HEC MONTRÉAL

Analyse de la performance des fonds négociés en bourse

par

Simon Lemieux-Ouellette

Sciences de la gestion

(Option Finance)

Mémoire présenté en vue de l'obtention

du grade de maître ès sciences

(M.Sc.)

Avril 2015

© Simon Lemieux-Ouellette, 2015

Résumé

Sur la période de 2000 à 2014, les résultats de cette étude suggèrent que l'ensemble des 704 fonds négociés en bourse (FNB) à gestion passive sous-performe significativement leur indice de référence de 0,24 en moyenne par année. Il n'y a cependant aucune évidence que la sous-performance annuelle des FNB est différente d'une technique de réplication à l'autre (complète, partielle ou synthétique). Ces FNB exhibent une erreur de suivi annuelle de l'ordre de 2,62 à 3,86 . En dernier lieu, cette étude montre qu'il est possible de construire un portefeuille de réplication à l'aide de la méthode de régressions ou par la méthode du filtre de Kalman. Un petit investisseur pourrait construire son propre FNB offrant une performance similaire aux FNB répliquant le S&P/TSX 60 avec un investissement de 100 000 $ à des coûts raisonnables.

Mots-clés : Fonds négociés en bourse, Performance, Erreur de suivi, Portefeuille de réplication, Technique de réplication, Filtre de Kalman

Abstract

Over the period of 2000-2014, the results of this study suggest that, on average, the 704 passively managed Exchange Traded Funds (ETF) significantly underperform their benchmark by 0.24 per year. However, there is no evidence that the annual underperformance of the ETF is different from a replication technique to another (full, partial or synthetic). These ETF exhibits an annual tracking error of about 2.62 to 3.86 . Finally, this study shows that it is possible to construct a replication portfolio using the method of regression or the Kalman filter method. A small investor could build his own ETF offering similar performances to ETF replicating the S&P/TSX 60 with an investment of $ 100,000 at reasonable costs.

Keywords : Exchange traded funds, Performance, Tracking error, Portfolio replication, Replication technique, Kalman Filter.

Table des matières

Résumé i

Abstract ii

Table des matières iii

Liste des tableaux vi

Liste des figures vii

Remerciements viii

Introduction 1

1.1 Questions de recherche 2

1.2 Objectifs de recherche 3

1.3 Importance de cette recherche 4

Les fonds négociés en bourse 5

2.1 Introduction aux fonds négociés en bourse 5

2.2 Les FNB à gestion passive et active 8

2.3 Mécanisme de création et de rachat 8

2.4 Techniques de réplication 10
2.4.1 Réplication physique complète 11
2.4.2 Réplication physique partielle 12
2.4.3 Réplication synthétique 14

2.5 Coûts des fonds négociés en bourse 14
2.5.1 Coûts internes 15
2.5.2 Coûts externes 15

2.6 L'erreur de suivi 16

2.7 Déterminants de l'erreur de suivi 17
2.7.1 Les coûts de transactions 17
2.7.2 Le traitement des dividendes 18
2.7.3 La volatilité de l'indice de référence 18
2.7.4 Changements de la composition de l'indice 18
2.7.5 Technique de réplication 19

Revue de littérature 20

3.1 Différence entre les rendements des FNB et leur indice 20

3.2 L'erreur de suivi des FNB 22

3.3 Technique de réplication 23

Méthodologie 25

4.1 Données 25
4.1.1 Distribution par type de réplication 26
4.1.2 Distribution par émetteur de FNB 27
4.1.3 Limites 28

4.2 Méthode d'évaluation de l'erreur de suivi 29

4.3 Réplication d'un indice de référence 32
4.3.1 Méthodologie de la réplication 32
4.3.2 Réplication – Régression 33
4.3.3 Réplication – Filtre de Kalman 34

Résultats 36

5.1 Performance de l'ensemble des FNB 36
5.1.1 Statistiques descriptives 37
5.1.2 Erreur de suivi 39
5.1.3 Erreur de suivi – Méthode 4 40

5.2 Performance des FNB par technique de réplication 42
5.2.1 Statistiques descriptives 43
5.2.2 Erreur de suivi par type de réplication 44

5.3 Construction d'un portefeuille répliquant le S&P/TSX 60 49
5.3.1 Évolution des poids des portefeuilles de réplications 51
5.3.2 Statistiques descriptives pour les indices et portefeuilles de réplication répliquant le S&P/TSX 60 54
5.3.3 Erreur de suivi 57
5.3.4 Performance des portefeuilles – sans frais de transaction 59
5.3.5 Performance des portefeuilles – avec frais de transaction 60

Conclusion 63

Bibliographie 65

Annexe 1 – S&P TSX 60 69

Annexe 2 – Code Matlab 71

Fichier PerformanceFNB.m 71

Fichier DescriptiveStats.m 79

Fichier DescriptiveStats2.m 81

Fichier DescriptiveStats3.m 82

Fichier PortefeuilleRéplication.m 83

Fichier Kalman_filter.m 87

Fichier ml.m 90

Fichier Transactioncost.m 91

Fichier CostFunction.m 94

Liste des tableaux

Tableau 1. Comparaison des frais des fonds à réplication physique et synthétique 15
Tableau 2. Performance empirique des FNB - Rendement 22
Tableau 3. Performance empirique des FNB – l'erreur de suivi 22
Tableau 4. Statistiques descriptives sur l'ensemble des FNB..... 37
Tableau 5. Statistiques descriptives de l'erreur de suivi l'ensemble des FNB 40
Tableau 6. Évaluation de l'erreur de suivi selon la méthode TE4 41
Tableau 7. Statistiques descriptives par technique de réplication..... 43
Tableau 8. Statistiques descriptives de l'erreur de suivi des FNB par type de réplication 46
Tableau 9. Statistiques ANOVA..... 48
Tableau 10. FNB répliquant le S&P/TSX 60..... 50
Tableau 11. Sélection des titres composants le portefeuille de réplication 51
Tableau 12. Statistiques descriptives sur les FNB répliquant le S&P/TSX 60 et sur les portefeuilles de réplication..... 55
Tableau 13. Erreur de suivi des FNB répliquant le S&P/TSX 60 58

Liste des figures

Figure 1. Mécanisme simplifié de création d'actions 9
Figure 2. Techniques de réplication des FNB 11
Figure 3. Réplication physique complète 12
Figure 4. Réplication physique partielle. 12
Figure 5. Distribution de l'échantillon par type de réplication 27
Figure 6. Distribution de l'échantillon par émetteur de fonds négociés en bourse 28
Figure 7. Autocorrélation des différences de rendements 36
Figure 8. Distribution de l'erreur de suivi (Diagramme à boîtes) 39
Figure 9. Distribution de l'erreur de suivi par technique de réplication 45
Figure 10. Évolution des poids des portefeuilles de réplications 53
Figure 11. Rendements des FNB répliquant le S&P/TSX 60 56
Figure 12. Rendements mensuels des portefeuilles de réplication 57
Figure 13. Évolution des portefeuilles sans frais de transaction 60
Figure 14. Évolution des portefeuilles avec frais de transactions 61
Figure 15. Évolution des frais de transactions 62

Remerciements

Dans un premier temps, je souhaitais adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens à remercier Bruno Rémillard et Nicolas Papageorgiou qui, en tant que mes deux directeurs de mémoires, m'ont guidé, aidé et conseillé tout au long de la réalisation de ce mémoire. Je suis extrêmement reconnaissant d'avoir eu la chance de pouvoir écrire un mémoire sur les fonds négociés en bourse, un sujet qui m'intéressait réellement.

Je tiens à remercier Thierry Warin ainsi que Pierre St-Laurent d'avoir accepté d'être membre du jury et de m'avoir fait l'honneur de juger mon mémoire.

J'aimerais aussi remercier mon frère qui a pris la peine de lire et corriger mon mémoire et de me donner des conseils sur la structure et les éléments pertinents à étudier. Je tiens aussi à remercier mes parents et mes proches pour leur contribution, leur soutien et leurs encouragements.

Merci à tous et à toutes.

Chapitre 1

Introduction

En 2008, la Caisse de dépôt et placement du Québec a annoncé une perte de 39,8 milliards de dollars, soit environ 25 de leurs actifs, attribuable principalement à une détention importante de papiers commerciaux adossés à des actifs. Certains auteurs mettent de l'avant que cette innovation financière serait la cause profonde de cette crise mondiale. Elle aurait conduit « à une expansion de crédit sans précédent qui a permis de nourrir l'expansion et la chute subséquente des prix des logements » (Brunnermeir, 2009). À la suite de cet évènement historique, beaucoup ont mis en cause les innovations financières. Cependant, en regardant de plus près, il est possible de constater que certaines innovations ont eu des effets bénéfiques. Un des meilleurs exemples est le fonds négocié en bourse (FNB). Gastineau (2002) décrit les FNB comme étant «les instruments financiers les plus importants, et potentiellement les plus polyvalents, depuis les débuts des contrats à terme il y a 30 ans ». Un FNB est un véhicule d'investissement qui tente de répliquer la performance d'un indice de référence, à savoir répliquer son rendement et son risque (Keim, 1999). Ce produit offre aux investisseurs l'opportunité d'obtenir un panier d'actifs, et par la même occasion de se diversifier, à l'aide d'une seule transaction. Contrairement aux fonds mutuels traditionnels, les FNB ont accès à la liquidité du marché puisqu'ils se transigent au même titre qu'une action.

Les FNB ont fait leur apparition sur le marché nord-américain au début des années 90. Pendant plusieurs années, ce véhicule d'investissement ne représentait qu'une infime fraction des actifs sous gestion des fonds indiciels. L'essor du marché des FNB s'est produit en 1999 avec le lancement du FNB Nasdaq-100 Index Tracking Stock. En effet, à peine un an après sa création, le fonds avait un volume moyen d'actions transigées

de 70 millions par jour, soit 4 du volume du Nasdaq. La popularité des FNB a été épidémique. À la fin de l'année 2000, le montant d'actifs sous gestion des FNB avait doublé atteignant 70 milliards US. La croissance moyenne phénoménale de 31 par année pendant la décennie subséquente a permis aux FNB d'avoir une valeur marchande de 1,92 trillion en 2012, soit 40 du marché des fonds indiciels.

1.1 Questions de recherche

Cette recherche se penche sur l'évaluation de la performance des FNB à gestion passive. De par la nature des FNB, son évaluation se distingue des fonds mutuels traditionnels. En effet, elle se base sur sa capacité à remplir son objectif principal, soit de reproduire les rendements de son indice de référence. Pour se faire, les études empiriques antérieures utilisent principalement l'erreur de suivi. L'erreur de suivi représente la mesure dans laquelle le rendement d'un fonds diffère de l'indice de référence (Roll, 1992).[1] En contraste, pour les fonds mutuels, la performance est généralement estimée par sa capacité à surperformer les fonds concurrents et leur indice de référence. Cette recherche tente de répondre aux trois questions suivantes :

1. **Est-ce que les fonds négociés en bourse sont en mesure de répliquer les rendements de leur indice de référence?**
2. **Est-ce que la technique de réplication affecte la capacité de réplication des FNB ?**
3. **Est-il possible de construire un portefeuille de réplication d'un indice de référence?**

La première question permet de déterminer si les FNB sont en mesure de remplir leur objectif. Afin d'y répondre, les rendements des FNB seront comparés aux rendements de leurs indices de références respectifs. Ainsi, il sera possible d'évaluer s'ils sont significativement différents. Ensuite, il sera question de mesurer l'amplitude de l'erreur

[1] Pour plus de détails sur l'erreur de suivi se référer à la section 2.6 - L'erreur de suivi

de réplication à l'aide de l'erreur de suivi. Pour obtenir un aperçu représentatif du marché des FNB, l'ensemble des FNB à gestion passive[2] qui se transigent en Amérique du Nord sera étudié.

La seconde question traite de la technique de réplication des FNB. Les FNB ont plusieurs options pour répliquer leur indice de référence. Ils peuvent opter pour la réplication physique partielle, la réplication physique complète ou la réplication synthétique. Le choix de la technique de réplication aura des répercussions sur la composition du FNB et sur sa capacité de suivre la performance de l'indice de référence. Il sera ainsi question d'évaluer laquelle des techniques offre la meilleure réplication.

La troisième question met en lumière certaines techniques de construction d'un FNB. Il sera question de construire un portefeuille qui réplique la performance d'un indice de référence. Deux méthodes sont utilisées pour tenter d'avoir la meilleure réplication possible. D'une part la réplication par régression et d'autre part la réplication avec un filtre de Kalman. À des fins de comparaison, l'indice répliqué est le S&P/STX-60. Une fois les portefeuilles construits, l'objectif sera de déterminer l'investissement nécessaire pour qu'un petit investisseur puisse obtenir une performance similaire à l'indice de référence après frais de transactions.

1.2 Objectifs de recherche

Cette recherche a comme principal objectif d'offrir une vue d'ensemble sur les FNB en étudiant la totalité des FNB à gestion passive en Amérique du Nord. En effet, du point de vue d'un investisseur, la sélection du meilleur véhicule d'investissement est au cœur même de ses préoccupations. Il sera à la recherche du placement qui lui permettra d'obtenir la meilleure performance. En évaluant l'erreur de suivi, il est possible d'offrir aux investisseurs institutionnels et investisseurs de détails une vision plus éclairée sur

[2] Pour plus de détails sur la gestion passive, se référer à la section 2.2 Les FNB à gestion passive et active

la qualité de ce produit financier et de prendre une meilleure décision d'investissement. De plus, de nos jours, il y a plus en plus de FNB qui réplique le même indice. Un investisseur peut se demander s'il existe une différence entre ces FNB (Newlands, 2011). Un critère important à considérer pour répondre à cette question serait la méthode de réplication utilisée par le fonds. Ainsi, cette étude permettra d'offrir une meilleure compréhension du choix du FNB en fonction de la technique de réplication.

1.3 Importance de cette recherche

Cette étude se distingue des autres recherches empiriques à plusieurs niveaux. D'une part, elle se différencie au niveau de l'échantillon. Peu d'études antérieures ont été en mesure de construire un échantillon avec autant de FNB, soit 704, sur une période de 15 ans. La majorité des études se limite à quelques FNB sur un court intervalle de temps. D'autre part, elle se distingue au niveau de l'évaluation de la performance en fonction de la technique de réplication. En effet, il ne semble pas avoir d'études qui font la distinction entre la réplication physique partielle et la réplication physique complète. Habituellement, l'analyse se limite à la comparaison des FNB à réplications synthétiques et physiques.

Chapitre 2

Les fonds négociés en bourse

Ce chapitre présente une vue d'ensemble des fonds négociés en bourse. Il débute avec une brève introduction sur ce que représente un fonds négocié en bourse. Il présente ensuite la distinction entre les FNB à gestion passive et active, le mécanisme de création et de rachat, les différentes techniques de réplications, les coûts des FNB, l'erreur de suivi et pour terminer les déterminants de l'erreur de suivi.

2.1 Introduction aux fonds négociés en bourse

Le fonds négocié en bourse (FNB) est un véhicule d'investissement qui tente habituellement de répliquer la performance d'un indice, d'une marchandise ou encore d'un panier d'actifs. Ce produit est transigé sur le marché boursier au même titre qu'une action. Ainsi, il permet à l'investisseur d'obtenir un portefeuille diversifié à l'aide d'une seule transaction.

La question se pose alors, comment-se fait –il que les FNB ont été aussi populaires au cours des dernières années? Les fonds de réplication indicielle ont été introduits sur le marché bien avant les FNB. Ce qui les distingue ne provient pas de leur objectif, mais plutôt des avantages qu'ils procurent aux investisseurs. Selon Ferri (2008), ce véhicule d'investissement offre de la flexibilité, de faibles coûts opérationnels, de la transparence et des bénéfices fiscaux supérieurs aux fonds mutuels similaires.

Tout d'abord, un des avantages des FNB provient de leur flexibilité de négociation. Ceux-ci se transigent sur le marché boursier au même titre qu'une action. Les investisseurs ont ainsi accès à la liquidité du marché et peuvent aisément acheter ou vendre une position dans un FNB. Les investisseurs sont en mesure de savoir instantanément combien ils ont payé pour leur FNB et combien ils recevront après la

vente. La facilité de transiger les FNB permet aux investisseurs de réallouer leur portefeuille aisément. Ceci les distingue des fonds mutuels qui peuvent seulement être transigés après la fermeture des marchés. La réallocation d'un portefeuille de fonds mutuel est beaucoup plus complexe et peut prendre jusqu'à quelques jours. Habituellement, pour vendre une position dans un fonds mutuel, il faut passer un ordre plusieurs heures avant la fermeture du marché. Au moment où l'investisseur passe l'ordre, il ne sait pas le prix auquel le fonds se transigera.

Par ailleurs, le second avantage des FNB provient de leurs faibles coûts opérationnels. Les FNB sont habituellement en mesure d'offrir des ratios de frais plus faibles que les autres types de fonds. N'étant pas en charge de la comptabilité de l'actionnaire, Gastineau (2001) suggère qu'ils sont en mesure d'économiser de 5 à 35 points de base du ratio de frais. Il met de l'avant que la tâche de faire le suivi des opérations de l'actionnaire représente un grand pourcentage du ratio de frais. Pour les FNB, les maisons de courtage de l'actionnaire s'occupent du suivi. Encore une fois, ceci les distingue des fonds mutuels qui doivent transmettre sur une base régulière des rapports à leurs investisseurs. De plus, les FNB réduisent les frais pour l'investisseur en n'ayant pas de frais de rachat. Le frais de rachat est souvent instauré dans les fonds mutuels afin de limiter la négociation du fonds à court terme.

Un des bénéfices clés des FNB est leur plus grande transparence comparativement aux fonds mutuels concurrents. Selon les lois américaines, les fonds mutuels sont uniquement obligés de divulguer la composition de leur portefeuille chaque trimestre. Il est ainsi impossible pour l'investisseur de savoir si le gestionnaire a respecté son prospectus ou encore s'il a pris des risques non désirés entre les trimestres. Les gestionnaires de fonds mutuels peuvent parfois s'éloigner de leurs objectifs. Pour leur part, les FNB divulguent habituellement la composition de leur portefeuille publiquement chaque jour. Certains FNB, tel que ceux émis par Vanguard, n'adhèrent

cependant pas à cette pratique. De plus, les émetteurs de FNB publient chaque jour les listes des titres qu'un participant autorisé doit remettre au FNB pour créer de nouvelles actions (Mécanisme de création et de rachat - présenté dans la section suivante).

En dernier lieu, les FNB sont habituellement en mesure d'offrir aux investisseurs une charge fiscale plus faible que les fonds mutuels similaires. Le processus de création et de rachat permet d'améliorer l'efficience fiscale du fonds. Par exemple, pour les fonds mutuels classiques, le rachat se fait par la vente des actions de son portefeuille. Si cette vente entraîne un gain en capital, le fonds devra distribuer ce gain aux actionnaires, qui eux devront payer de l'impôt sur cette distribution. Les FNB peuvent aussi accumuler et distribuer des gains en capital aux investisseurs. Cependant, ceux-ci peuvent éviter une partie de la taxation sur le gain en capital. En effet, le FNB peut échanger ses actions avec un gain en capital non réalisé au cours du rachat d'actions et limiter l'impact de la taxation. De plus, les FNB ont habituellement un roulement de portefeuille plus faible que les fonds mutuels ce qui augmente son avantage fiscal. Zigler (2002) évalue le taux d'efficience fiscale des FNB à 97,15 comparativement à 81,23 pour les fonds mutuels. Il démontre ainsi que les FNB ont un avantage fiscal significatif sur les fonds mutuels.

En somme, les FNB permettent aux investisseurs à l'aide d'une seule transaction d'obtenir un portefeuille diversifié. Même s'il est possible d'obtenir un portefeuille similaire avec un fonds mutuel, les investisseurs se tournent plus en plus vers les FNB. Cette migration a été majoritairement causée par les avantages qu'ils procurent aux investisseurs. Les FNB sont plus flexibles, ont des frais opérationnels plus faibles, une plus grande transparence et une efficience fiscale supérieure.

2.2 Les FNB à gestion passive et active

Habituellement, les stratégies de gestion de fonds peuvent être divisées en deux grandes catégories : la gestion passive et la gestion active. Malgré qu'il n'y ait pas de définition universelle ce que représente la gestion active et passive, cette étude les distingue en fonction de leur objectif. En effet, l'objectif d'un fonds à gestion passive est de répliquer la performance d'un indice de référence. Les gestionnaires de ces fonds tentent de répliquer leur indice assigné et n'interviendront pas si la performance de l'indice est dramatique. Tandis que celui d'un fonds à gestion active est de surperformer par rapport à son indice. Les gestionnaires de ces fonds auront plus de flexibilité sur le choix des secteurs ainsi que les choix de titres composants leur fonds.

Lorsque les FNB ont fait leur apparition sur leur marché, il s'agissait d'un véhicule d'investissement qui donnait accès aux investisseurs des stratégies indicielles. De par leur nature, ils avaient l'objectif de répliquer la performance de leur indice et étaient ainsi à gestion passive. Depuis quelques années, il est possible d'acquérir des FNB à gestion active. Ces FNB utilisent la même structure que ceux à gestion passive mais ne sont pas contraints de répliquer au meilleur de leur habileté leur indice de référence.

2.3 Mécanisme de création et de rachat

La croissance spectaculaire des FNB n'aurait possiblement pas été réalisable sans le mécanisme de création et de rachat d'actions. Celui-ci permet d'augmenter ou diminuer le nombre d'actions du FNB qui se transigent sur le marché. Des participants autorisés, tels que des teneurs de marchés et des grands investisseurs institutionnels, ont le pouvoir de créer ou racheter de nouvelles actions directement avec le fonds. Ils peuvent créer de nouvelles actions pour le FNB en achetant un bloc important d'actions, appelés unités de création[3], en échange d'un portefeuille d'action. Ce portefeuille d'actions devrait refléter ou contenir un échantillon représentatif de la

[3] Une unité de création contient de 10 000 à 600 000 actions de FNB, habituellement 50 000.

composition du FNB (plus de détails dans la section 2.3 techniques de réplication). Il est important de noter qu'un investisseur privé peut seulement avoir accès aux actions du FNB sur le marché et ne peut pas demander des unités de création directement à la compagnie. Ce mécanisme permet aux grands investisseurs d'obtenir une quantité importante d'actions du FNB sans faire bouger son prix sur le marché secondaire. La figure 1 ci-dessous présente le mécanisme de création d'action.

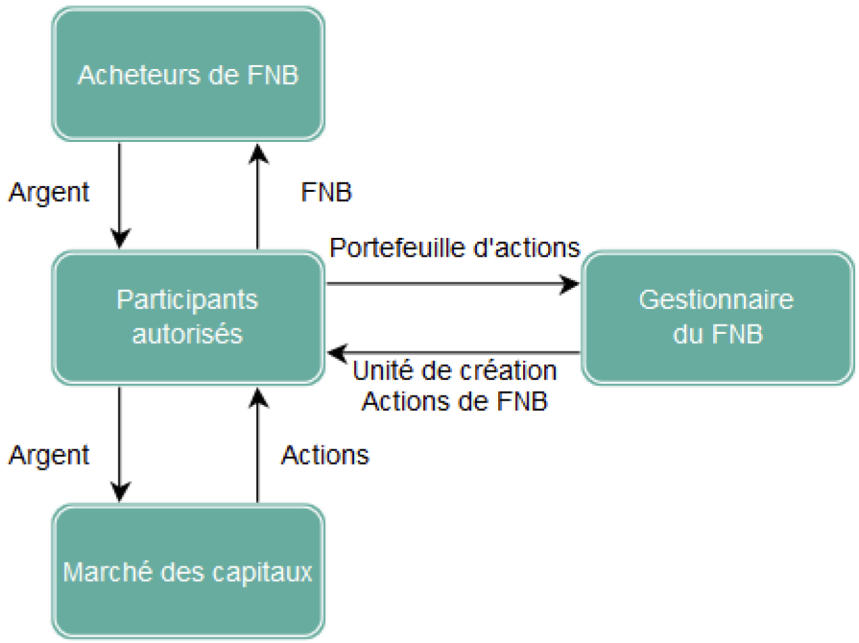


Figure 1. Mécanisme simplifié de création d'actions
Le participant autorisé échange un portefeuille d'actions en échange d'une ou plusieurs unités de création. De nouvelles actions sont créées et distribuées sur le marché aux acheteurs de FNB

Puisque le FNB est négocié sur le marché au même titre qu'une action, il est alors influencé par son offre et sa demande. Des variations de l'offre et de la demande peuvent avoir un impact sur la valeur marchande du FNB. Il est ainsi possible que la valeur marchande du FNB dévie par rapport à sa valeur intrinsèque (Net Asset Value), c'est-à-dire, la valeur de la somme de ses composantes individuelles n'équivalant pas au prix du FNB. Ces déviations offrent des opportunités d'arbitrage pour les participants autorisés (Ferri, 2008). Cet arbitrage permet au FNB de ne pas trop s'éloigner de sa

valeur intrinsèque. En effet, lorsque le FNB se transige à prime, les participants autorisés peuvent vendre à découvert le FNB tout en achetant simultanément ses composantes. En échangeant le portefeuille d'action contre une unité de création, le prix du FNB diminue jusqu'à sa valeur intrinsèque. Le processus inverse peut être utilisé lorsque le FNB est à escompte (achat du FNB et vente à découvert de ses composantes). Ce mécanisme d'arbitrage devrait avoir un impact majeur sur la capacité du FNB à répliquer son indice de référence.

2.4 Techniques de réplication

Il est possible de classifier les FNB en fonction de la technique de réplication de son indice de référence. Deux grandes catégories de réplication peuvent être différenciées : la réplication physique et la réplication synthétique. Pour ce qui est de la réplication physique, le FNB doit détenir tous les titres ou une partie des titres composants l'indice de référence. Pour ce qui est de la réplication synthétique, le FNB tente de répliquer l'indice à l'aide de swap ou d'autres produits dérivés. Le choix de la technique de réplication aura des répercussions sur la composition du FNB et sur sa capacité à répliquer son indice de référence. Le gestionnaire du FNB devra faire un compromis entre le coût de la réplication et la qualité de la réplication. Les différentes techniques de réplication sont présentées dans la figure 2.

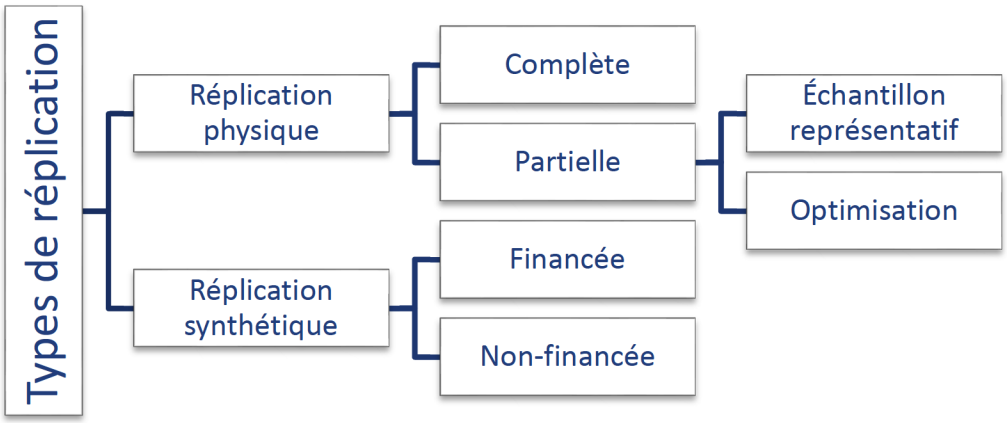


Figure 2. Techniques de réplication des FNB
Les deux grandes catégories de réplications des FNB sont la réplication physique et la réplication synthétique. La réplication physique comprend la réplication complète et partielle. Pour ce qui est de la réplication synthétique, elle peut être soit financée ou non-financée.

2.4.1 Réplication physique complète

La technique de réplication la plus simple pour reproduire la performance d'un indice de référence est la réplication physique complète. Le fonds détient toutes les composantes avec les mêmes pondérations de l'indice de référence. Avec cette méthode de réplication, à chaque changement dans l'indice de référence, le gestionnaire du FNB doit procéder à l'achat ou la vente de titre pour s'assurer de maintenir la même composition que l'indice. Le principal avantage de cette technique est sa transparence totale, l'investisseur peut savoir avec certitude la nature de son investissement et la composition du fonds sur une base quotidienne. Ben Thompson, directeur du développement d'affaires de Lyxor, affirme que la réplication physique complète fonctionne convenablement dans les marchés larges et liquides, tel que le S&P 500. Dans un tel cas, une fois que le portefeuille est mis en place, les frais de rebalancement devraient être limités. Toutefois, selon Mark Johnson, chef de vente pour Ishares Royaume-Uni, cette approche n'est pas toujours appropriée pour les marchés mondiaux où le temps, l'effort et les dépenses pour obtenir la réplication complète pourraient être désavantageuse pour le portefeuille. Par exemple, une réplication complète du MSCI World Index, qui est composé de plus de 1 600 actions,

serait complexe et dispendieuse. Ainsi, le désavantage principal de ce type de réplication provient des hauts coûts de transaction de rebalancement, la difficulté d'obtenir certaines actions et l'illiquidité de certaines actions (Cornujols et Tutuncu (2007)). La figure 3 présente le fonctionnement de la réplication physique complète.

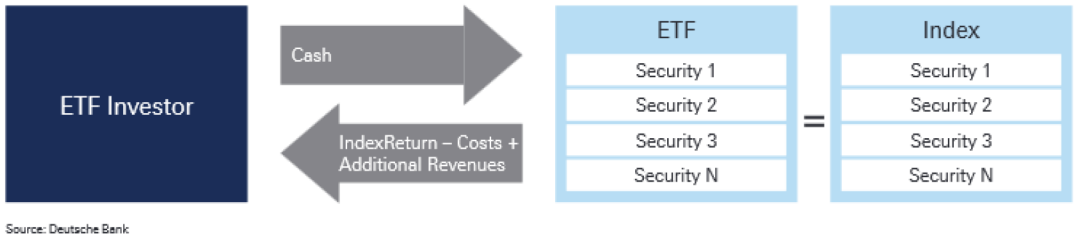


Figure 3. Réplication physique complète
L'investisseur échange un montant d'argent pour obtenir le rendement du FNB. La composition du FNB est exactement la même que celle de son indice de référence
Source : Deutsche Bank – Precision market tracking A guide to ETF replication techniques

2.4.2 Réplication physique partielle

Afin de réduire les frais généraux et les frais d'administration, les FNB peuvent procéder à la réplication physique partielle (Rudd, 1980)). Le FNB peut être composé d'un sous-ensemble de l'indice de référence qui imite de près sa performance et son risque. Le choix du sous-ensemble se fait généralement de deux méthodes : par échantillon représentatif ou par optimisation. La figure 4 présente le fonctionnement de la réplication physique partielle.

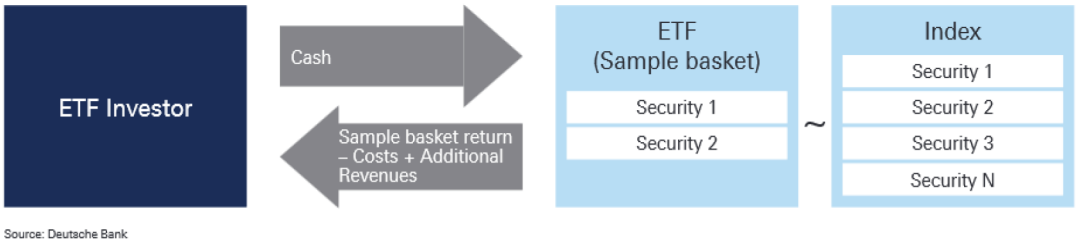


Figure 4. Réplication physique partielle.
L'investisseur échange un montant d'argent pour obtenir le rendement du FNB. Le FNB est composé d'un échantillon représentatif de l'indice de référence.
Source : Deutsche Bank – Precision market tracking A guide to ETF replication techniques

2.4.2.1 Réplication partielle par échantillon représentatif

La première méthode de réplication physique partielle est la réplication par échantillon représentatif. Dans ce cas-ci, le fonds retire habituellement les titres illiquides avec un faible poids dans l'indice et n'ayant pas un impact significatif sur la performance du fonds. Le principal risque de cette stratégie est d'omettre des titres qui ont eu des performances spectaculaires, menant une erreur de suivi significative. Généralement, un indice de référence peut être décomposé en différents facteurs tels que l'industrie, la taille des compagnies et le beta qui peuvent illustrer sa performance (Rain, 1991). À l'aide de ces facteurs, le gestionnaire du FNB est en mesure de construire un portefeuille de réplication partielle qui offre des performances similaires à l'indice de référence. L'utilisation du contrôle ex post («*back-testing*»), soit la comparaison de la performance du portefeuille relativement à l'indice de référence, permet de vérifier si les performances du FNB s'alignent avec l'indice de référence. Le contrôle ex post se fait cependant sur les données passées et ne permet pas d'être garant du futur.

2.4.2.2 Réplication partielle par optimisation

La seconde méthode de réplication physique partielle est la réplication par optimisation. Dans cette dernière, le fournisseur du FNB sélectionne des titres qui seront représentatifs de l'indice de référence. La sélection est habituellement basée sur les corrélations, l'exposition et le risque. Cette méthode aura elle aussi comme objectif de réduire les frais de transaction. La réplication peut être faite par exemple par la méthode de régression et par la méthode du filtre de Kalman. Ces deux méthodes seront utilisées afin de construire un portefeuille de réplication.[4]

[4] Plus de détails sont présenté sur la réplication par régression et par filtre de Kalman à la section 4.4

2.4.3 Réplication synthétique

Il est aussi possible de répliquer un indice de référence à l'aide de la méthode de réplication synthétique. Au lieu de détenir toutes les constituantes ou une partie représentative de l'indice de référence, il est possible de procéder à une transaction swap avec une contrepartie qui commandite le FNB (habituellement une banque d'investissement). Il existe deux types de réplication synthétique : la méthode non-financée et la méthode financée.

2.4.3.1 Réplication synthétique non-financée

Dans la première, le FNB utilise l'argent des investisseurs pour acheter un panier d'actifs (qui n'est pas nécessairement similaire à l'indice de référence) de la contrepartie du swap. Celle-ci s'engage à offrir les performances de l'indice de référence en échange de la performance du panier d'actifs. Le FNB est toujours propriétaire et possède un accès direct à ses actifs. Ainsi, même si la contrepartie du swap fait défaut, le fournisseur de FNB devrait être en mesure de liquider les actifs.

2.4.3.2 Réplication synthétique financée

Dans la seconde, le FNB échange l'argent des investisseurs à la contrepartie du swap contre le rendement de l'indice de référence et le principal à une date future. De plus, la contrepartie doit mettre des actifs en collatéral chez un gardien de valeur.

2.5 Coûts des fonds négociés en bourse

Tel que mentionné précédemment, une des raisons de la croissance phénoménale des FNB provient de ses faibles frais. Même s'ils sont plus faibles que les fonds mutuels similaires, les coûts des FNB peuvent varier considérablement en fonction de la méthode de réplication utilisée. Selon la méthode de classification d'IShares, les coûts des FNB peuvent être décomposés en coûts internes et en coûts externes. Les coûts internes représentent les frais courants du FNB tandis que les coûts externes

représentent les frais engagés lors de la négociation des titres composant le FNB. Le tableau 1 suivante présente les différents coûts en fonction de la technique de réplication.

Tableau 1. Comparaison des frais des fonds à réplication physique et synthétique
Différence entre les deux types de réplications au niveau des coûts (Source : Blackrock)

TYPE DE RÉPLICATION	COÛTS INTERNES	COÛTS EXTERNES
RÉPLICATION PHYSIQUE	Ratio de frais Frais de rebalancement	Écart entre le cours acheteur et vendeur Frais de négociation Taxation
RÉPLICATION SYNTHÉTIQUE	Ratio de frais Écart sur les swaps	

2.5.1 Coûts internes

Les principaux coûts internes d'un FNB sont le ratio des frais, les frais de rebalancement et l'écart sur les swaps. Il est possible de définir le ratio de frais comme étant les charges associées avec la gestion et les opérations du FNB. Ces charges incluent principalement les frais de gestion, les dépenses administratives, les frais légaux et les frais de vérifications. Le ratio de frais est déduit de la valeur intrinsèque du fonds sur une base quotidienne et influence ainsi la capacité du FNB à répliquer son indice de référence (IShares, 2014). Les FNB peuvent aussi faire face à des frais de rebalancement. En effet, la composition de l'indice de référence peut changer au fil du temps ce qui force le FNB à ajuster son portefeuille. Dans le cas de la réplication physique complète, il sera dans l'obligation d'avoir la même composition que l'indice. En somme tous les coûts internes ont un impact sur la capacité du FNB à répliquer son indice de référence.

2.5.2 Coûts externes

Les coûts externes correspondent aux coûts chargés à l'investisseur uniquement au moment de la négociation du FNB. Ceux-ci incluent l'écart entre le cours acheteur et le cours vendeur, les frais de transactions et la taxation. En premier lieu, le cours acheteur et le cours vendeur représentent le meilleur prix auquel un titre peut être acheté ou vendu à un moment spécifique. L'écart entre le cours acheteur et le cours

vendeur représente ainsi la différence entre le prix acheteur et le prix vendeur. En second lieu, les frais de transaction représentent les coûts additionnels lors de l'achat ou la vente d'un FNB. Ceux-ci incluent les frais de garde de valeurs, de courtage et des provisions de la banque. En troisième lieu, la taxation a un impact sur le rendement obtenu de l'investisseur (la structure légale liée à la taxation ne sera pas développée dans cette recherche). De par leur nature, ces coûts n'influencent pas directement la capacité d'un FNB à répliquer un indice de référence.

2.6 L'erreur de suivi

Même si le mécanisme de création et de rachat permet de réaligner le prix du FNB avec sa valeur intrinsèque, il est possible que le FNB ne soit pas en mesure de répliquer son indice de référence. L'objectif principal d'un FNB à gestion passive est de répliquer le risque et le rendement d'un indice de référence (Keim, 1999). Afin d'évaluer leur capacité à remplir cet objectif, les chercheurs utilisent principalement l'erreur de suivi. L'erreur de suivi représente la mesure dans laquelle le rendement d'un fonds diffère de l'indice de référence (Roll, 1992). Lorsqu'un gestionnaire de FNB est incapable de répliquer parfaitement les rendements de l'indice de référence, il n'est pas en mesure de remplir ses objectifs d'investissements; il y a de l'erreur de suivi. Roll (1992) suggère que la variabilité des rendements différentiels d'un fonds par rapport à son indice offre un niveau de confiance statistique que le processus d'investissement du gestionnaire a été mis en œuvre avec succès. Il est aussi important de présenter ce que l'erreur de suivi ne mesure pas. Johnson (2013) met de l'avant que l'erreur de suivi mesure la consistance des déviations entre le FNB et son indice de référence. L'erreur de suivi ne mesure pas la magnitude de ces déviations. Il présente l'exemple suivant pour montrer son point: « un fonds ayant des frais totaux de 3 par année qui est en mesure de répliquer parfaitement un indice de référence aurait une erreur de suivi de zéro même s'il sous-performe année après année son indice de référence. ».

2.7 Déterminants de l'erreur de suivi

L'objectif principal d'un fonds négocié en bourse est de répliquer un indice de référence. Cet objectif, qui semble plutôt simple, est toutefois très difficile à réaliser. La réplication d'un indice sera toujours sujette à une erreur de suivi et ce, peu importe la méthode de réplication empruntée par le gestionnaire. Plusieurs facteurs affecteront la magnitude de cette erreur de suivi. Chiang (1998) met de l'avant que les coûts de transactions, le traitement des dividendes, la volatilité de l'indice de référence, les changements de la composition de l'indice et la technique de réplication sont les principaux facteurs causant cette erreur de suivi.

2.7.1 Les coûts de transactions

Les coûts de transactions sont inévitables et constituent la principale source d'erreur de suivi de l'indice de référence. En effet, les coûts de transactions auront un impact significatif sur la capacité du gestionnaire du fonds de répliquer l'indice de référence. Les principaux frais de transactions proviendront de l'implémentation du portefeuille, le rebalancement du portefeuille et les flux des capitaux des clients. En effet, le gestionnaire devra effectuer des transactions afin de créer un portefeuille qui répliquera l'indice de référence. Il y aura ainsi des coûts associés avec la mise en œuvre du FNB. Ensuite, afin de suivre la stratégie du FNB, le gestionnaire effectuera des transactions pour rebalancer le portefeuille en accord avec sa politique de placement. Ces modifications entraînent des coûts de transactions supplémentaires pour réaligner le FNB avec l'indice de référence. D'autant plus, les flux de capitaux des clients rajoutent des frais de transactions supplémentaires. Lorsque les clients rajoutent des capitaux, le FNB doit investir dans les titres composant le FNB.

Keim (1999) a souligné que la liquidité des actifs contenus dans l'indice de référence aura des implications importantes sur l'amplitude des coûts de transactions. Les FNB contenant des titres illiquides feront face à des coûts de rebalancement très élevés

diminuant ainsi fortement leurs performances. Puisque les coûts de transactions sont inévitables, les gestionnaires de FNB doivent à la fois tenter de minimiser l'erreur de suivi et minimiser les coûts pour suivre l'indice de référence.

2.7.2 Le traitement des dividendes

Par ailleurs, le traitement des dividendes peut aussi causer de l'erreur de suivi. Lorsqu'une compagnie composant le FNB verse un dividende, l'indice de référence assume un réinvestissement du dividende dans l'action (Frino et Gallagher, 2002). Il y a un délai entre l'incorporation du dividende dans l'indice de référence et la réception réelle du dividende. Habituellement, l'investisseur reçoit son dividende plusieurs semaines après la date de versement. Le gestionnaire du FNB devra attendre la réception de l'argent du dividende avant de pouvoir le réinvestir. Il y aura des frais de transactions associés avec le réinvestissement du dividende. L'indice de référence assume que les dividendes sont réinvestis sans coûts au prix du marché. Cet effet créé par le traitement du dividende peut être réduit lorsque les gestionnaires participent à des plans de réinvestissements de dividendes.

2.7.3 La volatilité de l'indice de référence

La volatilité de l'indice de référence aura un impact important sur la performance du FNB. Si la composition du FNB n'est pas identique à celle de son indice de référence, les changements de la valeur de l'indice ne seront pas les mêmes que celui du FNB. Les composantes omises affecteront la volatilité de l'indice et affecteront l'erreur de suivi du FNB. La différence de volatilité entre l'indice de référence et le FNB sera intimement liée à leur différence de composition. D'autant plus, plus l'indice de référence est volatile plus il est probable qu'il y ait une erreur de suivi élevée (Chiang, 1998).

2.7.4 Changements de la composition de l'indice

L'erreur de suivi peut survenir suite à des changements de composition de l'indice de référence. En effet, la composition de l'indice de référence est toujours sujette à des

changements. Celle-ci peut varier lorsqu'il y a une addition ou une suppression d'une compagnie, un changement du nombre d'actions ou une restructuration corporative. Lors d'un changement de composition, le gestionnaire de FNB aura à évaluer s'il devra rebalancer ses positions pour suivre l'indice. Encore une fois, ce rebalancement engendrera des frais de transactions supplémentaires.

2.7.5 Technique de réplication

Le choix de la technique de réplication par un FNB aura un impact majeur sur sa capacité à répliquer un indice de référence. La méthode de réplication physique complète nécessite de détenir la totalité des titres composant l'indice de référence. Théoriquement, cette méthode minimise l'erreur de suivi avant les frais de transactions. Les autres méthodes de réplication physique, soit la réplication partielle échantillon représentatif et la réplication partielle optimisée, ne nécessitent pas la détention de tous les titres composants l'indice de référence. Ces méthodes tentent plutôt minimiser les frais de transactions en échange d'une erreur de suivi possiblement plus élevé (Olma, 1998). Ceteris paribus, l'espérance d'erreur de suivi des fonds à réplication physique devrait être plus petite que les autres techniques de réplication (Frino & Gallagher, 2002).

En somme, les principaux facteurs affectant l'erreur de suivi sont les frais de transactions, le traitement des dividendes, la volatilité de l'indice de référence, les changements de la composition de l'indice et la technique de réplication utilisée.

Chapitre 3

Revue de littérature

Les chapitres précédents ont présenté une vue d'ensemble sur les fondements théoriques des fonds négociés en bourse. Ce chapitre fait une revue de littérature des résultats empiriques sur la performance des FNB à gestion passive.

3.1 Différence entre les rendements des FNB et leur indice

L'étude de la performance des FNB est un sujet qui est de plus en plus étudié. En effet, avec la croissance du nombre et de la diversité des FNB, il est important de se questionner de la qualité de leur réplication.

Poterba et al. (2002) ont examiné la différence de rendements entre le plus grand FNB, le SPDR, et l'un des plus grands fonds mutuels le fond Vanguard Index 500. La comparaison de ces deux fonds était possible puisqu'ils répliquent le même indice, le S&P 500. Durant la période de 1994 à 2000, les résultats de cette étude suggèrent que le FNB performe pratiquement aussi bien que le fonds mutuel. Annuellement, le SPDR a sous-performé son indice de référence de 0,22 . Sur le même sujet, Elton et al. (2002) ont aussi évalué la performance du SPDR de 1993 à 1998. Ses résultats sont en accord avec ceux de Poterba (2002) avec une sous-performance de 0,28 par année. Ils mettent de l'avant que la capacité de négocier ce FNB toute la journée fournit une valeur qui compense cette petite différence de performance. Ils expliquent que le SPDR est souvent utilisé comme un mécanisme de contrôle des risques et est négocié à court terme. Même s'il offre un rendement moindre que certains contrats à terme, ils ont l'avantage de pouvoir être négociés sur de beaucoup plus petites quantités.

Milonas et al. (2006) ont étudié la performance de 36 FNB se transigeant sur le marché helvétique de 2001 à 2006. Leurs résultats suggèrent que les FNB sous-performent en moyenne quotidiennement leur indice de référence de 0,04 . Leurs résultats suggèrent que les FNB suisses sous-performent leur indice tout en exposant les investisseurs à un plus grand risque.

Pour sa part, Sventina (2008) a tenté de mettre en lumière la différence entre les FNB domestiques et internationaux. Son étude se distingue des précédentes de par la taille de son échantillon (584 FNB) et de la longue période étudiée (1993 à 2007). Il établit que les FNB répliquant un indice international présentent une sous-performance annuelle de 0,19 qui est beaucoup plus faible que les FNB répliquant un indice national (0,26). Il évalue aussi que l'erreur de suivi des FNB internationaux atteint 1.13 comparativement aux domestiques qui atteint 0,47 .

Shin (2010) trouve que l'erreur de suivi est significativement différente de zéro dans son étude sur 26 FNB basés sur les principaux indices mondiaux sur la période de 2004 à 2007. Les FNB sous-performent quotidiennement leur indice de 0,001 à 0,014 . Ceci correspond à une sous-performance annuelle de 0,25 à 3,50 .

Blitz et al. (2010) ont tenté d'évaluer la performance des FNB européens de 2003 à 2008. Ils évaluent que les FNB sous-performent leur indice de 0,50 à 1,50 par année avec une médiane de 0,84 . Cette sous-performance serait de loin supérieure à leur ratio de frais. En moyenne, le ratio du fonds contribuerait à une sous-performance de 0,56 et la taxation des dividendes pour un 0,48 .

Le tableau 2 présente un résumé des différents résultats des auteurs sur la différence entre le rendement des FNB et de leur indice.

Tableau 2. Performance empirique des FNB - Rendement
Sommaire des résultats empiriques concernant la différence entre les rendements des FNB et de leur indice de référence respectif.

AUTEUR	NOMBRE DE FNB	PÉRIODE	DIFFÉRENCE ENTRE RENDEMENTS FNB ET INDICE (ANNUELLEMENT)
POTERBA (2002)	1	1994-2000	0,22
ELTON (2002)	1	1993-1998	0,28
MILONAS (2006)	36	2001-2006	10,00
SVENTINA (2008)	584	1993-2007	0.19 à 0,26
SHIN (2010)	26	2004-2007	0,25 à 3,50
BLITZ (2010)	N.D.	2003-2008	0,50 à 1,50

Il est possible de constater qu'aucune de ces études ne prend en considération la période de la crise de 2008. Cette étude permettra de combler cette lacune en étudiant les FNB de 2000 à 2014.

3.2 L'erreur de suivi des FNB

Une autre section de la littérature empirique s'est concentrée sur l'erreur de suivi des FNB. Tel que mentionnée précédemment, l'erreur de suivi est un indicateur de performance des FNB. Celui-ci permet d'évaluer leur capacité à répliquer la performance de leur indice de référence. Le tableau 3 présente les résultats des études présentés dans la section 3.1 concernant l'erreur de suivi :

Tableau 3. Performance empirique des FNB – l'erreur de suivi
Sommaire des résultats empiriques concernant l'erreur de suivi des FNB.

AUTEUR	NOMBRE DE FNB	PÉRIODE	ERREUR DE SUIVI (ANNUELLEMENT)
MILONAS (2006)	36	2001-2006	0,86 à 1,18
SVENTINA (2008)	584	1993-2207	0,47 à 1,13
SHIN (2010)	26	2004-2007	1,59 à 2,22
BLITZ(2011)	N.D.	2003-2008	0,50 à 1,50

3.3 Technique de réplication

Les gestionnaires de FNB peuvent opter pour une réplication physique ou une réplication synthétique de leur indice de référence. Plusieurs auteurs se sont penchés sur les performances des FNB en fonction de leur technique de réplication.

Dans son étude sur les FNB européens, Elia (2012) met de l'avant que, peu importe la technique de réplication, les FNB sont significativement affectés par l'erreur de suivi. Il démontre que les FNB à réplication synthétique sont en mesure d'offrir une erreur de suivi plus faible et une plus haute efficience fiscale. Cependant, son étude ne couvre qu'un petit échantillon de 48 FNB, soit 21 à réplication synthétique et 27 à réplication physique.

Meinhardt (2012) compare aussi la performance des FNB en fonction de leur technique de réplication. À l'aide de son échantillon de 499 FNB, il découvre que les FNB sont significativement affectés par l'erreur de suivi. Cependant, il démontre que la réplication physique et synthétique ne diffère pas en termes d'erreur de suivi. Son étude exhibe cependant la faiblesse d'étudier une très courte période du 1er janvier 2010 à août 2011.

Pour leur part, Maurer & William (2014) concluent que les FNB physiques répliquent la performance de leur indice de référence similairement aux FNB synthétiques. Selon les auteurs, ceci pourrait signifier que les détenteurs de FNB à réplication synthétique ne sont pas compensés pour le risque de contrepartie additionnel qu'ils supportent. Sur ce sujet, Ramaswamy (2011) note que les FNB à réplication synthétique transforment l'erreur de suivi en risque de contrepartie. Il souligne le potentiel de risque systémique que cette technique pourrait créer. Une grande liquidation des FNB synthétique durant

les périodes de risque de contrepartie plus élevé pourrait forcer la vente de collatéral. Il conclut que le risque de ce produit pourrait être sous-estimé.

Il est important de noter qu'aucune de ces études ne se concentre sur la différence entre la réplication physique complète et la réplication physique partielle (optimisation et échantillon représentatif). Cette étude tente de combler ce manque à la littérature et utilise un échantillon de plus grande taille sur une plus longue période d'observation.

Chapitre 4

Méthodologie

Ce chapitre présente d'abord les données qui seront utilisées pour déterminer la performance des fonds négociés. Il sera ensuite question de présenter les données, les méthodes d'évaluation de l'erreur de suivi et la méthodologie de construction d'un portefeuille de réplication.

4.1 Données

Cette étude a pour objectif principal de déterminer l'erreur de suivi de l'ensemble des FNB émis en Amérique du Nord. De ce fait, il est essentiel d'avoir le plus grand échantillon possible. Idéalement, celui-ci devrait capter l'univers complet des FNB émis en Amérique du Nord, soit les 2091 FNB qui y sont transigés (en date d'octobre 2014)[5]. Pour des raisons pratiques, certains FNB ont été retirés de l'échantillon. D'une part, le premier critère de sélection était le nombre d'années depuis la création du FNB. Puisque cette étude mesure l'erreur de suivi sur une base mensuelle, il était essentiel d'avoir un nombre suffisamment élevé de données. Cette recherche a opté pour un historique de données minimum de 3 années complètes, soit au minimum de 36 observations mensuelles par FNB et par indice de référence. En second lieu, l'échantillon inclut uniquement les FNB qui sont encore transigés sur le marché. Les FNB qui ne transigeaient plus en date d'octobre 2014 ont été retiré. En dernier lieu, puisque le marché des FNB est très vaste, d'autres FNB ont été retirés selon les critères suivants :

- Retrait des FNB à gestion active
- Retrait des FNB vente à découvert

[5] Source : Bloomberg

- Retrait des FNB à levier (2x, 3x)
- Retrait des FNB inverse
- Retrait des FNB Certificat de dépôts
- Retrait des FNB Immobiliers
- Retrait des FNB avec une cible
- Retrait des FNB High Yield
- Retrait des FNB Municipaux

Il est important de noter que certains FNB ont été retirés en raison de données manquantes, incomplètes ou incorrectes. Les prix des FNB et de leur indice de référence respectif ont été téléchargés sous forme de fichier Microsoft Excel et les valeurs ont été filtrées pour retirer les prix avec une valeur de zéro et les champs non numériques tels que N/A (non disponible).

Après avoir établi la sélection des données pertinentes, l'échantillon final est composé de 704 FNB et indices de références se transigeant en Amérique du Nord du 1er janvier 2000 au 1er octobre 2014. Les données proviennent principalement de la base de données Bloomberg.

4.1.1 Distribution par type de réplication

Un des objectifs de cette étude est de déterminer si l'erreur de suivi est affectée par la méthode de réplication. Dans l'échantillon final, il y a 514 FNB à réplication physique complète, 155 à réplication physique partielle ou optimisation et 35 à réplication synthétique. La figure 5 présente la distribution de l'échantillon par type de réplication.

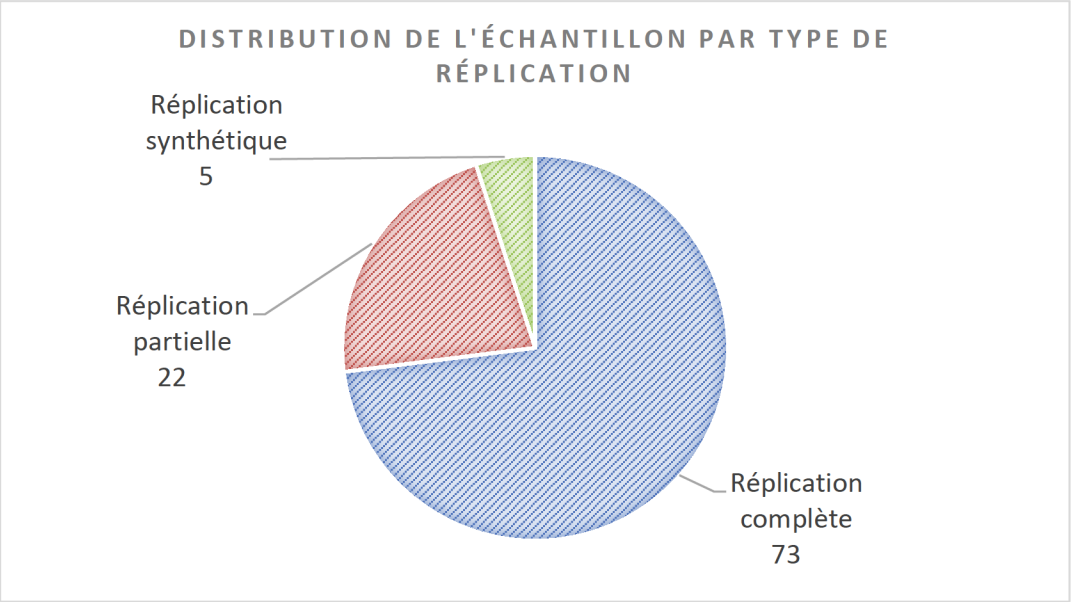


Figure 5. Distribution de l'échantillon par type de réplication
Cette figure présente le poids respectif des FNB dans l'échantillon en fonction de leur technique de réplication.

4.1.2 Distribution par émetteur de FNB

En dernier lieu, il semblait intéressant de décomposer l'échantillon en fonction de l'émetteur de FNB. Même si l'échantillon est composé d'un nombre important de différents émetteurs de FNB, il est possible de constater une forte concentration de FNB provenant d'Ishares, PowerShares et SPDR. La figure 6 permet d'avoir un aperçu de l'importance de chacun des émetteurs dans l'échantillon.

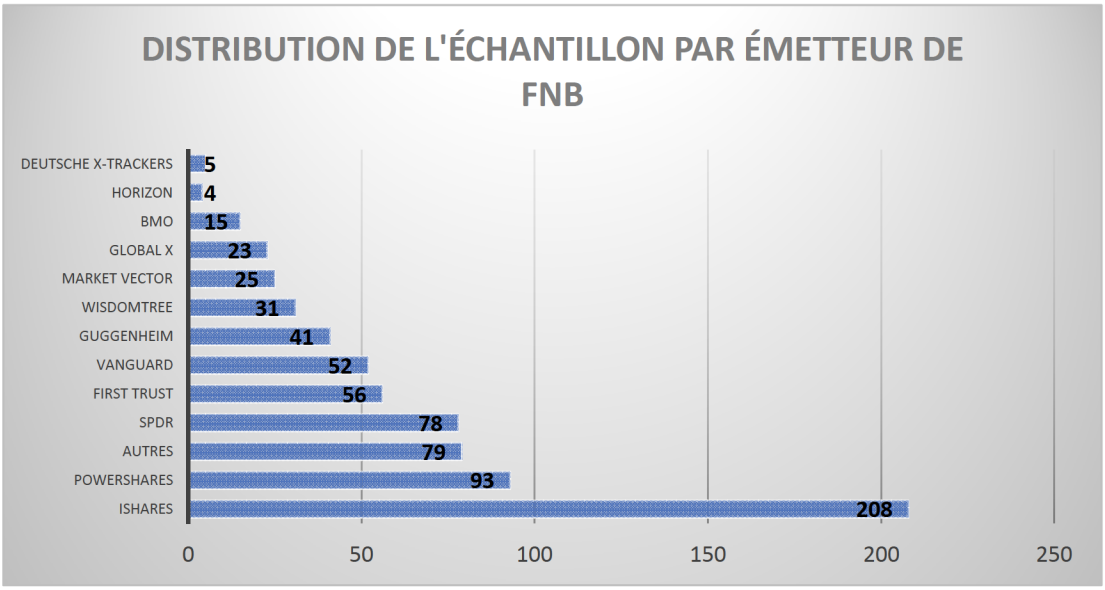


Figure 6. Distribution de l'échantillon par émetteur de fonds négociés en bourse
Cette figure présente le nombre de FNB de l'échantillon émis par chacun des émetteurs

4.1.3 Limites

Il aurait aussi été possible d'utiliser la valeur intrinsèque du fonds plutôt que les prix à la fermeture. L'avantage principal de l'utilisation du cours à la clôture est le décalage temporaire plus court entre le rendement du FNB et de l'indice de référence. Dans l'étude de Blitz (2012), à l'aide de données mensuelles, l'écart entre le prix de fermeture et sa valeur intrinsèque est significativement différent de zéro. Il est ainsi possible que l'erreur de suivi basée sur les prix de fermeture diffère de celle basé sur sa valeur intrinsèque.

Par ailleurs, puisqu'il était nécessaire d'avoir un nombre minimum d'observations pour obtenir des conclusions significatives, tous les FNB qui ont été créés après octobre 2011 ne font pas partie de l'échantillon.

L'étude se limite aux FNB qui se transigent encore sur le marché. Les FNB qui ont cessé d'être transigés n'ont pas été inclus dans l'échantillon. Ceci pourrait entraîner un biais de survie. Habituellement, les FNB qui ne se transigent plus sur le marché avaient soit une trop faible demande, soit trop peu d'échange ou encore le fonds était en perte.

4.2 Méthode d'évaluation de l'erreur de suivi

Afin d'évaluer la performance d'un FNB, il est primordial d'utiliser une mesure qui prend en considération l'objectif du véhicule d'investissement. Puisque l'objectif principal d'un FNB est de répliquer la performance d'un indice de référence, l'instrument de mesure le plus approprié est l'erreur de suivi. Il existe toutefois plusieurs méthodes afin de mesurer l'erreur de suivi d'un FNB. À des fins de comparaisons, cette étude utilisera les méthodes des études antérieures. Une nouvelle méthode sera aussi utilisée afin de combler certaines lacunes des autres méthodes. Il est important de noter que toutes ces mesures ne tiennent pas compte des frais de transaction.

4.2.1 Différence absolue des rendements

$$TE_{1,p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| R_i^{FNB} - R_i^{Indice} \right|}{n},$$

où :

$R_i^{FNB} = Rendement\ du\ FNB\ p$ à $la\ période\ t$, $R_t^{FNB} = \frac{Prix_i^{FNB} - Prix_{i-1}^{FNB}}{Prix_{i-1}^{FNB}}$

$R_i^{Indice} = Rendement\ de\ l'indicede\ référence\ p$ à $la\ période\ t$

$n = Nombre\ d'observation\ dans\ la\ période$

Cette méthode mesure au jour *t,* la différence absolue entre le rendement de l'indice de référence et du FNB. Cette mesure permet d'obtenir la moyenne journalière absolue sur *n* jours.

4.2.2 Écart-type de la différence des rendements

$$TE_{2,p} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left\{R_i^{FNB} - R_i^{Indice} - \left(\overline{R_i^{FNB} - R_i^{Indice}}\right)\right\}^2},$$

où :

$\overline{R_i^{FNB} - R_i^{Indice}}$

$= Différence\ moyenne\ entre\ les\ rendements\ de\ l'indice\ de\ référence\ et\ le\ FNB$

Cette méthode d'évaluation de l'erreur de suivi est très populaire dans la littérature empirique (Voir Roll (1992); Frino & Gallagher (2001)). Cette alternative mesure l'écart type de la différence entre les rendements de l'indice de référence et le FNB. Cette méthode possède toutefois deux inconvénients importants. En effet, selon Roll (1992), lorsque le fonds sous-performe ou surperforme régulièrement l'indice de *x* pourcent par jour, l'erreur de suivi sera nulle sur la période observée. D'autant plus, cette approche fait l'hypothèse qu'il n'y a pas d'autocorrélation entre $R_t^{FNB} - R_t^{Indice}$. Les rendements mesurés sur une base journalière ont généralement de l'autocorrélation (Pope & Yadav (1994)).

4.2.3 Écart-type de la différence absolue des rendements

$$TE_{3,p} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left\{\left|R_i^{FNB} - R_i^{Indice}\right| - \overline{\left|R_i^{FNB} - R_i^{Indice}\right|}\right\}^2}$$

4.2.4 Écart-type provenant d'un modèle à un facteur

Il est possible d'estimer l'erreur de suivi en utilisant l'écart-type d'une régression. Voici le modèle utilisé :

$$R_i^{FNB} = \alpha_1 + \beta_1 * R_i^{Indice} + \varepsilon_i,$$

où :

$\alpha_1 = Rendement\ excédentaire\ du\ FNB$

Selon Shin (2010), le coefficient alpha, α_1, ne devrait pas être positif. En effet, les dépenses de gestions des FNB devraient mener à des coefficients alpha qui sont autour de zéro ou négatif. Le coefficient beta, β_1, représente le risque systématique et la stratégie de réplication du FNB. La réplication de l'indice de référence est optimale lorsque le coefficient tend vers 1. L'auteur met de l'avant que ces coefficients sont peu importants pour mesurer l'erreur de suivi. La meilleure estimation de l'erreur de suivi provient de l'erreur type des résidus. Si celle-ci est nulle, la réplication de l'indice de référence sera parfaite. Ainsi, il est possible d'obtenir l'erreur de suivi ci-dessous :

$$TE_{4,p} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n-2}}$$

Frino et Gallagher (2002) stipulent que cette méthode devrait offrir des résultats similaires à $TE_{2,p}$. Cependant, les résidus de la régression divergeront si le coefficient beta n'est pas exactement égal à 1. Il rajoute que cette approche peut surestimer l'erreur de suivi s'il existe une relation non linéaire entre le rendement l'indice de référence et du FNB (Pope et Yadav (1994)).

Cresson, Cudd et Lipscomb (2002) suggèrent que le R-carré du modèle à un facteur pourrait être un bon indicateur de l'erreur de suivi. Plus le FNB est en mesure de répliquer son indice de référence, plus son R-carré sera élevé.

4.2.5 Erreur quadratique moyenne (« *Root mean square error* »)

La méthode d'évaluation $TE_{2,p}$ présente une lacune majeure. En effet, si le FNB sous-performe systématiquement l'indice référence d'un pourcentage $\propto$ tel que :

$$R_i^{FNB} = \propto + R_i^{Indice},$$

l'erreur de suivi $TE_{2,p}$ sera égale à zéro. Pour remédier à ce problème, cette étude propose une nouvelle méthode d'évaluation de l'erreur suivi suivante :

$$TE_{5,p} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left\{ R_i^{FNB} - R_i^{Indice}\right\}^2}.$$

4.3 Réplication d'un indice de référence

Un des objectifs de cette étude est de construire un portefeuille qui répliquera la performance d'un indice de référence. Deux méthodes seront utilisées pour tenter d'avoir la meilleure réplication possible. D'une part la réplication par régression et d'autre part la réplication avec un filtre de Kalman. À des fins de comparaison, l'indice répliqué est le S&P/TSX-60.

4.3.1 Méthodologie de la réplication

Tout d'abord l'objectif de tout FNB est de répliquer les performances d'un indice de référence. Il faudra ainsi que le rendement du FNB ($R_i^{(FNB)}$) à la période i soit le plus près possible du rendement de l'indice ($R_i^{(Ind)}$) à la même période. Le portefeuille sera constitué de $p+1$ actifs liquides (soit p actifs risqués et un actif sans risque) avec des poids respectifs $B_i^{(1)}, \dots\ B_i^{(p+1)}$ et des rendements $R_i^{(1)}, \dots, R_i^{(p+1)}$. La somme de ces poids devra être égale à 1 ($\sum_{j=1}^{p+1} B_i^{(j)} = 1$). Il n'y aura pas de contrainte sur les poids des actifs; les actifs peuvent être vendus à découvert. Il est important de noter que le rendement de l'actif sans risque, $R_i^{(p+1)}$, correspondra au rendement du taux Libor mensuel. Ainsi le rendement du portefeuille sera :

$$R_i^{(FNB)} = \sum_{j=1}^{p} B_i^{(j)} R_i^{(j)} + \left(1 - \sum_{j=1}^{p} B_i^{(j)}\right) R_i^{(p+1)}.$$

Le rendement du portefeuille peut se réécrire :

$$R_i^{(FNB)} = R_i^{(p+1)} + \sum_{j=1}^{p} B_i^{(j)}\left(R_i^{(j)} - R_i^{(p+1)}\right).$$

Avec

$$B_i^{(T)} = \left(B_i^{(1)}, \dots B_i^{(p)}\right) \; et$$

$$H_i = \left(R_i^{(1)} - R_i^{(p+1)}, \dots, R_i^{(p)} - R_i^{(p+1)}\right),$$

on obtient :

$$R_i^{(FNB)} = R_i^{(p+1)} + H_i B_i.$$

Cette manipulation permet aux poids B_i de ne plus avoir de contrainte linéaire. Il ne reste plus qu'à choisir des B_i qui permettent d'avoir un rendement excédentaire $H_i\, B_i$ qui soit le plus près possible du rendement excédentaire de l'indice Y_i :

$$Y_i = R_i^{(Ind)} - R_i^{(p+1)}.$$

Une fois que les rendements excédentaires de l'indice et des composantes du portefeuille de réplication sont obtenus, il faut ensuite estimer les coefficients B_i qui permettent de répliquer l'indice de référence. Pour plus de détails sur cette méthodologie, se référer à Rémillard (2013).

4.3.2 Réplication – Régression

La première méthode pour estimer les coefficients B_i est la réplication par régression. L'utilisation de la régression linéaire permettra de modeler la relation entre les rendements excédentaires du portefeuille et les rendements excédentaire de l'indice de référence :

$$Y_{it} = \alpha_{it} + H_{it}^{(1)} B_{it}^{(1)} + \cdots \; H_{it}^{(p)} B_{it}^{(p)} + \varepsilon_{it}.$$

Les coefficients B_i sont estimés à l'aide d'une fenêtre mobile de 24 observations mensuelles ($n = 24$)[6]. Le coefficient est estimé à l'aide de l'équation suivante :

$$B_i = \arg\min_B \sum_{k=1-n+1}^{i} (y_k - H_k B\,)^2.$$

[6] Hasanhodzic & Lo (2006) ont proposé l'utilisation d'une fenêtre de 24 mois

4.3.3 Réplication – Filtre de Kalman

Une seconde méthode possible est celle de la réplication à l'aide d'un filtre de Kalman. Le filtre de Kalman estime les états d'un système dynamique et linéaire d'une série temporelle à l'aide d'un algorithme récursif. Teiletche & Roncalli (2007) suggèrent d'incorporer une marche aléatoire dans l'évolution des B_i. Il propose le modèle suivant :

$$
\begin{aligned}
Y_i &= H_i B_i + \varepsilon_i \qquad && \varepsilon_i \sim N_p(0, R_i);\\
B_i^1 &= B_{i-1}^1 + \eta_i^1 && \eta_i^1 \sim N(0, Q_i);\\
&\dots; \\
B_i^m &= B_{i-1}^m + \eta_i^m && \eta_i^m \sim N(0, Q_i),
\end{aligned}
$$

où :

- Y_i est une série temporelle des rendements de l'indice de référence contenant $N\ x\ 1$ éléments;
- H_i est une matrice de rendements contenant $N\ x\ m$ éléments;
- B_i est la matrice des poids des différents actifs contenant $m\ x\ 1$ éléments;
- ε_i est un bruit blanc contenant $g\ x\ 1$ éléments;
- η_i est un bruit blanc contenant $N\ x\ 1$ éléments.

Il est important de noter que le modèle suppose que ε_i et η_i sont indépendants et distribués normalement.

4.3.3.1 Algorithme du filtre

La première partie de l'algorithme estime l'espérance du processus inobservable ($B_{i\,|\,i-1}$), la variance du processus inobservable ($P_{i\,|\,i-1}$) et l'espérance du processus observable ($Y_{i\,|\,i-1}$).

$$
\begin{aligned}
B_{i\,|\,i-1} &= u_i + F_i B_{i-1\,|\,i-1};\\
P_{i\,|\,i-1} &= F_i P_{i-1\,|\,i-1} F_i^{\mathsf{T}} + G_i Q_i G_i^{\mathsf{T}};\\
Y_{i\,|\,i-1} &= d_i + H_i B_{i\,|\,i-1}.
\end{aligned}
$$

La seconde partie de l'algorithme estime l'erreur d'estimation du processus observable (e_i), la variance de l'erreur (V_i) et le gain de Kalman ($P_{i\,|\,i-1}H_i^{\intercal}V_i^{-1}$) qui permet de corriger l'estimation du processus inobservable.et sa variance.

$$e_i = Y_i - Y_{i\,|\,i-1}\,;$$
$$V_i = H_i P_{i\,|\,i-1} H_i^{\intercal} + R_i\,;$$
$$B_{i\,|\,i} = B_{i\,|\,i-1} + P_{i\,|\,i-1} H_i^{\intercal} V_i^{-1} e_i;$$
$$P_{i\,|\,i} = P_{i\,|\,i-1} - P_{i\,|\,i-1} H_i^{\intercal} V_i^{-1} H_i P_{i\,|\,i-1};$$

où:

- F_i est une matrice contenant $m\ x\ m$ éléments;
- G_i est une matrice contenant $m\ x\ g$ éléments;
- Q_i est une matrice contenant $g\ x\ g$ éléments;
- D_i est une matrice contenant $N\ x\ N$ éléments.

Ainsi, la meilleure estimation de B_i étant donné toute l'information disponible au moment $i-1$ est $B_{i\,|\,i-1}$.

4.3.3.2 Initialisation du filtre

Afin d'initialiser l'algorithme, il est nécessaire d'avoir des valeurs de B_0 et de P_0. Puisque le processus du filtre de Kalman est itératif, le point de départ de ces valeurs a peu d'importance. Au fil du temps, le filtre corrigera l'aléa. Les valeurs choisies étaient $B_0 = 0$ et $P_0 = 1$. Cependant, il faut faire attention de ne pas initialiser $P_0 = 0$.

4.3.3.3 Estimation des paramètres

La méthode utilisée pour estimer les paramètres est la log-vraisemblance. Cette méthode a pour objectif de maximiser la densité jointe des observations indépendantes Y_i. Puisque les séries temporelles ne sont pas indépendantes, la fonction de densité doit être conditionnelle :

$$-L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \ln(detV_i) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} e_i^{\intercal} V_i^{-1} e_i + \frac{nr}{2}\ln(2\pi).$$

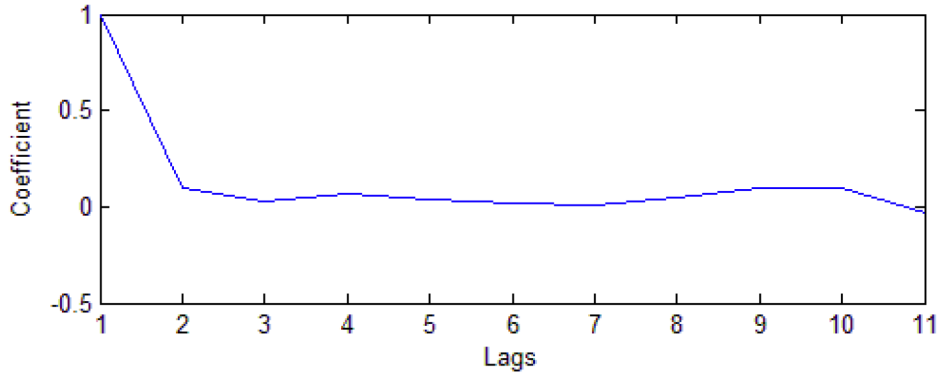
Chapitre 5

Résultats

Ce chapitre présente les résultats empiriques de cette recherche. En premier lieu, il met en lumière la performance de l'ensemble des fonds négociés en bourse, la performance des FNB en fonction de leur technique de réplication et de la performance des FNB répliquant le S&P/TSX 60. En second lieu, il est question de présenter les résultats des portefeuilles de réplication du S&P/TSX 60 construit à l'aide de la méthode de régression et à l'aide d'un filtre de Kalman.

5.1 Performance de l'ensemble des FNB

Dans un premier temps, il est essentiel de s'assurer que les données soient indépendantes. Il s'agit de vérifier s'il y a présence d'autocorrélation dans la différence des rendements des FNB et des indices de référence. La figure 7 présente l'évolution de l'autocorrélation entre les différences et est complémenté par les p-value des tests de Ljung-Box pour chacun des 10 premiers décalages (lags). Elle confirme qu'il n'y a pas d'autocorrélation dans ces données.



DÉCALAGE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TEST LJUNG-BOX	0,895	0,978	0,997	0,999	0,999	0,998	0,999	0,999	0,999	0,900

Figure 7. Autocorrélation des différences de rendements
Cette figure l'évolution de l'autocorrélation de la différence des rendements des FNB et des indices de références.

Tel que présenté dans les chapitres précédents, afin d'évaluer la performance des FNB, il est essentiel de comparer leurs rendements avec leur indice de référence ainsi que de mesurer l'erreur de suivi. Le tableau 4 présente les statistiques descriptives des rendements annuels sur l'ensemble des 704 FNB de l'échantillon du 1er janvier 2000 au 1er octobre 2014.

5.1.1 Statistiques descriptives

Tableau 4. Statistiques descriptives sur l'ensemble des FNB
Le minimum et le maximum représentent le rendement annuel moyen le plus élevé et le plus faible. La corrélation de Pearson présentée correspond à la moyenne des corrélations entre chacun des FNB et leur indice.

RENDEMENT ANNUALISÉ	FONDS NÉGOCIÉS EN BOURSE	INDICE DE RÉFÉRENCE
MOYENNE	7,23	7,56
MÉDIANE	7,67	7,88
ÉCART-TYPE	19,76	19,46
MAXIMUM	25,51	27,24
MINIMUM	- 35,49	-34,20
NOMBRE OBSERVATIONS	59 660	
NOMBRE DE FONDS	704	
CORRÉLATION PEARSON	0.9701	
T-TEST (P-VALUE)	0.0000	
WILCOXSON (P-VALUE)	0.0000	

Par ailleurs, le coefficient de corrélation de Pearson atteint une valeur très élevée de 0.9701. Ceci permet de mettre de l'avant qu'il existe une forte relation positive, presque parfaite, entre les rendements des FNB et leur indice de référence. Ce résultat est en accord avec les fondements théoriques; il devrait exister une relation linéaire entre les rendements des FNB et les rendements de leur indice.

D'autre part, il est possible de constater qu'en moyenne les rendements annuels des FNB sont de 7,23 comparativement à 7,56 pour leur indice de référence et que les rendements médians sont respectivement de 7,67 et 7,88 . Afin d'évaluer si les

rendements des FNB sont significativement inférieurs à ceux de leur indice de référence respectif, le test d'hypothèse suivant sera utilisé :

H_0 : La moyenne des rendements annuels des FNB est plus grande ou égale à la moyenne des rendements annuels de leur indice de référence.

H_1 : La moyenne des rendements annuels des FNB est plus petite que la moyenne des rendements annuels de leur indice de référence.

$$H_0: (u_{FNB} - u_{Index}) \geq 0,$$
$$H_1: (u_{FNB} - u_{Index}) < 0,$$

où :

u_{FNB} : Moyenne des rendements annuels de chaque FNB, et

u_{Index} : Moyenne des rendements annuels de chaque indice

Les résultats de ce test d'hypothèse suggèrent que, sur l'ensemble de l'échantillon, le rendement moyen des FNB est significativement plus petit que celui de leur indice de référence à un niveau de confiance de plus de 99 . Ce résultat est en accord avec les fondements théoriques présentés dans les chapitres précédents. En effet, les FNB font face à des coûts internes qui peuvent diminuer leur rendement tandis que les indices sont exempts de coûts. Afin de déterminer l'ordre de grandeur de la différence entre les moyennes de rendements, l'intervalle de confiance suivant est utilisé :

$$\overline{D} \pm t_{\propto/2} S_D / \sqrt{n}$$

À un niveau de confiance de 99 , les rendements des FNB sont inférieurs aux rendements de leur indice de référence de l'ordre de 0,17 à 0,58 annuellement. Ces résultats appuient les conclusions de Elton (2002), Poterba (2002) et de Sventina (2008).

Par ailleurs, il semble pertinent de procéder à un test sur l'égalité des médianes. À savoir, si les rendements médians des FNB sont significativement inférieurs à ceux de

leurs indices de référence. Pour ce faire, un test non-paramétrique sur l'égalité des médianes de Wilcoxon a été réalisé. À un niveau de confiance de 99 , les médianes des FNB sont significativement inférieures aux médianes des indices de références. La médiane des rendements annuels des FNB est 0,21 inférieure à celle des indices de références.

5.1.2 Erreur de suivi

L'erreur de suivi sera mesurée à l'aide de cinq différentes méthodes. Avant de procéder à l'évaluation de l'erreur de suivi, il semble pertinent de présenter sa distribution à l'aide d'un diagramme à boîtes.

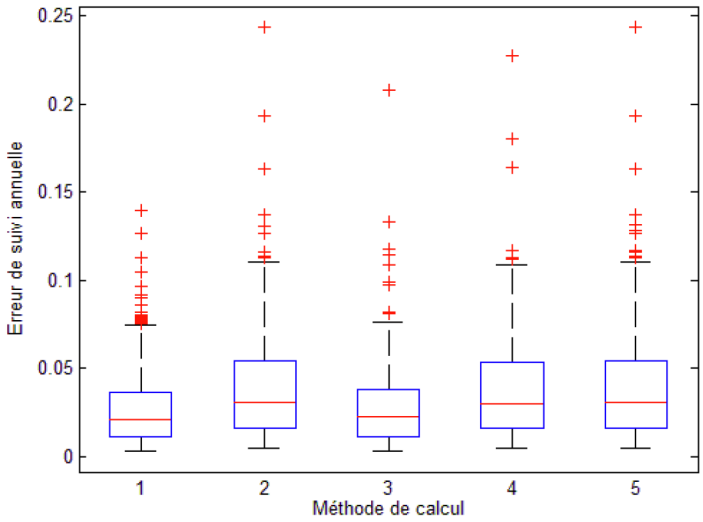


Figure 8. Distribution de l'erreur de suivi (Diagramme à boîtes)
Ce diagramme à boîtes présente la distribution de l'erreur de suivi selon les cinq différentes méthodes d'évaluation. Il présente le minimum, le maximum, les quartiles et les valeurs aberrantes. L'erreur de suivi est mesurée sur une base annuelle.

Il est possible de constater que quelques FNB ont une erreur de suivi très élevé pouvant aller jusqu'à près de 25 par année. Cependant, indépendamment de la méthode d'évaluation de l'erreur de suivi, il n'y a que trois FNB qui ont une erreur de suivi plus grande de 15 par année.

Le tableau 5 met en évidences les résultats concernant l'erreur de suivi de l'ensemble de l'échantillon.

Tableau 5. Statistiques descriptives de l'erreur de suivi l'ensemble des FNB
Ce tableau présente différentes statistiques descriptives sur l'erreur de suivi. Les données sont mensuelles et ont été annualisées.

ANNUALISÉ	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5
MOYENNE	2,62	3,81	2,75	3,68	3,84
MÉDIANE	2,05	3,04	2,21	3,02	3,08
ÉCART-TYPE	1,92	2,80	2,09	2,59	2,81
MINIMUM	0,31	0,44	0,33	0,42	0,46
MAXIMUM	13,96	24,35	20,76	22,71	24,35
ASYMÉTRIE	1.5761	1.6658	1.9646	1.5622	1,6727
KURTOSIS	6.4340	8.1030	11.2324	7.9426	8,4143

Il est possible de constater qu'en moyenne l'erreur de suivi se situe entre 2,62 à 3,86 par année. En contraste, la médiane des valeurs est plus basse de 2,05 à 3,08 par année. Ceci permet de supposer que les valeurs extrêmes affectent à la hausse la moyenne de l'erreur de suivi. La distribution de l'erreur de suivi possède une asymétrie positive et est leptokurtique tel que le démontre la figure 8 et les statistiques descriptives du tableau 5.

5.1.3 Erreur de suivi – Méthode 4

L'erreur de suivi TE2 devrait s'apparenter à l'erreur de suivi TE4. Effectivement, les résultats du Tableau 3 prouvent, qu'en moyenne, l'erreur de suivi annuelle serait respectivement de 3,81 et 3,68 .

Puisque la quatrième méthode d'évaluation de l'erreur de suivi se réalise à l'aide d'une régression linéaire, il est possible d'analyser les différents coefficients de la régression :

$$R_t^{FNB} = \alpha_t + \beta_t * R_t^{Indice} + \varepsilon_t.$$

Afin d'évaluer si les rendements des FNB sont significativement inférieurs à ceux de leur indice de référence respectif, le test d'hypothèse suivant sera utilisé :

$$H_0: \alpha \geq 0$$

$$H_1: \alpha < 0$$

Ensuite, il est important d'évaluer si les FNB sont en mesure de répliquer leur indice de référence. Le test d'hypothèse suivant sera utilisé :

$$H_0: \beta = 1$$

$$H_1: \beta \neq 1$$

Tableau 6. Évaluation de l'erreur de suivi selon la méthode TE4
Ce tableau présente les résultats sur l'ensemble des 704 FNB. Le test d'hypothèse sur α tente de déterminer si sa valeur est significativement inférieure à zéro. Le test d'hypothèse sur β tente de déterminer si sa valeur est significativement différente de un. Les données ont été annualisées.

RENDEMENT ANNUALISÉ	TE4	α	β	R^2
MOYENNE	3,68	-0,0024*** (-25.5567)	0.9919** (-1.7119)	0.9436
MÉDIANE	3,02	-0.0036	0.9997	0.9722
ÉCART-TYPE	2,59	0.0052	0.1204	0.0860
1ER CENTILE	0,70	-0.0528	0.4188	0.5335
99ÈME CENTILE	10,56	0.0408	1.2050	0.9987

* Significatif à 90 de confiance
** Significatif à 95 de confiance
*** Significatif à 99 de confiance

L'objectif d'un FNB étant de répliquer la performance de son indice, la valeur attendue des coefficients α et β est de 0 et de 1 respectivement. Un coefficient α égal à zéro signale que le FNB ne génère pas de rendements excédentaires par rapport à son indice de référence. Un coefficient β égal à un indique que le véhicule d'investissement est en mesure de répliquer idéalement son indice. En lien avec les résultats obtenus dans la section précédente, le coefficient α est significativement inférieur à zéro. Ceci signale que les FNB sous-performent significativement leur indice de référence. Cette méthode d'évaluation suggère que les FNB sous-performent leur indice de 0,24 annuellement. En ce qui a trait au coefficient β, il atteint la valeur de 0,9919 ce qui est près de la valeur escomptée pour une réplication parfaite. Le coefficient β est cependant significativement différent de un, vérifiant ainsi la présence d'erreur de suivi. Il est

important de noter que la valeur des coefficients du 1er au 99ème centile varie de 0.4188 à 1.2050.

Le coefficient R^2 moyen des régressions atteint une valeur de 94,36 . Ceci signifie que près de 95 des rendements des FNB peuvent être expliqué par les rendements de leur indice. Sur l'ensemble de l'échantillon, seulement 36 FNB ont un R^2 inférieur à 80 .

En somme, l'analyse de la performance de l'ensemble des FNB permet de formuler les trois postulats suivants :

- **Postulat 1 :** Dans leur ensemble, les FNB sous-performe significativement leur indice de référence de l'ordre de 0,17 à 0,58 par année à un niveau de confiance de 99 .
- **Postulat 2 :** Dans leur ensemble, les FNB ne sont pas en mesure de répliquer parfaitement leur indice de référence et il y a présence d'erreur de suivi de l'ordre de 2,62 à 3,86 .
- **Postulat 3** : Dans leur ensemble, les FNB sous-performe significativement leur indice de référence de l'ordre de 0,24 sur une base annualisée (Méthode d'évaluation TE4).

5.2 Performance des FNB par technique de réplication

Dans cette section de l'évaluation de la performance, les FNB sont divisés en trois groupes en fonction de leur technique de réplication soit la réplication synthétique, complète et partielle. Il sera question d'évaluer l'impact de la technique de réplication sur la capacité des FNB à répliquer leur indice de référence.

5.2.1 Statistiques descriptives

Tableau 7. Statistiques descriptives par technique de réplication
Ce tableau présente des statistiques descriptives sur les données du 1er janvier 2000 au 1er octobre 2014. Le minimum et le maximum représente le rendement annuel moyen le plus élevé et le plus faible de sa catégorie. Les données mensuelles ont été annualisées.

RENDEMENT ANNUALISÉ	RÉPLICATION SYNTHÉTIQUE	INDICE DE RÉFÉRENCE	RÉPLICATION COMPLÈTE	INDICE DE RÉFÉRENCE	RÉPLICATION PARTIELLE	INDICE DE RÉFÉRENCE
MOYENNE	-0,27	0,30	7,92	8,28	6,60	7,08
ÉCART-TYPE	20,76	20,30	20,45	20,17	17,24	16,91
MAXIMUM	17,11	15,83	25,51	27,24	21,12	20,52
MINIMUM	- 35,49	- 34,19	-29,19	30,96	- 9,72	- 13,80
OBSERVATIONS	2 461		43 760		13 439	
FONDS	35		514		155	
T-TEST (P-VALUE)	0,2215		0,0000		0,0030	
WILCOXSON (P-VALUE)	0,2615		0,0000		0,0000	
INTERVALLE DE CONFIANCE	-2,09 à 0,96		-0,10 à -0,51		-0,02 à -1,04	

Dans un premier temps, il semble pertinent d'évaluer si les rendements des FNB sont significativement inférieurs à ceux de leur indice de référence lorsqu'ils sont divisés en fonction de leur technique de réplication. Pour ce faire, le test d'hypothèse suivant est utilisé :

H_0 : La moyenne des rendements annuels des FNB est plus grande ou égale à la moyenne des rendements annuels de leur indice de référence.

H_1 : La moyenne des rendements annuels des FNB est plus petite que la moyenne des rendements annuels de leur indice de référence.

$$H_0: (u_{FNB} - u_{Index}) \geq 0,$$
$$H_1: (u_{FNB} - u_{Index}) < 0,$$

où :

u_{FNB} : Moyenne des rendements annuels de chaque FNB et

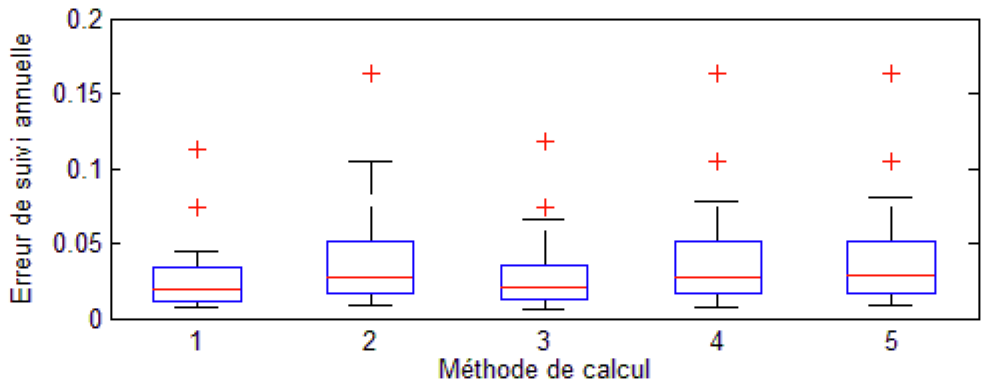
u_{Index} : Moyenne des rendements annuels de chaque indice

En décomposant l'échantillon par type de réplication, il est possible de remarquer que la moyenne des rendements annuels de la réplication physique partielle et complète est significativement plus petite que leur indice de référence à un niveau de confiance de 99 . Ces résultats suggèrent que les FNB à réplication complète sous-performent leur indice de 0,36 par année tandis que les FNB à réplication partielle de 0,48 par année. Pour ce qui est de la réplication synthétique, il n'y a pas d'évidence qu'ils sous-performent leur indice de référence. Il est possible que le nombre de données ne soit pas suffisant pour évaluer s'ils sous-performent leur indice.

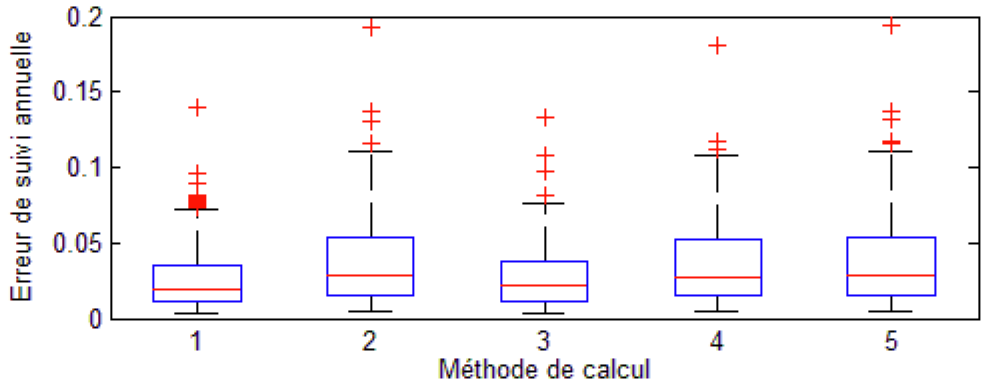
5.2.2 Erreur de suivi par type de réplication

Tel que mentionné dans un chapitre précédent, l'erreur de suivi sera mesurée à l'aide de cinq différentes méthodes. Avant de procéder à l'évaluation de l'erreur de suivi par technique de réplication, il semble pertinent de présenter sa distribution à l'aide d'un diagramme à boîtes (figure 9). L'évaluation de l'erreur de suivi sera présentée dans le tableau 8 subséquent.

Réplication synthétique (35 FNB)



Réplication physique complète (514 FNB)



Réplication physique partielle (155 FNB)

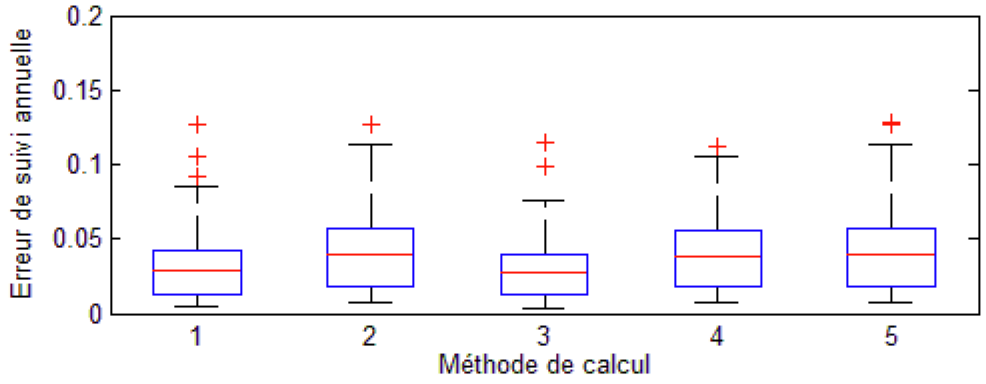


Figure 9. Distribution de l'erreur de suivi par technique de réplication
Ces diagrammes à boîtes présentent la distribution de l'erreur de suivi selon les cinq différentes méthodes d'évaluation. Ils présentent le minimum, le maximum, les quartiles et les valeurs aberrantes. L'erreur de suivi est mesurée sur une base annuelle

Tableau 8. Statistiques descriptives de l'erreur de suivi des FNB par type de réplication

Ce tableau présente les résultats des quatre méthodes d'évaluation de l'erreur de suivi du 1er janvier 2000 au 1er octobre 2014. Les valeurs des t-test sont présentées entre parenthèses. Les calculs ont été réalisés sur une base mensuelle et ont été annualisés.

Réplication synthétique (35 FNB)

	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5	α	β	R^2
MOYENNE	2,57	3,70	2,74	3,67	3,78	-0,0063 (-1,2832)	0,9954 (-0,7183)	0,9503
MÉDIANE	1,96	2,77	2,01	2,77	2,80	-0,0064	1,0079	0,9842
ÉCART-TYPE	2,07	3,06	2,25	3,08	3,06	0,0083	0,0382	0,0663
MINIMUM	0,70	0,80	0,53	0,80	0,89	-0,0079	0,8812	0,7049
MAXIMUM	11,24	16,32	11,76	16,39	16,32	0,0397	1,0699	0,9967
ASYMÉTRIE	2,4587	2,3586	2,2160	2,3772	1,9582	-0,6887	-0,7140	-1,9350
KURTOSIS	10,2935	9,7270	8,8315	9,7890	9,5377	3,2092	3,8788	6,7111

Réplication physique complète (514 FNB)

	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5	α	β	R^2
MOYENNE	2,52	3,69	2,67	3,57	3,71	-0,0018** (-2,2532)	0,9905*** (-2,7542)	0,9528
MÉDIANE	1,93	2,79	2,14	2,78	2,83	-0,0028	1,000	0,9781
ÉCART-TYPE	1,86	2,66	1,95	2,46	2,67	0,0045	0.0784	0,0715
MINIMUM	0,31	0,44	0,33	0,42	0,46	-0,1236	0.4598	0,4608
MAXIMUM	13,96	19,33	13,29	18,06	19,34	0,0704	1.4838	0,9994
ASYMÉTRIE	1,4768	1,2923	1,2157	1,1344	1,3201	-0,7115	-1,8317	-3,5176
KURTOSIS	6,1525	5,3265	4,490	4,8415	5,4106	13,4110	18,5336	18,7587

Réplication physique partielle (155 FNB)

	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5	α	β	R^2
MOYENNE	2,94	4,25	3,03	4,08	4,28	-0,0038** (-1,9440)	0,9973 (-0,1550)	0,9127
MÉDIANE	2,84	3,93	2,69	3,87	3,95	-0,0056	0,9975	0,9485
ÉCART-TYPE	2,06	3,15	2,47	2,89	3,18	0,0063	0,2129	0,1192
MINIMUM	0,47	0,70	0,38	0,69	0,70	-0,0740	0,4194	0,2052
MAXIMUM	12,65	24,35	20,76	22,71	24,35	0,0152	3,2856	0,9980
ASYMÉTRIE	1,4462	2,0874	2,9029	2,0353	2,1121	4,4300	7,7962	-3,3093
KURTOSIS	6,0799	12,0144	18,9538	12,3376	2,1688	38,3885	88,0011	16,4853

* Significatif à 90 de confiance

** Significatif à 95 de confiance

*** Significatif à 99 de confiance

À première vue, il semble que l'erreur de suivi des FNB à réplication synthétique et à réplication physique complète soit très similaire. En effet, selon les différentes méthodes d'évaluation, l'erreur de suivi des FNB à réplication synthétique se situe entre 2,56 et 3,78 par année comparativement aux FNB à réplication physique complète qui se situe 2,52 et 3,71 . Pour ce qui est des FNB à réplication physique partielle, l'erreur de suivi se situe de 2,94 et 4,28 .

Par ailleurs, les coefficients α sont significatifs pour la réplication complète et partielle. Ceci permet de confirmer les résultats de la section précédente et de répondre aux deux premières questions de cette recherche[7]. En effet, les FNB sous-performent significativement leur indice de référence. Cependant, encore une fois, il n'y a pas d'évidence que les FNB à réplication synthétique sous-performent leur indice de référence. En somme, ces résultats suggèrent que la réplication physique complète et partielle sous-performent respectivement leur indice de 0,18 et 0,38 par année.

ANOVA à un facteur

Dans un second temps, selon Meinhardt (2012), pour déterminer si la méthode de réplication affecte la capacité des FNB à répliquer leur indice de référence il ne faut pas se limiter à comparer l'erreur de suivi, les coefficients α, β et R^2. Il propose d'utiliser une analyse ANOVA à un facteur pour vérifier la différence entre les groupes. Ainsi, il sera possible de déterminer si la moyenne d'un des coefficients est significativement différente dans l'une des techniques de réplication.

[7] Les deux premières questions de recherche sont : 1) Est-ce que les fonds négociés en bourse sont en mesure de répliquer les rendements de leur indice de référence? 2) Est-ce que la technique de réplication affecte la capacité de réplication des FNB?

Tableau 9. Statistiques ANOVA
Ce tableau présente les résultats de la comparaison des moyennes des trois types de réplications. Afin de réduire l'accumulation d'erreur alpha et ne pas diminuer le pouvoir explicatif des résultats, le test Post-Hoc de Tukey lorsque la variance est homogène et le test Games-Howell lorsque la variance est hétérogène ont été réalisés.

TESTS VARIANCES	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5	α	β	R^2
TEST LEVENE	0,4705	0,5643	0,4685	0,4149	0,7225	8,4884***	4,6771***	12,1300**
TEST BROWN-FORSYTHE	0,9164	0,8916	0,6202	0,6366	0,9363	8,4846***	5,1096***	6,3929***

TESTS MOYENNES	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5	α	β	R^2
TEST WELCH	2,6067*	2,0192	1,4209	2,0152	2,0122	0,9049	0,2899	7,9145***
TEST F	2,9025*	2,4288*	1,8280	2,3608*	2,4368*	1,5357	0,1931	13,8771***

Tests Post Hoc Tukey HSD

RÉPLICATION COMPARÉS	TE1	TE2	TE3	TE4	TE5
COMPLÈTE/PARTIELLE	2,2906*	2,0103*	1,6921	2,0154*	2,1029*
COMPLÈTE/SYNTHÉTIQUE	0,1470	0,0169	0,1803	0,1993	0,2514
PARTIELLE/SYNTHÉTIQUE	0,9538	0,9585	0,6890	0,7186	0,7566

Tests Post Hoc Games-Howell

RÉPLICATION COMPARÉES	α	β	R^2
COMPLÈTE/PARTIELLE	1.0401	0.3783	3.9915**
COMPLÈTE/SYNTHÉTIQUE	0.4861	0.0824	0.1952
PARTIELLE/SYNTHÉTIQUE	0.9136	0.6960	2.5889*

* Significatif à 90 de confiance
** Significatif à 95 de confiance
*** Significatif à 99 de confiance

Les résultats du tableau précédent permettent de conclure que la réplication partielle offre une erreur de suivi supérieure à celle de la réplication complète à un niveau de confiance de 90 pour la méthode d'évaluation TE1, TE2, TE4 et TE5. Pour ce qui est de la méthode d'évaluation TE3, il n'y a pas d'évidence que la moyenne de l'erreur de suivi soit différente d'une méthode de réplication à l'autre. Selon ces résultats, les

investisseurs, qui veulent minimiser leur erreur de suivi, seraient globalement indifférents entre les FNB à réplication synthétique et les FNB à réplication complète.

Par ailleurs, il n'y a pas d'évidence que le coefficient α soit différent en fonction de la technique de réplication utilisée. Ainsi, les FNB à réplication physique répliquent la performance de leur indice de référence similairement aux FNB à réplication synthétique. Il n'y a aucune évidence que la sous-performance des FNB à réplication complète, partielle et synthétique soit significativement différente.

En somme, l'analyse de la performance des FNB en fonction de leur technique de réplication permet de formuler les quatre postulats suivants :

- **Postulat 4** : Les FNB à réplication physique complète et physique partielle sous-performent respectivement leur indice de 0,18 et 0,38 par année. (Méthode TE4)
- **Postulat 5 :** L'erreur de suivi de la réplication partielle est supérieure à celle de la réplication physique complète à un niveau de confiance de 90
- **Postulat 6 :** Il n'y a aucune évidence que la sous-performance des FNB à réplication complète, partielle et synthétique soit significativement différente.

5.3 Construction d'un portefeuille répliquant le S&P/TSX 60

Avec la croissance phénoménale des FNB, il arrive à présent que plusieurs FNB tentent de répliquer la performance d'un même indice de référence. Dans cette section, il sera question d'évaluer la performance de trois FNB qui répliquent le S&P/TSX 60[8] ainsi que de construire un portefeuille de réplication à l'aide de la méthode de régression et à l'aide d'un filtre de Kalman.

[8] Le S&P/TSX 60 est un indice composé de titres canadiens à grande capitalisation

Le choix de cet indice repose sur deux critères importants. D'une part, la composition du S&P/TSX 60 se limite à 60 titres qui se transigent tous sur un indice boursier. Il est ainsi possible d'obtenir aisément de l'information sur chacune de ses composantes. D'autre part, cet indice est répliqué par des FNB utilisant trois techniques de réplication différente. Ainsi, il sera possible de faire une comparaison entre la performance des portefeuilles de réplication et la technique utilisée. Ceci permettra d'éclairer les investisseurs dans leur choix de FNB. Le tableau ci-dessous présente les trois FNB avec leur technique de réplication respective.

Tableau 10. FNB répliquant le S&P/TSX 60
Le tableau suivant présente les FNB répliquant le S&P/TSX 60 en fonction du type de réplication.

FNB	TECHNIQUE DE RÉPLICATION	ÉMETTEUR
HXT CN EQUITY	Synthétique	Horizon S&P/TSX 60 Index ETF
LXF CN EQUITY	Partielle	First Asset Can-60 Covered Call
XIU CN EQUITY	Complète	iShares S&P/TSX 60 Index ETF

Un des objectifs de la construction du portefeuille de réplication est d'évaluer s'il est possible de répliquer la performance d'un indice de référence en tant qu'investisseur individuel. Pour se faire, il sera essentiel de limiter le nombre de titres composant le portefeuille de réplication et ainsi limiter les frais de transactions. Les deux portefeuilles de réplication ont utilisé un échantillon de 12 titres représentatif du S&P/TSX 60. Ces titres constituent 50 de la capitalisation boursière de l'indice de référence.[9] Le tableau ci-dessous présente les 12 titres sélectionnés.

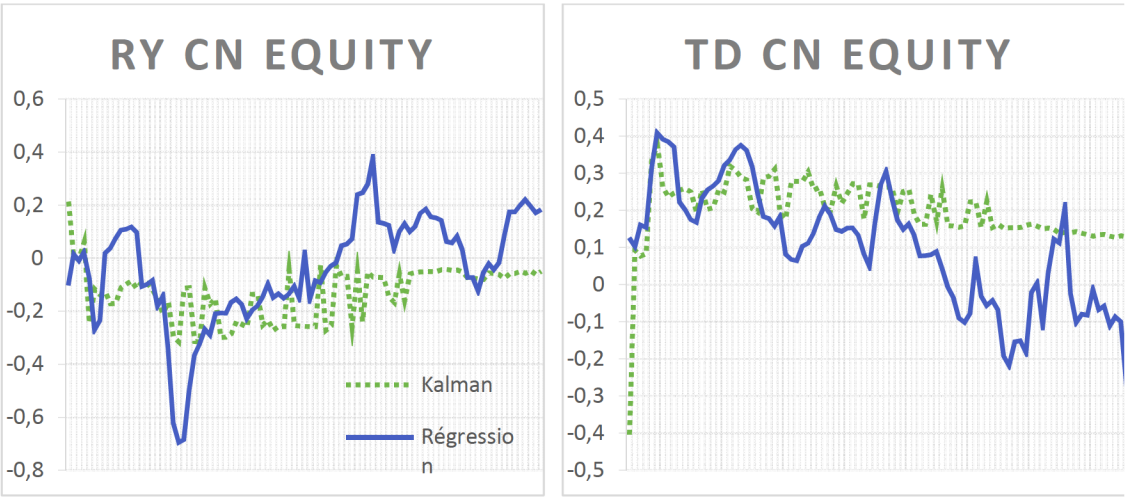
[9] Pour plus de détails sur la composition du S&P/TSX 60, se référer à l'Annexe 1

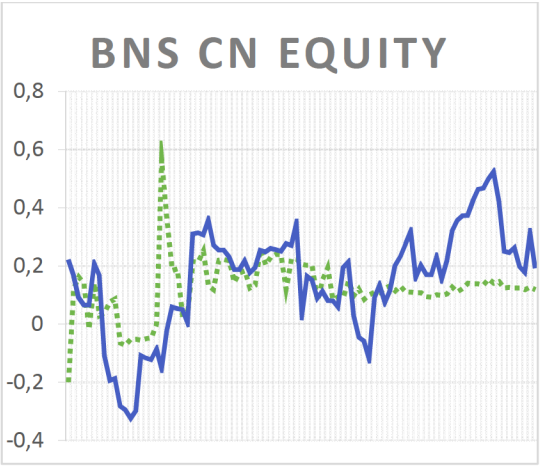
Tableau 11. Sélection des titres composants le portefeuille de réplication
La pondération dans l'indice des titres sélectionnés est en date d'octobre 2014.

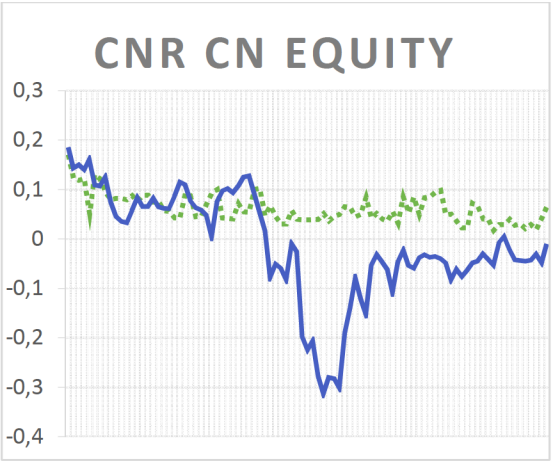
SYMBOLE	NOM	PONDÉRATION DANS L'INDICE
RY	Royal Bank of Canada	8,47
TD	Toronto Dominion	7,33
BNS	Bank of Nova Scotia	6,12
CNR	Canadian National Railway Company	4,75
SU	Suncor Energy Inc.	4,29
BMO	Bank of Montreal	3,89
VRX	Valeant Pharmaceuticals Internatio	3,35
CNQ	Canadian Natural Resources Ltd	3,33
ENB	Enbridge Inc	3,26
BCE	BCE Inc	2,97
TRP	Transcanada Corporation	2,95
MFC	Manulife Financial Corp	2,94

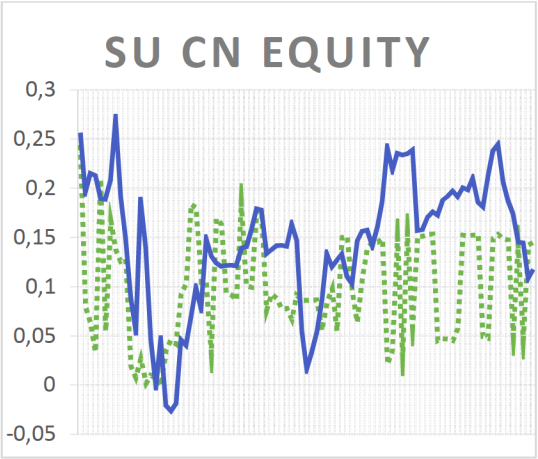
5.3.1 Évolution des poids des portefeuilles de réplications

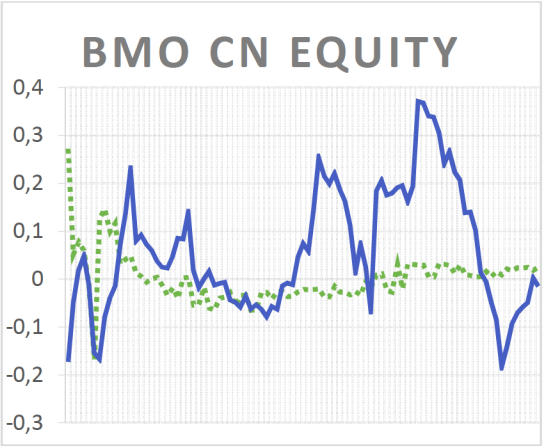
Les portefeuilles de réplications procèdent à des changements des pondérations de leurs composantes sur une base mensuelle pour s'assurer de suivre l'indice de référence. Ces variations de positions des portefeuilles auront un impact majeur sur les frais de transactions. La figure 10 ci-dessous, présente l'évolution des poids dans les portefeuilles de réplication sur la période observée.

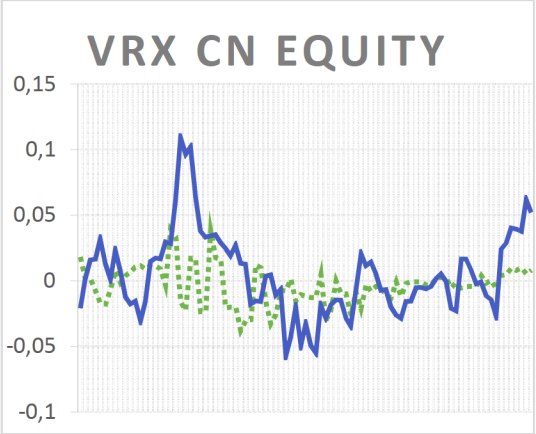


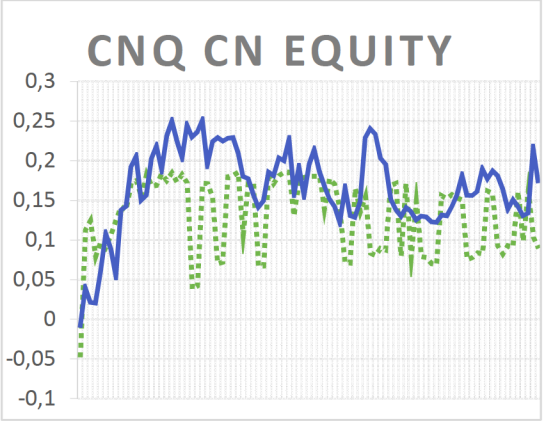

BNS CN EQUITY
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4


CNR CN EQUITY
0,3
0,2
0,1
0
-0,1
-0,2
-0,3
-0,4


SU CN EQUITY
0,3
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
-0,05


BMO CN EQUITY
0,4
0,3
0,2
0,1
0
-0,1
-0,2
-0,3


VRX CN EQUITY
0,15
0,1
0,05
0
-0,05
-0,1


CNQ CN EQUITY
0,3
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
-0,05
-0,1

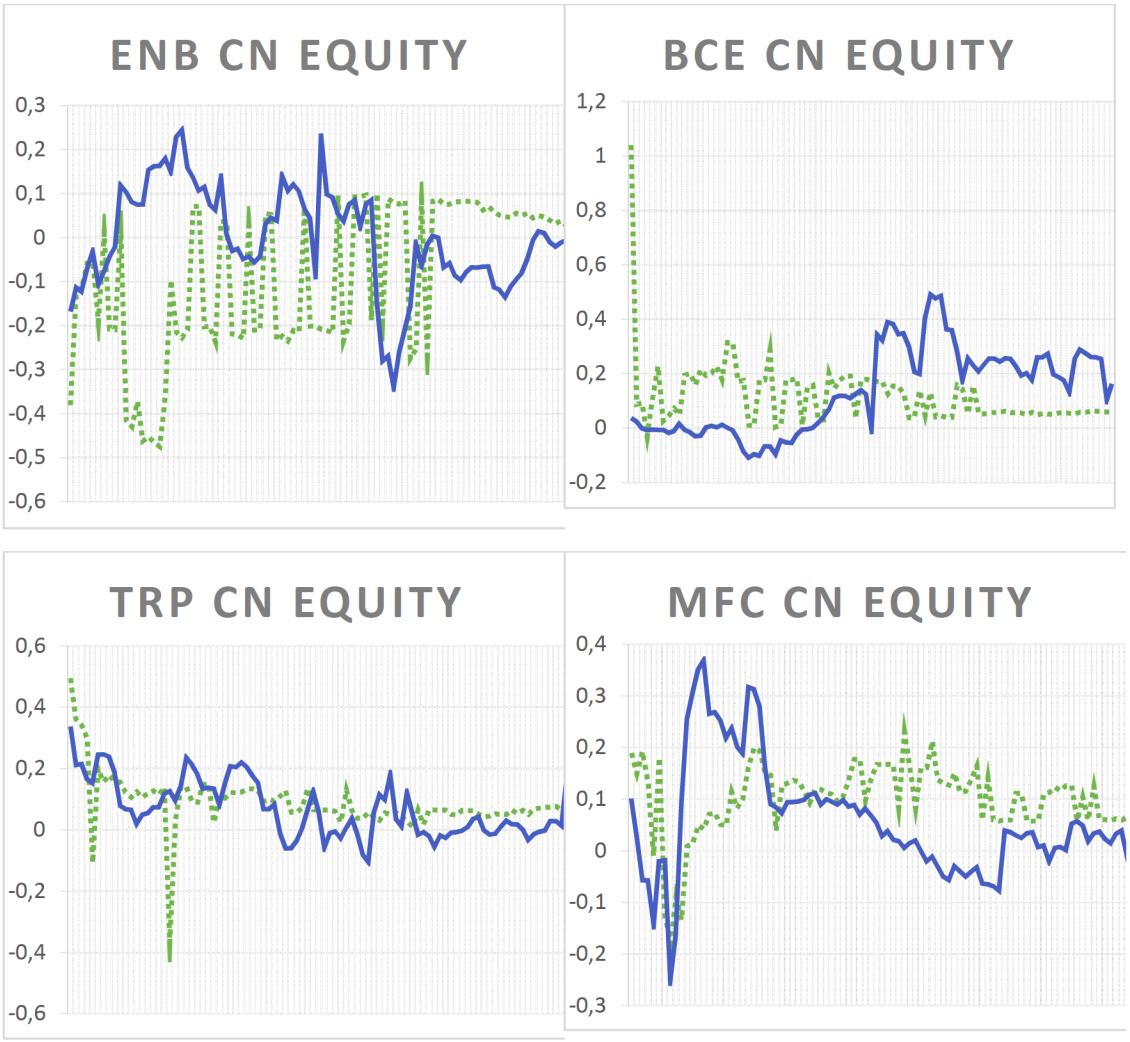


Figure 10. Évolution des poids des portefeuilles de réplications
Cette figure présente l'évolution des poids des titres composant le portefeuille de réplication utilisant la méthode régression et du portefeuille de réplication utilisant la méthode du filtre de Kalman. L'axe des y fait référence aux rendements et l'axe des x aux observations.

Il est possible de constater que l'évolution des poids du portefeuille de réplication utilisant la méthode de régression est beaucoup plus volatile que le portefeuille utilisant le filtre de Kalman. Il serait ainsi possiblement avantageux en termes de frais de rebalancement d'opter pour le portefeuille avec filtre de Kalman.

5.3.2 Statistiques descriptives pour les indices et portefeuilles de réplication répliquant le S&P/TSX 60

Dans un premier temps, il sera question de comparer les rendements annuels des trois FNB avec ceux des portefeuilles de réplication. Le tableau 12 ci-dessous présente les statistiques descriptives des rendements des FNB depuis leur création et celles des portefeuilles de réplications. Il est possible de constater qu'en moyenne les rendements annuels des trois FNB ne sont pas significativement différents de leur indice de référence à un niveau de confiance de plus de 99 . Par ailleurs, les FNB à réplication physique et synthétique sont en mesure d'offrir un rendement qui est, en moyenne, inférieur de moins de 0,10 par année à leur indice. D'autant plus, l'écart-type des rendements annuels de HXT et de XIU s'apparente avec ceux de leur indice de référence. Ces FNB semblent offrir aux investisseurs un risque similaire à leur indice. La performance de LXF est beaucoup moins impressionnante tant au niveau de la moyenne que de l'écart-type des rendements. En effet, les rendements moyens de LXF sont de 2,87 comparativement aux rendements de l'indice de 4,30 et l'écart-type des rendements est de 12,19 comparativement à 10,00 .

Dans un second temps, il est question d'évaluer la performance des portefeuilles de réplication. Il semble pertinent d'évaluer si les portefeuilles de réplications sont en mesure d'offrir des rendements significativement supérieurs à leur indice de référence. Pour se faire, le test d'hypothèse suivant sera utilisé :

H_0 : La moyenne des rendements annuels du portefeuille de réplication est plus petite ou égale à la moyenne des rendements annuels de leur indice de référence.

H_1 : La moyenne des rendements annuels du portefeuille de réplication est plus grande que la moyenne des rendements annuels de leur indice de référence.

$$H_0: (u_{FNB} - u_{Index}) \leq 0,$$
$$H_1: (u_{FNB} - u_{Index}) > 0,$$

où :

u_{FNB} : Moyenne des rendements annuels de chaque FNB, et

u_{Index} : Moyenne des rendements annuels de chaque indice.

Tableau 12. Statistiques descriptives sur les FNB répliquant le S&P/TSX 60 et sur les portefeuilles de réplication

Le test t a été fait sur la différence des moyennes des rendements des portefeuilles de réplication et de leur indice (Échantillons dépendants). La différence de rendements de l'indice de référence provient de la différence entre les périodes couvertes par le FNB.

Statistiques FNB

RENDEMENT ANNUALISÉ	HXT CN EQUITY	INDICE DE RÉFÉRENCE	LXF CN EQUITY	INDICE DE RÉFÉRENCE	XIU CN EQUITY	INDICE DE RÉFÉRENCE
MOYENNE	5,15	5,21	2,87	4,30	4,89	4,91
ÉCART-TYPE	9,86	9,69	12,19	10,00	15,05	15,04
OBSERVATIONS	49		40		176	

Statistiques portefeuilles de réplication (12 titres)

RENDEMENT ANNUALISÉ	RÉGRESSION	INDICE DE RÉFÉRENCE	KALMAN	INDICE DE RÉFÉRENCE
MOYENNE	7,32	4,68	8,40	4,68
ÉCART-TYPE	15,14	15,38	15,96	15,38
OBSERVATIONS	91		91	
T-TEST	1,6400*		2,2359**	
P-VALUE	0,05025		0,0279	

Pour ce qui est des portefeuilles de réplications, le portefeuille utilisant la technique de régression et le filtre de Kalman semblent offrir une performance supérieure tout en conservant un risque similaire à l'indice de référence. En effet, le rendement annuel moyen atteint 7,32 comparativement à l'indice de référence qui est de 4,68 et l'écart-type des rendements est de 15,14 comparativement à 15,38 . Le portefeuille utilisant le filtre de Kalman offre une performance supérieure à l'indice avec un rendement annuel moyen de 8,40 . Les résultats suggèrent que le portefeuille de réplication par régression surperforment significativement son indice de référence à un niveau de confiance de 90 et le portefeuille par filtre de Kalman à un niveau de confiance de 95 .

- **Postulat 7** : Le portefeuille de réplication par régression surperforme l'indice de référence de 2,64 par année et le portefeuille de réplication par filtre de Kalman de 3,72

La figure 11 et 12 ci-dessous présente les rendements mensuels des FNB ainsi que des portefeuilles de réplication. Il est possible de constater que les rendements des FNB avoisinent ceux de leur indice de référence. Il semble que le portefeuille de réplication est en mesure de ne pas sous-performer d'avantage que son indice de référence lorsque les rendements sont très faibles.

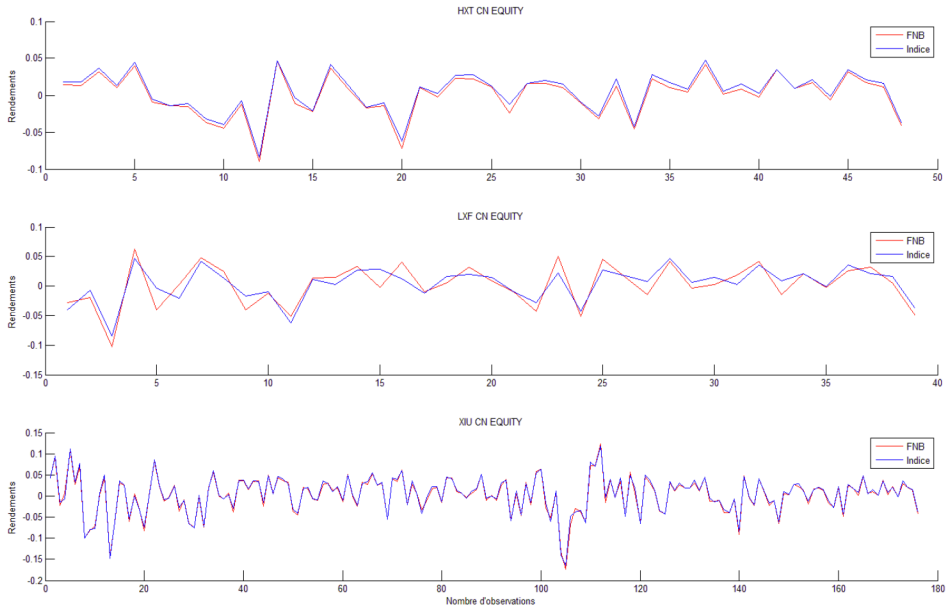
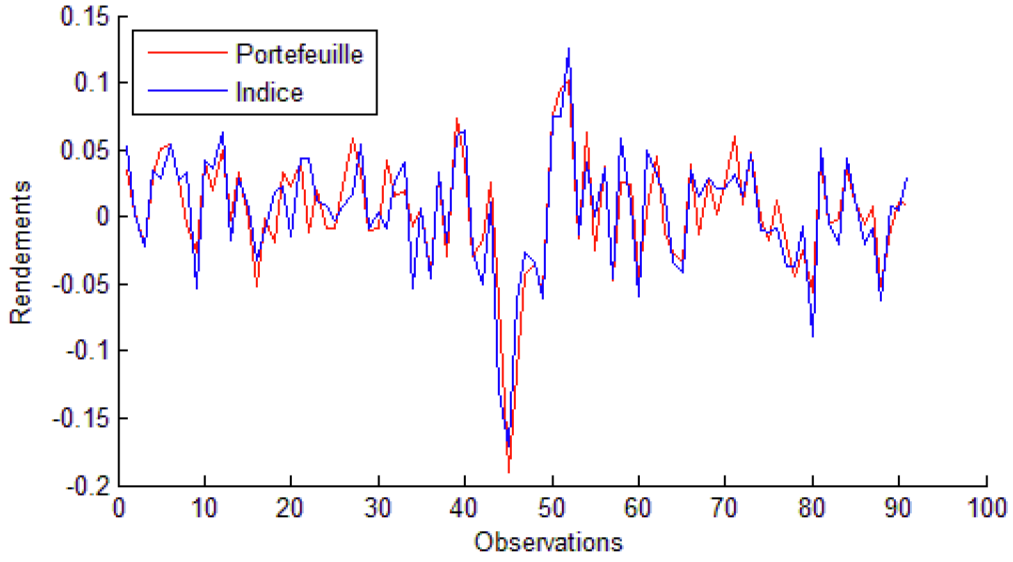


Figure 11. Rendements des FNB répliquant le S&P/TSX 60

Portefeuille de réplication – Régression



Portefeuille de réplication - Kalman

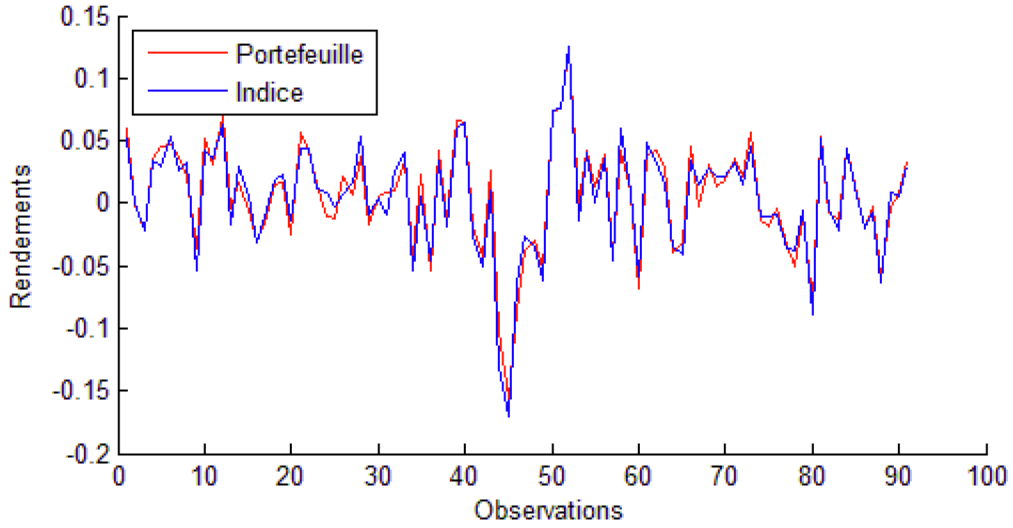


Figure 12. Rendements mensuels des portefeuilles de réplication

5.3.3 Erreur de suivi

Même si les rendements des portefeuilles de réplication semblent surperformer leur indice de référence, il semble pertinent d'évaluer s'ils sont en mesure d'offrir une erreur de suivi raisonnable. L'erreur de suivi des deux portefeuilles de réplication est

comparée aux FNB présenté ci-dessus et à l'ensemble des FNB étudié dans cette recherche. Les résultats sont présentés dans le tableau 13.

De plus, afin d'évaluer si les rendements des FNB et des portefeuilles de réplications sont significativement inférieurs à ceux de leur indice de référence respectif, le test d'hypothèse suivant sera utilisé :

$$H_0: \alpha \leq 0$$

$$H_1: \alpha > 0$$

Ensuite, il est important d'évaluer si les FNB sont en mesure de répliquer leur indice de référence. Le test d'hypothèse suivant sera utilisé :

$$H_0: \beta = 1$$

$$H_1: \beta \neq 1$$

Tableau 13. Erreur de suivi des FNB répliquant le S&P/TSX 60
Le test d'hypothèse sur α tente de déterminer si sa valeur est significativement supérieure à zéro. Le test d'hypothèse sur β tente de déterminer si sa valeur est significativement différente de un. Les données ont été annualisées.

ERREUR DE SUIVI	HXT CN EQUITY	LXF CN EQUITY	XIU CN EQUITY	RÉGRESSION	KALMAN	ENSEMBLE FNB
TE1	0,94	4,42	1,29	2,86	1,87	2,62
TE2	0,83	5,42	1,47	3,47	3,95	3,81
TE3	0,69	3,08	0,92	2,00	3,61	2,75
TE4	0,83	5,41	1,48	3,40	3,97	3,68
TE5	1,44	5,45	1,69	3,49	4,06	3,86
$\boldsymbol{\alpha}$	0,0000	- 0,018	0,0000	0,0156***	0,0324***	- 0.024***
$\boldsymbol{\beta}$	1,0131	1,0770	0,9957	0,9512**	1,0032	0.9919**
$\boldsymbol{R^2}$	0,9930	0,8004	0,9906	0,9499	0,9393	0.9436

Plusieurs constats peuvent être mis de l'avant en regardant ces résultats. D'une part, les FNB HXT et XIU ont une erreur de suivi de loin inférieure à l'ensemble des FNB de l'échantillon. En effet, l'erreur de suivi de HXT se situe entre 0,94 et 1,44 et celle de XIU de 0,92 à 1,69 par année. Pour leur part, l'ensemble de FNB ont une erreur de suivi de l'ordre de 2,62 à 3,86 . Par ailleurs, le portefeuille de réplication par régression est sujet à une erreur de suivi similaire à celle de l'ensemble des FNB allant

de 2,86 à 3,49 par année. Un constat similaire peut être fait pour la réplication par filtre de Kalman avec une erreur de suivi de l'ordre de 1,87 à 4,06 . Ce résultat n'est cependant pas surprenant. En effet, la surperformance des portefeuilles comparativement à leur indice de référence devrait augmenter l'erreur de suivi. De plus, il y a évidence que les rendements des portefeuilles de réplication par régression et filtre de Kalman soient significativement supérieures aux rendements de l'indice de référence de respectivement 1,56 et 3,24 par année.

- **Postulat 8:** Les portefeuilles de réplications ne sont pas en mesure de répliquer parfaitement leur indice de référence et il y a présence d'erreur de suivi de l'ordre de 2,86 à 3,46 pour le portefeuille par régression et 1,87 à 4,06 pour le portefeuille par filtre de Kalman
- **Postulat 9 :** Les portefeuilles de réplications par régression et par filtre de Kalman surperforment leur indice de référence de l'ordre de 1,56 et 3,24 annuellement (Méthode d'évaluation TE4)

5.3.4 Performance des portefeuilles – sans frais de transaction

Dans cette partie, il s'agira d'évaluer s'il est possible de créer un portefeuille pour un petit investisseur. En faisant abstraction des frais de transactions et en pouvant transiger des fractions d'actions, le portefeuille de réplication avec filtre de Kalman offre la performance suivante (figure 13) :

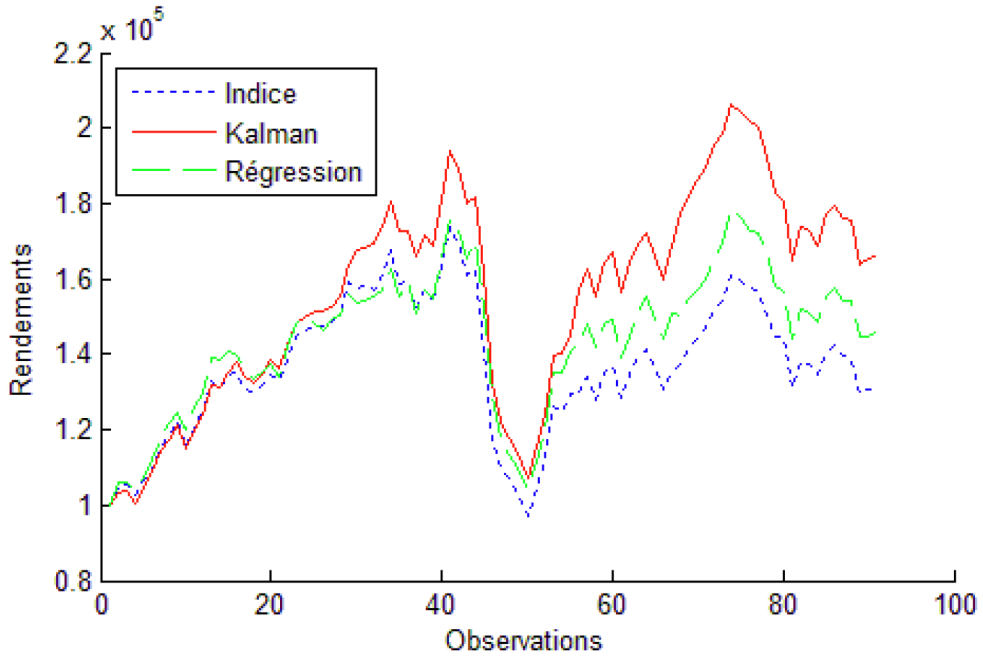


Figure 13. Évolution des portefeuilles sans frais de transaction

Ce graphique suggère qu'un placement de 1 $ dans l'indice, dans le portefeuille de réplication par régression et dans le portefeuille de réplication Kalman le 1er janvier 2005 atteindra respectivement la somme de 1,32 $, 1,46 $ et 1,66$ le 1er juillet 2012. Ceci correspond à un rendement annuel respectif de 3,72 , 5,11 et 6,91 . Cependant, quand est-il lorsque les frais de transactions sont inclus? Dans un deuxième temps, il sera question d'évaluer la taille minimale du portefeuille pour ne pas affecter significativement la performance du portefeuille de réplication.

5.3.5 Performance des portefeuilles – avec frais de transaction

Les courtiers canadiens offrent différentes structures de frais de transactions à leurs clients. Parmi celles-ci, Investment Broker offre les frais suivants :

- Frais minimum par transaction: 1 $
- Frais minimum par action: 0,01 $/action
- Frais maximum par transaction: 0,5 de la valeur de la position

En utilisant cette structure de frais et un portefeuille de 100 000 $, il est possible d'obtenir les rendements suivants (figure 14) :

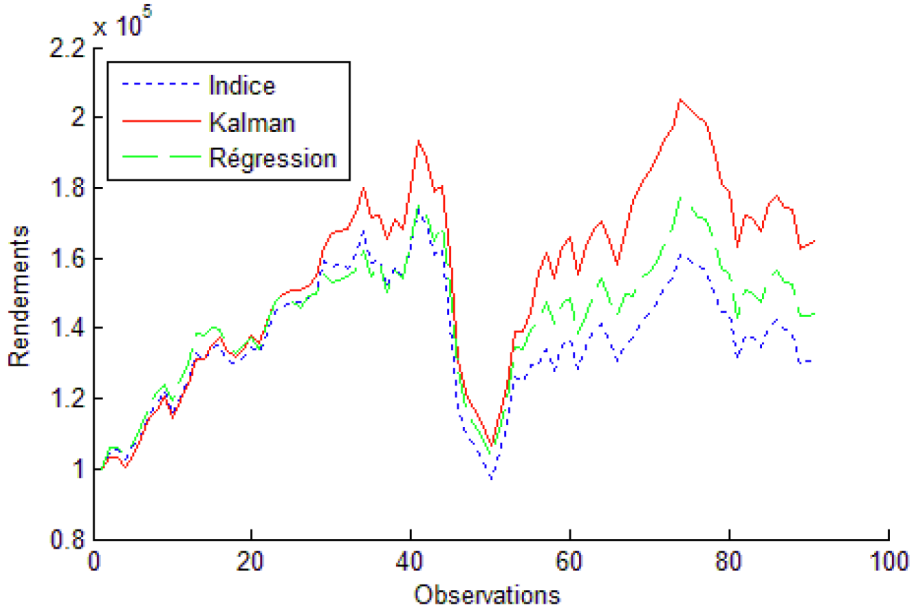


Figure 14. Évolution des portefeuilles avec frais de transactions

Ainsi, en prenant en considération les frais de transactions, ce graphique suggère qu'un placement de 100 000 $ dans l'indice, dans le portefeuille de réplication par régression et dans le portefeuille de réplication Kalman le 1er janvier 2005 atteindra respectivement la somme de 131 667 $, 144 388 $ et 164 587 $ le 1er juillet 2012. Ainsi, ceci correspond à un rendement annualisé respectif de 3,72 , 4,96 et 6,79 . Les frais de transaction diminuent la performance annuelle de 0,15 pour la méthode par régression et 0,12 pour la méthode par filtre de Kalman. La figure 15 présente l'évolution des frais de transactions.

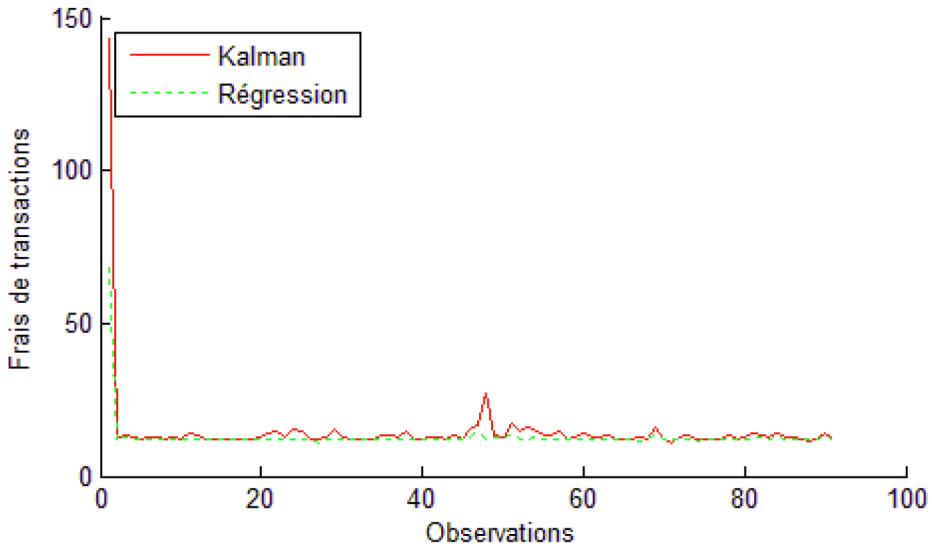


Figure 15. Évolution des frais de transactions
Les frais de mise en place du portefeuille sont présentés pour la mise en œuvre d'un portefeuille de 100 000 $

Chapitre 6

Conclusion

Cette recherche se penchait sur la performance des fonds négociés en bourse à gestion passive négociés en Amérique du Nord. En utilisant un échantillon de 704 FNB sur la période de 2000 à 2014, cette recherche avait comme objectif de répondre aux trois questions suivantes :

1. **Est-ce que les fonds négociés en bourse sont en mesure de répliquer les rendements de leur indice de référence?**
2. **Est-ce que la technique de réplication affecte la capacité de réplication des FNB ?**
3. **Est-il possible de construire un portefeuille de réplication d'un indice de référence?**

Pour ce qui est de la première question, cette étude a comparé les rendements des FNB. À ce niveau, l'ensemble des FNB sous-performe significativement leur indice de référence de 0,33 par année. Ils ne sont pas en mesure de répliquer parfaitement leur indice de référence et il y a présence d'erreur de suivi de l'ordre de 2,62 à 3,86 par année. L'erreur de suivi obtenu dans cette étude est légèrement supérieure aux études antérieures. Il est possible que la différence provienne de l'inclusion de la crise financière dans les données utilisées. En effet, les études antérieures utilisent des données allant généralement jusqu'à 2007.

En ce qui a trait à la seconde question, l'échantillon a été divisé en trois groupes en fonction de leur technique de réplication (physique, partielle et synthétique). Les FNB à réplication physique complète et physique partielle sous-performent leur indice de référence de 0,18 et 0,38 par année respectivement. Cependant, il n'y avait aucune évidence que la sous-performance des FNB à réplication complète, partielle et

synthétique soit significativement différente. Au niveau de l'erreur de suivi, l'erreur de suivi de la réplication partielle est supérieure à celle de la réplication physique complète à un niveau de confiance de 90 . Il est important de noter que les FNB à réplication synthétiques ont un risque additionnel, soit le risque de contrepartie, comparativement aux FNB avec une autre méthode de réplication. Les résultats de cette étude suggère qu'il n'y a pas d'évidence que la performance et le risque des FNB soient différents en fonction de la technique de réplication. Un investisseur ne serait ainsi pas rémunérer davantage pour cette prise de risque.

En dernier lieu, afin de répondre à la troisième question, cette recherche a tenté de construire deux portefeuilles de réplication avec un nombre limité de titres. Il a été possible de construire des portefeuilles avec 12 titres pour répliquer le S&P/TSX 60 (60 titres). Le portefeuille de réplication par régression a surperformé l'indice de référence de 2,64 par année et le portefeuille par filtre de Kalman de 3,72 toute en conservant une erreur de suivi similaire à celle de l'ensemble des FNB de l'ordre de 2,86 à 3,46 et de 1,87 à 4,06 respectivement. En prenant en considération les frais de construction et de rebalancement des portefeuilles, un petit investisseur serait en mesure de construire les deux portefeuilles avec 100 000 $ à des coûts raisonnables. En effet, ces frais diminuent les rendements annuels des FNB de 0,12 et 0,15 respectivement ce qui est inférieur à la sous-performance annuelle moyenne de l'ensemble des FNB. Il est important de noter que les portefeuilles de réplication ont répliqué le S&P TSX 60, un indice « relativement facile à répliquer » de par le nombre de titre le composant et de la nature de ses composantes. Il est difficile de généraliser ces résultats pour un indice plus difficile à répliquer.

Bibliographie

Blitz, David, Joop Huij et Laurentius Swinkels. (2011). *On the Performance of European Index Funds and ETFs*, SSRN, No. 1438484, 29 p.

Brunnermeier, Markus. (2009). *Deciphering the Liquidity and Credit Crunch 2007-2008*, Journal of Economic Perspectives 23, 25 p.

Carty, Michael (2001). *ETFs from A to Z: A diversified portfolio can be constructed entirely of ETFs and suitable to any client's risk tolerance*, Financial Planning 31, 6 p.

Chiang, Wai (1998). *Optimizing Performance*, Neubert, ed., Indexing for Maximizing Investment Results. Chicago: GPCo. Publishers 18 p.

Cornuejols Gerard et Reha Tutuncu (2007). *Optimization Methods in Finance*, Cambridge University Press, 349 p.

Cresson, John, Mike Cudd, et Tom Lipscomb (2002). *The Early Attraction of S & P 500 Index Funds: Is Perfect Tracking Performance an Illusion?* , Journal of Managerial Finance, Vol. 28, 8 p.

Elia, Marco (2012). *Tracking Error of Traditional and Synthetic European Exchange-Traded Funds*, Working Paper. Turin, Italy: University of Turin, 22 p.

Elton, Edwin, Martin Gruber et George Comer (2002). *Spiders: Where are the Bugs?,* Journal of Business, Vol. 75, No. 3, 20 p.

Elton, Edwin, Martin Gruber et Jeffrey Busse (2004), *Are Investors Rational? Choices among Index Funds*, Journal of Finance, Vol. 59, No. 1, 28 p.

Frino, Alex et David Gallagher (2002), *Is Index Performance Achievable?: An Analysis of Australian Equity Index Fund*, Abacus, Vol. 38,No. 2, 15 p.

Frino, Alex et David Gallagher et Teddy Oetomo (2006), *Further Analysis of the Liquidity and Information Components of Institutional Orders: Active versus Passive Funds*, Pacific-Basin Finance Journal, Vol. 14, No. 5, 13 p.

Fuhr, Deborah (2001). *Exchange-traded funds: A primer*, Journal of Asset Management, 2, 14 p.

Gallagher, David (2004). *The Performance and Trading Characteristics of Exchange-Traded Funds: Australian Evidence*. Working paper, The University of New South Wales, Sydney, 24 p.

Gastineau, Gary (2001). *Exchange-Traded Funds: An Introduction*, Journal of Portfolio Management, 18 p.

Gastineau, Gary (2002). *Equity Index Funds Have Lost Their Way*, Journal of Portfolio Management, Vol. 28, No. 2, 10 p.

Harper, Joel, Jeff Madura et Oliver Schnusenberg (2006). *Performance comparison between exchange-traded funds and closed-end country funds*, Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, No. 16, 19 p.

Johnson, Ben (2013). *On the Right Track: Measuring Tracking Efficiency in ETFs*, Journal of Index Investing, Vol. 4, No. 3, 7 p.

Jondeau, Eric et Michael Rockinger (2009). *Econometrics: Kalman Filter,* Université de Lausanne, Récupéré de
http://www.hec.unil.ch/matlabcodes/econometrics.html

Keim, Donald (1999). *An Analysis of Mutual Fund Design: The Case of Investing in Small-Cap Stocks*, Journal of Financial Economics, Vol. 51, No. 2, 20 p.

Newlands, Chris (2011). *Physical vs Synthetic Debate is Hotting Up*. Financial Times, Vol. 6, Février, 8 p.

Lo, Andrew et Craig MacKinlay (1988). *Stock Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence From a Simple Specification Test*, Review of Financial Studies, No. 1 , 26 p.

Maurer, Frantz et Owen Williams (2014). *Physically versus Synthetically Replicated Trackers. Is There a Difference in Terms of Risk?*, Journal of Applied Business Research, Vol. 31, No. 1. 16 p.

Meinhardt, Christian (2012). *Synthetic ETFs: Will full replication survive?*, SSRN, No. 2026409, 24 p.

Milonas, Nikolaos et Gerasimos Rompotis (2006). *Investigating European ETFs: The case of the Swiss exchange traded funds*, Université d'Athène, 28 p.

Olma, Andrew (1998). *Implementing Equity Index Portfolio*, A. Neubert (ed.), Indexing for Maximum Investment Results, GPCo Publishers, Chicago, Illinois, USA.

Pope, Peter et Pradeep Yadav (1994). *Discovering Errors in Tracking Error*, Journal of Portfolio Management, Vol. 20, No. 2, 6 p.

Poterba, James et John Shoven (2002). *Exchange-Traded Funds: A New Investment Option for Taxable Investors, American Economic Review*, No. 92, 6 p.

Rains, P. (1991), *Indexation and Tilted Funds*, AFIR-Colloquium, Vol. 3, 16 p.

Raubenheimer, Heidi (2003). *Serial correlation and TEV bias in index funds,* Journal of Business Management, Vol. 34, No. 2, 9 p.

Ramaswamy, Srichander (2011). *Market Structures and systemic risks of exchange-traded funds*, BIS Working paper, No. 343, 17 p.

Rémillard, Bruno (2013). *Statistical Methods for financial engineering*, CRC Press Taylor & Francis Group, 496 p.

Roll, Richard (1992). *A Mean variance Analysis of Tracking Error*, Journal of Portfolio Management, Vol. 18, No. 4, 11 p.

Rudd, Andrew (1980). *Optimal selection of passive portfolios,* Financial Management (Spring), 10 p.

Shin, Sangheon et Gokçe Soydemir (2010). *Exchange-Traded Funds, Persistence in Tracking Errors and Information Dissemination*, Journal of Multinational Financial Management, Vol. 20, No. 4-5, 21 p.

Svetina, Marko et Sunil Wahal (2008). *Exchange Traded Funds: Performance and Competition*, SSRN, No.1303643, 35 p.

Teiletech, Jérôme et Thierry Roncalli (2007). *An alternative approach to alternative beta*, SSRN, No. 1035521, 17 p.

Truijillo-Ortiz, Antonio et R. Hernandez-Walls (2003). *Levenetest : Levene's test for homogeneity of variances,* Matlab file, Récupéré de http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/3375-levenetest

Truijillo-Ortiz, Antonio et R. Hernandez-Walls (2004). *Games Howell: Approximate test of equality of means when variances are homogeneous,* Matlab file, Récupéré de http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/3676-ghtest

Truijillo-Ortiz, Antonio et R. Hernandez-Walls (2003). *Qtuley: Tukey's q studentized range,* Matlab file, Récupéré de
http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/3469-qtukey

Annexe 1 – S&P TSX 60

SYMBOLE	NOM	PONDÉRATION
RY	ROYAL BANK OF CANADA	8,47
TD	TORONTO DOMINION	7,33
BNS	BANK OF NOVA SCOTIA	6,12
CNR	CANADIAN NATIONAL RAILWAY COMPANY	4,75
SU	SUNCOR ENERGY INC,	4,29
BMO	BANK OF MONTREAL	3,89
VRX	VALEANT PHARMACEUTICALS INTERNATIO	3,35
CNQ	CANADIAN NATURAL RESOURCES LIMITED	3,33
ENB	ENBRIDGE INC	3,26
BCE	BCE INC	2,97
TRP	TRANSCANADA CORPORATION	2,95
MFC	MANULIFE FINANCIAL CORP	2,94
CM	CANADIAN IMPERIAL BANK OF COMMERCE	2,91
CP	CANADIAN PACIFIC RAILWAY LTD	2,81
POT	POTASH CORPORATION OF SASKATCHEWAN	2,24
BAM	BROOKFIELD ASSET MANAGEMENT INC CL	2,12
SLF	SUN LIFE FINANCIAL INC	1,81
T	TELUS CORP,	1,76
MG	MAGNA INTERNATIONAL INC,	1,69
CVE	CENOVUS ENERGY INC	1,63
G	GOLDCORP INC	1,52
ABX	BARRICK GOLD CORP	1,36
ECA	ENCANA	1,30
CPG	CRESCENT POINT ENERGY CORP	1,23
NA	NATIONAL BANK OF CANADA	1,22
RCI	ROGERS COMMUNICATIONS INC, CL B	1,14
PPL	PEMBINA PIPELINE CORP,	1,12
TRI	THOMSON REUTERS CORPORATION	1,06
AGU	AGRIUM INC,	1,00
IMO	IMPERIAL OIL LTD,	0,98
L	LOBLAW COS, LTD,	0,95
FM	FIRST QUANTUM MINERALS LTD	0,92
THI	TIM HORTONS INC	0,86
POW	POWER CORP, OF CANADA	0,83
SJR	SHAW COMMUNICATIONS INC, CL B	0,78
GIB	CGI GROUP INC CLASS A	0,78
CCT	CATAMARAN CORP	0,73
COS	CANADIAN OIL SANDS LTD,	0,71

SYMBOLE	NOM	PONDÉRATION
TCK	TECK RESOURCES LTD	0,68
ARX	ARC RESOURCES LTD,	0,66
HSE	HUSKY ENERGY INC,	0,64
CTC.A	CANADIAN TIRE LTD CLASS A	0,64
TLM	TALISMAN ENERGY INC,	0,64
SAP	SAPUTO INC,	0,62
SNC	SNC-LAVALIN GROUP INC,	0,58
SLW	SILVER WHEATON CORP	0,57
-	CAMECO CORP COM	0,57
FTS	FORTIS INC, (CANADA)	0,55
GIL	GILDAN ACTIVEWEAR INC,	0,51
AEM	AGNICO-EAGLE MINES LIMITED	0,49
MRU	METRO INC	0,47
YRI	YAMANA GOLD INC	0,42
ELD	ELDORADO GOLD CORPORATION	0,41
BBD.B	BOMBARDIER INC CLASS B	0,40
BBRY	BLACKBERRY LTD	0,38
WN	GEORGE WESTON LTD,	0,31
K	KINROSS GOLD CORP	0,30
ERF	ENERPLUS CORP	0,30
PWT	PENN WEST PETROLEUM LTD,	0,25
TA	TRANSALTA CORPORATION	0,23

Annexe 2 – Code Matlab

Fichier PerformanceFNB.m

```
    Extraction des données
  Extraction des prix des FNB et Indice
data = 'ETFsv10.xlsx';
  PriceIndex.Monthly = xlsread(data,'Index Prices Monthly');
  [PriceETF.Monthly, Ticker] = xlsread(data,'ETF Prices Monthly');
  Ticker = Ticker(2:end,1);

  Extraction des dividendes
  Dividends.Monthly = xlsread('Dividends.xlsx')

    Filtrage des prix
[coordrow, coordcol] = find(PriceETF.Monthly > 0);
Coord = sortrows([coordrow, coordcol]);
[row,col] = size(PriceETF.Monthly);
[nrow,ncol] = size(Coord);

  Boucle pour avoir les données par ETF
k = 1;
for i=1:nrow
  PriceETF.filter(Coord(i,1),k) = PriceETF.Monthly(Coord(i,1),Coord(i,2));
  PriceIndex.filter(Coord(i,1),k) = PriceIndex.Monthly(Coord(i,1),Coord(i,2));
  Dividends.filter(Coord(i,1),k) = Dividends.Monthly(Coord(i,1),Coord(i,2));
  if nrow > i
    if Coord(i+1,1)> Coord(i,1)
    k = 0;
    end
    k = k + 1;
  end
end
Numberofdata = col - sum(isnan(PriceETF.Monthly),2);

a = 0
for i=1:row
  for j=1:Numberofdata(i)
    if isnan(PriceIndex.filter(i,j))
      a = a + 1;
    end
    b = Numberofdata(i) - a;
  end
    PriceETF.filter(i,1:b) = PriceETF.filter(i,a+1:Numberofdata(i));
    PriceETF.filter(i,b+1:end) = NaN;
    Dividends.filter(i,1:b) = Dividends.filter(i,a+1:Numberofdata(i));
    Dividends.filter(i,b+1:end) = NaN;
```

```
    PriceIndex.filter(i,1:b) = PriceIndex.filter(i,a+1:Numberofdata(i));
    PriceIndex.filter(i,b+1:end) = NaN;
    a = 0;
end

Dividends.filter(isnan(Dividends.filter)) = 0
Dividends.filter = Dividends.filter/12

    Calcul des rendements
PriceETF.filter(PriceETF.filter == 0)= NaN;
Return.ETF = diff(PriceETF.filter,1,2)./PriceETF.filter(:,1:end-1);
Return.Dividends = Dividends.filter(:,1:end-1)./PriceETF.filter(:,1:end-1);
Return.ETF = Return.ETF + Return.Dividends

PriceIndex.filter(PriceIndex.filter == 0)= NaN;
Return.Index = diff(PriceIndex.filter,1,2)./PriceIndex.filter(:,1:end-1);

    Évaluation Erreur de suivi

  Méthode 1 - Différence absolue des rendements
Numberofdata = col - sum(isnan(PriceETF.filter),2);
TE1 = nansum(abs(Return.ETF - Return.Index),2)./(Numberofdata-1);

  Méthode 2 - Ecart type de la difference des rendements
sizeReturn = size(Return.ETF);
A.A = nanmean(Return.ETF - Return.Index,2);
A.A = repmat(A.A, 1, sizeReturn(1,2));
A.B = nansum((Return.ETF - Return.Index - A.A).^2,2);

TE2 = sqrt(A.B./(Numberofdata-2));

  Méthode 3 - Ecart type de la difference des rendements absolue
A.D = nanmean(abs(Return.ETF - Return.Index),2);
A.D = repmat(A.D, 1, sizeReturn(1,2));
A.C = nansum((abs(Return.ETF - Return.Index) - A.D).^2,2);

TE3 = sqrt(A.C./(Numberofdata-2));

  Methode 4 - Modele a un facteur
for i = 1:row
Regression = regstats(Return.ETF(i,:), Return.Index(i,:));
alpha = repmat(Regression.beta(1,1),1,sizeReturn(1,2));
Residuals = (Return.ETF(i,:) - alpha - Regression.beta(2,1)*Return.Index(i,:)).^2;
TE4(i,1) = sqrt(nansum(Residuals)/(Numberofdata(i,:) - 3));
TE41.alpha(i) = Regression.beta(1,1);
TE41.beta(i) = Regression.beta(2,1);
TE41.R2(i) = Regression.rsquare(1,1);
TE41.talpha(i) = Regression.tstat.pval(1,1);
TE41.tbeta(i) = Regression.tstat.pval(2,1);
```

```
Residuals2.mean(i) = nanmean(Residuals);
Residuals2.std(i) = nanmean(Residuals.^2);
Residuals2.auto(i) = nanmean(Residuals(1,1:end-1).*Residuals(1,2:end));
end

   Méthode 5 - Ecart type amélioré
sizeReturn = size(Return.ETF);
A.A = nanmean(Return.ETF - Return.Index,2);
A.A = A.A.^2
A.B = nansum((Return.ETF - Return.Index).^2,2);

TE5 = sqrt(A.B./(Numberofdata-2)) ;

TE.Monthly = [TE1 TE2 TE3 TE4 TE5];
TE.Annual = TE.Monthly*sqrt(12);


     Statistique descriptive sur l'ensemble des FNB
Mean.ReturnETF = nanmean(Return.ETF,2);
Mean.ReturnIndex = nanmean(Return.Index,2);
STD.ReturnETF = nanstd(Return.ETF');
STD.ReturnIndex = nanstd(Return.Index');

Diff = Mean.ReturnETF - Mean.ReturnIndex;
Mean.Diff = mean(Diff);
STD.Diff = std(Diff);

for i=1:row
   C = nancov(Return.ETF(i,:),Return.Index(i,:));
   ETFAll.Cov(i) = C(2,1);
   ETFAll.Corr(i) = C(2,1)/(sqrt(C(1,1))*sqrt(C(2,2)));
end

ETFAll.MeanMonthly = mean(Mean.ReturnETF);
ETFAll.MeanAnnual = ETFAll.MeanMonthly * 12;
ETFAll.MedianMonthly = median(Mean.ReturnETF)
ETFAll.MedianAnnual = ETFAll.MedianMonthly * 12
ETFAll.STDMonthly = mean(STD.ReturnETF);
ETFAll.STDAnnual = ETFAll.STDMonthly*sqrt(12)
ETFAll.CorrMean = mean(ETFAll.Corr);

ETFAll.t = Mean.Diff/(STD.Diff/sqrt(row));
ETFAll.pvalue = tcdf(ETFAll.t,row-1);
ETFAll.IC(1) = Mean.Diff - tinv(0.999, row-1)*STD.Diff/sqrt(row);
ETFAll.IC(2) = Mean.Diff + tinv(0.999, row-1)*STD.Diff/sqrt(row);
ETFAll.ICAnnual(1) = ETFAll.IC(1) * 12;
ETFAll.ICAnnual(2) = ETFAll.IC(2) * 12;
```

```
ETFAll.Observation = sum(Numberofdata)
ETFAll.maxMonthly = max(Mean.ReturnETF)
ETFAll.maxAnnual = ETFAll.maxMonthly * 12
ETFAll.minMonthly = min(Mean.ReturnETF)
ETFAll.minAnnual = ETFAll.minMonthly * 12

    Statistique descriptive sur l'ensemble des indices
IndexAll.MeanMonthly = mean(Mean.ReturnIndex);
IndexAll.MeanAnnual = IndexAll.MeanMonthly * 12
IndexAll.MedianMonthly = median(Mean.ReturnIndex);
IndexAll.MedianAnnual = IndexAll.MedianMonthly * 12
IndexAll.STDMonthly = mean(STD.ReturnIndex);
IndexAll.STDAnnual = IndexAll.STDMonthly * sqrt(12)

    Statistique - Erreur de suivi
TE.Stats = DescriptiveStats2(TE.Monthly',0)
TE.StatsAnnual = DescriptiveStats2(TE.Annual',0)
figure
boxplot(TE.Annual)
xlabel('Méthode de calcul');
ylabel('Erreur de suivi annuelle');

TE.DistMonthly = mean(TE.Monthly,2);
figure
hist(TE.DistMonthly,100)
xlabel('Erreur de suivi');
ylabel('Fréquence');

    Statistique descriptive TE4
TE42.alpha = DescriptiveStats2(TE41.alpha,0);
TE42.beta = DescriptiveStats2(TE41.beta,1);
TE42.R2 = DescriptiveStats2(TE41.R2,0);

    Statistiques descriptives par technique de réplication
[~,DataRep] = xlsread(data,'Replication');
Name.a = {'Derivative' 'Full' 'Partial'};
[ETFRep, Index, CoordRep]
=DescriptiveStats(Return.ETF,Return.Index,Ticker,DataRep,TE.Annual,Numberofdata, Name.a);

TEDerivative = DescriptiveStats2(ETFRep.Derivative.TE',0)
TEFull = DescriptiveStats2(ETFRep.Full.TE',0)
TEPartial = DescriptiveStats2(ETFRep.Partial.TE',0)

    BoxPlot - Par technique de réplication
figure
boxplot(ETFRep.Derivative.TE)
xlabel('Méthode de calcul');
ylabel('Erreur de suivi annuelle');
```

```
ylim([0 0.20])
figure
boxplot(ETFRep.Full.TE)
xlabel('Méthode de calcul');
ylabel('Erreur de suivi annuelle');
ylim([0 0.20])
figure
boxplot(ETFRep.Partial.TE)
xlabel('Méthode de calcul');
ylabel('Erreur de suivi annuelle');
ylim([0 0.20])

    Tests
k = 1;
a = 1;
for i=1:ETFRep.Derivative.n +  ETFRep.Full.n + ETFRep.Partial.n
  if k == size(CoordRep,1) + 1
    k = 1;
    a = a + 1;
  end

  if CoordRep(k,a) == 0
    k = 1;
    a = a + 1;
  end

  Rep.alpha(i,1) = TE41.alpha(1,CoordRep(k,a));
  Rep.alpha(i,2) = a ;
  Rep.beta(i,1) = TE41.beta(1,CoordRep(k,a));
  Rep.beta(i,2) = a
  Rep.R2(i,1) = TE41.R2(1,CoordRep(k,a));
  Rep.R2(i,2) = a
  k = k + 1;
end

for i = 1:5
  A.E = [ETFRep.Derivative.TE(:,i)];
  A.E(:,2) = 1;
  A.F = [ETFRep.Full.TE(:,i)];
  A.F(:,2) = 2;
  A.G = [ETFRep.Partial.TE(:,i)];
  A.G(:,2) = 3;
  A.H = [A.E; A.F; A.G];
  [Test.Levene(i), Test.PLevene(i)] = Levenetest(A.H,0.05);
  [Test.Welch(i),Test.PWelch(i)] = Wtest(A.H,0.05);
  [Test.BF(i),Test.PBF(i)] = BFtest(A.H,0.05);
  [A.P, table,statssss] = anova1(A.H(:,1), A.H(:,2),'off')
  [ccc, mmm] = multcompare(statssss, 'Alpha', 0.01)
  Test.F(i) = table(2,5)
  Test.Fp(i) = A.P
```

```
end

for i = 6
   [Test.Levene(i), Test.PLevene(i)] = Levenetest(Rep.alpha,0.05);
   [Test.Welch(i),Test.PWelch(i)] = Wtest(Rep.alpha,0.05);
   [Test.BF(i),Test.PBF(i)] = BFtest(Rep.alpha,0.05);
   [A.P, table,statssss] = anova1(Rep.alpha(:,1), Rep.alpha(:,2),'off')
   [ccc, mmm] = multcompare(statssss,'Display','off')
   Test.F(i) = table(2,5)
   Test.Fp(i) = A.P
end

for i = 7
   [Test.Levene(i), Test.PLevene(i)] = Levenetest(Rep.beta,0.05);
   [Test.Welch(i),Test.PWelch(i)] = Wtest(Rep.beta,0.05);
   [Test.BF(i),Test.PBF(i)] = BFtest(Rep.beta,0.05);
   [A.P, table,statssss] = anova1(Rep.beta(:,1), Rep.beta(:,2),'off')
   [ccc, mmm] = multcompare(statssss,'Display','off')
   Test.F(i) = table(2,5)
   Test.Fp(i) = A.P
end

for i = 8
   [Test.Levene(i), Test.PLevene(i)] = Levenetest(Rep.R2,0.05);
   [Test.Welch(i),Test.PWelch(i)] = Wtest(Rep.R2,0.05);
   [Test.BF(i),Test.PBF(i)] = BFtest(Rep.R2,0.05);
   [A.P, table,statssss] = anova1(Rep.R2(:,1), Rep.R2(:,2),'off')
   [ccc, mmm] = multcompare(statssss)
   Test.F(i) = table(2,5)
   Test.Fp(i) = A.P
end

for i=5
X = [1 ETFRep.Derivative.n  TEDerivative.mean(i)    TEDerivative.std(i)^2; ...
    2 ETFRep.Full.n       TEFull.mean(i)         TEFull.std(i)^2; ...
    3 ETFRep.Partial.n     TEPartial.mean(i)       TEPartial.std(i)^2]

GHtest(X,2,0.20)
end

    Autocorrelation des différences

Auto.A0 = autocorr(Diff,10);
[Auto.A1,Auto.A2]=lbqtest(Auto.A0, 'Lags', [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10])
figure
plot(Auto.A0)
xlabel('Lags');
ylabel('Coefficient');
```

```
    Test Wilcoxon
  Wilcoxon Rank Test Equality of Median - Paired Sample
Test.Wilcoxon.A1 = signrank(Mean.ReturnETF,Mean.ReturnIndex);

for i =1:3
  for j =1:514
    if CoordRep(j,i) ~= 0
    Mean.ReturnRep(j,i) = Mean.ReturnETF(CoordRep(j,i));
    Mean.ReturnRepIndex(j,i) = Mean.ReturnIndex(CoordRep(j,i));
    end
  end
end

Test.Wilcoxon.A2 = signrank(Mean.ReturnRep(1:35,1),Mean.ReturnRepIndex(1:35,1));
Test.Wilcoxon.A3 = signrank(Mean.ReturnRep(:,2),Mean.ReturnRepIndex(:,2));
Test.Wilcoxon.A4 = signrank(Mean.ReturnRep(1:155,3),Mean.ReturnRepIndex(1:155,3));

    Statistique par technique de réplication (a,Beta et R2)
TEDerivative2.alpha = DescriptiveStats2(Rep.alpha(1:ETFRep.Derivative.n,1)',0)
TEDerivative2.beta = DescriptiveStats2(Rep.beta(1:ETFRep.Derivative.n,1)',1)
TEDerivative2.R2 = DescriptiveStats2(Rep.R2(1:ETFRep.Derivative.n,1)',1)

TEFull2.alpha =
DescriptiveStats2(Rep.alpha(ETFRep.Derivative.n+1:(ETFRep.Derivative.n+ETFRep.Full.n),1)',0)
TEFull2.beta =
DescriptiveStats2(Rep.beta(ETFRep.Derivative.n+1:(ETFRep.Derivative.n+ETFRep.Full.n),1)',1)
TEFull2.R2 =
DescriptiveStats2(Rep.R2(ETFRep.Derivative.n+1:(ETFRep.Derivative.n+ETFRep.Full.n),1)',1)

TEPartial2.alpha = DescriptiveStats2(Rep.alpha((ETFRep.Derivative.n+ETFRep.Full.n+1):end,1)',0)
TEPartial2.beta = DescriptiveStats2(Rep.beta((ETFRep.Derivative.n+ETFRep.Full.n+1):end,1)',1)
TEPartial2.R2 = DescriptiveStats2(Rep.R2((ETFRep.Derivative.n+ETFRep.Full.n+1):end,1)',1)


for i=1
X = [1 ETFRep.Derivative.n  TEDerivative2.alpha.mean(i)   TEDerivative2.alpha.std(i)^2; ...
   2 ETFRep.Full.n       TEFull2.alpha.mean(i)        TEFull2.alpha.std(i)^2; ...
   3 ETFRep.Partial.n     TEPartial2.alpha.mean(i)      TEPartial2.alpha.std(i)^2]

GHtest(X,2,0.20)
end

for i=1
X = [1 ETFRep.Derivative.n  TEDerivative2.beta.mean(i)   TEDerivative2.beta.std(i)^2; ...
   2 ETFRep.Full.n       TEFull2.beta.mean(i)        TEFull2.beta.std(i)^2; ...
   3 ETFRep.Partial.n     TEPartial2.beta.mean(i)      TEPartial2.beta.std(i)^2]
```

```
GHtest(X,2,0.20)
end

for i=1
X = [1 ETFRep.Derivative.n  TEDerivative2.R2.mean(i)   TEDerivative2.R2.std(i)^2; ...
    2 ETFRep.Full.n       TEFull2.R2.mean(i)        TEFull2.R2.std(i)^2; ...
    3 ETFRep.Partial.n     TEPartial2.R2.mean(i)      TEPartial2.R2.std(i)^2]

GHtest(X,2,0.05)
end

     Statistiques descriptives S&P/TSX 60
[~,DataRep2] = xlsread(data,'TSX60');

Name.b = {'HXT' 'LXF' 'XIU'};
[~, ~, CoordRep60]
=DescriptiveStats(Return.ETF,Return.Index,Ticker,DataRep2,TE.Monthly,Numberofdata, Name.b);
n60 = Numberofdata(CoordRep60) -1;

Return.ETF(CoordRep60(3),:) = Return.ETF(CoordRep60(3),:) - Return.Dividends(CoordRep60(3),:)
Return.ETF(CoordRep60(1),1:n60(1)) = Return.ETF(CoordRep60(1),1:n60(1)) -
Return.Dividends(CoordRep60(3),end-n60(1)+1:end)

[ETF60, Index60, CoordRep60]
=DescriptiveStats(Return.ETF,Return.Index,Ticker,DataRep2,TE.Annual,Numberofdata, Name.b);
figure
for i=1:3
subplot(3,1,i)
hold on
plot(Return.ETF(CoordRep60(i),1:n60(i)),'-r')
subplot(3,1,i)
plot(Return.Index(CoordRep60(i),1:n60(i)),'-b')
hold off
end

   S&P/TSX 60 - Alpha, Beta, R2
for i =1:3
TE43.alpha(i) =TE41.alpha(CoordRep60(i))
TE43.beta(i) =TE41.beta(CoordRep60(i))
TE43.R2(i) =TE41.R2(CoordRep60(i))
TE43.talpha(i) =TE41.talpha(CoordRep60(i))
TE43.tbeta(i) =TE41.tbeta(CoordRep60(i))
end
```

Fichier DescriptiveStats.m

```
function [ETF, Index, Coord] =
DescriptiveStats(ReturnETF,ReturnIndex,Ticker,ETFC,TEMonthly,Numberofdata, Name)
   ReturnETF - Matrice des rendements des FNB
   ReturnIndex - Matrice des rendements des indices
   Ticker - Les tickers de tous les FNB dans l'échantillon
   ETFC - Nom des ticker des ETF à chercher
   TEAnnual - Erreur de suivi annuel pour tous les FNBs
   Numberofdata - Nombre d'observation par FNB
   Nom de chacune des categorie

n = size(ETFC,1);
m = size(ETFC,2);
row = size(ReturnETF,1);


MeanReturnETF = nanmean(ReturnETF,2);
MeanReturnIndex = nanmean(ReturnIndex,2);
STDReturnETF = nanstd(ReturnETF');
STDReturnIndex = nanstd(ReturnIndex');

     Trouver les ETF
a = 1;
for k = 1:m
   for i = 1:n
      for j =1:row
         if strcmp(ETFC(i,k),Ticker(j,1)) == 1
            Coord(i,k) = a;
         end
         a = a + 1;
      end
   a = 1;
   end
end

     Statistiques
for i=1:m
n(i,1) = sum(Coord(:,i) > 0);
end

a = 1;
for j =1:m
   Observation = 0;
   MeanReturnETFD = zeros(1,1);
   STDReturnETFD = zeros(1,1);
   MeanReturnIndexD = zeros(1,1);
   STDReturnIndexD = zeros(1,1);

   for i = 1:n(a)
```

```
    ETF.(Name{j}).TE(i,:) =  TEMonthly(Coord(i,j),:);
    MeanReturnETFD(i,:) = MeanReturnETF(Coord(i,j),:);
    STDReturnETFD(i,:) = STDReturnETF(1,Coord(i,j));
    MeanReturnIndexD(i,:) = MeanReturnIndex(Coord(i,j),:);
    STDReturnIndexD(i,:) = STDReturnIndex(1,Coord(i,j));
    Observation = Observation + Numberofdata(Coord(i,j),1);
    end

    ETF.(Name{j}).Observation = Observation
    ETF.(Name{j}).mean = mean(MeanReturnETFD);
    ETF.(Name{j}).std = mean(STDReturnETFD);
    ETF.(Name{j}).max = max(MeanReturnETFD);
    ETF.(Name{j}).min = min(MeanReturnETFD);
    ETF.(Name{j}).n = n(a);

    Index.(Name{j}).mean = mean(MeanReturnIndexD);
    Index.(Name{j}).std = mean(STDReturnIndexD);
    Index.(Name{j}).max = max(MeanReturnIndexD);
    Index.(Name{j}).min = min(MeanReturnIndexD);

    if n(a) == 1
        ETF.(Name{j}).Diff = ReturnETF(Coord(a),1:ETF.(Name{j}).Observation-1) -
ReturnIndex(Coord(a),1:ETF.(Name{j}).Observation-1);
    else
        ETF.(Name{j}).Diff = MeanReturnETFD - MeanReturnIndexD;
    end


    ETF.(Name{j}).MeanDiff = mean(ETF.(Name{j}).Diff);
    ETF.(Name{j}).STDDiff = std(ETF.(Name{j}).Diff);
    ETF.(Name{j}).IC(1) = ETF.(Name{j}).MeanDiff - tinv(0.999, ETF.(Name{j}).n-
1)*ETF.(Name{j}).STDDiff/sqrt(ETF.(Name{j}).n);
    ETF.(Name{j}).IC(2) = ETF.(Name{j}).MeanDiff + tinv(0.999, ETF.(Name{j}).n-
1)*ETF.(Name{j}).STDDiff/sqrt(ETF.(Name{j}).n);

    ETF.(Name{j}).t = ETF.(Name{j}).MeanDiff/(ETF.(Name{j}).STDDiff/sqrt(n(a)));

    if n(a) == 1
    ETF.(Name{j}).pvalue = tcdf(ETF.(Name{j}).t,ETF.(Name{j}).Observation-1);
    else
    ETF.(Name{j}).pvalue = tcdf(ETF.(Name{j}).t,n(a)-1);
    end
    for i=1:n(a)
        C = nancov(ReturnETF(i,:),ReturnIndex(i,:));
        ETF.(Name{j}).Cov(i) = C(2,1);
        ETF.(Name{j}).Corr(i) = C(2,1)/(sqrt(C(1,1))*sqrt(C(2,2)));
    end
    ETF.(Name{j}).CorrMean = mean(ETF.(Name{j}).Corr);
    a = a + 1;
end
```

Fichier DescriptiveStats2.m

```
function [Output] = DescriptiveStats2(X,D)
A = sort(X,2)
B = size(X,2)
C = size(X,1)
for i =1:C
   Output.mean(1,i) = mean(X(i,:));
   Output.median(1,i) = median(X(i,:));
   Output.std(1,i) = std(X(i,:));
   Output.Min(1,i) = min(X(i,:));
   Output.Max(1,i) = max(X(i,:));
   Output.Skewnewss(1,i) = skewness(X(i,:));
   Output.Kurtosis(1,i) = kurtosis(X(i,:));
   Output.Range(1,i) = A(i,ceil(0.01*B));
   Output.Range(2,i) = A(i,floor(0.99*B));
   Output.ttest(1,i) = (Output.mean(1,i)-D)/(Output.std(1,i)/sqrt(B))
   Output.pvalue(1,i) = 1-tcdf(abs(Output.ttest(1,i)),B-1);
 end
```

Fichier DescriptiveStats3.m

```
function [ETF] = DescriptiveStats3(ReturnETF,ReturnIndex,Name)

j=1;
   ETF.(Name{j}).mean = mean(ReturnETF);
   ETF.(Name{j}).std = std(ReturnETF);
   ETF.(Name{j}).max = max(ReturnETF);
   ETF.(Name{j}).min = min(ReturnETF);
   ETF.(Name{j}).Observation = size(ReturnETF,2);

MeanReturnIndex = nanmean(ReturnIndex,2)
STDReturnIndex = nanstd(ReturnIndex');

ETF.(Name{j}).MeanDiff = MeanReturnIndex - ETF.(Name{j}).mean
ETF.(Name{j}).STDDiff = std(ReturnETF - ReturnIndex)

ETF.(Name{j}).t = ETF.(Name{j}).MeanDiff/(ETF.(Name{j}).STDDiff/sqrt(ETF.(Name{j}).Observation));
ETF.(Name{j}).pvalue = 2*tcdf(-abs(ETF.(Name{j}).t),ETF.(Name{j}).Observation-1);
end
```

Fichier PortefeuilleRéplication.m

```
Basé sur:
Eric Jondeau & Michael Rockinger – Filtre de Kalman. Fichier Matlab. URL:
http://www.hec.until.ch/matlabcodes/econometrics.html

   Ri = Monthly return of assets composing the portfolio
   Bi = Weight of the assets composing the portfolio
   RiLiBor = Libor rate at period i
   RiF = Monthly return of the ETF
   RiP = Monthly return of the portfolio

   Data Extration
[Data, Data2] = xlsread('Ishares60.xlsx', 'XIU_holdings');
[Prices, ~] = xlsread('Ishares60.xlsx', 'Prices');
IndexPrices = xlsread('Ishares60.xlsx', 'IndexPrices');
Tickers = Data2(2:end,1);
T = size(IndexPrices,2)-1;
RiLibor = 0.0015;

   Return - Actions composant le FNB
   Ri = diff(Prices')'./Prices(:,1:end-1);
   Ri(isnan(Ri)) = 0;

   Return - Index
   RiIndex = diff(IndexPrices')'./IndexPrices(:,1:end-1);
   RiIndex(isnan(RiIndex)) = 0;

   Excess Returns
   Hi = Ri - RiLibor;
   Yi = RiIndex - RiLibor;

   Choix des 10 titres les plus importants
    Hi = Hi(1:12,:);
    Ri = Ri(1:12,:);

     Replication - Regression
nn = 24;
a = 1
b = 60
for i =b:b+90
y  = Yi(1+i:nn+i)';
Z  = Hi(:,1+i:nn+i)';
BetaMCO(:,a)=(Z'*Z)\(Z'*y);
a = a + 1
end

a = 1
for i = b:b+90
```

```
  A.A = Yi(:,1+i:nn+i)'
  A.B = Hi(:,1+i:nn+i)'
  Regression = regstats(A.A, A.B)
  BetaMCO2(:,a) = Regression.beta(2:end)
  a = a + 1
end

    Replication - Filtre Kalman

for i=0:90
y  = Yi(b:b+nn+i)';
Z  = Hi(:,b:b+nn+i)';

n = size(Z,1);
m = size(Z,2);

d=zeros(n,1);
c=zeros(n,m);
T= eye(m,m);
T = reshape(T,1,m*m);
T = repmat(T,nn+1+i,1);
R=T;

a0=BetaMCO;
P0=1;
H=0;
Q=0;

Beta0=ones(2*m+1,1);
lb = [-10*ones(1,m) 0.00001*ones(1,m+1)];
ub = [10*ones(1,m) 100*ones(1,m+1)];
lb=lb';
ub=ub';

options=optimset('Diagnostics','off');
[Beta,stderr1,vc,logl]=Max_lik(@ml,Beta0,'Hessian',[],[],[],[],lb,ub,[],options,...
        y,Z,d,T,c,R,a0,P0,H,Q,1);
BetaKalman(:,i+1) = Beta(:,1);
end

    Graphique des rendements mensuelles MCO/Kalman

BetaKalman2 = BetaKalman(1:12,:)
a = size(BetaKalman2,2)-1
Return.Index = RiIndex(1,b:b+a)
```

```
    Évaluation de l'erreur de suivi
Return.ETF = sum(BetaKalman2.*Ri(:,b+1:b+a+1))+(1-sum(BetaKalman2))*RiLibor
for i =1:2

  Méthode 1 - Différence absolue des rendements
Numberofdata = 91
TE1(i) = nansum(abs(Return.ETF - Return.Index),2)./(Numberofdata-1);

  Méthode 2 - Ecart type de la difference des rendements
sizeReturn = size(Return.ETF);
A.A = nanmean(Return.ETF - Return.Index,2);
A.A = repmat(A.A, 1, sizeReturn(1,2));
A.B = nansum((Return.ETF - Return.Index - A.A).^2,2);

TE2(i) = sqrt(A.B./(Numberofdata-2));

  Méthode 3 - Ecart type de la difference des rendements absolue
A.D = nanmean(abs(Return.ETF - Return.Index),2);
A.D = repmat(A.D, 1, sizeReturn(1,2));
A.C = nansum((abs(Return.ETF - Return.Index) - A.D).^2,2);

TE3(i) = sqrt(A.C./(Numberofdata-2));

  Methode 4 - Modele a un facteur
Regression = regstats(Return.ETF(1,:), Return.Index(1,:));
alpha = repmat(Regression.beta(1,1),1,sizeReturn(1,2));
Residuals = (Return.ETF(1,:) - alpha - Regression.beta(2,1)*Return.Index(1,:)).^2;
TE4(i) = sqrt(nansum(Residuals)/(Numberofdata(1,:) - 3));
TE41.alpha(i) = Regression.beta(1,1);
TE41.Beta(i) = Regression.beta(2,1);
TE41.R2(i) = Regression.rsquare(1,1);
TE41.talpha(i) = Regression.tstat.pval(1,1);
TE41.tBeta(i) = Regression.tstat.pval(2,1);

Residuals2.mean(i) = nanmean(Residuals);
Residuals2.std(i) = nanmean(Residuals.^2);
Residuals2.auto(i) = nanmean(Residuals(1,1:end-1).*Residuals(1,2:end));

TE.Monthly(i,:) = [TE1(i) TE2(i) TE3(i) TE4(i)];

  figure
    hold all
    plot(1:a+1,Return.ETF,'Color', 'r')
    plot(1:a+1,Return.Index,'Color','b')
    xlabel('Observations')
    ylabel('Rendements')
    h = legend('Portefeuille','Indice',2);
    set(h)
```

```
    hold off

Return.ETF = sum(BetaMCO.*Ri(:,b+1:b+a+1))+(1-sum(BetaMCO))*RiLibor
end

Return.Kalman = sum(BetaKalman2.*Ri(:,b+1:b+a+1))+(1-sum(BetaKalman2))*RiLibor;
Return.MCO = sum(BetaMCO2.*Ri(:,b+1:b+a+1))+(1-sum(BetaMCO))*RiLibor;

Name.a = {'Kalman'};
Name.b = {'MCO'};
Name.c = {'Index'};
Kalman = DescriptiveStats3(Return.Kalman,Return.Index,Name.a)
MCO = DescriptiveStats3(Return.MCO,Return.Index,Name.b)
Index = DescriptiveStats3(Return.Index,Return.Index,Name.c)
```

Fichier Kalman_filter.m

```
function [y_cond,v,a,a_cond,P,P_cond,F,logl] = ...
            Kalman_filter(y,Z,d,T,c,R,a0,P0,H,Q,timevar)
   ---------------------------------------------------------------------
   PURPOSE: implements the Kalman filter for time invariant and time variant version
   follows the Gauss implementation of Thierry Roncalli.
  ---------------------------------------------------------------------
   for more explanations on this code please see KalmanFilter.pdf at
   www.hec.unil.ch/matlabcodes RND page.
  ---------------------------------------------------------------------
nobs = size(y,1);    rows
n    = size(y,2);    cols
at   = a0 ;
at_1 = a0;
Pt   = P0;
Pt_1 = P0;
logl = zeros(nobs,1);

if timevar == 1
   m=size(Z,2)/n;
   g=size(R,2)/m;
else
   m=size(Z,2);
   g=size(R,2);
end

   placeholders
y_cond = zeros(nobs,n);
v      = zeros(nobs,n);
a_cond = zeros(nobs,m);
a      = zeros(nobs,m);
P_cond = zeros(nobs,m*m);
P      = zeros(nobs,m*m);
F      = zeros(nobs,n*n);

if timevar ~= 1    constant matrices
   Zt=Z;
   dt=d;
   Ht=H;
   Tt=T;
   ct=c;
   Rt=R;
   Qt=Q;
end

for i=1:nobs

   yt=y(i,:)';                    y(t)
```

```
if timevar == 1
  Zt=reshape(Z(i,:),n,m);            Z(t)
  dt=d(i,:)';                    d(t)
  Ht=reshape(H(i,:),n,n);            H(t)
  Tt=reshape(T(i,:),m,m);            T(t)
  ct=c(i,:)' ;                   c(t)
  Rt=reshape(R(i,:),m,g);            R(t)
  Qt=reshape(Q(i,:),g,g);            Q(t)
end

   Prediction Equations

at_1 = Tt*at + ct ;                a(t|t-1) formula(3.2.2a)
Pt_1 = Tt*Pt*Tt' + Rt*Qt*Rt';          P(t|t-1) formula(3.2.2b)

   Innovations

yt_1 = Zt*at_1 + dt ;              y(t|t-1) formula(3.2.18)
vt = yt-yt_1;                      v(t)    formula(3.2.19)

   Updating Equations

Ft = Zt*Pt_1*Zt' + Ht;             F(t)    formula(3.2.3c)

inv_Ft = Ft\eye(size(Ft,1));           Inversion de Ft
  [s,f] = warning;

   erreur=scalerr(inv_Ft);
   if erreur;
    if Ft == zeros(n,n);
      inv_Ft = Ft;
    else;
      inv_Ft = pinv(Ft);             Moore-Penrose Pseudo-inverse
    end;
   end;

at = at_1 + Pt_1*Zt'*inv_Ft*vt ;       a(t)    formula(3.2.3a)
Pt = Pt_1 - Pt_1*Zt'*inv_Ft*Zt*Pt_1;     P(t)    formula(3.2.3b)

   Save results

y_cond(i,:) = yt_1';
v(i,:)     = vt';
a(i,:)     = at';
a_cond(i,:) = at_1';
   P(i,:)     = reshape(Pt',m,m);
   P_cond(i,:) = Pt_1';
```

```
    F(i,:)     = Ft';

    fprintf('y_cond(i,:)    12.4f\n',y_cond(i,:));
    fprintf('v(i,:)    12.4f\n',v(i,:));
    fprintf('a(i,:)    12.4f\n',a(i,:));
    fprintf('a_cond(i,:)    12.4f\n',a_cond(i,:));
    fprintf('P(i,:)    12.4f\n',P(i,:));
    fprintf('P_cond(i,:)    12.4f\n',P_cond(i,:));
    fprintf('F(i,:)    12.4f\n',F(i,:));

    Likelihood

  dFt=det(Ft);
  if dFt<=0
    dFt=1e-10;
  end
  logl(i)=-(n/2)*log(2*pi)-0.5*log(dFt)-0.5*vt'*inv_Ft*vt;

end
```

Fichier ml.m

```
function logl=ml(beta,y,Z,d,T,c,R,a0,P0,H,Q,xx);
 A = floor(size(beta,1)/2);
 beta(A+1:end)=beta(A+1:end).^2;
 a0=beta(1:A);
 P0 = diag(beta(A+2:end));
 nobs=size(y,1);
 H=kron(beta(A+1),ones(nobs,1));
 Q = reshape(P0,1,size(P0,1)*size(P0,1));
 Q = repmat(Q,nobs,1);
 [y_cond, v, a, a_cond, P, P_cond,F,logl]=Kalman_filter(y,Z,d,T,c,R,a0,P0,H,Q,xx);
end
```

Fichier Transactioncost.m

```
    Portfolio Return with transaction costs
  n = Number of Stocks in Portfolio
  a = First observation
  b = Last observation
  RiLibor = Libor Monthly return
  n = 12;
  a = 60;
  b = 150;
  Portfolio.valueK = 1;
  Portfolio.valueK2 = 100000;
  Portfolio.valueM = Portfolio.valueK
  Portfolio.valueM2 = Portfolio.valueK2
  RiLibor = 0.0015;
    Data Extration
[Prices, ~] = xlsread('Ishares60.xlsx', 'Prices');
[Beta.Kalman, ~] = xlsread('Betas.xlsx', 'BetaKalman2');
[Beta.MCO, ~] = xlsread('Betas.xlsx', 'BetaMCO2');
IndexPrices = xlsread('Ishares60.xlsx', 'IndexPrices');

  Return - Actions composant le FNB
  Return.Stocks = diff(Prices')'./Prices(:,1:end-1);
  Return.Stocks(isnan(Return.Stocks)) = 0;
  Return.Stocks = Return.Stocks(1:n,a+1:b+1);

  Return - Index
  Return.Index = diff(IndexPrices')'./IndexPrices(:,1:end-1);
  Return.Index(isnan(Return.Index)) = 0;
  Return.Index = Return.Index(a:b);

  Return - Portfolio
  Beta.Portfolio = sum(Beta.Kalman)
  Return.Kalman = sum(Beta.Kalman.*Return.Stocks)+(1-Beta.Portfolio)*RiLibor;

  Price matrix
Prices = Prices(1:n,a:b);


    Portfolio value evolution no transaction cost

  Kalman
  Position.valueK = Portfolio.valueK*Beta.Kalman(:,1);
  Position.valueK(n+1,1) = Portfolio.valueK - sum(Position.valueK)

  for i=2:b-a+1
      Position.valueK(1:n,i) = Position.valueK(1:n,i-1) + Position.valueK(1:n,i-1).*Return.Stocks(:,i-1)
```

```
        Position.valueK(n+1,i) = Position.valueK(n+1,i-1) + Position.valueK(n+1,i-1)*RiLibor
        Portfolio.valueK(i) = sum(Position.valueK(:,i))
        Position.valueK(1:n,i) = Portfolio.valueK(i)*Beta.Kalman(:,i);
        Position.valueK(n+1,i) = Portfolio.valueK(i) - sum(Position.valueK(1:n,i))
    end

    MCO
    Position.valueM = Portfolio.valueM*Beta.MCO(:,1);
    Position.valueM(n+1,1) = Portfolio.valueM - sum(Position.valueM)

    for i=2:b-a+1
        Position.valueM(1:n,i) = Position.valueM(1:n,i-1) + Position.valueM(1:n,i-1).*Return.Stocks(:,i-1)
        Position.valueM(n+1,i) = Position.valueM(n+1,i-1) + Position.valueM(n+1,i-1)*RiLibor
        Portfolio.valueM(i) = sum(Position.valueM(:,i))
        Position.valueM(1:n,i) = Portfolio.valueM(i)*Beta.MCO(:,i);
        Position.valueM(n+1,i) = Portfolio.valueM(i) - sum(Position.valueM(1:n,i))
    end

    Index
     Index.value(1) = Portfolio.valueK(1,1)
   for i=2:b-a+1
    Index.value(i) = Index.value(1,i-1) + Index.value(1,i-1)*Return.Index(1,i)
   end

      Portfolio value evolution with transaction cost
    Position.valueK2 = Portfolio.valueK2(:,1)*Beta.Kalman(:,1);
    Position.numstockK = round(Position.valueK2(1:n,1)./Prices(:,1));
    Position.DiffnumstockK(:,1) = Position.numstockK
    Position.Cost = CostFunction(Position.DiffnumstockK(:,1),Position.valueK2(1:n,1))
    Position.valueK2(n+1,1) = Portfolio.valueK2(:,1) - sum(Position.valueK2(:,1)) - Position.Cost

    for i=2:b-a+1
        Position.valueK2(1:n,i) = Position.valueK2(1:n,i-1) + Position.valueK2(1:n,i-1).*Return.Stocks(:,i-
1)
        Position.valueK2(n+1,i) = Position.valueK2(n+1,i-1) + Position.valueK2(n+1,i-1)*RiLibor
        Portfolio.valueK2(i) = sum(Position.valueK2(:,i))
        Position.valueK2(1:n,i) = Portfolio.valueK2(i)*Beta.Kalman(:,i);
        Position.numstockK(:,i) = round(Position.valueK2(1:n,1)./Prices(:,i));
        Position.DiffnumstockK(:,i) = Position.numstockK(:,i) - Position.numstockK(:,i-1)
        Position.Cost(:,i) = CostFunction(Position.DiffnumstockK(:,i),Position.valueK2(1:n,i))
        Position.valueK2(n+1,i) = Portfolio.valueK2(i) - sum(Position.valueK2(1:n,i)) - Position.Cost(i)
    end

    Position.valueM2 = Portfolio.valueM2(:,1)*Beta.MCO(:,1);
    Position.numstockM = round(Position.valueM2(1:n,1)./Prices(:,1));
    Position.DiffnumstockM(:,1) = Position.numstockM
    Position.Cost = CostFunction(Position.DiffnumstockM(:,1),Position.valueM2(1:n,1))
    Position.valueM2(n+1,1) = Portfolio.valueM2(:,1) - sum(Position.valueM2(:,1)) - Position.Cost
```

```
  for i=2:b-a+1
        Position.valueM2(1:n,i) = Position.valueM2(1:n,i-1) + Position.valueM2(1:n,i-
1).*Return.Stocks(:,i-1)
        Position.valueM2(n+1,i) = Position.valueM2(n+1,i-1) + Position.valueM2(n+1,i-1)*RiLibor
        Portfolio.valueM2(i) = sum(Position.valueM2(:,i))
        Position.valueM2(1:n,i) = Portfolio.valueM2(i)*Beta.MCO(:,i);
        Position.numstockM(:,i) = round(Position.valueM2(1:n,1)./Prices(:,i));
        Position.DiffnumstockM(:,i) = Position.numstockM(:,i) - Position.numstockM(:,i-1)
        Position.Cost(:,i) = CostFunction(Position.DiffnumstockM(:,i),Position.valueM2(1:n,i))
        Position.valueM2(n+1,i) = Portfolio.valueM2(i) - sum(Position.valueM2(1:n,i)) - Position.Cost(i)
  end

  Index
   Index.value2(1) = Portfolio.valueK2(1,1)
 for i=2:b-a+1
  Index.value2(i) = Index.value2(1,i-1) + Index.value2(1,i-1)*Return.Index(1,i)
 end

    Graphique - Sans frais

figure
hold all
   plot(1:b-a+1,Index.value, 'Color', 'b')
   plot(1:b-a+1,Portfolio.valueK, 'Color', 'r')
   plot(1:b-a+1,Portfolio.valueM, 'Color', 'g')
     xlabel('Observations')
     ylabel('Rendements')
     h = legend('Indice','Kalman','Régression',2);
     set(h)
hold off

figure
hold all
   plot(1:b-a+1,Index.value2, 'Color', 'b')
   plot(1:b-a+1,Portfolio.valueK2, 'Color', 'r')
   plot(1:b-a+1,Portfolio.valueM2, 'Color', 'g')
     xlabel('Observations')
     ylabel('Rendements')
     h = legend('Indice','Kalman','Régression',2);
     set(h)
hold off
```

Fichier CostFunction.m

```
function [Cost] = CostFunction(Position,Value)
a = size(Position,1)

    Minimum Cost 1$/trade
mininum = abs(0.01*Position)

for i=1:a
    if mininum(i) < 1
        mininum(i) = 1;
    end
end

    Maximum cost - 0.5    of trade valueK
maximum = abs(0.005*Value);
Costpertransaction = min(maximum,mininum);
Cost = sum(Costpertransaction);

end
```