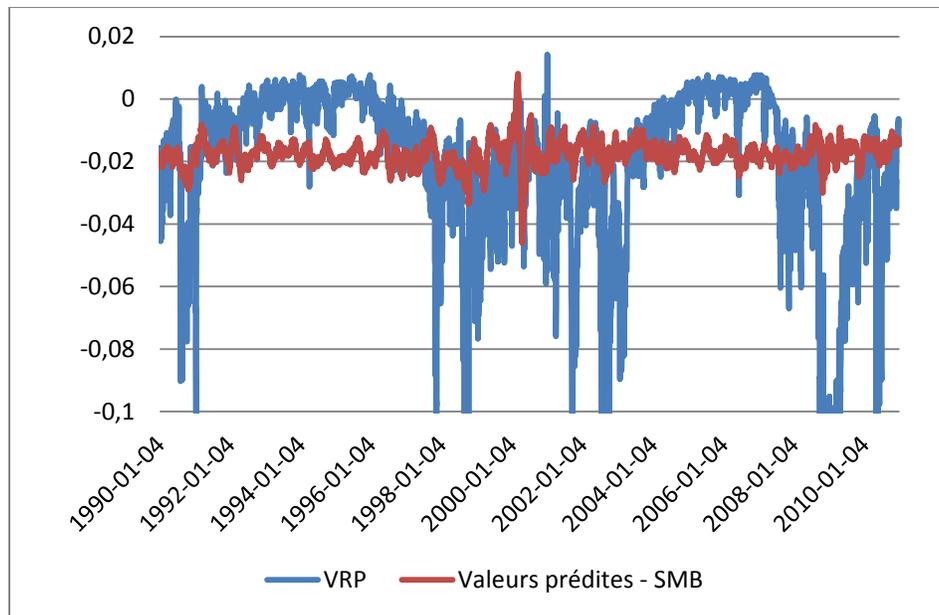
Figure 5.1 : Valeurs prédites de la VRP par la prime de risque de marché



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,2 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Les résultats que j'ai obtenus permettent de constater qu'il existe une relation positive et significative entre la prime de risque de volatilité et les facteurs de Fama-French. Pour le premier facteur, c'est-à-dire la prime de risque de marché (calculée comme étant le rendement anticipé des actifs risqués moins le rendement de l'actif sans risque), il est cohérent d'obtenir un tel résultat. Si, pour une quelconque raison, les investisseurs anticipent que les rendements des actifs risqués vont augmenter (i.e. la prime de risque diminue), c'est que leur aversion pour le risque diminue aussi (i.e. la prime de risque de volatilité sera plus petite en absolu). Contrairement aux variations du prix du pétrole (cf. annexe), la figure 5.1 nous permet de constater que la relation statistique entre prime de risque de marché et la prime de risque de volatilité est économiquement significative. En effet, il s'agit d'un des meilleurs résultats obtenus dans mon analyse. Malgré le fait que les valeurs prédites ne fluctuent pas avec la même amplitude que la prime de risque de volatilité, on remarque que celles-ci varient tout de même dans le même sens que cette dernière.

Figure 5.2 : Valeurs prédites de la VRP par le facteur *SMB*

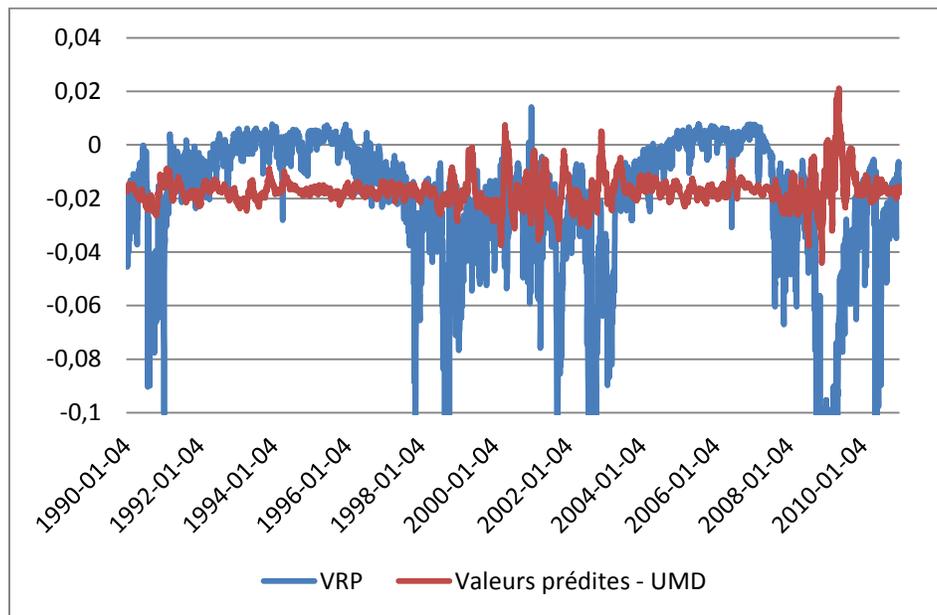


*Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.*

Pour les facteurs *SMB* et *HML*, avant de faire une interprétation du coefficient obtenu, il est pertinent de se rafraichir la mémoire quant à la façon dont ceux-ci sont construits. Le

facteur *SMB* (pour *small-minus-big*) est la différence entre le rendement moyen de trois portefeuilles comprenant des titres à petites capitalisations boursières et le rendement moyen de trois portefeuilles comprenant des titres ayant des grandes capitalisations boursières. Les titres à petite capitalisation, pour différentes raisons, sont généralement perçus comme étant plus risqués. Ainsi, il est logique de constater qu'une augmentation du facteur *SMB* soit associée à une réduction de la prime de risque de volatilité et de l'aversion pour le risque, puisque si ce facteur augmente, c'est que la demande des investisseurs pour les titres à petites capitalisations est plus grande et donc que leur aversion pour le risque est plus faible. Cependant, comme pour les variations du prix du pétrole, la figure 5.2 nous indique que la relation entre la prime de risque de volatilité et le facteur *SMB* est peu significative économiquement, les valeurs prédites étant loin des valeurs réelles en plus de ne pas fluctuer dans le bons sens.

Figure 5.3 : Valeurs prédites de la VRP par le facteur *Momentum*



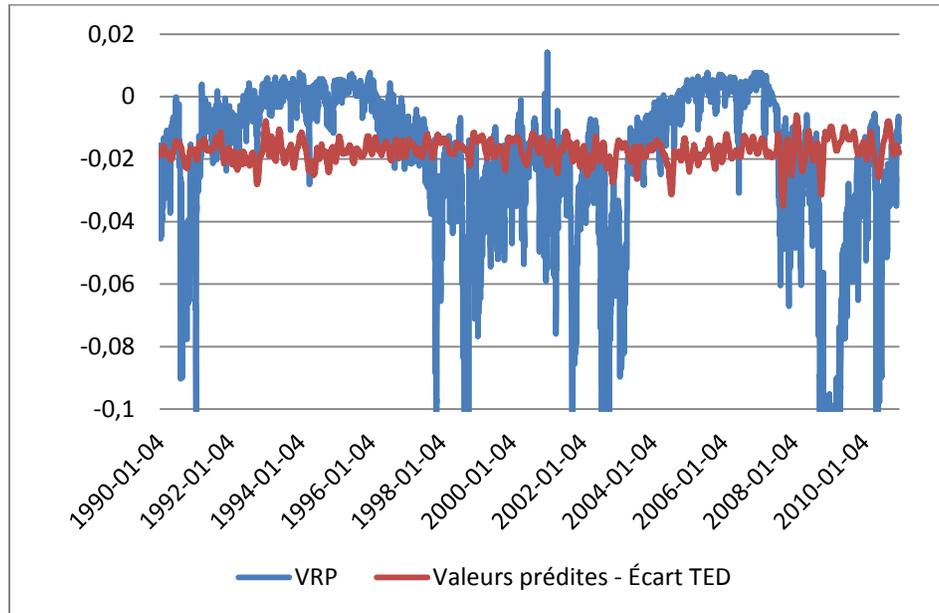
*Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.*

Avant d'interpréter le signe du coefficient obtenu pour le facteur *momentum*, il est préférable de s'attarder à la construction de celui-ci. À l'instar des facteurs de Fama-French, il est composé de différents portefeuilles d'entreprises, mais cette fois sur la base de leurs rendements lors des 12 derniers mois. Ce facteur cherche à capturer un

phénomène observé en finance comportementale où les investisseurs tendent à acheter les titres qui ont bien performé récemment et vendre ceux qui ont mal performé dans les derniers mois. Le facteur *momentum* constitue la différence entre le rendement moyen d'un portefeuille composé des titres ayant le mieux performé et le rendement moyen d'un portefeuille composé de titres ayant le moins bien performé. Il est possible d'interpréter une augmentation du facteur *momentum* comme étant le signe d'une polarisation dans les opinions des investisseurs, où les tendances dans les prix des actifs sont plus marquées (les titres ayant surperformé vont continuer à surperformer et les titres ayant sous-performé vont continuer à sous-performer). Dans cet ordre d'idées, lorsque ce facteur augmente, la probabilité de se trouver dans une bulle spéculative est plus grande, ce qui devrait faire augmenter l'aversion pour le risque des investisseurs. C'est donc dans ce sens que j'interprète la relation significativement négative entre la prime de risque de volatilité et le facteur *momentum* que j'ai obtenue avec les deux modèles de régression. Par contre, il est aussi possible que les bulles spéculatives n'apparaissent que lorsque l'aversion pour le risque des investisseurs diminue, une interprétation qui va à l'encontre du résultat que j'ai obtenus. Par ailleurs, la figure 5.3 permet de constater que la relation a une certaine portée économique, quoique pas aussi grande que celle observée pour la prime de risque de marché. Tout de même, les valeurs de la prime de risque de volatilité prédites par le facteur *momentum* arrivent parfois à prévoir le sens de la variation de la prime, mais restent pour la plupart du temps loin des valeurs réelles.

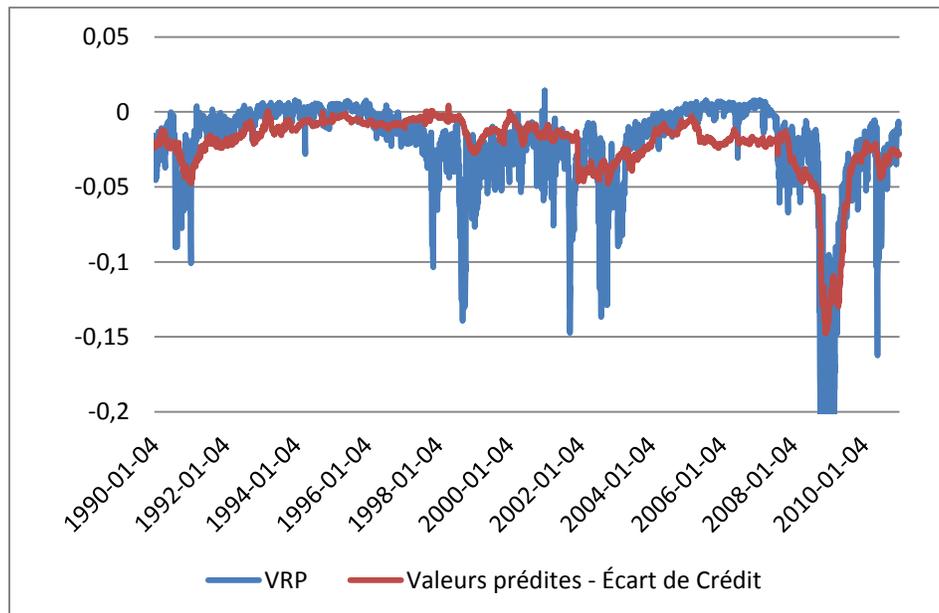
## Variables du marché obligataire

Figure 5.4 : Valeurs prédites de la VRP par l'écart TED



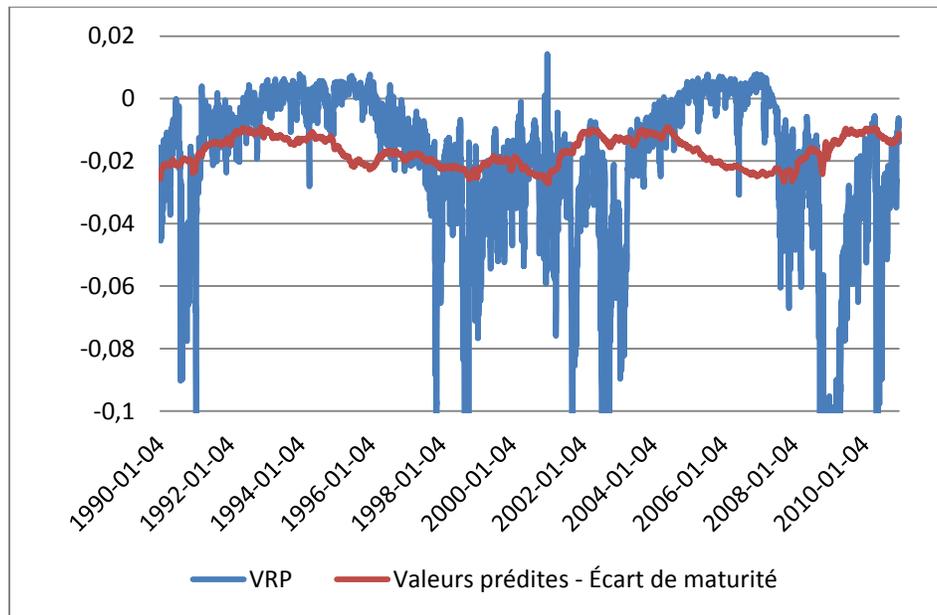
Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Figure 5.5 : Valeurs prédites de la VRP par l'écart de crédit



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,2 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Figure 5.6 : Valeurs prédites de la VRP par l'écart de maturité



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Pour ce qui est des variables macroéconomiques en lien avec le marché obligataire et les taux d'intérêt, les coefficients obtenus pour l'écart *TED* et pour l'écart de crédit corporatif sont en ligne avec ce qui était attendu. En effet, comme ces deux variables sont des mesures de l'état de la conjoncture économique, il est intuitif de constater que lorsque ceux-ci augmentent, parce que les investisseurs ont la perception que le risque de défaut est plus grand en raison d'une détérioration des conditions économiques, la prime de risque de volatilité et l'aversion pour le risque augmentent (i.e. la prime de risque de volatilité devient plus négative). Pour ce qui est de l'écart de maturité, les deux régressions indiquent qu'il existe une relation positive et statistiquement significative entre cette variable et la prime de risque de volatilité. Des études<sup>12</sup> ont démontré que l'écart de maturité peut s'avérer efficace afin de prédire les changements dans le niveau d'activité économique, notamment l'inflation, la production industrielle et les récessions de six mois à un an à l'avance. Ceci est analogue au phénomène d'inversion de la courbe des taux d'intérêts qui a par le passé souvent signalé les récessions. Ainsi, il était attendu

<sup>12</sup> Voir, par exemple, Wheelock D., Wohar M. Can the Term Spread Predict Output Growth and Recessions? A survey of the Litterature. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, September/October 2009, 91(5, Part 1), pp. 419-40

qu'un élargissement de l'écart de maturité soit associé à une diminution de l'aversion pour le risque des investisseurs et donc une relation positive avec la prime de risque de volatilité. Par ailleurs, pour ce qui est de l'écart *TED*, force est d'admettre que, en regardant la figure 5.4, la relation entre ce dernier et la prime de risque de volatilité n'a que très peu de portée économique. En effet, les valeurs prédites sont plus souvent qu'autrement très loin des valeurs réelles et ne fluctuent pas dans le même sens que ces derniers. Le constat est toutefois très différent pour ce qui est de l'écart de crédit. Il s'agit en fait d'un des meilleurs résultats que j'ai obtenu, cette variable permettant de prévoir les tendances de long terme de la prime de risque de volatilité, comme on peut l'observer sur la figure 5.5. Enfin, pour ce qui est de l'écart de maturité, le constat est un peu plus positif, mais semblable à celui de l'écart *TED*.

### 5.3 Variables à fréquence mensuelle

Afin de pouvoir travailler avec des séries moins bruitées, j'ai choisi de calculer la variation mensuelle en niveau d'une série plutôt que son rendement lorsqu'une évaluation visuelle de la série me portait à croire qu'elle était trop bruitée. Il est à noter que toutes les données macroéconomiques utilisées dont il est question dans cette section concernent le marché américain. Comme pour les variables quotidiennes, j'utilise le même nombre de retards pour chaque régression avec une variable mensuelle, dans ce cas-ci 36. Les variables macroéconomiques à fréquence mensuelle que j'ai utilisées sont les mêmes que celles choisies par Conrad & Loch (2012) en plus de quelques-unes qui me semblaient pertinentes d'ajouter. Il s'agit des rendements mensuels de l'indice *S&P 500*, du niveau de l'indice *SKEW*, de la croissance mensuelle de l'indice des prix à la consommation, de la croissance mensuelle de la production industrielle, de la variation en niveau du taux de chômage *U-3* ainsi que de la croissance mensuelle du nombre de nouvelles mises en chantier résidentielles. Les deux tableaux suivants présentent les résultats des régressions.

Tableau 5.4 : Régression avec fonction de densité bêta normalisée contrainte

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
<b><math>\Delta</math> S&amp;P 500</b>	-0,022 (-54,610)	0,706 (24,117)	0,994 (392,447)	9,063 (13,199)	0,171
<b>Indice SKEW</b>	-0,137	1,026	1,005	19,927	0,021

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
	(-9,835)	(8,553)	(50,543)	(2,626)	
<b>Δ Prix à la consommation</b>	-0,022	1,790	0,363	4,999	0,027
	(-40,932)	(11,298)	(0,003)	(2,626)	
<b>Δ Production Industrielle</b>	-0,022	2,179	3,865	80,966	0,129
	(-52,943)	(21,687)	(4,056)	(3,922)	
<b>Δ Taux de chômage</b>	-0,019	-0,018	1E^-9	5,033	0,181
	(-49,014)	(-29,298)	(0,406)	(0,001)	
<b>Δ Nouvelles mises en chantier</b>	-0,020	1,232	2,534	1,500	0,115
	(-53,528)	(24,268)	(10,551)	(14,010)	

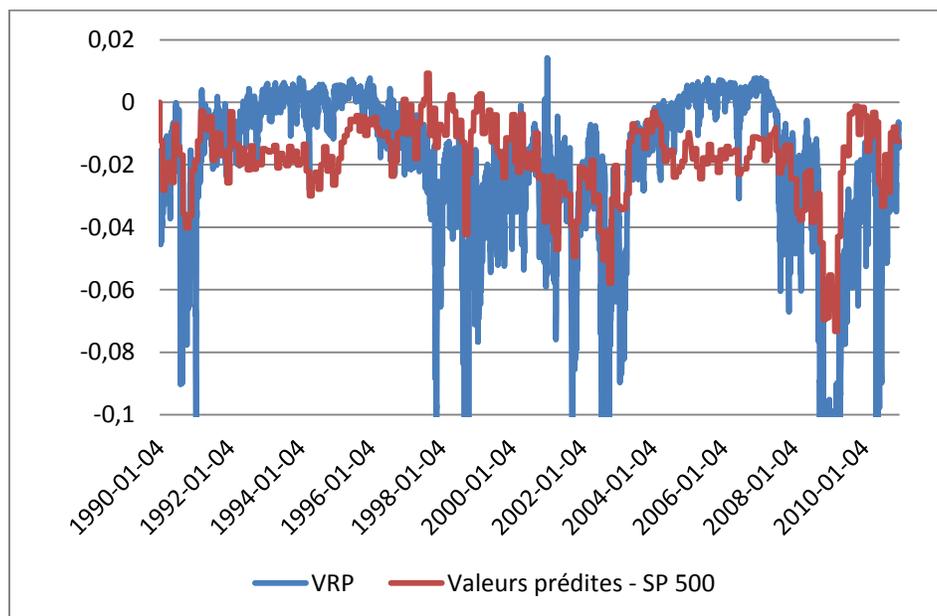
Note : Pour toutes la variables sauf la variation de l'indice SKEW et la variation du taux de chômage, il s'agit de variations mensuelles en pourcentage. Pour le taux de chômage, il s'agit plutôt de variation en niveaux. Pour l'indice il s'agit simplement de la série en niveaux (l'échelle a cependant été modifiée, le niveau étant divisé par 1000).

Tableau 5.5 : Régression avec polynôme exponentiel normalisé d'Almon

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
<b>Δ S&amp;P 500</b>	-0,022	0,693	-0,225	-0,008	0,170
	(-54,544)	(24,014)	(-4,905)	(-1,604)	
<b>Indice SKEW</b>	-0,137	1,028	-0,287	-0,035	0,021
	(-9,824)	(8,546)	(-0,595)	(-0,488)	
<b>Δ Prix à la consommation</b>	-0,027	3,718	-3,077	0,083	0,050
	(-38,374)	(15,662)	(-572,407)	(574,368)	
<b>Δ Production Industrielle</b>	-0,022	2,119	6,006	-1,283	0,127
	(-53,886)	(22,759)	(6,997)	(-7,208)	
<b>Δ Taux de chômage</b>	-0,019	-0,0185	-2,017	-0,044	0,181
	(-49,014)	(-29,298)	(-2,447)	(0,974)	
<b>Δ Nouvelles mises en chantier</b>	-0,020	1,239	0,245	-0,005	0,112
	(-53,127)	(23,684)	(5,924)	(-5,747)	

## Indice S&P 500

Figure 5.7 : Valeurs prédites de la VRP par l'indice S&P 500

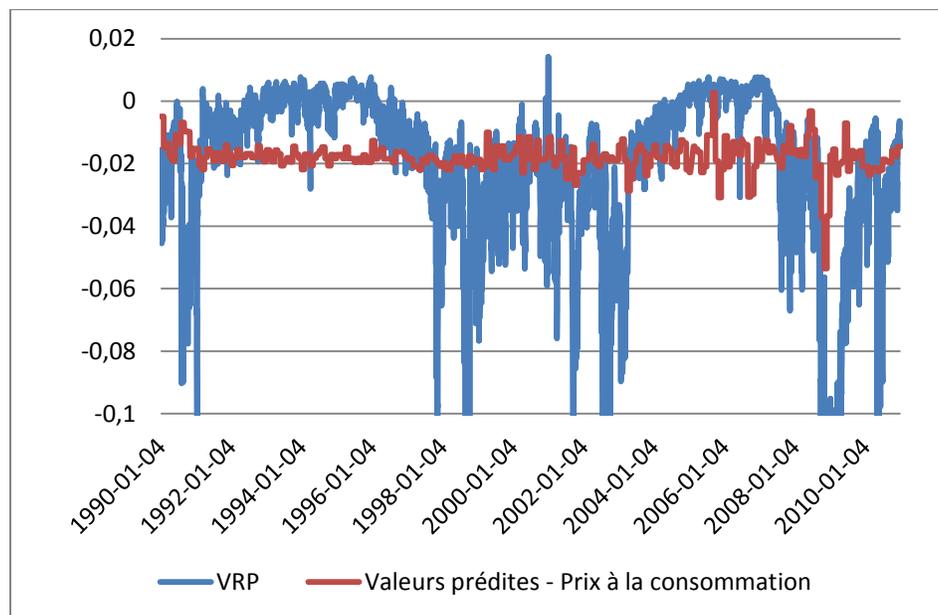


Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Les régressions MIDAS indiquent que la relation entre la prime de risque de volatilité et l'indice *S&P 500* est conforme à ce qui était attendu. En effet, celles-ci montrent que plus les rendements de l'indice *S&P 500* sont positifs, moins la prime de risque de volatilité est grande. La relation observée est statistiquement significative pour les deux régressions. Ceci est conforme à la logique acceptée par les marchés financiers, puisqu'il est admis que lorsque les rendements des actifs risqués sont positifs, la volatilité réalisée est moindre et que celle-ci augmente rapidement en période crise. Par conséquent, une variation positive de l'indice *S&P 500* contribue à diminuer la prime de risque de volatilité. De plus, la figure 5.7 permet de constater que la relation entre les deux variables est économiquement significative. On remarque notamment que les valeurs prédites par l'indice *S&P 500* permettent de déceler certaines tendances de long terme de la prime de risque de volatilité. Cependant, ces valeurs prédites sont en général bien loin des valeurs réelles de la prime.

### Indice des prix à la consommation

Figure 5.8 : Valeurs prédites de la VRP par l'indice des prix à la consommation

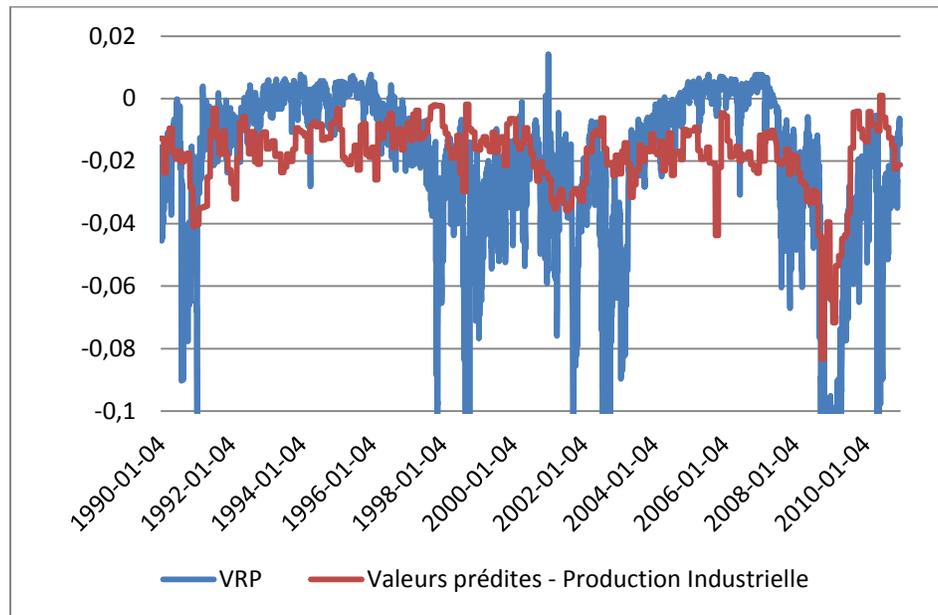


Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Passons maintenant aux variables qui sont propres à l'état de l'économie, en commençant par la croissance des prix à la consommation. Les données que j'ai utilisées n'ont pas été annualisées et concernent l'ensemble des biens et services. Les deux régressions ont permis d'obtenir des résultats statistiquement significatifs et indiquent qu'une augmentation de l'inflation est liée à une diminution de la prime de risque de volatilité. Il est intéressant d'obtenir un tel résultat, bien que ce dernier n'ait pas nécessairement été attendu. Les acteurs des marchés financiers suivent toujours de près chaque nouvelle publication de la croissance des prix à la consommation afin de jauger l'état de l'économie et prévoir les actions futures de la banque centrale. Une inflation à la baisse est mal perçue, puisque ceci indique souvent que l'activité économique est en ralentissement et augmente la probabilité que la banque centrale adopte une politique monétaire expansionniste en diminuant ou en gardant le taux interbancaire bas. Il s'en suit généralement une vente des actifs risqués pour financer l'achat d'obligations gouvernementales, ce qui peut faire augmenter la volatilité de façon momentanée. Dans cet ordre d'idées, il n'est pas étonnant que les régressions MIDAS pointent vers une relation positive entre l'inflation et la prime de risque de volatilité. La significativité économique de cette relation est toutefois faible, comme l'indique la figure 5.8. Les valeurs prédites de la prime de risque de volatilité sont pratiquement constantes, ce qui est bien sûr non souhaitable et ainsi ne permettent pas de déceler les tendances et les changements de long terme de celle-ci.

## Production industrielle

Figure 5.9: Valeurs prédites de la VRP par la production industrielle

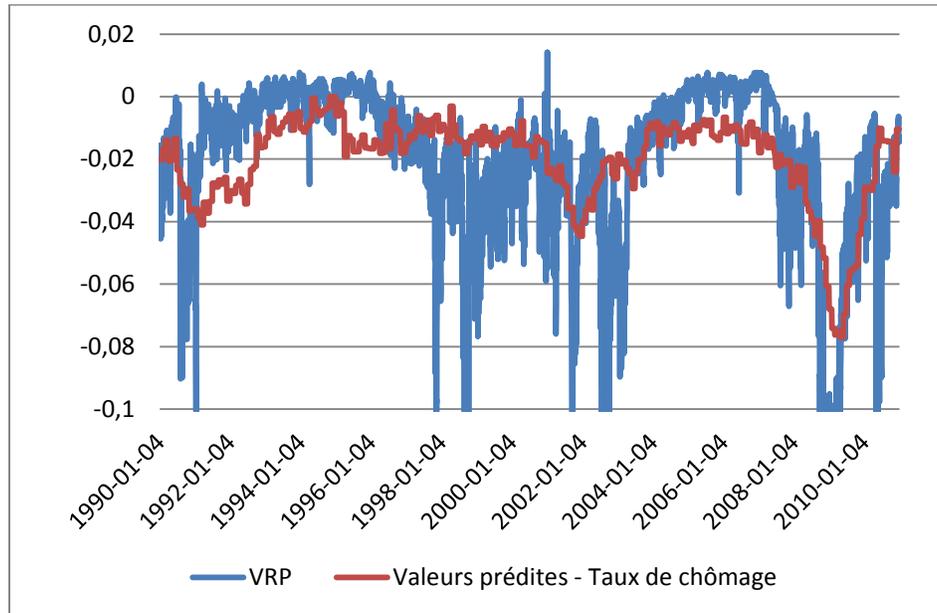


*Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.*

Pour ce qui est de la croissance annuelle de la production industrielle, les deux régressions indiquent une relation positive, conformément à ce qui était attendu. En effet, l'interprétation est intuitive puisque la croissance de la production industrielle est, comme pour l'inflation, une mesure de l'état de l'économie qui est attentivement suivie par les investisseurs et dont la croissance est un signe positif. Lorsqu'il y a croissance de la production industrielle, c'est signe que l'économie se porte bien et que les profits des entreprises devraient atteindre ou dépasser les attentes des analystes, ce qui contribue à faire augmenter le prix des actifs risqués. Par conséquent, il est cohérent d'observer que la croissance de la productivité industrielle soit en lien avec une diminution en absolu de la prime de risque de volatilité (i.e. elle devient moins négative). De plus, comme on peut le constater sur la figure 5.9, cette relation est économiquement significative. Les valeurs prédites par la variation de la production industrielle permettent de déceler certaines des tendances de long terme de la prime de risque de volatilité. Cependant, elles ne fluctuent pas avec la même amplitude que les valeurs réelles.

## Taux de chômage

Figure 5.10 : Valeurs prédites de la VRP par le taux de chômage



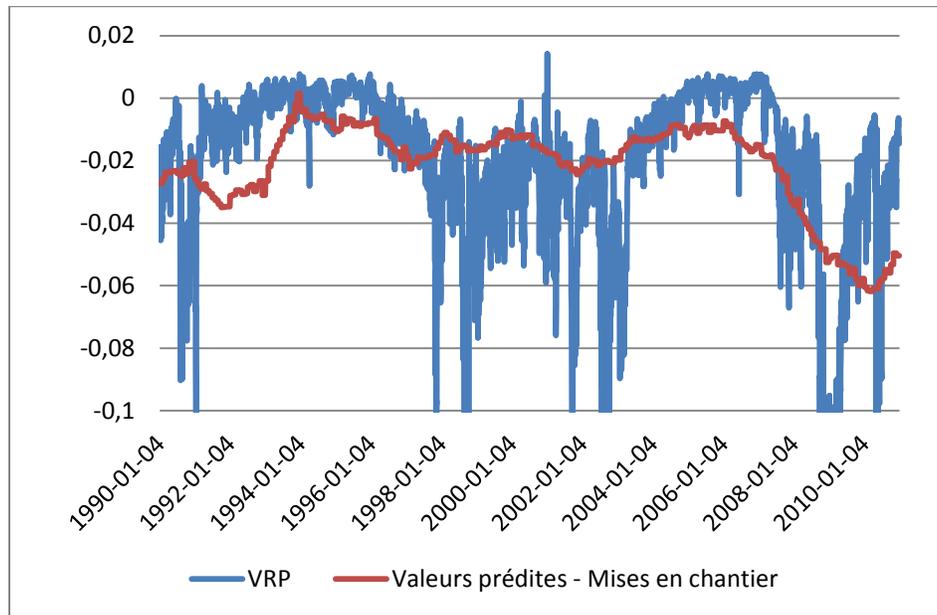
*Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.*

Sans doute un des indicateurs économiques parmi les plus importants, le taux de chômage est celui qui fait le plus réagir les marchés financiers. Puisque le plein emploi constitue l'un des objectifs de la Réserve fédérale et que la consommation représente la plus grande composante du PIB américain, les investisseurs s'intéressent de près au niveau du taux de chômage. Pour mon analyse, j'ai choisi d'utiliser la variation en niveau de ce dernier, puisque c'est la tendance du taux de chômage qui fait bouger les marchés financiers. Les régressions indiquent qu'il existe une relation négative entre la variation du taux de chômage et la prime de risque de volatilité, tel qu'il était attendu. Le taux de chômage est un indicateur retardé de la conjoncture économique puisque sa publication n'est pas contemporaine. Il permet de juger si la politique monétaire et la politique fiscale remplissent leur rôle adéquatement et renforce la confiance des investisseurs. La relation négative observée est donc tout à fait cohérente avec la théorie économique. De plus, sa portée économique est très intéressante, parmi les meilleures relations obtenues lors de mon analyse. On remarque sur la figure 5.10 que les tendances de long terme de la prime de risque de volatilité sont bien prédites par la variation mensuelle du taux de chômage. Encore une fois, comme pour la plupart des variables explicatives, les valeurs prédites

demeurent tout de même assez loin des valeurs réelles de la prime, un résultat qui était cependant attendu compte tenu que je tente d'expliquer une variable hautement volatile à l'aide d'un lissage de données historiques.

### Nouvelles mises en chantier

Figure 5.11 : Valeurs prédites de la VRP par les nouvelles mises en chantier



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Enfin, j'ai inclus dans mon analyse un indicateur propre au secteur de la construction. Le nombre de nouvelles mises en chantier est un autre indicateur économique suivi attentivement par les investisseurs puisqu'il s'agit d'un indicateur avancé de l'économie. Ceci veut dire que lorsque la croissance des nouvelles mises en chantier dépasse les attentes des analystes, c'est peut-être signe que l'économie se trouve au début d'un nouveau cycle de croissance. En outre, il s'agit d'une indication de l'appétit des ménages pour la consommation en plus d'être une jauge de l'état du crédit aux particuliers. En conséquence, il était attendu que la croissance annualisée des nouvelles mise en chantier soit liée à une diminution de l'aversion pour le risque et donc une diminution en absolu de la prime de risque de volatilité (i.e elle devient moins négative). C'est d'ailleurs ce que les deux régressions indiquent, chacun des résultats étant statistiquement significatifs. La figure 5.11 permet par ailleurs de constater que les valeurs de la prime de risque de

volatilité prédite par la variation mensuelle des mises en chantier permettent de déceler les grandes tendances de celle-ci. Encore une fois, comme pour les autres variables explicatives, les valeurs prédites sont toutefois assez éloignées des valeurs réelles.

#### 5.4 Variables à fréquence trimestrielle

Au niveau des variables macroéconomiques à fréquence trimestrielle, j'ai choisi de mener mon analyse de façon analogue à Conrad & Loch (2012). Ainsi, les séries que j'ai retenues sont la croissance trimestrielle annualisée du déflateur du PIB, la croissance trimestrielle annualisée du PIB, la croissance trimestrielle des profits après taxes des entreprises et la croissance trimestrielle du prix de l'or. Encore une fois, toutes les variables économiques concernent l'économie américaine. Malheureusement, faute de disponibilité, j'ai n'ai pas pu ajouter à mon analyse la croissance trimestrielle du PIB chinois, une donnée qui est devenue, au cours de la dernière décennie, aussi importante pour les investisseurs que la croissance du PIB américain, notamment pour le prix des matières premières et les profits des entreprises qui sont présentes sur ce marché. Par ailleurs, j'utilise 12 retards des variables trimestrielles dans chacune des régressions. Les deux tableaux suivants présentent les résultats des régressions.

Tableau 5.6 : Régression avec fonction de densité bêta normalisée contrainte

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
$\Delta$ Déflateur du PIB	-0,043 (-31,843)	1,087 (19,549)	0,994 (128,630)	4,093 (8,107)	0,077
$\Delta$ Croissance du PIB	-0,029 (-42,432)	0,393 (19,630)	1,397 (48,459)	150,933 (14,668)	0,088
$\Delta$ Profits corporatifs après taxes	-0,031 (-59,112)	0,131 (34,554)	2,365 (9,017)	3,440 (8,248)	0,248
$\Delta$ Prix de l'or	-0,019 (-47,871)	0,172 (11,545)	0,985 (101,181)	1,115 (23,470)	0,029

Note : Pour le déflateur du PIB ainsi que la croissance du PIB, il s'agit de variation trimestrielle annualisée. Pour les profits corporatifs après taxes ainsi que le prix de l'or, il s'agit plutôt de variation trimestrielle.

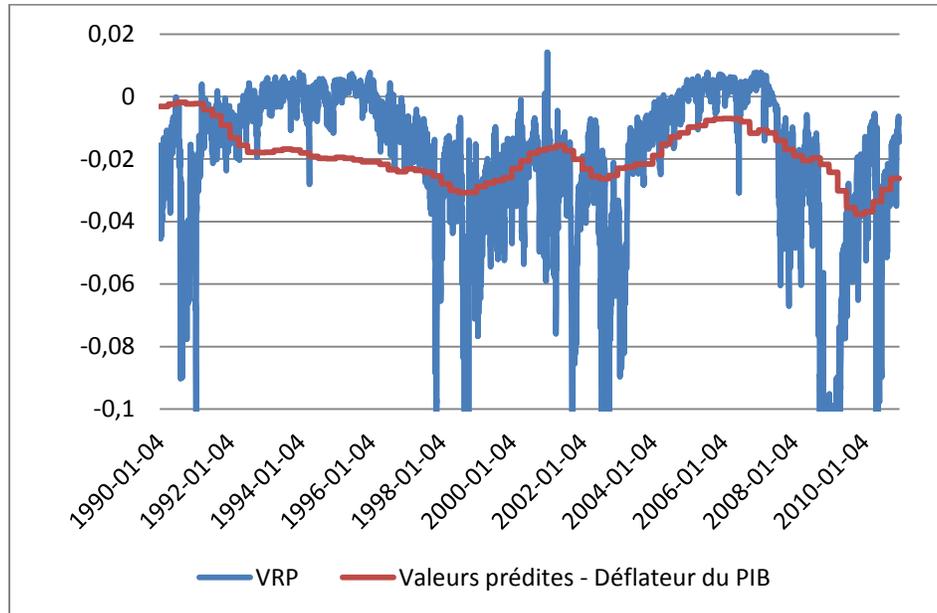
Tableau 5.7 : Régression avec polynôme exponentiel normalisé d'Almon

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
$\Delta$ Déflateur du PIB	-0,043 (-32,329)	1,097 (19,812)	0,694 (1,683)	-0,129 (-2,931)	0,078
$\Delta$ PIB	-0,029	0,393	22,845	-7,924	0,087

Variable	$\mu$	$\beta_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$R^2$
	(-42,710)	(19,814)	(15,106)	(-15,723)	
$\Delta$ Profits corporatifs après taxes	-0,031	0,135	0,774	-0,074	0,249
	(-57,755)	(33,646)	(6,223)	(-6,568)	
$\Delta$ Prix de l'or	-0,019	0,186	3,651	-0,228	0,040
	(-48,382)	(13,590)	(6,665)	(-6,880)	

## Croissance économique

Figure 5.12 : Valeurs prédites de la VRP par le déflateur du PIB

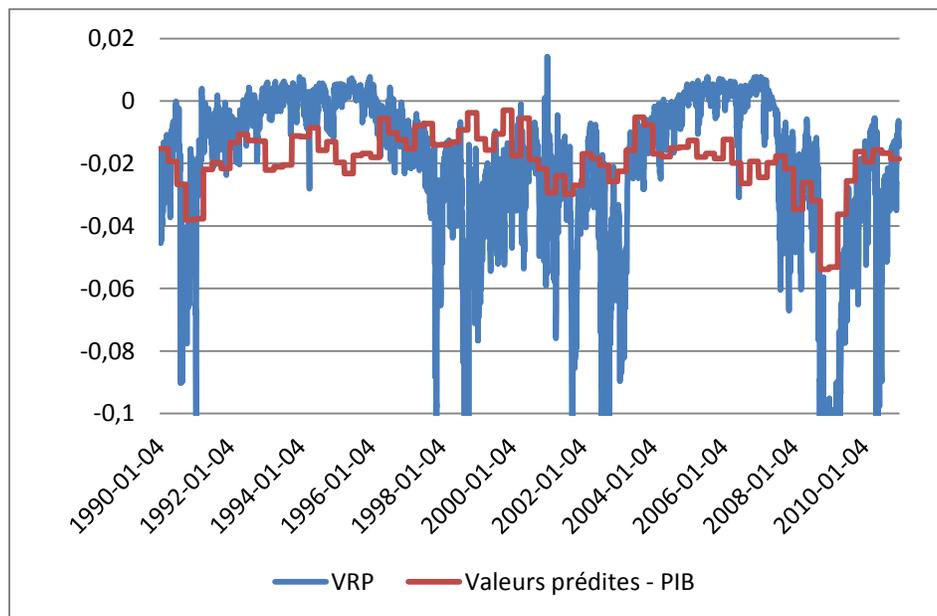


Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

La première série trimestrielle d'intérêt est le déflateur du PIB américain. Pour rappel, cette mesure est calculée en divisant le PIB nominal par le PIB réel et constitue une mesure de l'inflation. Contrairement à l'indice des prix à la consommation qui est déterminé à partir d'un panier de biens et services dont la composition n'est changée que de manière ponctuelle et ne reflète pas nécessairement adéquatement les achats des consommateurs, le déflateur n'est pas sujet à des biais méthodologiques. Toutefois, puisqu'il n'est publié que trimestriellement, il ne s'agit pas d'un indicateur très populaire auprès des acteurs des marchés financiers qui lui préfèrent l'indice des prix à la consommation. Suite aux résultats obtenus précédemment avec la croissance de l'indice des prix à la consommation, il était attendu que les résultats des régressions indiquent une relation positive et statistiquement significative entre la prime de risque de volatilité et le

déflateur du PIB. On remarque que c'est effectivement le cas et que la relation est encore plus significative et que les régressions parviennent à expliquer une plus grande partie de la variance de la prime de risque de volatilité si on compare les  $R^2$  obtenus (à noter que je ne tente pas d'affirmer qu'il existe une quelconque relation de causalité entre les deux variables). La série du déflateur du PIB est beaucoup moins bruitée et beaucoup plus persistante que celle de l'indice des prix à la consommation, ce qui explique sans doute les résultats obtenus. Bref, il est intéressant de constater que la relation positive entre la prime de risque de volatilité et l'inflation soit réaffirmée par ces résultats. Toutefois, en ce qui concerne la significativité économique de ce résultat, la figure 5.12 porte à croire qu'elle est plutôt faible. On constate que les valeurs prédites de la prime de risque de volatilité par le déflateur du PIB sont très loin des valeurs réelles. Cependant, on remarque que les valeurs prédites permettent tout de même à déceler certaines tendances de long terme dans la prime de risque de volatilité.

Figure 5.13 : Valeurs prédites de la VRP par le PIB



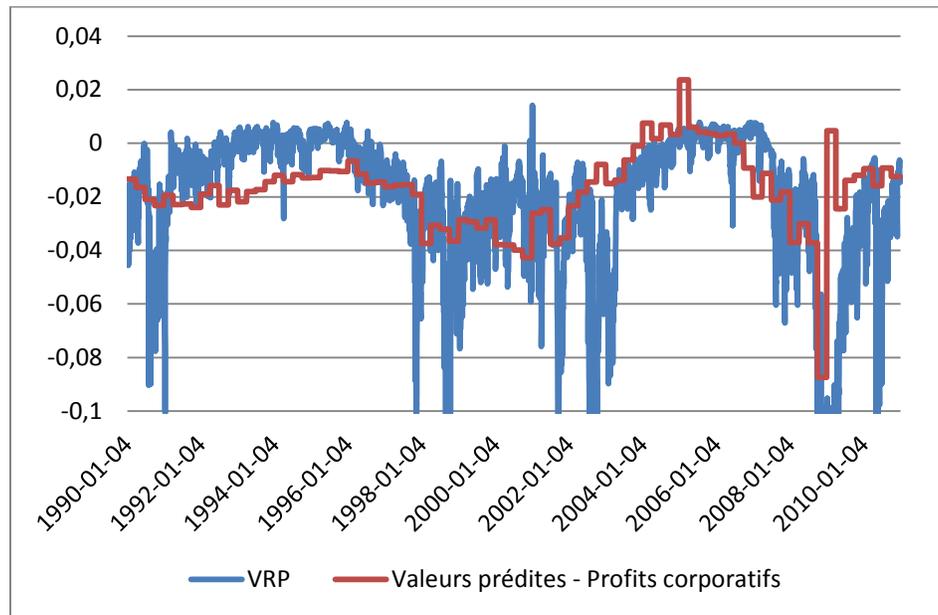
Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Bien qu'étant un indicateur retardé de l'état de l'économie, la croissance du PIB est sans doute la variable économique à laquelle les investisseurs accordent le plus d'importance. En fait, comme pour beaucoup d'autres variables, ce qui crée de la volatilité sur les

marchés financiers n'est pas la nouvelle valeur de la variable en soit, mais plutôt la différence entre cette dernière et ce qui était attendu. Pour le PIB, évidemment, une croissance supérieure aux attentes fera généralement bondir le marché tandis qu'une croissance égale ou plus faible aura pour effet de le faire chuter. En ce sens, il était attendu que les régressions MIDAS indiquent qu'une croissance positive du PIB soit liée à une diminution en absolu de la prime de risque de volatilité (i.e. elle devient moins négative). C'est effectivement ce que nous pouvons constater, les deux régressions indiquant des relations positives et statistiquement significatives. Par ailleurs, il est à noter que j'ai choisi d'utiliser les premières publications du PIB bien que celui-ci soit révisé plusieurs fois. De plus, j'aurais souhaité pouvoir effectuer la même analyse à partir des surprises (variations par rapport au consensus des prévisions), mais, faute de disponibilité des prévisions historiques, je n'ai pas été en mesure de le faire. La figure 5.13 permet de constater que la significativité économique de la relation statistique décrite précédemment est un peu meilleure que ce qui était attendu. En effet, comme le PIB est un indicateur retardé de l'état de l'économie, il n'est pas étonnant que les valeurs de la prime de risque de volatilité prédites par celui-ci soient loin des valeurs réelles. Au niveau des tendances, il semble toutefois que les valeurs prédites permettent, dans une certaine mesure, d'en déceler certaines.

## Profitabilité des entreprises

Figure 5.14 : Valeurs prédites de la VRP par les profits corporatifs



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Tel que mentionné précédemment, j'ai inclus dans ma liste de déterminants macroéconomiques la mesure de profits corporatifs après taxes calculée par le *U.S. Bureau of Economic Analysis*. Bien que mon expérience me porte à croire que les investisseurs institutionnels ne prêtent pas particulièrement attention à cet indicateur (ces derniers préférant plutôt se fier aux résultats trimestriels des grandes entreprises baromètres de l'économie), il est tout de même intéressant de savoir s'il existe une relation statistique entre cette variable et la prime de risque de volatilité. Après tout, les décisions d'investissement sont ultimement basées sur des prévisions de croissance de profits qui se traduisent par la suite en prévisions quant à la croissance des dividendes. Malgré mes appréhensions, les résultats des régressions indiquent qu'il existe une relation positive et très significative entre la prime de risque de volatilité et l'indice de profits des entreprises. Bien sûr, une telle relation était attendue. Par contre, il est étonnant de constater que les résultats soient aussi significatifs et qu'une aussi grande partie de la variance de la prime de risque de volatilité soit expliquée par cette variable, si l'on se rapporte aux  $R^2$ . De plus, la figure 5.14 semble indiquer que cette relation possède aussi

une certaine significativité économique. En effet, on remarque que les valeurs prédites de la prime de risque de volatilité par la croissance des profits des entreprises permettent de déceler les fluctuations de long terme de la série réelle. En ce qui a trait à la précision des valeurs prédites, comme pour les variables explicatives précédentes, elle est plutôt faible, ce qui n'est toutefois pas étonnant.

## 5.5 Tests de robustesse

Afin de vérifier si les relations entre la prime de risque de volatilité et les variables macroéconomiques que j'ai observées précédemment sont présentes à différents moments dans mon échantillon, j'ai divisé celui-ci en deux parties et j'ai ré-estimé les modèles. Le premier échantillon débute le 4 janvier 1990 et se termine le 31 décembre 2001, une période qui inclut notamment la crise asiatique de 1997 et la bulle technologique de 2001. Le deuxième échantillon débute tout juste après, soit le 2 janvier 2002 et se termine le 31 décembre 2010. Par ailleurs, puisque les deux modèles génèrent des résultats très similaires, j'ai choisi de ne présenter que les coefficients générés par le modèle ayant le plus grand  $R^2$ .

Débutons premièrement par souligner le fait que la distribution de la prime de risque de volatilité d'une sous-période à l'autre change sensiblement. En effet, dans la première sous-période, la distribution de la prime de risque de volatilité est moins négativement asymétrique et sa kurtosis excédentaire est beaucoup moins élevée que dans la deuxième sous-période. Ainsi, il ne serait pas surprenant d'obtenir des relations statistiques avec les variables macroéconomiques différentes d'une période à l'autre.

Continuons par la suite avec une comparaison des statistiques descriptives entre les deux échantillons des variables macroéconomiques. Les tableaux contenant celles-ci se trouvent à la page suivante. On remarque tout d'abord que les écarts-types sont plutôt inchangés pour la plupart des variables. C'est plutôt au niveau de l'asymétrie des distributions qu'on remarque les changements les plus notables. La variation du cours du *WTI*, la variation du cours de l'or, le ratio cours-bénéfices, l'écart de maturité, la variation

du nombre de positions ouvertes en option sur le *S&P 500*, le ratio put-call, la croissance des prix à la consommation, le déflateur du PIB et les profits après taxes des entreprises sont les variables dont l'asymétrie de leur distribution change de signe entre les deux échantillons. Ceci porte à croire que, pour ces variables, leur relation avec la prime de risque de volatilité pourrait être différente d'une sous-période à l'autre. Enfin, pour ce qui est de la kurtosis, on constate une forte diminution de celle-ci à la deuxième période pour les cours du pétrole, le prix de l'or et la variation du nombre de positions ouvertes en option sur le *S&P 500* alors que c'est plutôt le contraire pour le *TED Spread*, la croissance des prix à la consommation et les profits après taxes des entreprises.

**Tableau 5.8 : Statistiques descriptives – Première sous-période**

Variable	Nbs	Min	Max	Moyenne	Écart-type	Skew	Kurto excédentaire
<b>VRP</b>	3023	-0,147	0,014	-0,017	0,021	-1,735	4,535
<b>Δ Brent</b>	2971	-0,303	0,189	0,000	0,025	-0,500	11,529
<b>Δ WTI</b>	2939	-0,334	0,208	9,49E-05	0,025	-0,699	12,906
<b>Δ MKTRF</b>	2899	-0,067	0,054	2,94E-04	0,010	-0,176	1,157
<b>Δ SMB</b>	2899	-0,046	0,030	-6,59E-05	5,64E-03	-0,500	1,451
<b>Δ HML</b>	2899	-0,049	0,038	1,37E-04	6,13E-03	0,052	2,576
<b>Δ UMD</b>	2899	-0,072	0,051	5,62E-04	7,35E-03	-1,183	9,961
<b>Écart TED</b>	2791	-0,436	0,905	5,65E-03	0,106	1,281	5,438
<b>Écart de crédit</b>	2899	0,430	1,480	0,773	0,175	1,319	-1,139
<b>Écart de maturité</b>	2885	-1,633	3,780	1,153	1,262	0,237	-4,055
<b>Δ Positions ouvertes - Options</b>	1441	-0,479	1,733	0,004	0,084	5,043	134,643
<b>Ratio Put/Call</b>	1444	0,665	2,109	1,342	0,232	0,090	-3,542
<b>Ratio Cours/Bénéfices</b>	2899	13,084	30,721	22,089	4,390	-0,125	-3,970
<b>Δ S&amp;P 500</b>	144	-0,146	0,112	9,09E-03	0,042	-0,473	-2,245
<b>Indice SKEW</b>	142	0,105	0,137	0,115	5,00E-03	1,049	-1,287
<b>Δ Prix à la consommation</b>	143	-0,003	0,008	0,002	0,002	0,584	-1,519
<b>Δ Production Industrielle</b>	144	-0,012	0,021	0,002	0,005	0,100	-5,871
<b>Δ Taux de chômage</b>	127	-1,200	1,800	0,006	0,682	0,729	-3,170
<b>Δ Nouvelles mises en chantier</b>	144	-0,176	0,240	0,004	0,064	-0,450	-3,937
<b>Δ Déflateur du PIB</b>	48	6,55E-03	0,045	0,022	0,008	0,793	-3,918
<b>Δ Croissance du PIB</b>	48	-0,034	0,078	0,018	0,024	-0,408	-3,342
<b>Δ Profits corporatifs avant taxes</b>	48	-0,140	0,075	0,015	0,042	-1,454	2,876
<b>Δ Prix de l'or</b>	48	-0,102	0,142	-6,11E-03	4,06E-02	1,080	-3,325

**Tableau 5.9 : Statistiques descriptives – Deuxième sous-période**

Variable	Nbs	Min	Max	Moyenne	Écart-type	Skew	Kurto excédentaire
<b>VRP</b>	2204	-0,541	0,008	-0,029	0,047	-3,470	14,215
<b>Δ Brent</b>	2243	-0,155	0,122	0,001	0,023	-0,006	-0,003
<b>Δ WTI</b>	2176	-0,141	0,178	8,09E-04	0,025	0,082	1,736

Variable	Nbs	Min	Max	Moyenne	Écart-type	Skew	Kurto excédentaire
$\Delta$ MKTRF	2166	-0,090	0,098	1,51E-04	0,014	-0,208	3,744
$\Delta$ SMB	2166	-0,038	0,043	2,10E-04	5,93E-03	-0,110	0,926
$\Delta$ HML	2166	-0,033	0,040	1,46E-04	6,02E-03	0,225	4,383
$\Delta$ UMD	2166	-0,083	0,070	8,29E-05	1,09E-02	-0,793	6,279
Écart TED	2092	-0,500	1,100	7,38E-03	0,097	1,671	12,907
Écart de crédit	2166	0,570	3,500	1,188	0,547	2,436	2,859
Écart de maturité	2166	-1,484	3,752	1,682	1,455	-0,442	-4,250
$\Delta$ Positions ouvertes - Options	2166	-0,540	0,850	0,004	0,075	-2,687	25,114
Ratio Put/Call	2166	0,949	2,382	1,595	0,291	-0,156	-3,345
Ratio Cours/Bénéfices	2166	10,463	27,237	17,974	2,883	0,867	-1,472
$\Delta$ S&P 500	108	-0,169	0,094	1,93E-03	0,046	-0,749	-1,713
Indice SKEW	107	0,109	0,130	0,118	4,88E-03	0,112	-3,783
$\Delta$ Prix à la consommation	108	-0,018	0,014	0,002	0,004	-1,532	5,588
$\Delta$ Production Industrielle	108	-0,042	0,016	0,001	0,008	-2,096	1,690
$\Delta$ Taux de chômage	174	-1,400	4,000	0,108	1,163	1,786	0,015
$\Delta$ Nouvelles mises en chantier	108	-0,161	0,188	-0,007	0,077	0,039	-6,569
$\Delta$ Déflateur du PIB	36	-6,66E-03	0,046	0,022	0,011	-0,234	-3,442
$\Delta$ Croissance du PIB	36	-0,082	0,069	0,019	0,028	-1,743	1,285
$\Delta$ Profits corporatifs avant taxes	36	-0,435	0,555	0,042	0,134	0,378	3,857
$\Delta$ Prix de l'or	36	-0,088	0,176	4,70E-02	6,31E-02	0,286	-6,494

Tableau 5.10 : Test de robustesse – Variables quotidiennes

Variable	Sous-période 1		Sous-période 2	
	$\beta_1$	$R^2$	$\beta_1$	$R^2$
$\Delta$ Brent	-0,954 (-8,397)	0,030	6,316 (22,790)	0,191
$\Delta$ WTI	-1,061 (-8,001)	0,026	5,771 (22,283)	0,185
$\Delta$ MKTRF	5,769 (19,441)	0,131	17,620 (37,310)	0,396
$\Delta$ SMB	4,514 (12,348)	0,052	11,804 (8,318)	0,035
$\Delta$ HML	-0,340 (-3,404)	0,005	15,305 (13,514)	0,030
$\Delta$ UMD	-4,101 (-12,822)	0,052	-0,548 (1,010)	0,001
Écart TED	-0,020 (-1,130)	6,585E-04	0,180 (4,314)	0,010
Écart de crédit	-0,035 (-17,135)	0,089	-0,069 (-33,478)	0,656
Écart de maturité	0,009 (33,464)	0,273	-0,005 (-7,034)	0,022
Positions ouvertes – Options	-0,236 (-3,315)	0,008	-2,506 (-7,757)	0,028
Ratio Put/Call	-0,236 (-3,315)	0,008	0,072 (22,853)	0,192
Ratio Cours/Bénéfices	-0,001 (-11,460)	0,042	0,006 (6,249)	0,030

Au niveau des variables quotidiennes, le tableau 5.8 permet de constater que plusieurs d'entre elles ont une relation statistique différente avec la prime de risque de volatilité d'une sous-période à l'autre. Pour certaines de ces variables, comme les rendements du pétrole, l'écart de maturité et le ratio *put-call*, ce résultat était attendu. En effet, tel que mentionné précédemment, les distributions de ces variables changeaient considérablement de la première à la deuxième période. Ceci a toutefois pour effet de rendre l'interprétation plus compliquée.

Pour les rendements du pétrole, les coefficients positifs précédemment observés pour les régressions prenant en compte l'ensemble de l'échantillon étaient dus au fait qu'une hausse du prix du pétrole est souvent le résultat d'anticipations positives quant à la croissance future du PIB, des prix à la consommation des ventes au détail et de la production industrielle. Ainsi, il est contre-intuitif d'observer que cette relation est négative pour la première sous-période. Une explication possible de ce résultat est que, au cours de cette période (essentiellement la décennie 1990), les cours du pétrole variaient différemment, sans l'influence aussi marquée de l'économie chinoise. Ainsi, il est permis de croire qu'une baisse du prix du pétrole était alors perçue comme un élément stimulant pour l'économie, plutôt que le reflet de la faiblesse de celle-ci. Il est toutefois à noter que la relation positive semble plus significative que la relation négative, si l'on se fie aux statistiques-t et aux  $R^2$ .

Un résultat similaire a été obtenu avec la variable *HML*. La relation négative qu'on observe lors de la première sous-période est en contradiction avec les résultats obtenus précédemment. Cette relation négative est cependant moins statistiquement significative sur la base des statistiques-t et des  $R^2$ . Ce résultat est peut-être dû à la bulle technologique de la fin des années 90, lors de laquelle la valeur des titres de croissance a fortement augmentée (et donc par le fait le même le facteur *HML*), ce qui a eu pour effet de faire augmenter la volatilité systématique et par conséquent la prime de risque de volatilité (i.e elle est devenu plus négative).

L'écart de maturité et le *TED Spread* ont aussi des relations différentes avec la prime de risque de volatilité d'une période à l'autre. Il est possible que cela soit attribuable aux

actions de la Réserve fédérale au cours de la décennie 2000 lors de laquelle cette dernière a, dans un premier temps, diminué grandement son taux cible avant de le hausser graduellement jusqu'à la faillite de la banque *Lehman Brothers*, après quoi le taux essentiellement demeuré à zéro jusqu'à aujourd'hui.

Enfin, pour ce qui est du ratio *put-call*, les régressions indiquent qu'il existe une relation négative avec la prime de risque de volatilité lors de la première sous-période. Cette relation est plus intuitive que la relation positive observée précédemment, puisqu'une augmentation du ratio *put-call* devrait être le signal d'une aversion pour le risque et d'un pessimisme grandissant des investisseurs.

**Tableau 5.11 : Test de robustesse – Variables mensuelles**

Variable	Sous-période 1		Sous-période 2	
	$\beta_1$	$R^2$	$\beta_1$	$R^2$
<b><math>\Delta</math> S&amp;P 500</b>	0,295 (12,976)	0,085	2,984 (32,778)	0,562
<b>Indice SKEW</b>	-6,973 (-21,754)	0,200	5,951 (20,337)	0,166
<b><math>\Delta</math> Prix à la consommation</b>	3,050 (1,225)	0,055	15,645 (24,620)	0,354
<b><math>\Delta</math> Production Industrielle</b>	0,104 (0,358)	0,025	0,476 (22,553)	0,281
<b><math>\Delta</math> Taux de chômage</b>	-0,011 (-14,678)	0,081	-0,020 (-25,784)	0,304
<b><math>\Delta</math> Nouvelles mises en chantier</b>	0,051 (10,130)	0,039	0,172 (26,368)	0,263

Les résultats obtenus pour les variables mensuelles montrent moins de contradictions que ceux des variables quotidiennes. Seul l'indice *SKEW* présente des résultats différents d'une période à l'autre. Ceux obtenus pour la première période sont d'ailleurs plus intuitifs que ceux obtenus précédemment puisqu'ils indiquent que lorsque l'indice *SKEW* augmente, la prime de risque de volatilité augmente aussi. En outre, ce résultat est un peu plus significatif que la relation positive observée dans la deuxième période. Il est plutôt difficile d'expliquer pourquoi un tel résultat est obtenu. Une explication possible est le fait que le niveau de l'indice *VIX* a connu des mouvements plus extrêmes lors de la deuxième période par rapport à la première.

Tableau 5.12 : Test de robustesse – Variables trimestrielles

Variable	Sous-période 1		Sous-période 2	
	$\beta_1$	$R^2$	$\beta_1$	$R^2$
$\Delta$ Déflateur du PIB	0,669 (17,712)	0,095	2,220 (24,286)	0,251
$\Delta$ Croissance du PIB	0,111 (5,552)	0,010	2,030 (43,671)	0,581
$\Delta$ Profits corporatifs après taxes	0,194 (41,555)	0,410	0,290 (37,377)	0,438
$\Delta$ Or	-0,186 (-1,601)	0,001	5,055 (5,660)	0,015

Pour ce qui est des variables à fréquence trimestrielle, les résultats du test de robustesse démontrent que les relations précédemment observées sont présentes pour chacune des variables dans chaque sous-période. Ceci n'est pas particulièrement étonnant puisque, contrairement aux autres variables à fréquences plus courtes, celles-ci sont moins sujettes à d'importantes fluctuations au cours du temps. En d'autres mots, leurs distributions ne varient pas d'une période à une autre, ce qui fait en sorte que les relations statistiques observées pour l'échantillon en entier sont aussi présentes dans des parties de celui-ci.

## 5.6 VRP et variations extrêmes de la volatilité réalisée

Afin de mieux comprendre la variation temporelle de la prime de risque de volatilité, j'ai créé une variable indicatrice qui prend une valeur égale à 1 lorsque, pour une journée donnée, la valeur centrée réduite (*z-score*) de la variation en niveau sur cinq jours de la volatilité réalisée est égale à 3 en valeur absolue. En faisant l'hypothèse que la variation sur cinq jours de la volatilité réalisée est distribuée de façon normale au fil du temps, il est possible de considérer cette variable indicatrice comme étant un indice de saut ou de variations. Au cours des 5227 observés lors de mon analyse de la prime de risque de volatilité, un mouvement extrême de la volatilité réalisée tel que défini par mon critère est survenu à 93 reprises, soit environ 1,78% du temps. Le tableau ci-dessous contient les résultats d'une régression par moindres carrés linéaires non-contraints de la prime de risque de volatilité sur cet indice de saut:

Tableau 5.13 : VRP – Indice de discontinuité

$\beta$	Écart-type	R <sup>2</sup>
-0,107 (-32,001)	0,003	0,164

*Note : La régression contient en outre une constante. La valeur entre parenthèses est la statistique t du coefficient. Les données sont observées à partir du 4 janvier 1990 au 31 décembre 2010.*

Tel qu'attendu, les résultats de cette régression indiquent que la prime de risque de volatilité devient plus négative, c'est-à-dire plus grande, lorsque la journée d'observation est une journée où la volatilité réalisée varie de façon extrême. De plus, on constate que cette relation est statistiquement significative. Il est par ailleurs possible de comparer ce résultat à Todorov (2009), qui démontre l'importance des sauts de discontinuité, c'est-à-dire les mouvements extrêmes, de la volatilité réalisée. La valeur du coefficient que j'ai obtenu semble confirmer ce que Todorov (2009) démontre. Enfin, on constate que la valeur du coefficient associé à l'indice de mouvements extrêmes est en outre

## 5.7 Régression MIDAS multivariée

À partir des résultats des régressions MIDAS univariées obtenus précédemment, j'ai estimé les coefficients MIDAS des certaines variables macroéconomiques dans un modèle multivarié afin de pouvoir comparer la valeur de ces coefficients avec ceux obtenus dans les régressions univariées des sections précédentes. Pour ce faire, j'ai choisi d'utiliser dans mon modèle multivarié la variable macroéconomique par fréquence d'observation qui avait la plus forte relation statistique avec la prime de risque de volatilité. Les régressions univariées avaient permis de déterminer les valeurs optimales des paramètres  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  qui permettent de fixer la forme de la fonction de densité bêta normalisée, ce qui permet en outre de déterminer les poids des retards des variables macroéconomiques. Ainsi, afin d'estimer mon modèle multivarié, j'ai conservé les valeurs de ces paramètres. Les variables macroéconomiques que j'ai retenues dans mon modèle sont l'écart de crédit, la croissance mensuelle de la production industrielle ainsi que la croissance trimestrielle des profits après taxes des entreprises. Les résultats de cette régression se trouvent dans le tableau ci-dessous :

**Tableau 5.14 : VRP – Régression MIDAS multivariée**

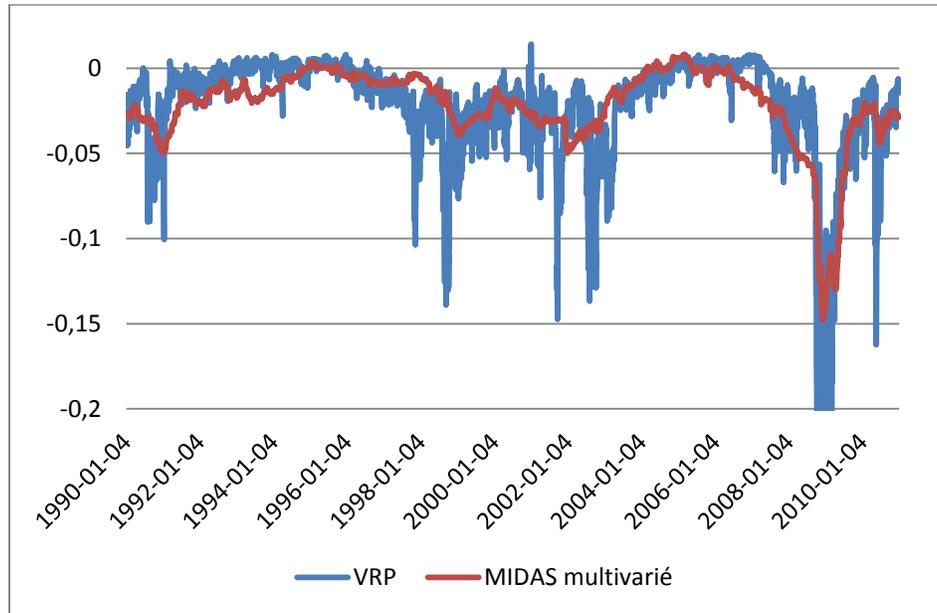
Variable	$\beta$	Écart-type
<b>Écart de crédit</b>	-0,041 (-23,138)	0,002
<b><math>\Delta</math> Production Industrielle</b>	0,603 (6,954)	0,087
<b><math>\Delta</math> Profits corporatifs après taxes</b>	0,384 (30,159)	0,013

*Note : Pour l'écart de crédit j'utilise 60 retards alors que j'en utilise 36 pour la croissance mensuelle de la production industrielle et 12 retards pour la croissance trimestrielle des profits après taxes des entreprises. De plus, le coefficient R2 de la régression est de 0,358. Les valeurs entre parenthèses sont les statistiques t des coefficients.*

Premièrement, pour les trois variables, on remarque que les signes des coefficients MIDAS qui leur sont associés sont les mêmes que ceux obtenus avec les régressions univariées. Il s'agit d'un résultat intéressant puisqu'il vient confirmer les relations statistiques précédemment observées. Tel qu'attendu, la significativité des coefficients a diminué, sans toutefois passer sous le seuil critique de 2. Pour l'écart de crédit, on constate que le coefficient associé à l'écart de crédit est sensiblement inchangé par rapport à ceux obtenus lors des régressions univariées. Pour ce qui est de la croissance mensuelle de la productivité industrielle et la croissance trimestrielle des profits après taxes des entreprises, la valeur de leur coefficient a diminuée et augmentée, respectivement. Sans surprise, tel qu'on peut le remarquer sur le graphique ci-dessous, le modèle de régression multivariée permet de bien prédire les fluctuations de la prime de risque de volatilité.

## MIDAS multivarié

Figure 5.15: Valeurs prédites de la VRP par le modèle MIDAS multivarié



*Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,2 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.*

### 5.8 Amélioration des prévisions de la VRP

Bien que le présent travail n'ait pas pour objectif de réaliser des prévisions de la prime de risque de volatilité à l'aide de variables macroéconomiques, il est intéressant de vérifier si celles-ci peuvent être d'une quelconque utilité dans un tel rôle. En effet, tel que mentionné dans la revue de la littérature à la section 2, plusieurs chercheurs, comme Conrad & Loch (2012), ajoutent des facteurs macroéconomiques à leur modélisation de la volatilité afin d'en améliorer la prévision puisque cela peut avoir des impacts significatifs dans l'évaluation de produits dérivés, en gestion des risques et pour des stratégies d'investissement. C'est pour cette raison qu'il m'apparaît pertinent d'effectuer une analyse du pouvoir explicatif des variables macroéconomiques avec lesquelles j'ai travaillé. Encore une fois, je n'ai nullement la prétention d'affirmer qu'il existe un lien de cause à effet direct entre les différentes variables macroéconomiques et la prime de risque de volatilité.

Comme l'indiquent les tableaux 5.2 à 5.7, plusieurs des régressions ont un coefficient  $R^2$  excessivement faible, voire nul. On remarque toutefois que des variables qui ne sont pas issues des marchés financiers comme la variation du taux de chômage et la croissance des profits des entreprises après taxes ont des coefficients  $R^2$  plutôt élevés d'environ 0,20. En outre, les tests de robustesse semblent indiquer un fort pouvoir explicatif de certaines autres variables lors de périodes données, comme la croissance des prix à la consommation, la croissance de la production industrielle, la croissance des nouvelles mises en chantier, le déflateur du PIB et la croissance du PIB. Ces résultats sont intéressants et confirment la pertinence d'inclure des variables ou des facteurs macroéconomiques dans la modélisation de la volatilité en général, par exemple en incluant un facteur MIDAS dans un modèle GARCH.

## 6 Conclusion

L'objectif de ce mémoire était de trouver, à l'aide des régressions MIDAS, des déterminants macroéconomiques de la prime de risque de volatilité. Plus précisément, le but était de mieux comprendre la dynamique temporelle de cette prime. Également, j'ai voulu vérifier si les déterminants macroéconomiques de cette prime pouvaient changer au cours du temps, ce que les tests de robustesse m'ont permis de faire.

Tout d'abord, les résultats que j'ai obtenus ont indiqué des relations statistiquement significatives entre chaque variable et la prime de risque de volatilité. Toutefois, les coefficients  $R^2$  de plusieurs des régressions étaient particulièrement faibles, ce qui porte à croire à un faible pouvoir explicatif. Cependant, les tests de robustesse ont mis en lumière le fait que certaines de ces relations pouvaient être plus fortes à certains moments. Ceci n'est pas surprenant puisque, au fil des années, certaines variables ont plus d'influence sur le comportement des investisseurs, comme par exemple le niveau de l'indice NASDAQ à la fin de la décennie 90 ou encore la création d'emploi depuis que la Réserve fédérale a explicitement mentionné qu'elle visait un certain niveau de chômage avant de modifier son taux cible. Il aurait d'ailleurs été intéressant de pouvoir mener mon analyse sur une période plus longue, mais faute de disponibilité des données, j'ai été contraint de débiter en 1990. Au niveau des coefficients MIDAS, j'ai pu constater que les signes de ceux-ci étaient largement conformes à ce qui était attendu. Ces résultats confirment donc que, comme d'autres variables financières, la prime de risque de volatilité est le reflet de l'état de l'économie et que celle-ci peut ainsi jouer le rôle d'indicateur du niveau d'aversion pour le risque des investisseurs. La significativité économique des résultats est toutefois largement variable et plus souvent qu'autrement faible. En effet, les valeurs prédites de la prime de risque de volatilité par les différentes variables macroéconomiques que j'ai utilisées lors de mon analyse sont, dans la plupart des cas, assez éloignées des valeurs réelles de la prime. Ce résultat n'est toutefois pas surprenant puisque la prime varie avec beaucoup d'amplitude et est généralement peu persistante, ce qui en fait une série plutôt difficile à prévoir. Toutefois, plusieurs variables macroéconomiques permettent de déceler certaines tendances de long terme, c'est-à-dire

qu'elles fluctuent dans le même sens que la prime, un résultat qui est assez intéressant et confirme la pertinence de les utiliser en plus des régressions MIDAS dans le but de mieux comprendre la dynamique temporelle de la prime de risque de volatilité.

Au niveau de ma contribution à la littérature, je note que ce travail permet de mieux comprendre le rôle des variables macroéconomiques dans la dynamique temporelle de la prime de risque de volatilité. Konstantinidi & Skiadopoulos (2013), qui ont mis en place une stratégie d'investissement basée sur la variation temporelle de cette prime pourraient par exemple exploiter les relations que j'ai obtenues en incorporant une composante MIDAS à leur modélisation de celle-ci. Entre outre, l'utilisation de ce type de régression ouvre la porte à plusieurs applications possibles qui permettraient d'augmenter le pouvoir prévisionnel des modèles de modélisation de la volatilité.

## 7 Bibliographie

Bakshi, G. & Kapadia, N. (2003). Delta-Hedged Gains and the Negative Market Volatility Risk Premium. *The Review of Financial Studies*, Vol. 16, No. 2, p. 527-566

Bollerslev, T. & Engle, R. (1986). Modelling the Persistence of Conditional Variances. *Econometrics Reviews*, Vol. 5, No. 1, p.1-50

Bollerslev, T., Gibson, M. & Zhou, H. (2011). Dynamic estimation of the volatility risk premia and investor risk aversion from option-implied and realized volatilities. *Journal of Econometrics*, Vol. 160, p. 235-245

Bollerslev, T. & Todorov, V. (2011). Tails, Fears and Risk Premia. *Journal of Finance*, Vol. 66, No. 6, p. 2165-2221

Bollerslev, T. & Todorov, V. (2013). Time-Varying Jump Tails. *Journal of Econometrics*, Vol. 183, No. 2, p. 168-180

Brière, M., Burgues, A., Signori, O. (2010) Volatility Exposure for Strategic Asset Allocation. *Université Libre de Bruxelles – Solvay Brussels School of Economics and Management*, CEB Working Paper No.08/034

Carr, P. & Wu, L. (2009). Variance Risk Premia. *The Review of Financial Studies*, vol. 22, No. 3

Conrad, C. & Loch, K. (2012). Anticipating Long-Term Stock Market Volatility. *Journal of Applied Econometrics*, à paraître.

Ding, Z., Granger, C., Engle, R. (1993). A Long-Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*, Vol. 1, No. 1, p.83-106

Egloff, D., Leippold, M., Liuren, W. (2010). The Term Structure of Variance Swap Rates and Optimal Variance Swap Investments. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 45, No. 5

Drechsler, Y. & Yaron, A. (2011). What's Vol Got to Do with It. *The Review of Financial Studies*, Vol. 24, No. 1

Egloff, D., Leippold, M., Liuren, W. (2010). The Term Structure of Variance Swap Rates and Optimal Variance Swap Investments. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 45, No.5

Ghysels, E., Santa-Clara, P. & Valkanov, R. (2006). Predicting Volatility : How to Get Most Out of Returns Data Sampled at Different Frequencies. *Journal of Econometrics*, 131, 59-95.

Ghysels, E., Sinko, A. & Valkanov, R. (2006). MIDAS Regressions: Further Results and New Directions. *Econometrics Reviews*, Vol. 26, p. 53-90

Han, B. & Zhou, Y. (2011). Variance Risk Premium and Cross-Section of Stock Returns. *The Review of Financial Studies*, à paraître.

Konstantinidi, E. & Skiadopoulos, G. (2013). How Does the Market Variance Risk Premium Vary over Time? Evidence from S&P 500 Variance Swap Investment Returns. *Working Papers 730, Queen Mary University of London, School of Economics and Finance*.

Londono, J.M. (2011). The Variance Risk Premium Around the World. *Board of Governors of the Federal Reserve System – International Finance Discussion Papers*, No. 1035

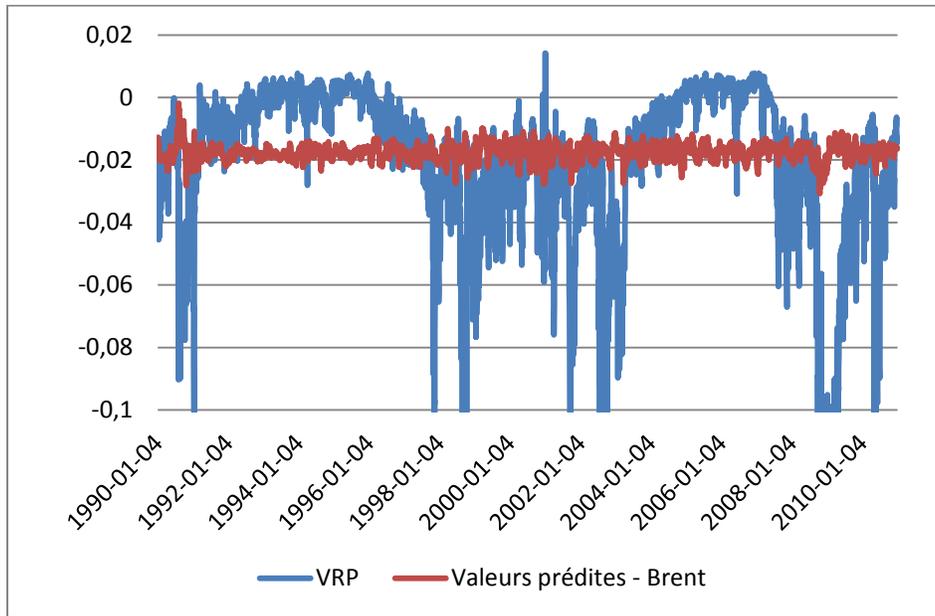
Prokopczuk, M. and Wese, Simen C. (2013). Variance Risk Premia in Commodity Markets. *WFA Working Paper*, non publié

Sinko, A. (2008). Some Applications of Mixed Data Sampling Regression Models.  
*Dissertation paper, University of North Carolina at Chapel Hill*

## Annexe

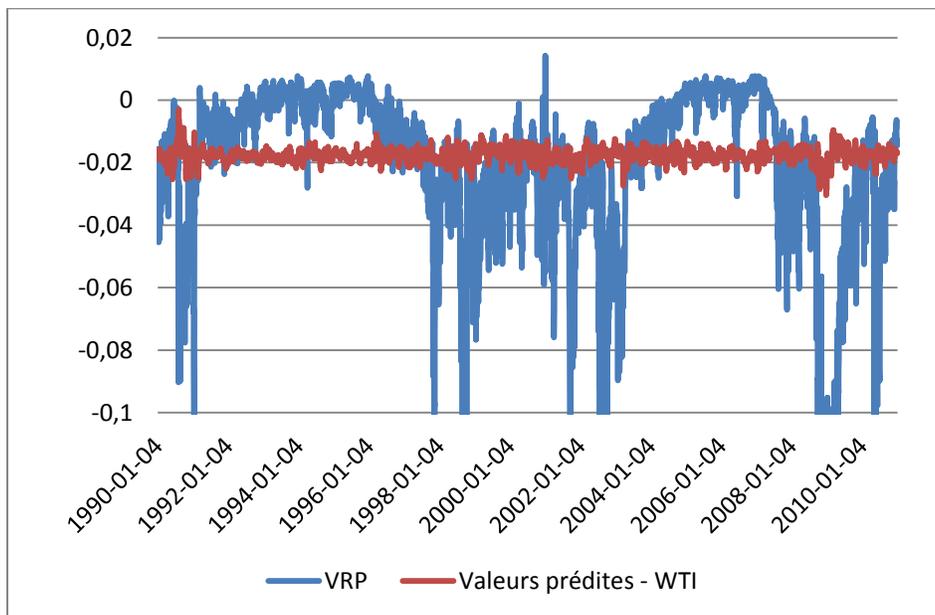
### Prix du pétrole

Figure 5.16 : Valeurs prédites de la VRP par le cours du *Brent*



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

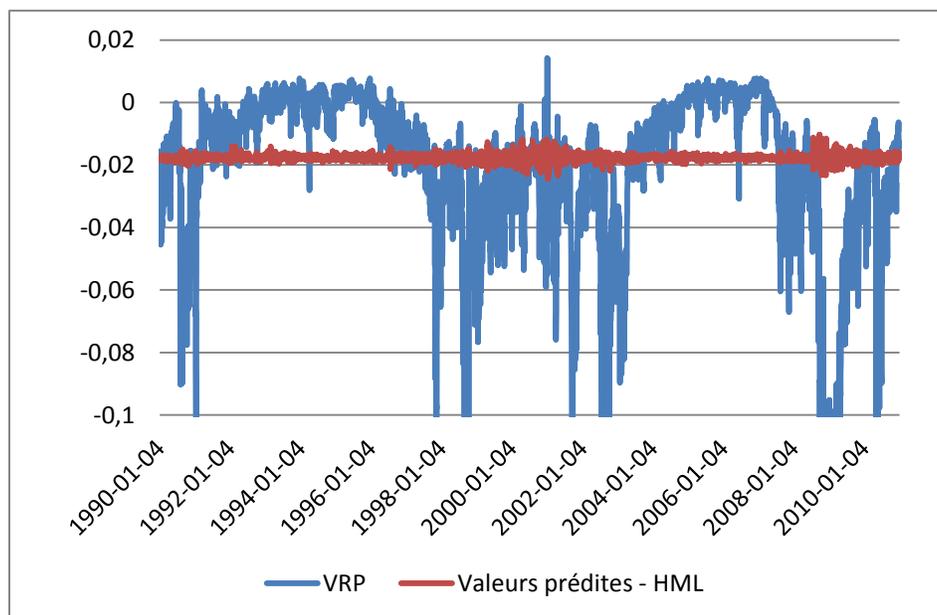
Figure 5.17 : Valeurs prédites de la VRP par le cours du *WTI*



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Pour les rendements quotidiens en pourcentage des cours au comptant du baril de pétrole, les régressions MIDAS permettent de constater une relation positive avec la prime de risque de volatilité. Ceci indique qu'une augmentation du prix du pétrole est associée à une diminution de la prime de risque de volatilité (en absolu, puisque cette dernière est négative) et donc ultimement à une diminution de l'aversion pour le risque des investisseurs. Cette relation coïncide avec la théorie économique courante, puisqu'une hausse de prix de pétrole, au-delà d'une simple question d'offre et de demande qui peut créer des variations de prix passagères, est associée à des anticipations positives de la croissance du PIB, une diminution du taux de chômage, une augmentation de la production industrielle et une amélioration de la conjoncture économique en général dans le futur. Enfin, comme on peut le constater sur les figures 5.16 et 5.17, malgré les relations statistiquement significatives que l'on observe, force est d'admettre que ces dernières n'ont pas de grande portée économique, les valeurs prédites étant non seulement largement différentes de la valeur réelle de la prime de risque de volatilité, mais ne fluctuant pas non plus dans le même sens. Toutefois, il est important de rappeler que, malgré les résultats obtenus, ces variables peuvent tout de même avoir une pertinence au-delà d'une analyse uni-variée. En effet, il est permis de croire que leur non-inclusion pourrait causer un problème d'endogénéité du terme d'erreur.

Figure 6.18 : Valeurs prédites de la VRP par le facteur *HML*

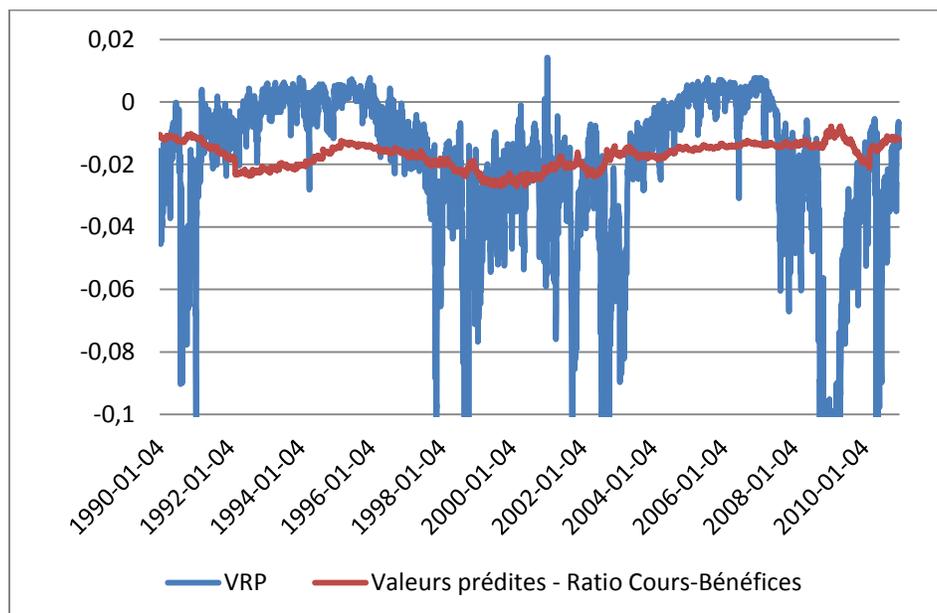


Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Le facteur *HML* (pour *high-minus-low*) est la différence entre le rendement moyen de trois portefeuilles comprenant des titres ayant des ratios de leurs cours par rapport à leurs valeurs aux livres élevés et le rendement moyen de trois portefeuilles comprenant des titres ayant des ratios de leurs cours par rapport à leurs valeurs aux livres faibles. Les titres dont le cours est substantiellement plus élevé que la valeur aux livres de l'entreprise sont sujets à de très fortes variations de prix, puisque leur ratio de valorisation agit comme un levier, exacerbant les mouvements. Par conséquent, ces titres vont généralement sous-performer l'ensemble du marché lors de crise où la volatilité systématique augmente considérablement. Il est donc cohérent de constater qu'il existe une relation positive entre la prime de risque de volatilité et le facteur *HML*. La figure 5.18 semble indiquer que la significativité économique de cette relation est cependant faible, puisqu'on constate que les valeurs de la prime de risque de volatilité prédites par le facteur *HML* sont très loin des valeurs réelles et n'arrivent pas à prévoir le sens de la variation de celles-ci. En fait, les valeurs prédites sont pratiquement constantes, ce qui est évidemment peu souhaitable dans le contexte d'une prévision.

### Ratio cours-bénéfices

Figure 5.19 : Valeurs prédites de la VRP par le ratio cours-bénéfices

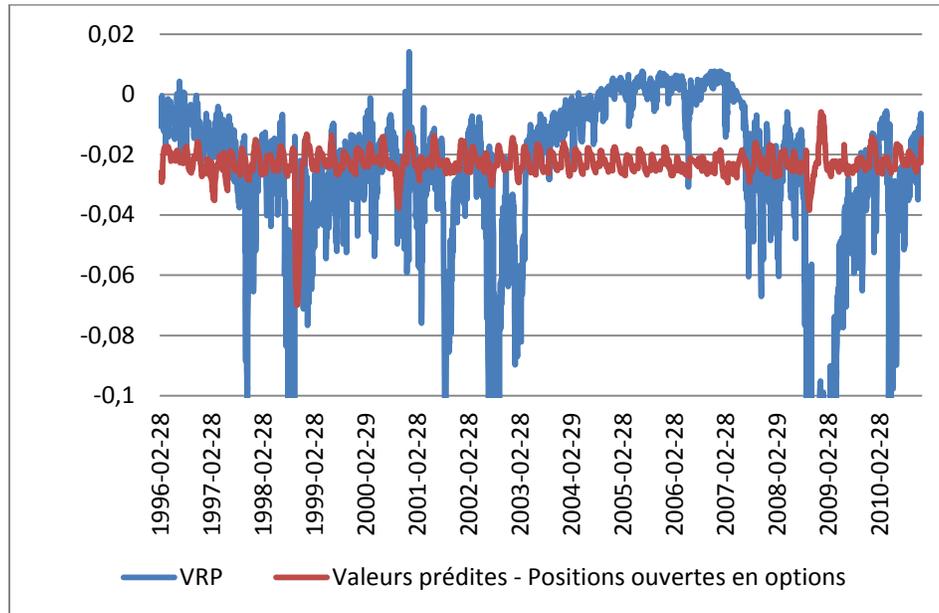


*Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.*

Pour terminer, les deux régressions ont indiqué qu'il existe une relation négative et statistiquement significative entre la prime de risque de volatilité et le ratio cours-bénéfices de l'indice *S&P 500*. Ce ratio, bien que simpliste, est une mesure très populaire auprès des investisseurs et largement utilisées afin de déterminer si le marché surévalue ou sous-évalue les actions par rapport à la moyenne historique. Lorsque ce ratio augmente, c'est généralement signe que l'appétit pour le risque est grandissant, que la demande pour les actifs risqués est plus grande et donc que les investisseurs sont optimistes quant à la croissance future des bénéfices et la performance des actions. En fait, une augmentation du ratio cours-bénéfices est analogue à une augmentation du facteur *momentum*. Il est ainsi possible d'interpréter la relation observée de manière similaire, c'est-à-dire qu'une hausse du ratio cours-bénéfices peut laisser présager la formation d'une bulle spéculative ce qui mène ensuite à une hausse en absolu de la prime de risque de volatilité (i.e elle devient plus négative). Il serait toutefois intéressant de vérifier si, à partir d'un certain niveau du ratio, la relation s'inverse, en supposant qu'en-deçà de ce niveau, les investisseurs se mettent à craindre la présence d'une bulle spéculative. En ce qui concerne la significativité économique de cette relation, la figure 5.19 semble indiquer qu'elle est très faible puisque les valeurs prédites sont très loin des valeurs réelles de la prime de risque de volatilité et que celles-ci n'arrivent pas à suivre les tendances de long terme de celle-ci.

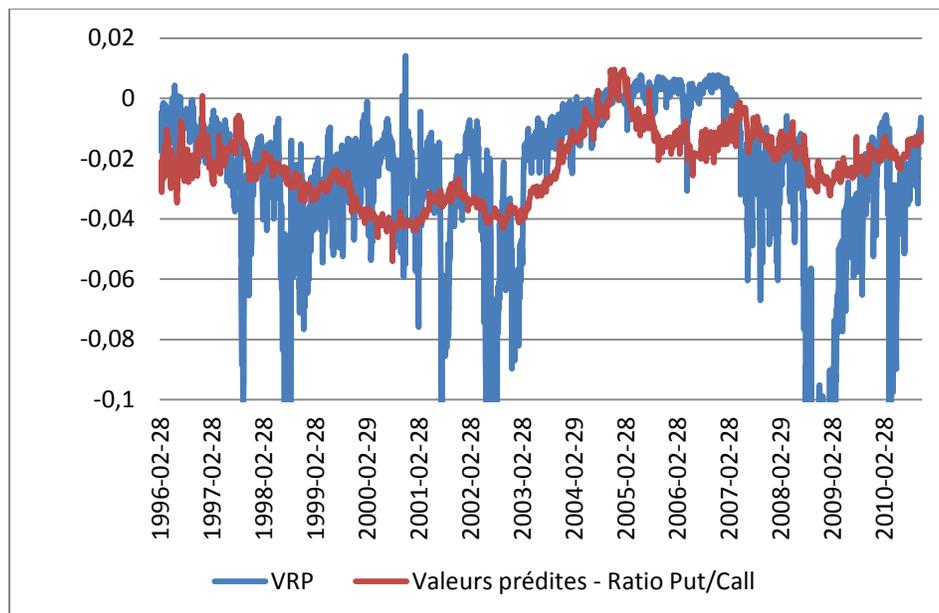
## Marché des options

Figure 5.20 : Valeurs prédites de la VRP par les positions ouvertes en options



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Figure 5.21 : Valeurs prédites de la VRP par le ratio *put-call*



Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Au niveau des variables qui sont en lien avec le marché des options, les résultats que j'ai obtenus sont parfois contraires à ce qui était attendu. La variation quotidienne en pourcentage du nombre de positions ouvertes (*open interests*) pour les options d'achat et de vente ayant comme sous-jacent l'indice *S&P 500* possède une relation statistiquement significative et négative avec la prime de risque de volatilité. Lorsque que cette variable augmente, cela signifie qu'il y a plus d'investisseurs qui achètent des options d'achat et de vente sur cet indice boursier. Deux raisons permettent de comprendre la relation entre cette variable et la prime de risque de volatilité. Dans un premier temps, comme le prix des options est fonction de leur volatilité implicite (les autres paramètres étant connus), plus il y a d'acheteurs, plus les vendeurs en profitent pour exiger un prix plus élevé via une volatilité implicite plus grande, ce qui correspond au principe de l'offre et de la demande. Par le fait même, ceci fait en sorte que la prime de risque de volatilité devient plus négative (i.e. la prime est plus grande en absolu). De plus, il n'est pas surprenant d'observer cette relation compte tenu du fait que les options sont souvent utilisées par les investisseurs dans le but de gérer le risque de leurs portefeuilles. Lorsque ceux-ci ont la perception que le risque d'événements extrêmes est plus grand, ils se prémunissent en prenant position sur le marché des options, ce qui a pour effet de faire rendre la prime de risque de volatilité encore plus négative. Pour ce qui est du ratio d'options de vente sur options d'achat (le ratio *put-call*), les régressions indiquent que les signes des coefficients sont contraires à l'intuition. En effet, le ratio *put-call* est considéré comme un indicateur de l'opinion des investisseurs à propos des rendements futurs du marché, augmentant lorsque ceux-ci anticipent une baisse du prix des actifs risqués. Il est donc surprenant que les régressions indiquent qu'une hausse du ratio soit associée à une diminution de la prime de risque de volatilité puisque ceci devrait plutôt être le signal d'une augmentation de l'aversion pour le risque. Une explication possible de cette relation est que le ratio est utilisé par certains comme un signal d'achat, c'est-à-dire qu'il permet de mettre en place une stratégie d'investissement qui va contre les tendances<sup>13</sup>. Au niveau de la significativité économique de ces deux relations, les figures 5.20 et 5.21 indiquent deux résultats opposés. En effet, pour ce qui est de la variation du nombre de positions

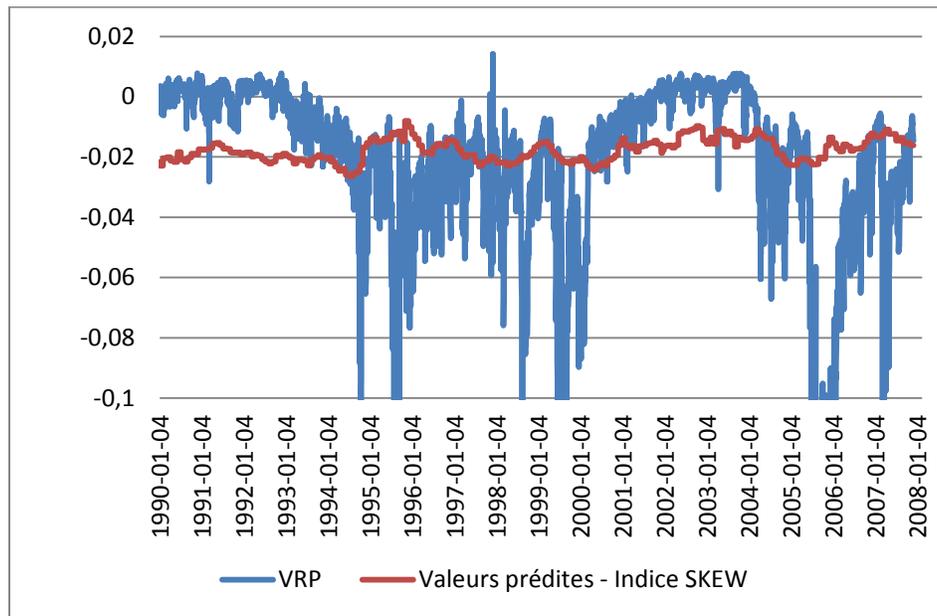
---

<sup>13</sup> À ce sujet, Fournier (2014) démontre que les activités des *market-makers* et les fluctuations de risque de leurs inventaires peuvent mener à d'importantes variations de la prime de risque de volatilité.

ouvertes, on constate que les valeurs prédites sont non seulement très loin des valeurs réelles, mais que leurs fluctuations ne sont pas du tout dans le même sens que celles de la prime de risque de volatilité. Toutefois, la figure 5.21 permet de constater que le ratio put/call peut s'avérer utile afin de prédire les tendances de long terme de la prime de risque de volatilité, les valeurs prédites étant cependant loin des valeurs réelles.

### Indice *SKEW*

Figure 5.22 : Valeurs prédites de la VRP par l'indice *SKEW*



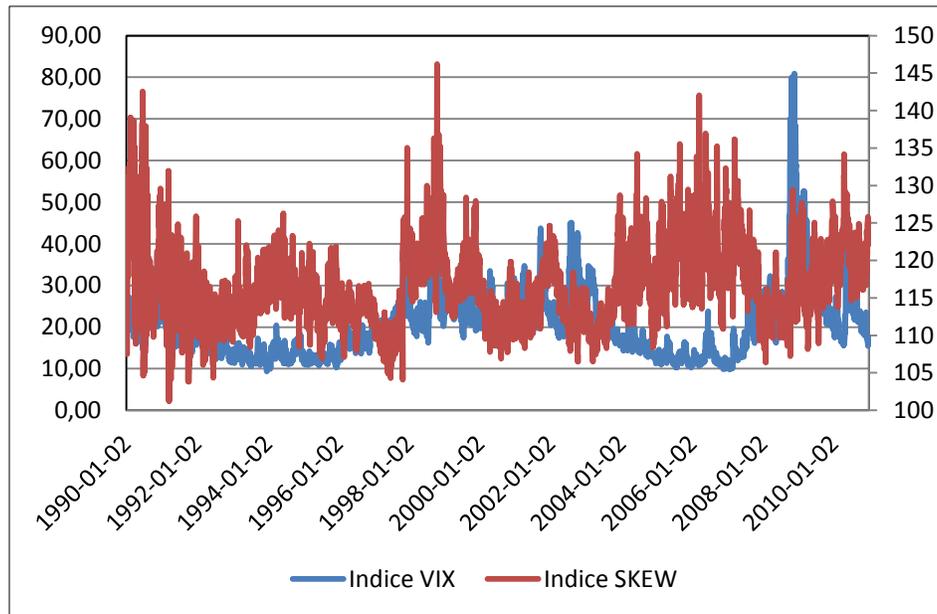
Note : L'axe des valeurs de la prime de risque de volatilité est volontairement tronqué à -0,1 afin de mieux illustrer la variation des deux séries.

Les résultats obtenus pour les régressions avec l'indice *SKEW* sont contraires à ce qui était attendu. Pour rappel, cet indice est un indicateur de la perception des investisseurs quant à la distribution des rendements futurs du *S&P 500*. Lorsque l'indice *SKEW* augmente, les risques de larges rendements négatifs sont plus élevés. Ainsi, il était attendu d'observer qu'une augmentation de cet indice soit liée à une augmentation en absolu de la prime de risque de volatilité (i.e qu'elle devienne plus négative).

Afin de mieux comprendre, il faut se rappeler que la prime de risque de volatilité est construite comme étant la différence entre l'espérance physique de la volatilité réalisée

(prédite à l'aide de mon modèle autorégressif) et son espérance risque-neutre, dont l'indice *VIX* en est la mesure. Ainsi, par construction, lorsque la valeur de l'indice *VIX* augmente, la prime de risque de volatilité devient plus négative.

Figure 5.23 : Indices *VIX* et *SKEW*



Intuitivement, une augmentation de l'indice *SKEW* devrait être liée à une augmentation de l'indice *VIX*, ce qui devrait en conséquence rendre la prime de risque de volatilité plus négative. Toutefois, tel que mentionné par Martin (2013), cette logique est basée sur l'intuition que nous avons des cumulants, au sens statistique, du monde réel et non ceux du monde des probabilités risque-neutre. Par conséquent, pour bien saisir la relation entre l'asymétrie négative des rendements futurs (dont l'indice *SKEW* est l'indicateur) et l'indice *VIX*, Martin explique qu'il faut introduire un modèle économique pour faire le pont entre les deux mesures de probabilités. Pour ce faire, il utilise un investisseur marginal qui maximise sa fonction d'utilité supposée isoélastique (aussi connue comme étant la fonction d'utilité à aversion relative au risque constante) en achetant les actifs du marché qui constituent le sous-jacent des indices *SKEW* et *VIX*. Lorsque Martin résout les conditions d'ordres supérieurs de ce problème de maximisation, il démontre que le *VIX* est effectivement relié positivement à une augmentation de l'asymétrie négative sous mesure risque-neutre, mais négativement sous la mesure de probabilité physique. La

démonstration de Martin permet d'expliquer les résultats des deux régressions que j'ai obtenus et qui indiquent qu'une augmentation de l'indice *SKEW* est liée à une prime de risque de volatilité moins négative (i.e. plus petite).

Au niveau de la significativité économique des résultats, la figure 5.22 indique que celle-ci est faible. Les valeurs prédites par l'indice *SKEW* sont très éloignées des valeurs réelles de la prime de risque de volatilité. De plus, elles ne permettent pas de discerner les tendances de long terme de celle-ci. Il faut toutefois considérer le fait que les régressions MIDAS pour les variables macroéconomiques mensuelles tiennent compte des 36 derniers mois, ce qui a pour effet de lisser encore davantage la relation statistique qu'il pourrait y avoir entre les deux séries et par conséquent diminuer la significativité statistique des coefficients.