

École des Hautes Études Commerciales de Montréal

HEC MONTRÉAL

PRENDRE AVANTAGE DES FONDS NÉGOCIÉS EN BOURSE SUR LE VIX

FRANCIS BOUCHARD

SCIENCE DE LA GESTION
FINANCE

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences (M.Sc.)

MAI 2014
© FRANCIS BOUCHARD 2014

TABLE DES MATIÈRES

Liste des tableaux	ii
Liste des figures	iii
Sommaire	iv
Remerciements	v
Chapitre 1 – Introduction	1
1.1 Contexte	1
1.2 Objectif de la recherche	2
1.3 Structure du mémoire	2
Chapitre 2 – Revue de littérature	3
2.1 Précurseur, avènement et couverture	3
2.2 Contango, backwardation et structure de frais	5
2.3 L'effet indirect des produits sur la volatilité	7
2.4 La prime de variance	8
2.5 Le calcul de l'indice VIX	9
2.6 Stratégies basées sur l'exploitation du contango	9
Chapitre 3 – Données et méthodologies	10
3.1 Données	10
3.2 Manipulation et construction de la base de données	11
3.3 Coût de roulement	13
3.4 Structure à terme du VIX	17
3.5 Analyse des opportunités d'investissement	23
3.6 Méthodes de simulations	33
Chapitre 4 – Simulation et analyse des résultats	36
4.1 Paramètres et valeurs initiales	36
4.2 Choix des prix d'exercice	37
4.3 Simulation	39
4.4 Analyse des résultats	47
4.5 Risques & facteurs non pris en compte	49
Chapitre 5 – Conclusion	52
Références	54
Annexes	56
Code Matlab	64

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 – Liste des contrats sur le VIX et des options sur le S&P500 correspondantes.	20
Tableau 3.2 – Rendements journaliers, mensuels, annuels et biannuels pour l'indice SPVXSTR et la série à 200% de levier basée sur le SPVXSTR.	23
Tableau 3.3 – Construction des indices de la famille des « S&P 500 VIX Futures Long/Short Strategy Index Series ».	26
Tableau 3.4 – Récapitulation de toutes les pointes de volatilité survenues au cours de la période allant de janvier 2006 à décembre 2013 résultants en des rendements supérieurs à 40% dans notre indice de référence.	31
Tableau 4.1 – Valeurs de départ pour les variables de la simulation.	39
Tableau 4.2 – Comparaison entre la distribution historique et la distribution simulée du sous-jacent.	39
Tableau 4.3 – Résultats de la simulation pour notre scénario optimal ($\alpha=0,9$ et $\beta=2$).	45
Tableau 4.4 – Comparaison entre les résultats de la simulation avec et sans différentiels de volatilité implicite pour le scénario ($\alpha=0,9$ et $\beta=2$).	50

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 –	Représentation visuelle du coût associé au roulement en périodes de contango.	6
Figure 3.1 –	Aperçu de la performance normalisée de chacun des quatre indices de base servant à l'étude.	12
Figure 3.2 –	Représentation graphique de la base formée entre le niveau du contrat à terme du 1er et du 2e mois à partir de la création des contrats à terme sur le VIX soit de 2006 à 2013.	13
Figure 3.3 –	Distribution de la base formée entre le niveau du contrat à terme du 1er et du 2e mois à partir de la création des contrats à terme sur le VIX soit de 2006 à 2013.	14
Figure 3.4 –	Comparaison entre l'évolution de l'indice à maturité constante sur contrats à terme de courte durée (SPVXSTR) et le coût de roulement composé au fil du temps.	16
Figure 3.5 –	Comparaison entre la structure à terme du VIX, le niveau de volatilité attendue sur le S&P500 et la valeur des contrats à terme du VIX dérivé à partir du niveau de volatilité attendue sur le S&P500.	22
Figure 3.6 –	Schéma permettant de visualiser la structure optimale pour le choix du prix d'exercice des options vendues.	32
Figure 3.7 –	Répartition des niveaux de volatilité implicite observés dans les options hors de la monnaie sur le FNB UVXY de ProShares sur la période de novembre 2012 allant à décembre 2013.	34
Figure 4.1 –	Représentation graphique des trajectoires simulées pour l'actif sous-jacent.	40
Figure 4.2 –	Représentation graphique des trajectoires simulées pour les niveaux de volatilité implicite.	41
Figure 4.3 –	Répartition des niveaux de volatilité implicite simulés.	41
Figure 4.4 –	Exemple visuel de l'évolution des besoins de marge de maintenance en fonction du prix du sous-jacent, ceteris paribus.	43
Figure 4.5 –	Répartition des rendements simulés sur la période de 6 mois avec les paramètres ($\alpha = 0.9$, $\beta = 2$) .	48

SOMMAIRE

Le marché des FNBs dérivés des contrats à terme sur l'indice de volatilité VIX du CBOE est en pleine expansion si bien que ces FNBs représentent aujourd'hui une nouvelle classe d'actifs à part entière. Introduite par la firme anglaise Barclays en 2009 avec le lancement de deux fonds, le VXX et le VXZ, cette catégorie de produits toujours de plus en plus populaire compte aujourd'hui près de 20 différents FNBs offerts par plusieurs différents fournisseurs tels que Barclays, Citigroup, ProShares, UBS et Crédit Suisse. Ils permettent notamment aux investisseurs de tout niveau d'avoir accès à un nouveau type d'outil de couverture pour leur portefeuille d'actions. Toutefois, on remarque que le rendement à moyen ou long terme de ce type de produit est pitoyable, si bien que l'on est en droit de se demander qui voudrait bien investir dans un tel véhicule d'investissement. À la lumière de ce constat, nous avons entrepris d'étudier cette nouvelle classe d'actifs pour comprendre d'où provient leur sous-performance, de l'expliquer et d'identifier si la situation est sujette à rester stable de cette manière à plus long terme. Pour faire suite aux conclusions tirées de ces analyses, nous avons développé une stratégie d'investissement basée sur cette nouvelle classe d'actifs qui tirera avantage des caractéristiques uniques de ce type de produit. La performance remarquable de la stratégie à l'intérieur d'un cadre de simulation Monte-Carlo démontre qu'il existe bel et bien une possibilité de prendre avantage de cette nouvelle classe d'actifs pour générer un rendement supérieur à la moyenne.

Mots clés : VIX, FNB, VXX, contango, volatilité, option

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de recherche, M. Nicolas Papageorgiou pour son support tout au long de la rédaction de ce travail de recherche. J'aimerais également remercier l'ensemble du corps professoral des HEC Montréal qui m'ont permis de cheminer à travers mes années d'études et m'ont enseigné les notions nécessaires pour accomplir cette ébauche.

Dans un deuxième temps, je tiens chaleureusement à remercier toute ma famille, notamment mes parents, ainsi que mes amis et collègues qui m'ont supporté, motivé et mené à me surpasser dans la réalisation de ce travail. Sans eux, rien de tout cela n'aurait été possible.

CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

1.1 CONTEXTE

Depuis la dernière crise financière de 2008 qui a secoué l'économie mondiale, il reste chez plusieurs investisseurs un sentiment de nervosité qui contribue à rendre les marchés de plus en plus volatils. La demande pour des produits offrant une forme d'assurance de portefeuille a donc largement augmenté ce qui coïncide parfaitement avec l'apparition de produits dérivant du VIX dont notamment les FNBs répliquant la performance des contrats à terme sur le VIX. Ce développement plutôt récent fait suite à l'apparition des contrats à terme, en 2004, et des options sur le VIX du CBOE en 2006. Les premiers FNBs sur volatilité furent donc introduits en janvier 2009 par la firme anglaise Barclays et ont pris la forme d'un ETN (exchange-traded note). Ces produits, premiers de la sorte, visent à répliquer la performance des indices sur contrat à terme à maturité constante publiés par la firme américaine Standard & Poors depuis début 2006. Afin d'arriver à garder une maturité constante, chacun de ces indices doit simuler un investissement constamment en roulement entre deux ou plusieurs contrats de différentes échéances de manière à conserver la maturité désirée. Le cas qui nous intéresse tout particulièrement est l'indice de court terme, soit celui avec une maturité d'un mois. Compte tenu de la présence marquée du phénomène de contango dans la structure à terme de l'indice VIX, ce roulement quotidien implique que les indices, et du coup les FNBs, enregistrent quasi quotidiennement des pertes ce qui à long terme affecte très adversement la performance des FNBs. Fait à noter, nous employerons le terme contango pour décrire toute situation où les prix à terme sont plus grands que celui spot. En tant normal, une structure en contango est observée lorsque les prix à termes sont plus élevés que les prix anticipés et non simplement plus élevés que le prix spot. Toutefois, puisqu'il est difficile de déterminer avec précision quel devrait être le prix anticipé de l'indice VIX dans le futur, nous assumerons que le prix anticipé est égal au prix spot observé sur le marché et ce pour l'ensemble du papier.

Ainsi, au fil du temps, la sous-performance importante du VXX et du VXZ, similaire pour tous les produits sur la volatilité qui ont vu le jour depuis 2009, nous amène à nous questionner sérieusement quant au motif poussant les investisseurs toujours de plus en plus nombreux à acheter ce type de produits. Faisons-nous simplement face à un phénomène passager ce qui expliquerait la patience des investisseurs, ou bien ces derniers ne comprennent-ils tout simplement pas le fonctionnement de ces produits?

1.2 OBJECTIF DE LA RECHERCHE

L'objectif derrière ce travail de recherche est de déceler si la piètre performance de ce type de produit est bel et bien un phénomène structurel ou bien simplement passager. Dans la mesure où nous arrivons à démontrer que la présence de contango dans la structure à terme du VIX est un phénomène récurrent, nous chercherons à quantifier le coût à long terme qu'implique un tel phénomène et possiblement découvrir par la suite les motifs attirant un nombre toujours grandissant d'investisseurs vers ce type de produits. Dans l'éventualité où ces premières observations s'avèreraient concluantes, nous explorerons les différentes avenues potentielles qui permettraient de profiter des conditions particulières dans lesquelles ce type de produits évolue et ainsi possiblement développer une stratégie d'investissement pouvant profiter de ce phénomène pour le moins atypique.

1.3 STRUCTURE DU MÉMOIRE

Ce mémoire sera divisé en trois grandes sections. Tout d'abord, une revue de la littérature pertinente nous permettra de jeter les bases de cette étude. Ensuite, nous nous pencherons sur la méthodologie à employer pour mener à terme notre étude empirique, nos simulations et autres objets d'analyse. Finalement, nous discuterons de l'ensemble des résultats et explorerons la manière optimale de mettre en place une stratégie en fonction de nos anticipations sur le comportement futur de cette classe d'actifs relativement nouvelle.

CHAPITRE 2 : REVUE DE LITTÉRATURE

La première section de cette revue de littérature couvrira la provenance des produits découlant des indices sur la volatilité. L'objet même de ce mémoire, soit l'explication de la piètre performance de cette classe d'actifs est abordée par plusieurs et sera explorée en deuxième lieu. Il s'agit, entre autres, de l'effet du contango sur la performance à long terme des produits. Le troisième point explorera l'effet potentiel sur la structure à terme du VIX qu'a eu l'arrivée sur le marché de la famille des FNBs sur la volatilité. Le quatrième point survolera le thème de la prime de variance. Le cinquième segment discutera de la méthodologie de calcul du VIX et finalement le dernier segment se penchera sur les différentes utilisations que l'on peut faire de cette nouvelle catégorie d'actifs.

2.1 PRÉCURSEUR, AVÈNEMENT ET COUVERTURE

C'est en 1993 que le Chicago Board of Options Exchange (CBOE) a introduit le *CBOE volatility index* communément appelé l'indice VIX. Calculé à la base à partir des options à la monnaie sur le S&P100, le VIX devint la première véritable mesure de volatilité de marché. Dix ans plus tard, le CBOE s'est associé avec la banque d'investissement américaine Goldman Sachs pour ajuster la méthodologie de calcul de l'indice. Le nouvel indice VIX fut à partir de ce jour calculé en se basant sur l'indice boursier largement plus utilisé, le S&P500 plutôt que le S&P100. De plus, les options utilisées pour le calcul du VIX passèrent d'être simplement l'ensemble des options à la monnaie pour devenir l'ensemble des options hors de la monnaie pourvu que ces dernières possèdent un cours acheteur non nul. Le portefeuille d'options désormais créé nous permet, suivant la formule établie, d'obtenir une valeur pour l'indice VIX à tout moment ainsi que nous informer sur les variations de l'indice que nous observons quotidiennement. Brenner & Galai (1989) furent parmi les premiers chercheurs à soulever l'avantage pour le monde financier d'avoir un marché de produits dérivés sur la volatilité.

Whaley (1993) va un peu plus loin et démontre comment l'utilisation de produits dérivés sur la volatilité, au détriment d'une couverture par réplication d'un panier d'options, permettrait avantageusement à de nombreux investisseurs de se couvrir contre une hausse de la volatilité et généralement parlant d'une baisse du marché des actions. Toujours dans le même ordre d'idée, Grubichler & Longstaff (1996) présentent l'avantage indéniable que les investisseurs auraient à pouvoir acheter et vendre la volatilité quand vient le temps de couvrir les risques de leur portefeuille. Malgré tous ces constats au cours des années 90, il faudra attendre jusqu'en 2004 pour voir apparaître le premier véhicule sur la volatilité dans lequel il est possible d'investir alors que les contrats à terme sur l'indice VIX font leur apparition le 26 mars de cette même année. Malgré le fait que les contrats à terme ne soient pas des instruments à la portée de tous, il reste néanmoins qu'il s'agissait là d'un grand pas vers l'avant par rapport à la seule alternative connue à l'époque. Cette alternative était d'acheter et de rebalancer de complexes paniers d'options sur le marché des actions dans le but de capturer le niveau de volatilité du marché, méthode fort coûteuse en temps et commission et qui, jusqu'à aujourd'hui, n'avait été employé que par une infime minorité d'investisseurs sophistiqués. En 2006, le CBOE dévoile un tout nouveau marché, celui des options sur le VIX, un pas additionnel vers un accès plus facile à la négociation de la volatilité en tant qu'actif. Ce n'est que trois ans plus tard, en janvier 2009 tel que mentionné dans l'introduction, que nous voyons l'apparition de FNBs sur la volatilité tels que le VXX et le VXZ, premiers produits sur la volatilité à être négociés en bourse et à être la portée de quasi tout le monde. Sa relative facilité d'accès permit à ce marché de rapidement prendre de l'ampleur et de s'établir en tant que nouvelle classe d'actifs. Intrigués par les caractéristiques particulières de ce type de produits, plusieurs chercheurs, dont Alexander & Korovilas (2011), Deng, McCann & Wang (2012) ainsi que Whaley (2013) se sont penchés sur cette nouvelle classe d'actifs pour en évaluer leur valeur en tant que nouvel outil de couverture. Dans tous les cas, la conclusion est que malgré le profil de rendement intéressant de ces produits (entre autre leur coefficient d'asymétrie positif), les pertes engrangées à moyen et long terme par ces produits en font des outils de couverture inefficaces. Une deuxième conclusion

commune à ces travaux de recherche est que lorsque l'on utilise plutôt le VXZ, FNB repliquant l'indice à maturité constante de moyen terme (5 mois), au lieu du VXX, qui lui réplique l'indice à maturité constante de court terme (1 mois), on obtient une couverture plus efficace. Il semble à première vue que l'indice investissant dans les contrats à moyen terme se trouve moins exposé aux pertes continues que subit l'indice de court terme et devient du coup un meilleur outil de couverture.

2.2 CONTANGO, BACKWARDATION ET STRUCTURE DE FRAIS

Les frais de gestion, transactionnels et légaux, affectent négativement la performance des FNBs quels qu'ils soient. Même si à long terme, l'effet de ces frais est non-négligeable, l'ensemble des chercheurs dans différents ouvrages Alexander & Korovilas (2011), Deng, McCann & Wang (2012), Simon & Campasano (2012) ainsi que Whaley (2013) s'entendent pour dire que c'est le coût implicite relié au roulement entre les contrats à terme qui explique la majeure partie de la piètre performance des FNBs sur la volatilité. Le contango, phénomène qui implique une structure à terme ascendante en fonction du temps à échéance, crée une perte pour l'investisseur du VXX ou d'un FNB similaire. La raison de cette perte est que, pour garder une maturité constante, l'indice doit continuellement vendre le contrat à terme de plus courte échéance et racheter le contrat à terme de plus longue échéance. Puisqu'en présence du contango la structure à terme possède une pente positive, l'indice vend un actif à prix moindre et rachète un actif à prix plus élevé. Du coup, cette perte quasi banale au niveau quotidien finit par créer une perte considérable lorsque composée avec le temps ce qui fera tendre la valeur des FNBs vers zéro. D'ailleurs, Whaley (2013) cite dans son ouvrage le prospectus du produit TVIX de la famille VelocityShares de Credit Suisse et va comme suit :

« The long term expected value of your ETNs is zero. If you hold your ETNs as a long term investment, it is likely that you will lose all or a substantial portion of your investment. » (pages 27-28)¹

¹ Whaley, Robert E. (2013). *Trading Volatility: At What Cost?* Nashville, TN, Vanderbilt University, p.1

La figure suivante présentée dans un document de recherche de la firme BNP Paribas illustre bien le phénomène décrit à la page précédente.

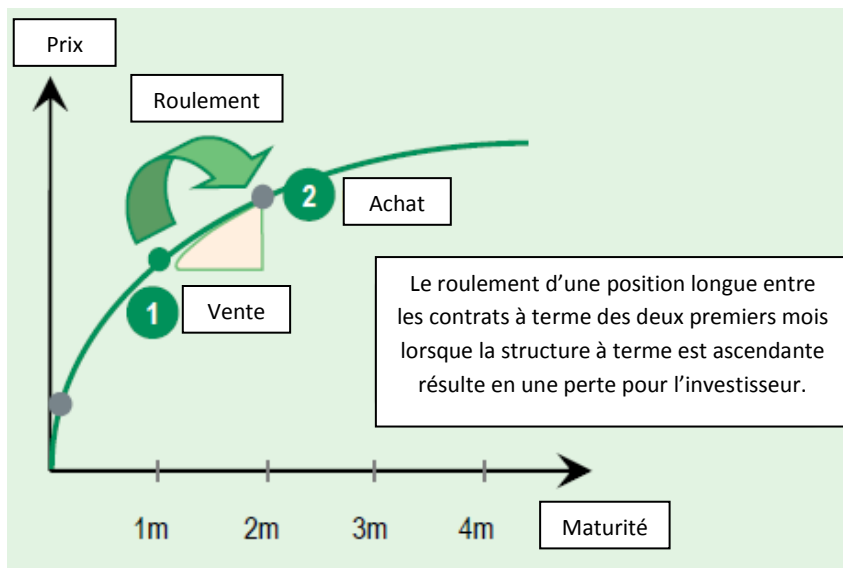


Figure 2.1 – Représentation visuelle du coût associé au roulement en période de contango.²

Le phénomène inverse, soit le backwardation, se présente généralement lors de moments de forte volatilité et s'accompagne d'un effet très bénéfique pour nos FNBs sur la volatilité. Toutefois, ces périodes de crise s'avèrent généralement être plutôt violentes et du même coup ne durent que très brièvement ce qui explique la prédominance du contango. En fait, Whaley (2013) calcule que la structure à terme du VIX se trouve en position de contango plus de 80% du temps ce qui nécessairement crée un effet adverse sur la valeur à long terme des produits. Cette logique, voulant que le contango crée une perte cumulée au fil du temps, pousse Simon & Campasano (2012) à dériver une stratégie d'investissement court terme où l'investisseur vend la volatilité lorsque la structure à terme est suffisamment en contango, et achète la volatilité lorsque la structure à terme est suffisamment en backwardation. Ces derniers arrivent à démontrer que la stratégie est bel et bien robuste et rentable lorsque testée.

² Omprakash, Anand et al. (2014). *VXX Carry Strategies*. New York, BNP Paribas. 7 p.

2.3 L'EFFET INDIRECT DES PRODUITS SUR LA VOLATILITÉ

Outre le coût relié au roulement des contrats à terme, Avellaneda (2013) propose deux autres explications pour la piètre performance des FNBs sur la volatilité. Ces explications se trouvent reliées au besoin toujours grandissant de couverture de la part des émetteurs de ETNs. Il faut savoir que sur les quelques vingt produits aujourd'hui disponibles sur le marché, seul quelques-uns d'entre eux sont des ETFs (exchange traded funds). Tous les autres FNBs sont des ETNs (exchange traded notes), soit des notes garanties par l'émetteur, généralement des banques d'investissement, et qui garantissent à leurs investisseurs le rendement de l'indice à maturité constante sous-jacent à tous les FNBs sur la volatilité. Notons que les investisseurs ont la possibilité d'échanger leur ETNs pour leur valeur au marché à tout moment ce qui oblige les émetteurs à se couvrir à leur tour pour éviter d'être pris au dépourvu lors d'une hausse de la volatilité. L'explosion rapide du volume dans le marché des ETNs a forcé les émetteurs de ce type de produit à trouver une méthode efficace de couverture pour couvrir, soit partiellement ou entièrement, leur exposition prise face au niveau de volatilité à travers la vente des ETNs aux investisseurs de détail. Ceci a facilité l'apparition d'une distorsion dans la structure à terme du VIX puisque ces derniers, étant au fait des coûts plus élevés liés à la détention de contrats à terme à courte maturité, ont généralement choisi d'établir leur couverture en achetant des contrats de plus longue échéance profitant ainsi d'une portion de la structure à terme où la pente est moins accentuée ce qui réduit l'effet adverse du roulement d'un contrat à l'autre. Ainsi, plusieurs chercheurs, dont Alexander & Korovilas (2011), Simon & Campasano (2012) ainsi que Whaley (2013) argumentent que ces activités de couverture, concentrées dans les contrats à plus longue maturité, augmentent artificiellement la demande pour ces contrats ce qui accentue l'effet de contango. D'ailleurs, Whaley (2013) démontre statistiquement que l'arrivée des FNBs dans le marché de la volatilité a eu comme effet d'amplifier le phénomène de contango. En effet, depuis l'apparition des FNBs sur la volatilité en 2009, la pente moyenne entre l'indice VIX et le niveau de son contrat à terme du cinquième mois est près de cinq fois plus accentuée qu'elle ne

l'était avant 2009. L'importance du phénomène ne cesse donc d'augmenter puisque la popularité grandissante de ce type de produits crée de nouveaux besoins de couverture chez les émetteurs ce qui, en théorie, vient accentuer le phénomène de contango et du même coup alimenter la sous-performance des FNBs.

2.4 LA PRIME DE VARIANCE

Une prime de variance est observée lorsque la variance anticipée diffère de la variance réalisée. On parle souvent de cette prime lorsque l'on analyse le marché des swap de variance où un taux de variance swap est fixé à la mise en place du produit dérivé et comparé, ex-post, à la variance réalisée au cours de la période. Pendant plusieurs années, le swap de variance a été le seul instrument permettant aux investisseurs de se couvrir contre une variation du niveau de variance des rendements des indices boursiers. Ce marché, dominé par les fonds de couverture, a permis à ces derniers de charger d'énormes primes d'assurance aux investisseurs à la recherche d'une forme de couverture contre une correction boursière. Bondarenko (2004), calcule que les fonds de couverture sont aller chercher en moyenne un rendement de 6,5% simplement en vendant de la prime de variance. Mis simplement, la variance implicite ou anticipée qui était chargée aux investisseurs s'aurait à être en moyenne beaucoup plus élevée que la variance réalisée au cours de la période de référence ce qui démontre qu'il existe bel et bien une demande pour une forme d'assurance de portefeuille et que la prime moyenne payée est substantielle. Pour quantifier cette prime, Carr & Wu (2007) ont développé une méthode générique pour calculer la prime de variance de plusieurs actifs différents base sur les prix de négociation des options sur ces actifs. Les résultats obtenus pointent encore une fois vers un prime de variance négative et substantielle pour l'ensemble des indices boursiers testés dont le S&P500 et l'indice Dow Jones. Ceci est une preuve additionnelle que les investisseurs sont prêts à payer pour de la protection. Cette conclusion nous donne donc un argument de plus pour justifier la hausse en popularité des FNBs sur le VIX malgré leur espérance de rendement peu attrayante.

2.5 LE CALCUL DE L'INDICE VIX

La méthodologie employée par le CBOE pour calculer son indice VIX est disponible sur son site internet dans un document intitulé *The VIX White Paper* et découle du dernier remaniement conduit par le CBOE conjointement avec Goldman Sachs en 2003. La méthodologie décrite sera couverte et utilisée plus loin dans la prochaine section sur la méthodologie. Elle nous permettra entre autres, grâce à son application selon la méthode décrite dans un article de la firme Differential Research LLC publié en août 2013, de mieux comprendre l'origine de la prédominance du contango dans la structure à terme du VIX.

2.6 STRATÉGIES BASÉES SUR L'EXPLOITATION DU CONTANGO

La firme BNP Paribas a récemment publié un article de recherche institutionnel sur l'application de stratégies basées sur l'exploitation de la présence du contango dans la structure à terme du VIX. La firme table entre autres sur un modèle de prévision du coût composé relié au roulement des contrats à terme pour prévoir les bornes supérieures et inférieures pour la valeur du VXX dans le futur. Ceci leur permet d'instaurer plusieurs stratégies fondées sur l'utilisation d'options de vente sur le VXX. Parmi ces stratégies, nous retrouvons notamment la stratégie de *put spread* qui consiste en l'achat et la vente de deux options de vente de prix d'exercice différents établis en fonction du modèle de prévision discuté ci-dessus.

CHAPITRE 3 : DONNÉES ET MÉTHODOLOGIE

3.1 DONNÉES

Pour amorcer notre étude empirique, nous avons récupéré les séries de prix de l'indice VIX et celles des contrats à terme sur le VIX pour les mois allant de mars 2004 à décembre 2013. La deuxième étape a été de récupérer les séries de prix des indices à maturité constante sur le VIX publié par S&P, soit le SPVXSTR (*S&P500 VIX Short-Term Futures Index*) et le SPVXTRSP (*S&P 500 VIX Futures Tail Risk Index – Short Term*). Ces séries nous permettront entre autres de quantifier l'évolution du coût implicite relié au roulement entre les contrats à terme et nous permettra également d'étudier la performance d'une stratégie « long/short » sur ce type d'indice. Par la suite, pour répliquer la structure à terme du VIX, nous avons récupéré les prix des options sur le S&P500 pour l'ensemble des maturités disponibles au 15 décembre 2013. Finalement, dans l'idée de potentiellement développer une stratégie d'investissement, nous avons recueilli les séries de prix de deux FNBs sur la volatilité à partir de leur date d'apparition respective ainsi que le prix de négociation de leurs options pour l'ensemble de la plage disponible, soit du 13 novembre 2012 au 31 décembre 2013. Les FNBs sélectionnés pour l'étude sont les suivants : le VXX, répliquant directement l'indice SPVXSTR mentionné ci-dessus, et le UVXY qui lui vise à répliquer une performance équivalent à 200% de la performance journalière de l'indice SPVXSTR. Toutes les données sont recueillies à l'aide de la plateforme d'information financière Bloomberg L.P.

3.2 MANIPULATION ET CONSTRUCTION DE LA BASE DE DONNÉES

Bien que la plupart des séries de données peuvent être extraites directement de la base de données, certaines séries temporelles ont dû être synthétiquement calculées telles que la base reflétant la différence entre le niveau des contrats à terme du 1^{er} et 2^e mois. Parmi les autres manipulations, notons entre autres la construction des séries temporelles manquantes pour certains indices dont les valeurs n'étaient pas directement disponibles et finalement nous procédons également au calcul de séries de rendement sur ces mêmes indices dans le but d'analyser les statistiques descriptives de ces indices. Tout au long de l'étude empirique, nous utiliserons ces indices comme valeurs de référence et non les FNBs qui en découlent pour quelques raisons fort simples.

Tout d'abord, il était essentiel d'obtenir des données pour l'ensemble de la période qui englobe la crise financière de 2008 puisque l'analyse du comportement de ces nouveaux FNBs en temps de crise risque fort bien de nous aider à mieux cerner tout le potentiel de protection s'offrant au détenteur ainsi que les dangers auxquels s'expose le vendeur d'un tel type de produit. Vu la relative nouveauté de ce type de FNBs, l'utilisation des séries de prix des FNBs directement ne nous permettait pas l'étude de leur comportement à travers la crise. Nous optons donc pour l'utilisation directe des indices sous-jacents au lieu des FNBs comme nous recommandent certains auteurs ayant travaillé sur le sujet, dont Whaley (2013) et Alexander & Korovilas (2012). Cette approche nous permettra additionnellement d'éliminer le bruit provoqué par les aléas de la négociation sur les marchés en plus de nous donner accès à une plage de données bien plus étendue.

Comme *proxy* pour le VXX nous utilisons directement l'indice de référence, soit le SPVXSTR pour lequel l'erreur de réplication journalière est de l'ordre 0,05%. Dans le cas du UVXY, nous avons dû créer synthétiquement une série à levier où l'on multipliera les rendements journaliers de la série de base par un facteur de 2x et composons ces rendements au fil du temps. Dans ce dernier cas, une légère erreur de réplication aurait pu s'infiltrer et rendre la série synthétique non représentative du UVXY. C'est pourquoi nous avons effectué un test de Student sur l'erreur de réplication journalière entre nos deux séries et obtenons une statistique-t de 0.00083 ce qui est largement insuffisant pour être significativement différent de 0. Nous en concluons donc que l'utilisation des indices représente une bonne avenue.

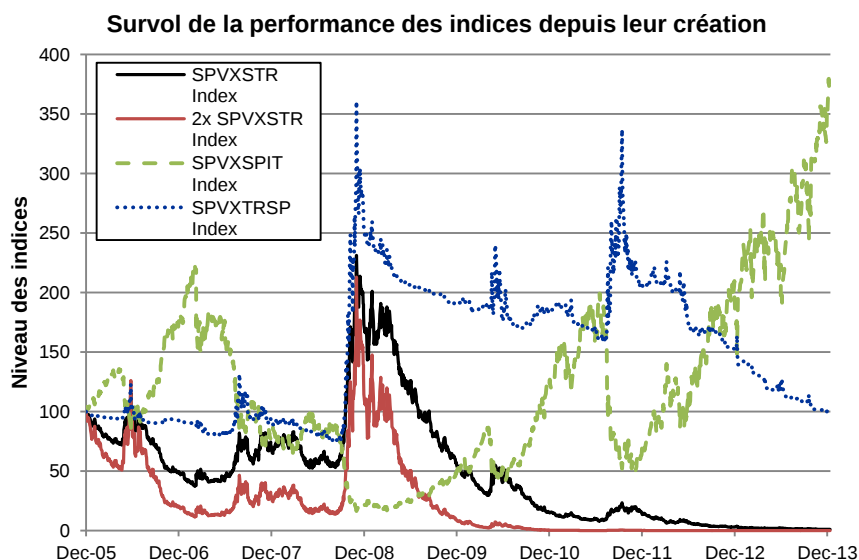


Figure 3.1 – Aperçu de la performance normalisée de chacun des quatre indices étudiés soit l'indice de base fondé sur les contrats à terme de courte durée (SPVXSTR), la série synthétique à 200% d'effet de levier (2x SPVXSTR), la série synthétique à rendement inverse (SPVXSPIT), soit -100% de la performance quotidienne par rapport à l'indice de base et l'indice de « tail risk » fondé sur une stratégie dynamique d'achat et de vente avec rebalancement trimestriel (SPVXTRSP).

3.3 COÛT DE ROULEMENT

La première démonstration nécessaire à notre étude a été d'expliquer la piètre performance à long terme des produits sur le VIX. Comme plusieurs chercheurs l'ont indiqué dans des travaux antérieurs, le phénomène de contango serait le grand responsable expliquant la contre-performance. Nous prochain objectif est donc de calculer le coût relié à ce phénomène à l'aide des données quotidiennes recueillies sur les contrats à terme. Pour ce faire, nous avons étudié la base qui se forme entre le contrat à terme du 1^{er} et celui du 2^e mois dans la structure à terme du VIX.

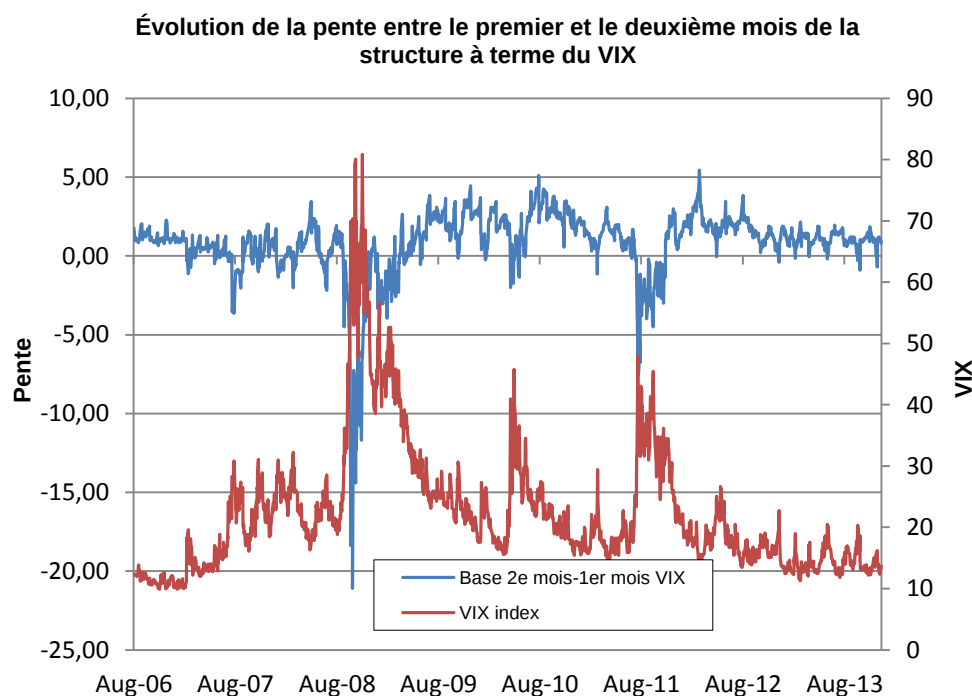


Figure 3.2 – Représentation graphique de la base formée entre le niveau du contrat à terme du 1^{er} et du 2^e mois à partir de la création des contrats à terme sur le VIX soit de 2006 à 2013.

Comme il est possible de constater, la pente du devant de la structure à terme du VIX est pour la plupart du temps positive outre les bref moment où le VIX explose. Pendant ces brefs moments, la volatilité anticipée à court terme devient plus importante que celle à long terme et la courbe tombe en normal backwardation. La figure qui suit illustre bien la prédominance du contango dans la structure à terme du VIX.

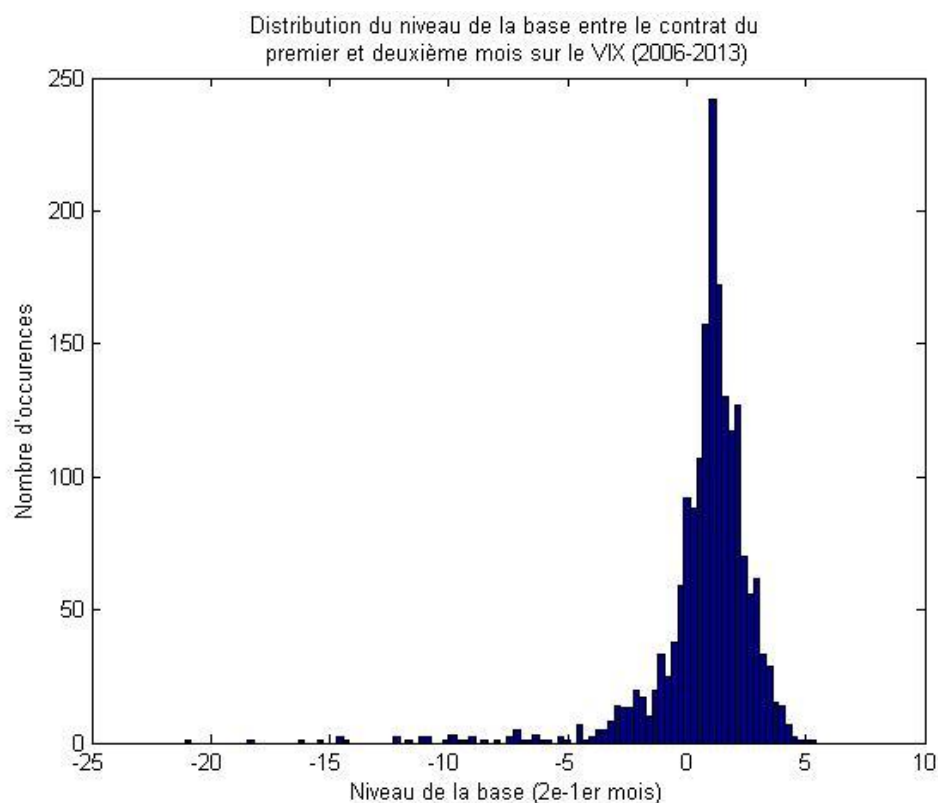


Figure 3.3 – Distribution de la base formée entre le niveau du contrat à terme du 1^{er} et du 2^e mois à partir de la création des contrats à terme sur le VIX soit de 2006 à 2013.

À l'aide des données observées, nous avons calculé que la base est positive 81,7% du temps et que la moyenne observée est de 0,825.

À la lumière des explications au chapitre 2, nous savons maintenant que chaque jour ouvrable, une proportion du portefeuille d'options est transférée du premier mois vers le second et la différence entre les prix, soit la base étudiée ci-dessus, est accumulée par l'indice comme perte ou gain selon que la pente de la structure à terme est ascendante ou descendante. Pour calculer l'impact journalier du roulement, nous employons la formule ci-dessous issue du document de recherche de BNP Paribas³.

$$drift_t = \frac{1}{n} * \frac{UX_{1,t} - UX_{2,t}}{UX_{1,t}} \quad (1)$$

$UX_{1,t}$ est la valeur du contrat à terme du 1^{er} mois à la fin de journée t

$UX_{2,t}$ est la valeur du contrat à terme du 2^e mois à la fin de journée t

n est le nombre de jours ouvrables au cours la période de roulement

Le coût (gain) quotidien est ensuite composé de manière à créer une série temporelle qui permettra de visualiser l'impact de la prédominance du contango sur la valeur à long terme des FNBs. En appliquant la formule ci-dessus, la perte cumulée d'un indice calculé à partir du 20 décembre 2005, soit la date d'inauguration des indices à constante maturité sur le VIX, allant jusqu'à aujourd'hui se chiffrerait à 99,4%. Comparativement, la performance réelle de l'indice pour la même période de référence est -98,7%. Le phénomène de contango explique donc à lui seul la piètre performance des FNBs sur la volatilité indépendamment des frais de gestion et autres frais s'appliquant. La question se tourne maintenant à savoir si le phénomène de contango est un phénomène structurel, donc stable, explicable et prévisible, ce qui nous permettrait potentiellement de dériver une stratégie d'investissement. Toutefois, sans la preuve qu'un tel phénomène est stable et structurel, il serait déraisonnable d'élaborer une quelconque stratégie d'investissement et l'étude devra prendre une différente direction.

³ Omprakash, Anand et al. (2014). *VXX Carry Strategies*. New York, BNP Paribas. 7 p.

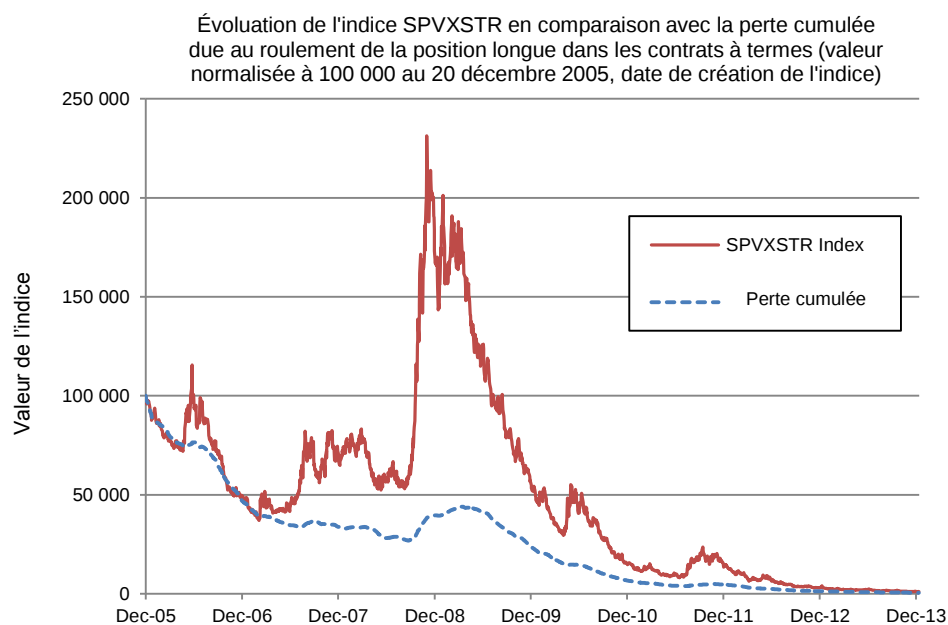


Figure 3.4 – Comparaison entre l'évolution de l'indice à maturité constante sur contrats à terme de courte durée (SPVXSTR) et le coût de roulement composée au fil du temps.

3.4 STRUCTURE À TERME DU VIX

Calcul du VIX spot

Dans le but d'expliquer la prédominance du phénomène de contango dans la structure à terme du VIX et du même coup la sous-performance des FNBs sur la volatilité, nous avons décidé d'examiner la méthodologie de calcul de l'indice VIX. Ceci nous permettra possiblement de mieux comprendre ce qu'est le VIX et de savoir quelles sont les forces sous-jacentes qui contribuent à faire varier la valeur de l'indice. La méthodologie permettant le calcul du VIX est la même depuis la dernière réforme instaurée en 2003 par le CBOE et va comme suit.

Tout d'abord, nous commençons par établir quelle est la valeur de la volatilité annualisée attendue pour chacune des séries d'options sur le S&P500 utilisées dans le calcul. Ces deux séries auxquelles nous faisons référence sont les deux séries d'options possédant les échéances les plus rapprochées d'aujourd'hui en excluant les nouvelles options hebdomadaires disponibles depuis quelque temps. Pour éviter toute confusion, sachons que les options mensuelles expirent traditionnellement à la fin de la troisième semaine de chaque mois. Dans tous les cas, la première des séries d'options doit posséder une échéance de moins de 30 jours et la seconde plus de 30 jours. Une fois que nous avons établi le niveau de volatilité annualisé attendu de chacune des deux séries d'options, il ne reste plus qu'à faire une moyenne pondérée de ces deux niveaux de volatilité pour refléter la volatilité attendue d'un panier d'options d'échéance d'exactly 30 jours. Les étapes requises au calcul de cette valeur sont les suivantes. Tout d'abord, on commence par calculer le temps exact restant avant l'échéance de chacune des deux séries d'options, et ce à la minute près. La formule 2 de la page suivante⁴ explique comment exactement calculer le temps restant avant l'échéance.

⁴ Chicago Board of Options Exchange (2009), *The CBOE Volatility Index – VIX*

$$T = \frac{M_{current\ day} + M_{settlement\ day} + M_{other\ days}}{M_{year}} \quad (2)$$

$M_{current\ day}$	est le nombre de minutes restant à la journée en cours
$M_{settlement\ day}$	est le nombre de minutes entre minuit et 8h30 le jour d'expiration, soit 510
$M_{other\ days}$	est le nombre total de minutes entre la date d'expiration et la date d'aujourd'hui
M_{year}	est le nombre total de minutes dans une année, soit 525 600

La prochaine étape est de trouver le prix d'exercice K_0 pour chacune des deux séries d'options. Le prix d'exercice K_0 est simplement égal au prix d'exercice arrivant immédiatement sous le prix *forward* théorique F . À son tour, le prix *forward* F est déterminé par la formule ci-dessous.⁵

$$F = K_{min} + e^{RT}(Call_{min} - Put_{min}) \quad (3)$$

K_{min}	est le prix d'exercice qui minimise l'écart absolu entre l'option d'achat et l'option de vente
$Call_{min}$	est la valeur de l'option d'achat au prix d'exercice K_{min}
Put_{min}	est la valeur de l'option de vente au prix d'exercice K_{min}
R	est le taux sans risque
T	est le restant à échéance calculé à l'étape précédente

Nous poursuivons ensuite avec le choix des options à utiliser dans le calcul final. K_0 est le seul prix d'exercice pour lequel l'option d'achat et l'option de vente seront utilisées. Pour tous les autres prix d'exercice, les règles d'inclusion à l'intérieur du panier d'options sont les suivantes :

⁵ Chicago Board of Options Exchange (2009), *The CBOE Volatility Index – VIX*

- Éliminer toutes les options d'achat avec un prix d'exercice inférieur à K_0 et toutes les options de vente avec un prix d'exercice supérieur à K_0 (c.-à-d. ne garder que les options qui sont hors de la monnaie et ceux dont le prix d'exercice est égal à K_0).
- Éliminer toutes les options qui ne possèdent pas de cours acheteur (c.-à-d. que le cours acheteur est nul).
- En partant du prix d'exercice K_0 , et ce pour les deux séries d'options, éliminer toutes les options subséquentes à partir du moment où l'on obtient deux options consécutives sans cours acheteur.

Avec les options satisfaisant les conditions énoncées ci-dessus, nous appliquons la formule suivante⁶ pour obtenir le niveau de variance attendu associé aux options de cette échéance.

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_0^i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2 \quad (4)$$

T est le temps à maturité en année calculé à la minute près

ΔK_i est égal à $\frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$

K_i est le prix d'exercice de l'option i

R est le taux sans risque pour la maturité donnée

$Q(K_i)$ est la valeur des options, soit la dernière valeur transigée ou bien le point moyen entre le cours acheteur et le cours vendeur

F est la valeur implicite du contrat à terme sur le S&P500 prédite par la valeur des options

K_0 est le prix d'exercice tout juste sous le prix F

Pour finalement obtenir le niveau de l'indice VIX, on doit faire une moyenne pondérée par le temps pour connaître la variance d'un portefeuille d'échéance moyenne de 30 jours. Par la suite, on fait la racine carrée du résultat que l'on multiplie ensuite par 100 ce qui nous donne la valeur de l'indice spot.

⁶ Chicago Board of Options Exchange (2009), *The CBOE Volatility Index – VIX*

Calcul de la structure à terme synthétique du VIX

Toujours dans le but de mieux comprendre la dynamique derrière la présence du contango, nous appliquons, tout comme le fait le CBOE, la méthode de calcul du VIX sur l'ensemble des options disponibles sur le S&P500. Ceci permet de générer une structure pour la volatilité attendue sur le S&P500 et devient donc un bon proxy pour estimer la structure à terme du VIX. Comme on peut l'observer dans le tableau 3.1, les dates d'évaluation ou d'expiration pour les contrats sur le VIX sont alignées de manière à ce que les options sous-jacentes sur le SPX possèdent effectivement une échéance d'exactly 30 jours lors de l'échéance des contrats à terme ce qui rejoint bel et bien la définition initiale du VIX. Des options sur le SPX sont disponibles pour les 1^{er}, 2^e, 3^e, 6^e et 9^e mois.

Liste contrats	Prix ⁷	VIX Futures		SPX Options	
		Dernière transaction	Date d'évaluation	Dernière transaction	Date d'expiration
UXZ3 Index	13,90	17-Dec-13	18-Dec-13	17-Jan-14	18-Jan-14
UXF4 Index	14,88	21-Jan-14	22-Jan-14	21-Feb-14	22-Feb-14
UXG4 Index	15,87	18-Feb-14	19-Feb-14	21-Mar-14	22-Mar-14
UXH4 Index	16,54	17-Mar-14	18-Mar-14		
UXJ4 Index	17,05	15-Apr-14	16-Apr-14		
UXK4 Index	17,55	20-May-14	21-May-14	20-Jun-14	21-Jun-14
UXM4 Index	18,00	17-Jun-14	18-Jun-14		
UXN4 Index	18,38	15-Jul-14	16-Jul-14		
UXQ4 Index	18,74	19-Aug-14	20-Aug-14	19-Sep-14	20-Sep-14

Tableau 3.1 – Liste des contrats sur le VIX et des options sur le S&P500 correspondantes.

À l'aide de ces séries d'options, nous avons construit notre propre modèle pour calculer notre structure à terme de la volatilité attendue pour le S&P500. Le résultat est observable dans la figure 3.5. Cette même structure est disponible en tout temps sur le site du CBOE sous l'onglet « SPX Volatility Term Structure Data ». Dans un deuxième temps, nous avons étudié la méthode discutée dans l'article de la firme Differential Research LLC pour établir s'il s'agit là d'un meilleur proxy pour la structure à terme du VIX que ne l'est le niveau de volatilité attendu sur le S&P500.

⁷ **Source** : Bloomberg L.P. Prix et information en date du 12 décembre 2013, 15h.

La prémisse de base est que la valeur obtenue pour chaque point dans la structure de volatilité attendue du S&P500 représente la volatilité attendue par le marché pour l'ensemble de la vie de chacune des séries d'options alors que ce qui nous intéresse est plutôt le niveau de volatilité attendu pour les 30 derniers jours de vie des options. Une méthode similaire au « bootstrapping », appliqué généralement sur les structures de taux d'intérêt, peut être employée ici. En décomposant, la valeur de la volatilité annualisée en volatilité journalière, puis en variance journalière, on peut soustraire la variance « connue » pour la première portion de la structure et extraire la variance journalière implicite des 30 journées suivantes. Il ne reste plus qu'à remettre au carré et à réannualiser pour obtenir la valeur théorique des contrats à terme sur le VIX. Il s'agit là en effet d'une manière d'obtenir la véritable valeur des contrats à terme sur le VIX dans un contexte sans opportunité d'arbitrage. Toutefois, on remarque que quoique représentatif de la courbe de manière générale, certains point extrait sur cette courbe présente une écart dépassant parfois les 5% en terme de volatilité attendu ce qui est énorme. La raison qui explique la présence d'écarts aussi considérables est que la réplication du portefeuille d'options qui est nécessaire pour éliminer l'arbitrage potentiel est très difficile à mettre en place ce qui décourage les arbitrageurs à intervenir entre les deux marchés et à refermer l'écart. En pratique, on observe donc que la structure à terme du VIX est davantage calquée sur le niveau de volatilité attendue du S&P500 plutôt que la valeur théorique obtenue avec la méthode de « bootstrapping ». La quantité trop importante de positions à mettre en place et à maintenir continuellement peuvent expliquer ce choix de la part du marché. Nous pouvons donc conclure que le gain relié à un tel arbitrage théorique semble pour l'instant être insuffisant pour justifier la manœuvre et le marché semble donc simplement préférer utiliser la structure de volatilité attendue sur le S&P500 comme proxy pour évaluer la structure à terme du VIX.

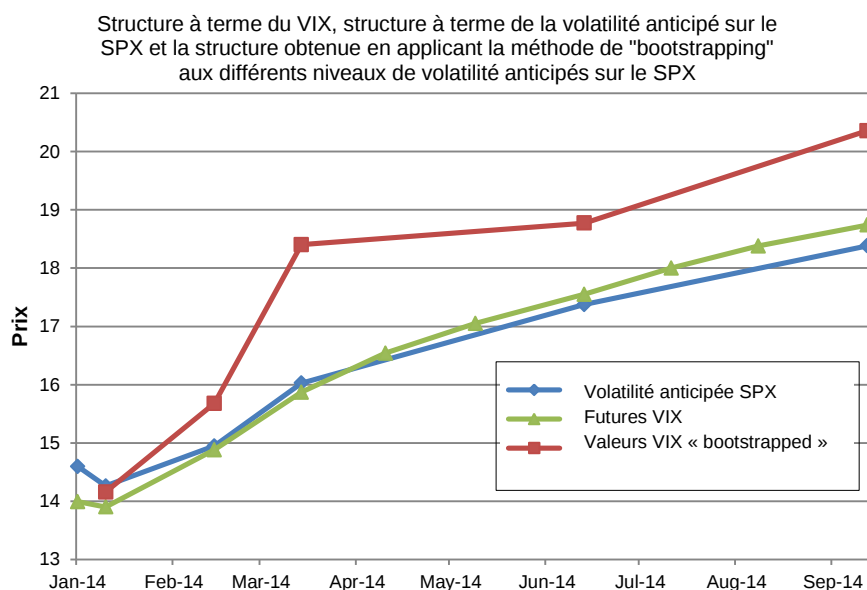


Figure 3.5 – Comparaison entre la structure à terme du VIX, le niveau de volatilité attendu sur le S&P500 et la valeur des contrats à terme du VIX dérivé à partir du niveau de volatilité attendu sur le S&P500.

Plus concrètement, nous comprenons maintenant que la valeur d'un contrat à terme sur le VIX est dictée en bonne partie par la valeur des paniers d'options sous-jacents sur le S&P500. Puisque le VIX est la seule commodité basée sur des portefeuilles d'options, il est normal que son comportement se distingue des autres produits. Si l'on revient à l'explication du contango, c'est la diminution de valeur temps des options détenues dans les portefeuilles sous-jacents au VIX qui, au fil du temps, génère la perte de valeur généralement associée à la détention des FNBs sur la volatilité. Cette perte de valeur de la part des paniers d'options avec le passage du temps permet d'expliquer en grande partie la prédominance du contango dans la structure à terme du VIX. Ceci nous permet alors de confirmer que le phénomène est bel et bien d'origine structurelle et peut donc servir de base à l'élaboration de stratégies d'investissement, segment que nous abordons dès la prochaine section.

3.5 ANALYSE DES OPPORTUNITÉS D'INVESTISSEMENT

Tel que l'on peut se l'imaginer suivant les conclusions tirées précédemment par rapport à ce type de produit, les stratégies d'investissements que nous allons explorer seront évidemment des investissements avec un biais « short » ce qui permettra de capturer l'effet du contango et offrira la possibilité d'obtenir d'excellents rendements. Toutefois, si la recette s'avérait si simple, pourquoi tout le monde ne s'empresserait-il pas de la mettre à profit? Une raison fort simple est derrière tout cela. C'est que les risques reliés à une position courte sur un FNB basé sur la volatilité sont énormes si rares soient-ils. Or il s'agit souvent justement de la gravité d'un risque et non de sa fréquence qui en détermine son importance, nous pouvons conclure que vendre la volatilité à découvert peut s'avérer être un jeu périlleux. Malgré le fait que la structure à terme du VIX est en contango la très grande majorité du temps, il s'avère à certains moments, comme lors de la crise de 2008, que la structure à terme s'inverse pour une période de temps prolongée. Combiné à une hausse considérable de la valeur du VIX, ceci crée des rendements exponentiellement élevés qui peuvent anéantir le portefeuille d'un investisseur pris au fait avec une position à découvert sur un produit de volatilité. Pour mieux visualiser l'évolution du phénomène, nous avons étudié la distribution des rendements du SPVXSTR ainsi que ceux de l'indice synthétique à levier que nous avons recréé et qui sert à répliquer un produit comme le UVXY.

	SPVXSTR				2X SPVXSTR			
	Jour	Mois	Année	Bi-annuel	Jour	Mois	Année	Bi-annuel
Moyenne	-0,1%	-2,6%	-19,0%	-20,6%	-0,3%	-4,7%	-26,7%	-17,6%
Ecart-type	4,0%	20,1%	68,1%	109,2%	7,9%	44,7%	112,2%	191,8%
Skewness	0,85	2,38	1,24	2,04	0,85	3,60	2,01	2,76
Excess kurt	3,71	8,77	0,46	3,10	3,71	19,39	3,57	6,76
Maximum	25%	135%	210%	414%	49%	398%	532%	1030%
Médiane	-0,6%	-7,0%	-50,1%	-73,8%	-1,2%	-15,4%	-81,4%	-97,3%
Minimum	-18,8%	-40,9%	-85,1%	-94,2%	-37,7%	-67,8%	-98,7%	-99,9%
Négatif	57,4%	69,5%	72,4%	81,0%	57,4%	72,2%	75,7%	86,2%

Tableau 3.2 – Rendements journaliers, mensuels, annuels et biannuels pour l'indice SPVXSTR et la série à 200% de levier basée sur le SPVXSTR.

Comme vous êtes à même de le constater, bien que le pourcentage d'occurrence de rendements positifs diminue avec l'allongement de la fenêtre d'observation (ce qui s'explique par l'effet cumulatif du contango au fil du temps), il reste un risque non négligeable de rendement extrêmement positif et du coût prohibitif pour le vendeur à découvert. Le défi consiste donc à créer une stratégie qui permettra de profiter de l'occurrence fréquente de rendements fort négatifs tout en évitant de s'exposer au « tail risk event » qui, en cas d'apparition, viendrait engloutir en partie ou bien la totalité du portefeuille de l'investisseur.

Le plus simple des stratégies pour prendre une exposition « short » sur la volatilité est de simplement vendre à découvert un des FNBs sur le VIX. Agir de la sorte nous expose toutefois à deux risques importants. Premièrement, en prenant une position à découvert, l'investisseur devient vulnérable face à l'apparition d'une crise boursière. Malgré le très faible risque qu'une crise comme celle de 2008 se répète de sitôt, il reste que l'on ne peut négliger sa probabilité d'occurrence si petite soit elle, surtout dans le cas où le rendement observé était de près de 500%. L'exposition sans filet de protection à ce type de risque vient réduire l'attrait de la stratégie en réduisant le rendement espéré de la stratégie en plus d'offrir une distribution de rendement à fort coefficient d'asymétrie négatif ce qui est généralement impopulaire auprès des investisseurs. Deuxièmement, la vente à découvert expose l'investisseur à un autre risque qui se trouve cette fois à être d'ordre plus opérationnel. Il s'agit de la possibilité d'être confronté à un « rachat forcé » de sa position à découvert si jamais son courtier venait à ne plus être capable d'emprunter le titre sur les marchés. Ce risque est tout à fait additif puisque son occurrence risque fortement d'être en période de crise, période où la perte est maximale pour notre position courte. La combinaison de ces deux facteurs rend l'opération extrêmement risquée et c'est la raison pour laquelle nous allons éviter d'employer cette stratégie.

La seconde approche est d'utiliser la vente à découvert d'options d'achat. Évidemment, l'écriture d'option d'achat confère à l'investisseur une exposition courte tout comme la position courte directement sur le sous-jacent ce qui permet évidemment de profiter du phénomène de contango. De prime abord, l'écriture d'options d'achat

élimine de manière quasi certaine le problème de rachat forcé soulevé précédemment puisqu'une option d'achat américaine sur un sous-jacent qui ne verse pas de dividende n'est, en théorie, jamais exercée avant maturité. Toutefois, nous nous retrouvons une fois de plus exposé à une perte potentiellement illimitée. Malgré le fait qu'à long terme la valeur du sous-jacent est quasi certainement plus faible qu'au temps 0, le risque de cette position est selon nous trop élevé pour baser une stratégie exclusivement sur cette prémisse. Il est vrai que théoriquement, si l'on avait accès à un collatéral illimité (sous forme de ligne de crédit ou autre), nous pourrions, en temps de crise, renflouer notre compte de marge et éviter de devoir fermer notre position à perte. Dès lors, du moment où les options vendues ont une échéance suffisamment éloignée, nous savons que le temps jouera en notre faveur et que nous serons hors de danger dès que le niveau de volatilité replongera pour rejoindre sa moyenne à long terme. Cette idée quoiqu'intéressante théoriquement, est dans les faits extrêmement stressante pour l'investisseur qui pourrait se voir accumuler des pertes considérables sur papier avant de pouvoir réaliser quelconque gains.

Une troisième option permettant de prendre une exposition « short » sur ce type de produits est l'achat d'options de vente. Puisque l'effet cumulé du contango génère une perte colossale au fil du temps tel qu'illustré à la figure 3.2, l'achat d'options de vente semble être une solution tout à fait avantageuse pour l'investisseur puisqu'elle offre l'avantage d'éliminer d'un seul coup les deux inconvénients majeurs observés avec la vente à découvert, soit l'exposition à une perte illimitée en cas de crise majeure et la possibilité de devoir racheter sa position à tout moment. Gardons toutefois en tête que si cette stratégie élimine le risque de perte illimitée, cela n'élimine pas le risque de perdre la totalité de la valeur de notre investissement. En effet, dans le cas d'une situation extrême comme les marchés ont vécu en 2008, la hausse du VIX spot et le mouvement qui s'en est suivi dans la structure à terme aurait été amplement suffisant pour s'assurer que la quasi-totalité des options de vente sur le marché termine hors de la monnaie. Si l'on retourne voir la figure 3.2, on voit très bien que la valeur observée de l'indice se découple par moment de manière importante par rapport à sa tendance à long terme représentée par la perte cumulée due au contango. C'est précisément dans ces moments

qu'une stratégie basée exclusivement sur l'achat d'options de vente finirait par échouer. Malgré le profil de rendement potentiellement très intéressant de cette stratégie, nous pouvons conclure qu'encore ici, la stratégie ne représente pas une solution viable pour exploiter le contango puisqu'elle ne permet pas de se protéger contre un scénario de crise majeure. Nous pouvons conclure en ajoutant que tout comme pour les deux autres stratégies abordées, la distribution de rendement obtenue souffrirait d'une forte asymétrie négative ce qui n'avantage pas l'investisseur qui cherche généralement dans un fond de couverture à diversifier son portefeuille plus traditionnel. Vu le manque de consensus face à ces trois premières stratégies, nous n'avons d'autre choix que de pousser nos recherches toujours un peu plus loin.

L'idéal serait de concevoir une stratégie éliminant toute forme de risque de queue de distribution tout en obtenant l'exposition « short » désirée face au sous-jacent. Une solution qui s'avère intéressante est la combinaison d'une position longue et d'une position courte sur différents titres sur la volatilité. La famille d'indices dont fait partie le SPVXTRSP (S&P 500 VIX Futures Long/Short Strategy Index Series) utilise ce type de méthodologie pour la construction des indices de ce groupe. Chacun des indices du groupe est composé d'une position longue sur l'indice à levier sur le SPVXSTR (200%) et d'une autre sur l'indice inversé (-100% du rendement journalier de l'indice). Différents poids sont associés à chacune des positions dans le but d'atteindre le profil de rendement voulu. Le tableau ci-dessous nous informe sur la construction de ces indices.

Nom de l'indice	Structure à levier		Structure à rendement inverse	
	Indice sous-jacent	Poids	Indice sous-jacent	Poids
S&P 500 VIX Futures Tail Risk Index – Short Term (SPVXTRSP)	2x S&P 500 VIX Short-Term Futures Index	45%	Inverse S&P 500 VIX Short-Term Futures Index	55%
S&P 500 VIX Futures Variable Long/Short Index – Short Term	2x S&P 500 VIX Short-Term Futures Index	33.33%	Inverse S&P 500 VIX Short-Term Futures Index	66.67%
S&P 500 VIX Futures Short Volatility Hedged Index – Short Term	2x S&P 500 VIX Short-Term Futures Index	10%	Inverse S&P 500 VIX Short-Term Futures Index	90%

8Tableau 3.3 – Construction des indices de la famille des « S&P 500 VIX Futures Long/Short Strategy Index Series ».

⁸ S&P Dow Jones Indices (2012). *S&P Dow Jones Indices: S&P 500 VIX Futures Long/Short Strategy Index Series Methodology*. <http://us.spindices.com/index-family/strategy/vix>

La stratégie « long-short » sur options d'achats

Nos premières observations nous ont révélé que la volatilité implicite des options d'achat peut différer assez substantiellement selon la maturité et le prix d'exercice de chacun (voir tableau C en annexe). Puisque la volatilité implicite d'une option représente le niveau de volatilité attendu pour la durée de vie de l'option, il est normal que plus l'échéance de l'option soit rapprochée, plus sa volatilité implicite soit représentative des conditions actuelles de marché et du coup soit plus volatile. Fait à remarquer, il s'agit là d'un phénomène très similaire à celui qui se produit dans la structure à terme du VIX dans la mesure où les contrats à terme de plus courte échéance sont plus volatils et les contrats à terme de plus longue échéance gravitent quant à eux plus près du niveau de la moyenne à long terme du VIX et sont du coup moins volatils. Il s'en suit donc qu'en temps de faible volatilité, la volatilité implicite des options plus courtes est généralement plus faible que celle des options à échéance plus longue et inversement en temps de crise. De prime abord, nous pourrions acheter les options de plus courte échéance et vendre les options de plus longue échéance en temps de faible volatilité et renverser nos positions lorsque la volatilité atteint un niveau plus élevé ce qui nous permettrait de profiter de cette dynamique d'inversement des niveaux de volatilité implicite. Cette dynamique servira entre autres à déterminer les points d'entrée et de sortie de notre stratégie « long/short ». Toutefois ce phénomène à lui seul ne nous indique pas comment créer une stratégie qui remplisse nos besoins initiaux que nous avons identifiés, soit une exposition « short » au sous-jacent et la réduction des risques liés aux queues de distribution. L'idéal à ce point-ci est de trouver un moyen de combiner ces options de manière à créer une stratégie à coefficient d'asymétrie positif ce qui répliquerait en quelque sorte le profil de rendement d'un CTA (Commodity Trading Advisor) qui offre généralement de forts rendements autant en temps calme qu'en temps de crise. Pour atteindre le profil de rendement voulu, nous nous tournons vers le principe employé dans la construction des indices « long/short » présentés à la page précédente. Le principe de base est de prendre une exposition « short » face au produit/indice sous-jacent ce qui permet en premier lieu de capturer l'effet du contango

Dans un deuxième temps, nous prendrons une position dans un produit sur volatilité à levier qui offrira un rendement exponentiel advenant une correction boursière et assurera de couvrir toutes pertes pouvant être reliées à la position principale. La clé est donc de trouver le produit qui soit le mieux adapté pour couvrir le risque de crise, autrement dit celui qui offre la couverture la plus efficace ou si l'on préfère la moins coûteuse possible. La réponse à cette quête est tout simplement l'option avec la courbe de prix la plus convexe possible. Inversement, il nous faudra trouver pour notre position courte, l'option avec la courbe de prix la moins convexe possible ce qui réduira les pertes en cas de pointe de volatilité. Le gamma est le paramètre établi pour mesurer la convexité d'une option. Toutefois, la seule utilisation du gamma comme valeur absolue ne permettra pas de choisir la paire d'options idéales pour nos besoins. Il faut penser également au delta des options puisque notre objectif est de maximiser notre delta négatif ou « short » tout en conservant un niveau de convexité combiné suffisant pour couvrir le risque d'une correction majeure. C'est pourquoi nous utiliserons le ratio entre le delta et le gamma des options pour déterminer quelles options acheter et lesquelles vendre. L'intuition de base nous pousserait à **vendre** les options qui maximisent le ratio Δ/γ , donc celles qui possèdent un maximum de delta pour un minimum de convexité, et à **acheter** celles qui minimisent le ratio Δ/γ en utilisant simplement le raisonnement inverse. Pour mieux visualiser ce concept, nous pouvons simplement chercher à trouver quel serait le véhicule d'investissement le moins convexe qui soit. Bien évidemment, il s'agit du sous-jacent lui-même qui possède une « courbe » de prix linéaire. Une position courte sur le sous-jacent serait donc le choix évident à faire ce qui semble également confirmer notre intuition par rapport au ratio Δ/γ . En effectuant le calcul, on remarque effectivement que le ratio Δ/γ du sous-jacent tend vers l'infini puisqu'il divise un delta d'un par un gamma de zéro ce qui serait bel et bien maximal. Toutefois, comme discuté plus tôt, nous ne pouvons utiliser le sous-jacent directement dû au risque de « rachat forcé » qui est à la fois hors de notre contrôle et imprévisible ce qui rendrait la stratégie trop risquée. Nous limitant ainsi à un univers d'investissement exclusivement compris d'options, nous allons étudier plus en détail l'effet qu'aura le temps à l'échéance ainsi que le prix d'exercice sur ratio Δ/γ .

Les formules 5 et 6 ci-dessous représentent les solutions fermées nous permettant de calculer respectivement le delta et le gamma de chaque option d'achat en un point. La formule 7 pour sa part est la version simplifiée de la combinaison des formules 5 et 6 qui nous permet d'obtenir le ratio Δ/γ . Notons qu'aucun produit sur la volatilité ne verse de dividende et la variable q est donc considérée comme étant nulle.

$$\Delta = e^{-q\tau} * N(d_1) \quad (5)$$

$$\gamma = e^{-q\tau} * \frac{n(d_1)}{S\sigma\sqrt{\tau}} \quad (6)$$

$$\frac{\Delta}{\gamma} = S\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}e^{\frac{d_1^2}{2}}N(d_1) \quad (7)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - q + \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$n(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$

Ces formules sont originellement destinées pour le calcul du delta et gamma des options européennes et non des options américaines. Toutefois, les options d'achat américaines s'évaluent de la même manière que les options d'achat européennes lorsque le sous-jacent ne verse pas de dividende ce qui est le cas ici. Pour déterminer l'impact marginal sur le ratio Δ/γ d'un changement dans l'échéance de l'option ou d'un choix différent quant au niveau du prix d'exercice, nous avons dérivé l'équation 7 par rapport au temps à l'échéance (τ) et par rapport au prix d'exercice (k).

$$\frac{d\Delta/\gamma}{d\tau} = \frac{SN(d_1)}{2n(d_1)} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right) \left(\frac{\sigma}{\sqrt{\tau}} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right)^{-1} - d_1 - \frac{n(d_1)}{N(d_1)} \right) \quad (8)$$

$$\frac{d\Delta/\gamma}{dk} = -\frac{S}{k} \left(\frac{N(d_1)d_1}{n(d_1)} + 1 \right) \quad (9)$$

La dérivée par rapport au temps est quasiment strictement positive ce qui signifie qu'une augmentation de temps à l'échéance résultera presque tout le temps en une augmentation du ratio Δ/γ tandis que la dérivée en k , elle, est strictement négative ce qui indique la présence du phénomène contraire avec une augmentation du prix d'exercice (voir tableaux D et E en annexe). Suivant la logique ci-dessus, la maximisation du temps à l'échéance et la minimisation du prix d'exercice des options maximisera le ratio Δ/γ et vice-versa. Toutefois, notre travail de sélection ne s'arrête pas à l'utilisation du ratio Δ/γ puisque ce dernier ne permet pas de tenir compte à lui seul de toutes les contraintes auxquelles l'investisseur doit faire face.

Pour ce qui est du choix des **options vendues**, la question de l'échéance est simple à régler. Il faut, comme nous l'avons déduit, maximiser l'échéance puisque la dérivée du ratio Δ/γ en fonction du temps est, outre exception, positive. Généralement, l'échéance maximale des options disponibles sur le marché varie entre 15 à 27 mois selon le produit et le temps de l'année. La deuxième considération est de bien choisir le prix d'exercice des options que nous vendons en tenant bien compte des exigences liées aux contraintes de marge. Pour la plupart des courtiers, ces nouveaux FNBs dérivant des indices sur la volatilité entrent dans la liste des titres hautement spéculatifs et c'est pour cette raison que la plupart choisissent de n'accorder aucune valeur de marge à ces titres. Ceci ajoute une contrainte additionnelle sur les épaules du vendeur d'options d'achat lorsque vient le temps de mettre sa stratégie en place. Pour assurer une utilisation

efficace de sa capacité de marge, le vendeur doit éviter d'avoir une position à découvert sur des options qui sont moins de 100% hors de la monnaie, autrement dit que

$$2S \geq k \quad (10)$$

Tant et aussi longtemps que l'option vendue reste sous ce seuil, elle n'est assujettie qu'à son exigence de marge minimale, c'est-à-dire la valeur au marché des options d'achat vendues additionné d'une valeur équivalente à 5% ou 10% de la valeur du sous-jacent selon le courtier. Pour que la stratégie soit la plus efficace possible, l'utilisation du collatéral disponible doit être la plus efficace possible et c'est donc dire qu'il faut éviter tant bien que mal d'entrer dans la zone coûteuse en terme de marge de maintenance, zone où les options vendues sont moins de 100% hors de la monnaie. Dans notre échantillon de données, soit de janvier 2006 à décembre 2013, nous avons recensé 16 pointes de volatilité où le rendement de notre indice de préférence (l'indice à levier) fait un bond de plus de 40%. La médiane de ces bonds est d'environ 80%, valeur que nous utiliserons comme base pour déterminer le prix d'exercice cible pour les options devant être vendues.

Année	Mois	Rendement 2x SPVXSTR
2006	apr-jun	185,3%
2007	feb-mar	81,2%
	jun-aug	265,0%
	oct-nov	99,1%
2008	sep-nov	1450,6%
2010	apr-may	206,8%
2011	feb-mar	72,3%
	may-jun	44,8%
	jul-oct	558,3%
2012	mar-apr	60,1%
2012	apr-may	92,8%
2012	dec	79,2%
2013	feb	46,6%
2013	may-jun	52,9%
2013	aug-sep	43,7%
2013	sep-oct	53,8%
Médiane		80,2%

Tableau 3.4 – Récapitulation de toutes les pointes de volatilité survenues au cours de la période allant de janvier 2006 à décembre 2013 résultants en des rendements supérieurs à 40% dans notre indice de préférence (2x SPVXSTR).

Tel qu'illustré sur le schéma ci-dessous, nous établissons le prix d'exercice cible de manière à ce qu'un bond moyen ou médian si l'on préfère ne fasse pas pénétrer notre position d'options vendues à l'intérieur de la zone coûteuse dont nous parlions précédemment ce qui nécessiterait éventuellement de devoir rouler ou fermer en partie notre position. Nous examinerons plus en détail la mécanique derrière le calcul de marge lorsque nous déterminerons la taille optimale de notre position au chapitre 4.

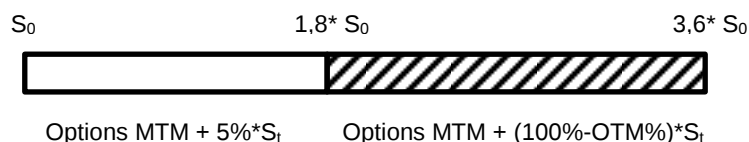


Figure 3.6 – Schéma permettant de visualiser la structure optimale pour le choix du prix d'exercice des options vendues.

Pour les options servant de **couverture**, le ratio Δ/γ doit à l'inverse être minimal ce qui implique de minimiser le temps restant à l'échéance et de maximiser le prix d'exercice. Dans ce cas-ci, le choix du prix d'exercice ne cause généralement aucun problème puisque nous ne faisons que choisir le prix le plus élevé parmi les prix d'exercice disponible sur le marché. Toutefois, la situation est légèrement plus complexe au niveau du choix de l'échéance. La problématique est que si l'on minimise l'échéance au maximum, notre couverture n'aura qu'une échéance moyenne variant entre quelques jours et une trentaine de jours au mieux. Cette situation n'est pas du tout souhaitable puisqu'une option de très courte échéance possède généralement un θ toujours de plus en plus élevé au fur et à mesure que l'option se rapproche de son échéance. La détention de telles options rend la couverture plus coûteuse puisque le passage du temps coûte de plus en plus cher à l'investisseur. De plus, le roulement quasi continu de notre position de couverture est lui aussi très coûteux en terme de frais de transaction ce qui rend l'opération très inefficace. Troisièmement, il existe un risque qu'une crise éclate tout juste au moment de devoir rouler ses positions et du coup, notre couverture n'aura pas le temps de jouer son rôle avant d'expirer et nous risquons de nous retrouver

complètement à découvert. Quatrièmement, les options d'achat à la fois amplement hors de la monnaie et de courte date d'échéance transigent généralement à seulement quelques centimes de dollars ce qui rend leur transaction plus coûteuse et leur marché est généralement plus délaissé, autrement dit, moins liquide. À la lumière de nos observations, nous établissons l'échéance minimale de notre position de couverture à six mois. En agissant de la sorte nous réduirons le thêta négatif de notre position de couverture, réduirons le volume de frais de transaction et nous nous assurerons d'une meilleure liquidité pour notre position si besoin de roulement il y a.

Finalement, notons qu'un nombre suffisant de contrats ouverts est primordial autant pour les options de couverture que pour les options à découvert afin d'assurer le bon fonctionnement de la stratégie. Ceci assurera entre autres une certaine liquidité lorsque le marché sera sous pression et nous permettra d'exécuter les transactions nécessaires en temps et lieu. Ce dernier point complète en bonne partie les règles à suivre pour la sélection des options à négocier.

3.6 MÉTHODES DE SIMULATIONS

Du côté méthodologique, un des aspects les plus importants et également des plus complexes est la simulation des courbes de prix de l'actif sous-jacent et des courbes de volatilité implicite. Pour simuler les trajectoires potentielles de l'actif sous-jacent, nous utilisons un processus de Weiner de moyenne μ et de variance σ^2 . La formule suivante décrit le processus de simulation qui a été utilisé pour générer les trajectoires.

$$S_{\Delta\tau} = S_0 \exp \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta\tau + (\sigma \sqrt{\Delta\tau}) \varepsilon \right] \quad (11)$$

μ représente la moyenne historique des rendements annuels du sous-jacent

σ représente l'écart-type historique des rendements annuels du sous-jacent

$\Delta\tau$ représente l'incrément de temps choisi entre chaque valeur simulée.

ε représente un terme d'erreur suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart-type unitaire.

Pour ce qui est de la volatilité implicite, nous avons tout d'abord cru pouvoir dériver un modèle prévisionnel basé sur des variables de contrôle préétablies. La première étape a donc été d'utiliser l'ensemble des prix historiques des options disponibles sur notre FNB de référence, le UVXY pour extraire le niveau de volatilité implicite qui se rattache à chacun de ces prix d'options. Ceci nous a permis de visualiser l'étendue du niveau de volatilité implicite observée pour l'ensemble des options sur la période d'échantillonnage et nous avons du coup pu saisir où se situaient les bornes de cette étendue. Dans un second temps, cela nous a permis de contrôler ces données en fonction du temps restant à échéance, du niveau à la monnaie des options et du niveau de volatilité absolue mesuré par l'indice VIX spot. Les résultats de cette analyse sont présentés dans le tableau C en annexe.

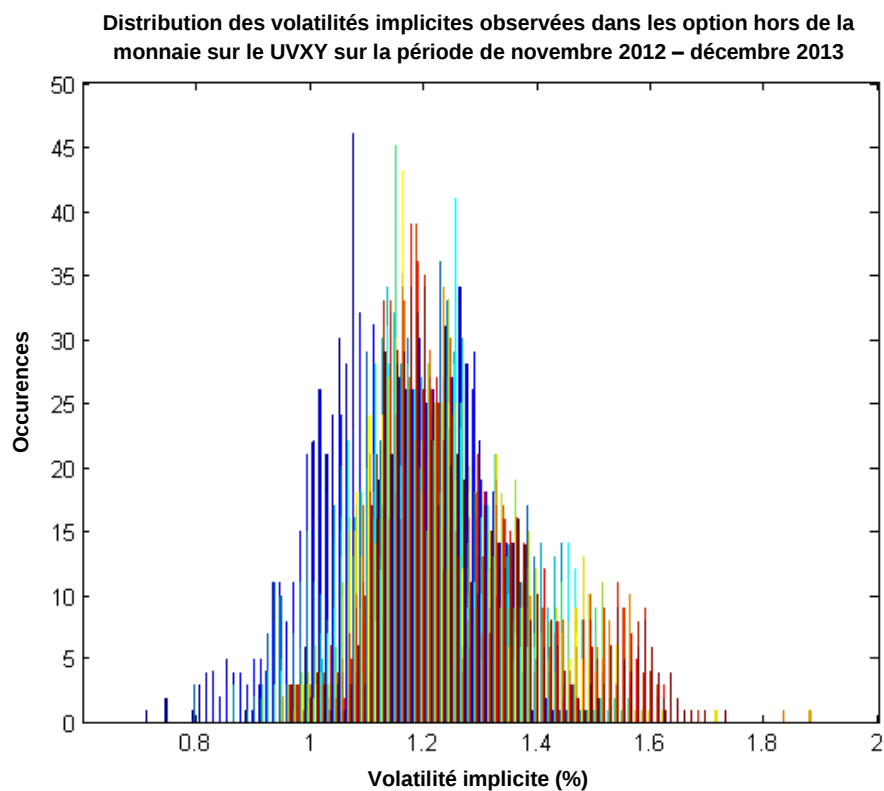


Figure 3.7 – Répartition des niveaux de volatilité implicite observés dans les options hors de la monnaie sur le FNB UVXY de ProShares sur la période de novembre 2012 allant à décembre 2013.

Après analyse, nous constatons qu'il n'existe aucune tendance claire quant au niveau de volatilité implicite des options. Une régression linéaire nous permet de constater que seul le temps restant à échéance permet d'extraire une relation statistiquement significative avec le niveau de volatilité implicite. Le coefficient de -0,15 démontre qu'en moyenne les options d'échéance plus éloignée devraient en principe exhiber un niveau de volatilité implicite plus faible. Cette observation, quoiqu'intéressante, ne permet en aucun cas de dériver un modèle efficace de prédiction des variations de la volatilité implicite des options utilisées.

Puisqu'il semble difficile de discerner une quelconque tendance dans le niveau de volatilité implicite des options, nous nous tournons vers la simulation une fois de plus pour générer les trajectoires nécessaires. Puisque la volatilité implicite est une variable relativement stationnaire à long terme, nous choisissons un processus avec retour à la moyenne de type Ornstein-Uhlenbeck pour simuler nos trajectoires de volatilité implicite. De plus, nous choisissons de jumeler notre premier processus avec un processus de Poisson pour modéliser des sauts aléatoires strictement positifs dans le niveau de volatilité implicite pour tenir compte de potentiels chocs imprévus dans les marchés. Évidemment, les chocs sur la volatilité sont positifs en temps de crise et sont donc bien représentés par la loi de Poisson qui est un processus strictement positif. La formule suivante servira à simuler les trajectoires de volatilité implicite.

$$S_{i+1} = S_i e^{-\lambda\delta} + \mu(1 - e^{-\lambda\delta}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\lambda\delta}}{2\lambda}} N_{0,1} + \alpha \text{Pois}(\beta) \quad (12)$$

μ représente la moyenne à long terme du niveau de volatilité implicite

σ représente l'écart-type des niveaux de volatilité implicite simulés

λ représente le paramètre mesurant la rapidité du phénomène de retour à la moyenne du processus

δ représente un incrément de temps

$N_{0,1}$ représente un terme d'erreur suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart-type unitaire.

$\alpha \text{Pois}(\beta)$ représente un processus de Poisson d'espérance β multiplié par le paramètre α

CHAPITRE 4 : MISE EN APPLICATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS

De manière à mettre la stratégie en application, nous avons choisi, comme nous venons de le voir, de tester cette dernière dans le cadre d'une simulation Monte-Carlo. Ceci nous permettra d'évaluer la performance de notre stratégie à travers une vaste multitude de scénarios plausibles ainsi que de tester différents paramètres de négociation dans le but d'optimiser notre stratégie d'investissement.

4.1 PARAMÈTRES ET VALEURS INITIALES

Dans l'idée de rester dans le contexte du marché, nous utilisons un prix de 62\$ comme prix de départ S_0 pour la simulation des trajectoires de prix du sous-jacent. Ce prix S_0 est le prix moyen du UVXY au 16 janvier 2014, jour de référence pour le début de notre simulation. Nous choisissons cette date, puisqu'en pratique il existe effectivement sur le marché des options expirant le 17 janvier 2015 ainsi que le 15 janvier 2016 et ces dernières auront donc exactement un et deux ans avant leur échéance au début de la simulation. La durée de la simulation sera de 126 jours ou si l'on préfère six mois en terme de jours ouvrables. Toujours dans le but de garder la simulation la plus proche possible de la réalité, nous utiliserons des prix d'exercice d'options négociables en date du début de la simulation pour obtenir les prix des options. Nous déterminerons quels seront ces prix d'exercice dans la prochaine section selon les critères énoncés au chapitre 3. Pour ce qui est du taux sans risque, nous utiliserons un taux constant de 0,3%, taux en ligne avec le taux moyen des obligations du trésor américain d'échéance 2 ans pour l'année précédant le début de la simulation. En fonction de la conjoncture actuelle et de la position de la Réserve fédérale américaine quant à sa politique monétaire, nous voyons comme probable pour la courte période visée un scénario où les taux d'intérêt à court terme restent stables. Finalement, à la lumière de l'analyse menée en 3.6, nous simulerons une surface de volatilité implicite plane pour chaque incrément de temps, c.-à-d. nous admettrons un même niveau de volatilité implicite pour l'ensemble des prix d'exercice et des échéances à chaque point donné dans le temps. Le niveau de volatilité implicite initial sera celui de sa moyenne à long terme, soit 110%.

En établissant tous ces paramètres et à l'aide du modèle de tarification Black-Scholes, nous serons en mesure d'obtenir à tout moment au cours de la simulation les valeurs ainsi que l'ensemble des variables grecques (c.-à-d. le delta, gamma, thêta & véga) des options choisies. Nous serons alors à même de suivre l'évolution du risque de nos positions en tout point et d'effectuer les transactions nécessaires à l'application de notre stratégie le cas échéant. Initialement, une position longue et une position courte seront déterminées au départ de chaque simulation en fonction du montant initial investi et du ratio de couverture du delta choisi. Des règles de transactions seront déterminées un peu plus loin et permettront de simuler l'application de la stratégie sur un vaste échantillon de données. Finalement, toute position restante à la fin de la simulation sera vendue à la valeur terminale calculée à la fin de la simulation, ce qui permettra d'attribuer un rendement final à chaque essai après la liquidation des portefeuilles.

4.2 CHOIX DES PRIX D'EXERCICE

Après avoir établi les paramètres de base de la simulation, la seconde étape est de choisir les options à négocier. Comme nous avons démontré en 3.5, les options vendues doivent avoir l'échéance la plus éloignée possible et le prix d'exercice le plus faible possible ce qui aura pour effet de maximiser le ratio Δ/γ . Depuis la mi-novembre 2013, des options d'échéance janvier 2016 se négocient activement sur le marché à l'intérieur d'une étendue de prix d'exercice allant de 5 à 200. Toutefois, comme nous l'expliquons en 3.5, la marge de maintenance requise commence à augmenter de manière exponentielle à partir du moment où l'option vendue est moins de 100% hors de la monnaie. Donc, pour éviter d'atterrir trop rapidement dans cette zone coûteuse, nous allons tenter de respecter la condition démontrée à la figure 3.6. La formule 13 ci-dessous nous donne la plage de prix d'exercice cible sous forme d'équation.

$$S \leq \frac{k}{3,6} \quad (13)$$

Au final, ceci permettra au sous-jacent de fluctuer d'environ 80% avant d'avoir à rouler ou fermer en partie sa position. Débutant avec un prix de 62\$ au départ de la simulation pour le sous-jacent, un prix d'exercice de 223,20\$ ou plus serait nécessaire pour notre option à découvert. Toutefois, le prix d'exercice le plus élevé disponible sur les marchés au moment où la simulation débute est de 200\$. La condition évoquée plus tôt est une cible et non une condition obligatoire et c'est pourquoi nous pourrions tout de même utiliser le prix d'exercice de 200. Notons également que nous avons fait l'observation que dans le cas des FNB sur le VIX, les options d'achat avec les prix d'exercice les plus élevés, pour une échéance donnée, sont généralement les options avec le plus grand nombre de positions ouvertes et par le fait même la plus grande liquidité. Ceci nous donne donc un avantage supplémentaire à utiliser cette option.

Quant au choix de l'option de couverture, nous devons minimiser le ratio Δ/γ dans le but de retenir au maximum notre exposition courte au delta tout en maximisant notre gamma ce qui nous assure de la meilleure protection possible contre une envolée du niveau de volatilité. En date du 16 janvier 2014, l'UVXY nous donne accès à des options d'échéance juin 2014 et janvier 2015 qui possèdent respectivement des échéances de cinq et douze mois. Les deux échéances présentent une vaste étendue de prix d'exercice différents, ce qui facilite notre travail. En principe, nous devrions choisir l'échéance la plus courte possible. Toutefois, nous éviterons les options d'échéance juin 2014 puisque nous jugeons que les cinq mois restants à ces options ne sont pas suffisants pour offrir la couverture voulue en plus de faire augmenter le coût de détention mesuré par le thêta qui augmente grandement dans les mois précédant l'échéance. Parmi les options d'échéance janvier 2015, nous choisissons comme prévu l'option avec le prix d'exercice le plus élevé, soit 520, ce qui nous assure empiriquement de profiter d'une couverture maximale, soit celle avec la courbe de prix la plus convexe possible. Le tableau à la page suivante résume les valeurs initiales des variables de la simulation.

Prix initial du sous-jacent (s_0) Taux sans risque (r) Volatilité implicite initiale (iv_0)	62\$ 0,3% 110%
Option à découvert Prix Delta Gamma	CALL — UVXY 01/15/16 C200 19,1079\$ 0,5115 0,0041
Option de couverture Prix Delta Gamma	CALL — UVXY 01/17/15 C520 1,7895\$ 0,0837 0,0023

Tableau 4.1 – Valeurs de départ pour les variables de la simulation.

4.3 LA SIMULATION

Sous-jacent

La première étape a été de simuler 10 000 trajectoires de prix pour l'actif sous-jacent à l'aide du processus exprimé en 3.6. Pour connaître la validité des données simulées, nous avons calculé les statistiques descriptives de la distribution des trajectoires simulées pour savoir comment la distribution simulée se comparaît à la distribution de rendements historiques observés sur le sous-jacent.

	Historique	Simulation
Moyenne	-14,4%	-13,2%
Écart-type	79,3%	78,8%
Skewness	3,48	3,43
Excess kurt	13,79	27,49
Maximum	1333%	1229%
Médiane	-62,0%	-35,3%
Minimum	-92,6%	-96,2%

Tableau 4.2 – Comparaison entre la distribution historique et la distribution simulée du sous-jacent.

On remarque que malgré de légères différences au niveau de la médiane, la distribution simulée exhibe sensiblement les mêmes particularités que la distribution historique, soit un niveau de volatilité élevé, la présence d'une asymétrie positive importante ainsi que la présence d'un coefficient d'aplatissement élevé. La figure 4.1 représente graphiquement l'ensemble des trajectoires simulées sur la période de 126 jours.

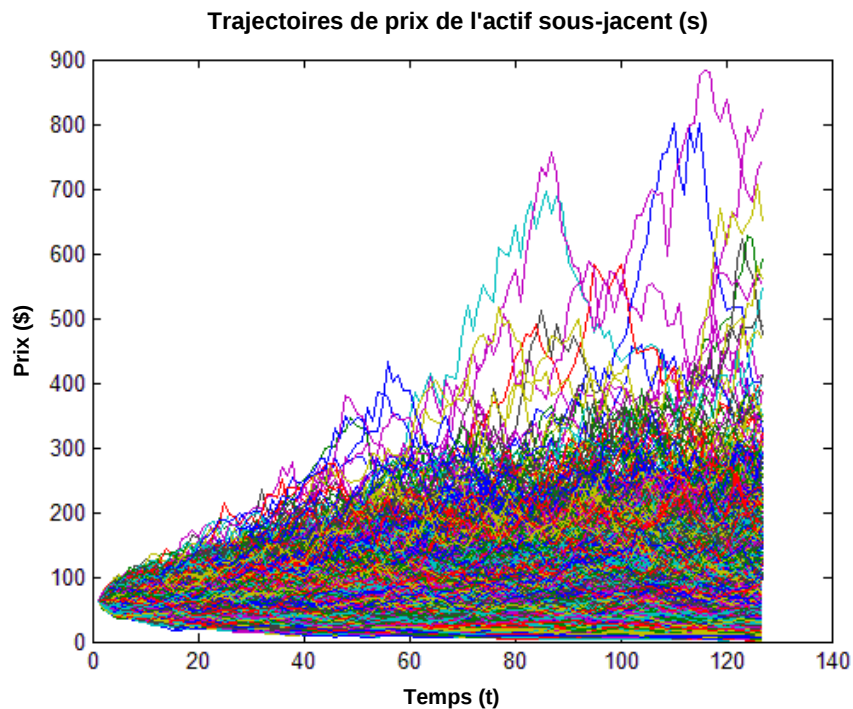


Figure 4.1 – Représentation graphique des trajectoires simulées pour l'actif sous-jacent.

Volatilité implicite

La deuxième variable à simuler était bien entendu la volatilité implicite des options employées. Comme nous avons décrit précédemment, nous utilisons un processus Ornstein-Uhlenbeck jumelé avec un processus de Poisson pour simuler les 10 000 trajectoires. Les figures à la page suivante nous permettent de visualiser l'étendue prise par les valeurs des trajectoires simulées de volatilité implicite.

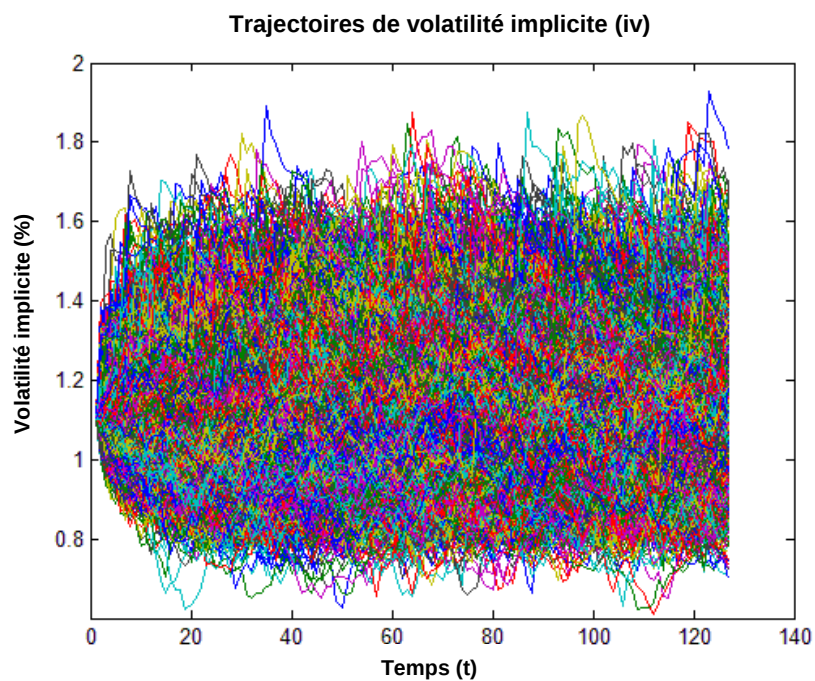


Figure 4.2 – Représentation graphique des trajectoires simulées pour les niveaux de volatilité implicite.

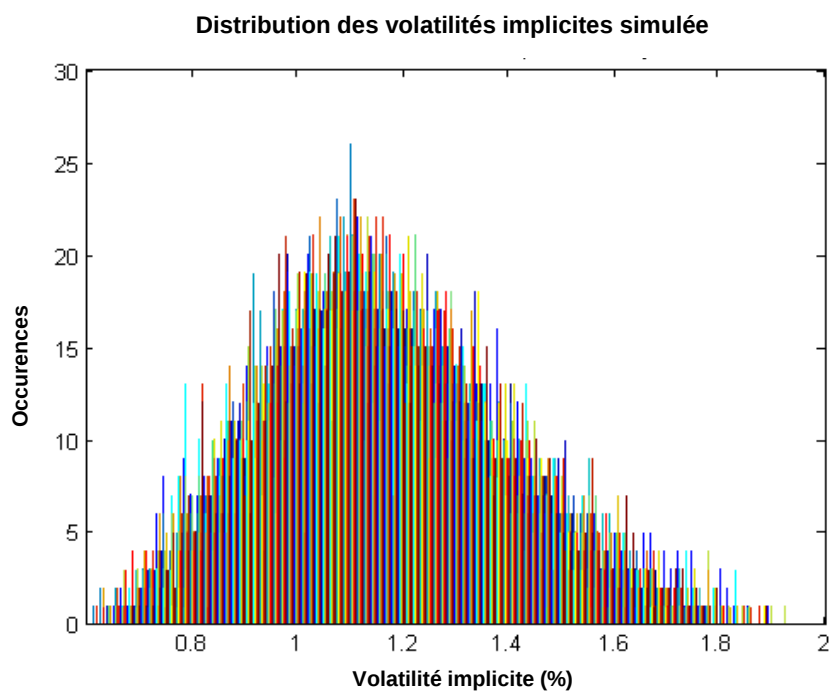


Figure 4.3 – Répartition des niveaux de volatilité implicite simulés.

Une fois ces données simulées, nous pouvons passer au calcul des valeurs des options et de leurs grecs respectifs, notamment le delta et le gamma pour chacun des points simulés. Nous aurons recours au modèle de tarification d'option Black-Scholes pour calculer l'ensemble de ces valeurs. À partir de ce point, tout est mis en place pour tester la stratégie d'investissement.

Nous avons établi des règles de négociation objectives dans le but de standardiser au maximum l'application de notre stratégie, ce qui en pratique devrait servir à minimiser autant le risque financier qu'opérationnel. Ces règles auront notamment comme effet de limiter au minimum le nombre de décisions discrétionnaires ayant à être prises par l'investisseur. La première étape avant d'aller plus loin est de calculer la taille optimale de notre stratégie d'investissement, c.-à-d. le nombre de contrats d'options à vendre et à acheter afin d'optimiser notre investissement. C'est ici que la réglementation en terme d'exigence de marge prend toute son importance. Puisqu'une position longue en option ne confère aucune valeur de prêt, seule notre position vendue est comptabilisée dans le calcul de notre marge de maintenance. L'étape de base est de déterminer quelle est la position à découvert maximale pouvant être détenue à chaque incrément de temps. Pour ce faire, nous employons la formule 14 pour calculer la marge de maintenance nécessaire au temps t . Cette dernière est fonction de la valeur et du prix d'exercice de l'option vendue, du prix du sous-jacent ainsi que du nombre de contrats à découvert détenus au temps t .

$$\text{Marge de maintenance}_t = \left(c_{f,t} + \text{Max}(0.05s_t, 2s_t - k_f) \right) * nc_{f,t} * 100 \quad (14)$$

$c_{f,t}$ représente la valeur de l'option à découvert au temps t

s_t représente la valeur du sous-jacent au temps t

k_f représente le prix d'exercice de l'option vendue

$nc_{f,t}$ représente le nombre de contrats à découvert vendus au temps t

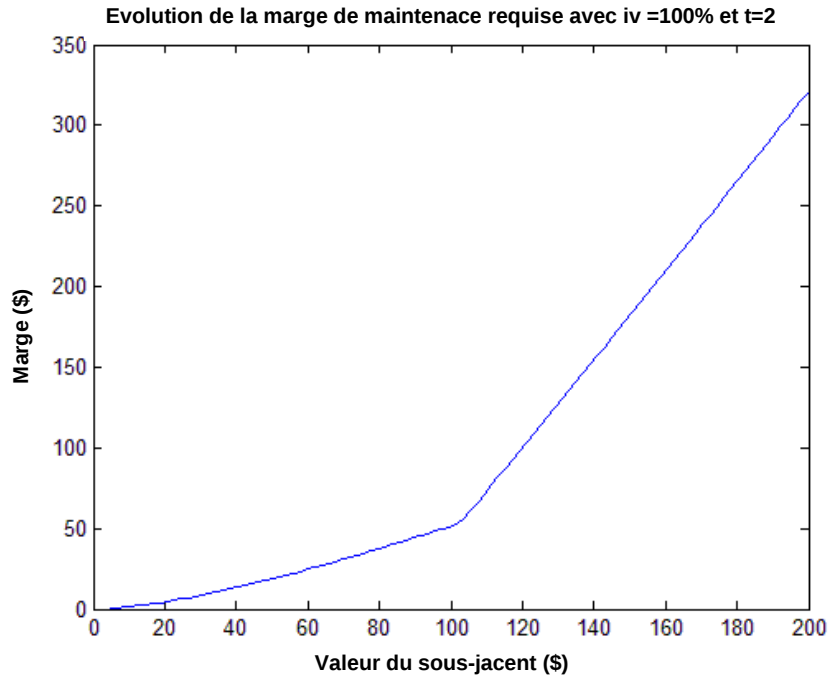


Figure 4.4 – Exemple visuel de l'évolution des besoins de marge de maintenance en fonction du prix du sous-jacent, ceteris paribus.

Pour les besoins de la simulation, nous utiliserons un montant théorique et arbitraire de 100 000 \$ comme somme d'investissement initiale. Cette somme servira à fournir le collatéral nécessaire au bon fonctionnement de la stratégie d'investissement. Le nombre de contrats d'options vendus au temps 0 est choisi de manière à respecter la condition ci-dessous.

$$Marge\ de\ maintenance(2s_0) \leq Investissement\ initial \quad (15)$$

Autrement dit, la position est initialement établie de manière à éviter que la marge requise soit supérieure à notre montant d'investissement initial tant et aussi longtemps que le sous-jacent sera en deçà de deux fois sa valeur spot ($s_0 = 62$). Pour ce calcul, nous utiliserons la volatilité implicite observable au temps 0. La position initiale en contrat à découvert est donc calculée en appliquant les valeurs $2s_0 = 124$ et $\sigma_0 = 110\%$ à l'intérieur de l'équation de base servant au calcul de la position à découvert présentée à la page suivante.

$MAX_{nc_{f,t}}$ sous

$$nc_{f,t} \leq \frac{\text{Investissement initial}}{100 \left(c_{f,t} + \text{Max}(0.05s_t, 2s_t - k) \right)} \quad (16)$$

En appliquant le modèle Black-Scholes, on obtient une valeur de 52,56 pour la variable $c_{f,t}$ ce qui nous permet de calculer le nombre maximal de contrats pouvant être vendus, soit 9,52, montant que nous arrondirons à dix contrats. Par la suite, le même calcul sera effectué pour chaque incrément de temps au cours de la simulation de manière à déterminer quel devrait être la taille optimale de la position à découvert pour chaque incrément de temps. Lorsque la condition ci-dessus ne sera pas respectée, nous ajusterons notre position en rachetant ou en revendant un contrat à chaque occasion nécessaire ce qui nous permettra, soit d'éviter de recevoir un appel de marge, soit de maximiser l'utilisation du collatéral disponible. Ces règles permettent entre autres d'établir précisément la taille que doit avoir la position à découvert à tout moment, et ce pour chacun des essais simulés. Ceci nous permet également d'établir une matrice de transactions qui servira à calculer les flux monétaires associés au rebalancement et donc à l'évolution du rendement de la stratégie. Une fois la position courte mise en place, nous nous tournons vers le calcul de notre position de couverture. Notre stratégie mise à la base sur un gamma positif et croissant, c.-à-d. la convexité de notre position de couverture, pour assurer la protection du portefeuille en cas de pointe de volatilité. Évidemment, notre exposition positive au gamma s'accompagne nécessairement par une exposition négative au thêta, c'est donc dire qu'au net, le passage du temps jouera contre nous ce qui est typique pour une position longue gamma. Toutefois, les FNBs sur la volatilité ne se comportent pas comme la grande majorité des actifs dû au phénomène de contango identifié précédemment et qui, comme nous l'avons décrit, fait perdre continuellement de la valeur à ce type de fonds. Heureusement, donc en maintenant la majorité du temps un delta négatif suffisant, on arrive à générer un rendement amplement suffisant pour compenser la perte de valeur due au thêta

négatif de la stratégie d'option. Dans le cas d'une correction boursière, une stratégie fort simple et relativement peu risquée consiste à vendre l'excédent de delta qui, dû à la convexité supérieure de notre position de couverture, s'accroît continuellement lors d'une hausse du sous-jacent. En vendant systématiquement tout excédent de delta, cela permet dans un premier temps de rester relativement delta neutre lors d'une pointe de volatilité. De plus, en agissant ainsi l'investisseur n'a pas à cerner le moment exact des revirements de la volatilité qui sont habituellement très violents et imprévisibles puisque ce dernier encaisse graduellement des profits sur sa position de couverture au fur et à mesure que la correction boursière prend place. Finalement, lorsque la volatilité se renverse, cette méthode permet de retrouver très rapidement notre position courte en terme de delta et de profiter du revirement dans le niveau de volatilité. Tout ceci est une fois de plus dû à la convexité positive importante de notre portefeuille. Passons maintenant au calcul de la position de couverture. Le paramètre α sera établi en début de simulation et permettra d'établir les bornes des ratios de couverture du delta de notre portefeuille. Les bornes sont établies en respectant les conditions suivantes :

$$B_l = \alpha \frac{\Delta c_{f,t}}{\Delta c_{c,t}} nc_{f,t} \quad B_h = \alpha^{-1} \frac{\Delta c_{f,t}}{\Delta c_{c,t}} nc_{f,t} \quad (17-18)$$

En travaillant ainsi, nous allons pouvoir faire varier le paramètre *alpha* de simulation en simulation dans le but d'optimiser notre stratégie. La plage de test du paramètre *alpha* sera de 0.5 à 0.9 variant par incrément de 0.1 ce qui nous permettra ex post de déterminer la valeur optimale pour *alpha*. Notre position de couverture initiale correspondra à la borne inférieure. En agissant ainsi, nous aurons notre exposition courte en terme de delta à partir du temps 0, ce qui accomplit la visée initiale de notre stratégie de vendre ce type de produit à découvert. Une fois la position initiale établie, la position de couverture continuera d'être dictée par la condition ci-dessous et devra respecter cette dernière en tout temps.

$$B_l \leq nc_{c,t} \leq B_h \quad (19)$$

À chaque moment où la condition ne sera pas respectée, une transaction devra être effectuée pour ramener le portefeuille à l'intérieur des balises établies. Lorsque nécessaire, le rebalancement sera effectué en utilisant les prix d'options générés par la simulation. Après les essais initiaux, nous remarquons que sans restriction additionnelle, certains des portefeuilles finissent par nécessiter l'achat de milliers de contrats de couverture, la plupart du temps en fin de simulation. L'explication est que les scénarios se terminant avec une très faible valeur de sous-jacent finissent généralement également avec de très faibles valeurs d'options, en particulier pour les options de couverture. Du coup, le ratio entre le delta des deux options devient très grand et la condition établie requiert l'achat d'une quantité astronomique de contrats de couverture. Ceci s'avère en soi quelque peu inutile puisque ces scénarios où la dérive est très prononcée pour le sous-jacent sont ceux où la couverture devient le moins nécessaire. De plus, agir de la sorte rendrait la stratégie incroyablement inefficace en terme de coût de transaction et minerait le rendement obtenu. Pour limiter ce phénomène, nous avons introduit un multiple maximum, que nous nommons *bêta*, relié au nombre de contrats de couverture initialement achetés et qui limite le nombre de contrats de couverture pouvant être détenus. Une fois de plus, pour nous assurer d'optimiser la stratégie, nous faisons varier le *bêta* entre 1 et 5 et répétons le calcul pour chaque *alpha* et chaque *bêta*. Nous obtenons donc 25 distributions de rendements différentes pour lesquelles nous avons calculé les différentes statistiques descriptives, résultats que nous présentons à l'intérieur du tableau A en annexe. Pour établir les paramètres optimaux à conserver, nous avons choisi d'utiliser les critères de sélection suivants soit, de maximiser le ratio de Sharpe, minimiser le kurtosis de la distribution, minimiser le nombre d'occurrences de rendement négatif et finalement minimiser le nombre de transactions requises dans le but de réduire le risque opérationnel ainsi que le coût relié aux transactions de rebalancement. Les paramètres retenus sont un *alpha* de 0,9 et un *bêta* de 2.

4.4 RÉSULTATS

L'ensemble des résultats obtenus sont présentés en annexe. Nous présentons simplement ici les résultats de notre scénario optimal identifié précédemment.

Moyenne	25,0%
Ecart-type	16,6%
Skewness	1,18
Excess kurt	4,10
Maximum	120,3%
Médiane	20,1%
Minimum	0,5%
Négatif	0
Transactions	33
Nbre de contrats	224
Frais de transaction	610,00\$

Tableau 4.3 – Résultats de la simulation pour notre scénario optimal ($\alpha=0,9$ et $\beta=2$).

Les résultats du tableau précédent démontrent que la stratégie d'investissement offre un rendement excessivement intéressant, rendement qui, sur une base annualisée, dépasserait les 50% en moyenne. Nous obtenons un ratio de Sharpe de 1,4887 ce qui dépasse allégrement la moyenne observée par Eling (2008) de 0.8113 pour l'industrie des fonds de couverture⁹. Il est ensuite intéressant de noter que le rendement obtenu provient d'une stratégie, en soi neutre au marché, c.-à-d. qui ne possède pas de bêta de marché. Les rendements résultants peuvent alors être considérés tels que de la valeur ajoutée de la part du gestionnaire, valeur communément appelée alpha dans l'industrie financière. Troisièmement, notons que cette stratégie peut être entièrement déployée sans employer un seul sou puisque la stratégie est autofinancée dans la quasi-totalité des cas et ne requiert qu'un simple dépôt de collatéral au moment d'instaurer l'investissement. Nous pouvons donc imaginer que cette stratégie puisse être employée en superposition sur un portefeuille obligataire qui servirait de collatéral et ainsi générer encore plus de rendement.

⁹ Basée sur les données mensuelles de 4 048 fonds de couverture sur la période de 10 ans de 1996-2005.

Sur un point de vue plus théorique, si l'on observe les troisième et quatrième moments de la distribution de rendement, on découvre un coefficient d'asymétrie légèrement positif et un coefficient d'aplatissement légèrement supérieur à celui d'une loi normale. Même si un coefficient d'aplatissement élevé est généralement indésirable, il se trouve qu'il peut être une valeur ajoutée pour l'investisseur puisque lorsque jumelé à un coefficient d'asymétrie suffisamment positif, les rendements extrêmes se situent la plupart du temps du côté positif. Pour illustrer la situation, voici un histogramme représentant la distribution des rendements de la simulation optimale décrite plus haut ($\alpha = 0.9$ $\beta = 2$).

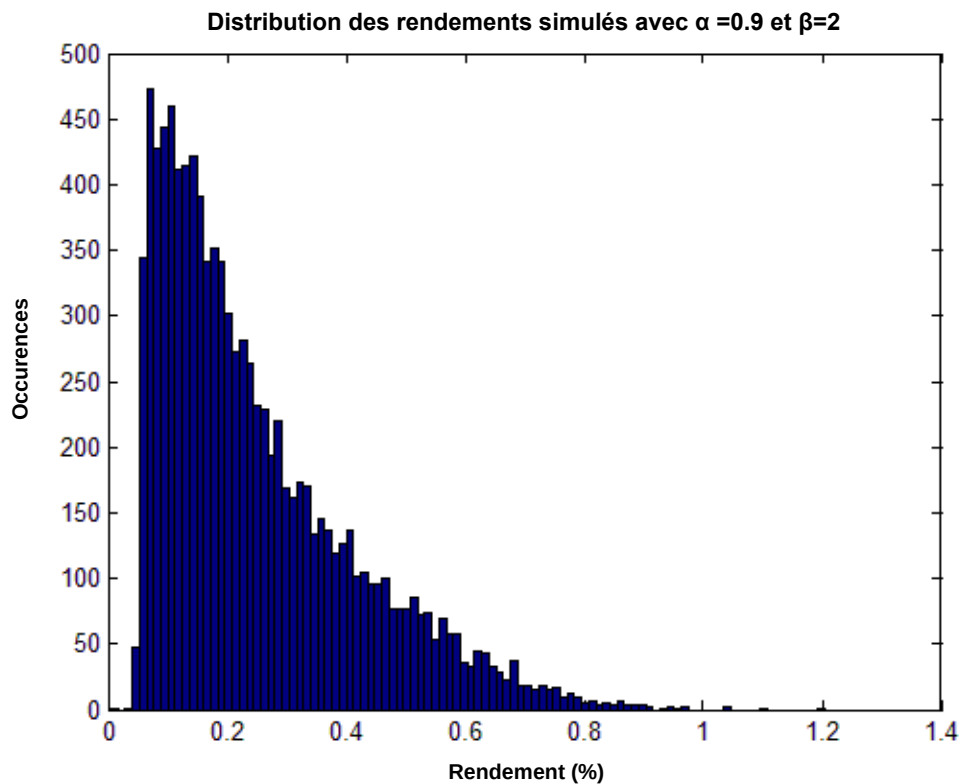


Figure 4.5 – Répartition des rendements simulés sur la période de 6 mois avec les paramètres ($\alpha = 0.9$ $\beta = 2$).

4.5 RISQUES & FACTEURS NON PRIS EN COMPTE

Dans cette dernière section d'analyse, nous nous penchons sur les risques inhérents au monde réel qui pourraient affecter de manière adverse les rendements de notre stratégie d'investissement obtenus en simulation. Le principal risque non pris en compte lors de simulation est l'élargissement des écarts entre le cours acheteur et vendeur lors d'un épisode de stress dans les marchés financiers. Cette réaction tout à fait normale de la part des marchés peut toutefois venir affecter assez substantiellement les résultats de notre stratégie. Le scénario le plus risqué est celui où la volatilité augmente très violemment et que nous soyons dans l'obligation de réduire la taille de notre position prématurément. Dans une telle éventualité, l'investisseur devient preneur de prix et doit généralement payer le cours vendeur pour couvrir sa position courte et finance en partie son rachat en vendant une partie de sa position de couverture au cours acheteur. Évidemment, une telle opération peut entraîner une perte potentiellement importante dans l'éventualité où l'écart des cours acheteur et vendeur s'élargisse suffisamment. La raison pour laquelle nous ne prenons pas cet aspect en compte lors de notre simulation est directement relié au manque de données fiables sur l'évolution de l'écart entre le cours acheteur et vendeur pour ce type d'options. Même si un minimum de données est disponible à cet égard, nous observons en pratique que les écarts affichés sont souvent exagérés en temps de stress et que le réel écart entre le cours acheteur et vendeur est inobservable. Pour cette raison, nous avons préféré simuler des rendements sans tenir compte de cet aspect et simplement garder un coussin de sécurité additionnel lors de la mise en application de la stratégie. Le deuxième risque principal pouvant nuire à l'application de notre stratégie dans un monde réel est l'utilisation d'une surface de volatilité plane à travers l'ensemble des prix d'exercice et des maturités en un point donné tel que décrit au chapitre 3.6. Contrairement à la réalité de notre simulation, le marché réel crée des situations où il y a un différentiel entre les volatilités implicites des options à découvert et celles de couverture. Le principal risque relié à cette hypothèse est que la volatilité implicite des options de couverture reste suffisamment sous celle des options à découvert en temps de crise, moment où

notre couverture est le plus nécessaire. Bien que ceci peut représenter une situation potentiellement dangereuse, il est relativement peu probable de voir un tel scénario s'étirer sur une longue période de temps. Voici pourquoi nous tirons cette conclusion. Puisque la volatilité implicite d'une option représente la volatilité attendue du sous-jacent pour l'ensemble de la période couverte par l'option, la volatilité implicite des options d'échéance plus courte s'ajuste généralement plus rapidement pour tenir compte des conditions de marché et inversement pour les options d'échéance plus longue où la volatilité implicite reste plus ancrée autour d'une moyenne à long terme. Ceci veut donc dire que dans la mesure où nous instaurons notre investissement dans une période de faible volatilité, nous devrions être en mesure d'acheter notre couverture avec un différentiel de volatilité négatif et profiter d'un différentiel de volatilité positif en temps de crise, moment où nous avons besoin de cette couverture. Il semblerait donc que cette dynamique tournerait en notre faveur dans la grande majorité des cas. Pour être bien certain de l'effet potentiel de cette mesure, nous avons simulé à nouveau la stratégie, mais cette fois en simulant deux matrices de volatilité implicites indépendantes l'une de l'autre. Ceci nous permet donc de voir l'effet qu'un potentiel différentiel de volatilité implicite, aléatoire dans ce cas, pourrait avoir sur nos résultats. Les conclusions de cet essai sont présentées ci-dessous avec ceux de la première simulation. Notons également que les résultats présentés sont ceux utilisant les mêmes paramètres *alpha* et *bêta* trouvés comme optimaux précédemment pour effectuer cette simulation. Le reste des résultats obtenus sont présentés dans les tableaux A et B en annexe.

Moyenne	25,0%	26,6%
Ecart-type	16,6%	17,3%
Skewness	1,18	1,12
Excess kurt	4,10	3,91
Maximum	120,3%	108%
Médiane	20,1%	22%
Minimum	0,5%	-1%
Négatif	0	1
Transactions	33	37
Nbre de contrats	224	287
Frais de transaction	610,00\$	728,75\$

Tableau 4.4 – Comparaison entre les résultats de la simulation sans et avec différentiel de volatilité implicite pour le scénario ($\alpha=0,9$ et $\beta=2$).

On peut voir que non seulement il n'y a pas d'effet négatif à l'ajout d'une deuxième matrice de volatilité, mais qu'au contraire en permettant aux volatilités de varier indépendamment l'une de l'autre, les résultats se sont améliorés. Malgré une volatilité légèrement accrue des rendements, la hausse de ces derniers est suffisante pour permettre une légère hausse des ratios de Sharpe (1,5165 vs 1,4887). Du côté du 3^e et 4^e moment de la distribution, on remarque que l'arrivée d'une deuxième matrice de volatilité implicite n'occasionne pas grand changement. Dans les autres mesures, on remarque une légère hausse du niveau d'activité qui n'aura à toute fin pratique aucun impact sur les résultats.

CHAPITRE 5 : DISCUSSION, CONCLUSION ET RÉFLEXION

La nouvelle classe d'actifs que représentent les FNBs sur la volatilité donne accès à une nouvelle gamme d'outils de couverture à l'ensemble des investisseurs. Toutefois, cette option vient avec un coût implicite qui peut s'avérer assez onéreux selon les conditions de marché. Le coût provient implicitement du roulement continu du contrat à terme du premier mois au suivant ce qui entraîne une perte lorsque la structure à terme du VIX est en contango, situation qui prévaut plus de 80% du temps. Nous avons identifié que la nature même de l'indice VIX, en tant que panier d'options, est la principale cause de la présence soutenue de contango dans la structure à terme du VIX. Suite à ces constats, nous avons exploré diverses avenues permettant de profiter des caractéristiques de ce nouveau type de produits ce qui a abouti en une stratégie d'investissement basée sur les options disponibles sur les FNBs sur le VIX. La visée initiale de notre stratégie d'investissement était de prendre une exposition « short » sur ce type de FNBs pour profiter du coût de roulement implicite du produit. Notre position initiale se devait donc d'être négative en terme de delta ce que nous avons accompli en posant notre ratio de couverture égal au paramètre alpha décrit à la section précédente. Dans le but d'assurer une protection quasi complète en cas de forte hausse du niveau de volatilité, nous avons acheté un maximum de convexité (c.-à-d. de gamma) tout en minimisant l'achat de delta au travers de notre position de couverture ce qui nous permet de maintenir notre position courte delta tout en étant long gamma. La résultante est une position courte sur le FNB qui possède l'avantage d'être couverte contre une explosion du prix du sous-jacent. Les résultats de la simulation sont excessivement intéressants considérant que la stratégie rapporte en moyenne plus de 50% sur une base annualisée et que les rendements de notre stratégie ne possèdent théoriquement qu'une très faible corrélation avec les rendements du marché.

Gardons toutefois une certaine réserve puisque cette stratégie à l'apparence quasi sans risque est toutefois soumise à l'efficacité et à la liquidité de ce marché d'options. Une déviation majeure par rapport aux hypothèses sur les niveaux de volatilité implicite ou simplement un manque total de liquidité dans ce jeune marché pourrait empêcher le bon fonctionnement de la stratégie et pourrait potentiellement mener à de lourdes pertes. Une étude empirique plus approfondie de ces aspects dans le futur permettra de mieux cerner le comportement général de ce marché et du coup de déterminer l'efficacité réelle de notre stratégie. Dans le but de minimiser le risque encouru, l'investisseur averti pourra donc jouer de prudence et s'assurera de réduire la taille de la stratégie de manière préventive au besoin. Ceci lui permettra de se donner le coussin nécessaire pour éviter de recevoir des appels de marge dans l'éventualité où le marché deviendrait complètement hors de contrôle, situation qui risquerait fort bien d'être relativement coûteuse.

Pour conclure, gardons en tête que la constante évolution de ce créneau de marché risque fort bien d'offrir dans un futur proche de nouvelles opportunités pour améliorer la performance et la stabilité de notre stratégie. Notons notamment l'introduction par le CBOE, le 1^{er} octobre 2013, d'un nouvel indice suivant le niveau de volatilité à très court terme. Ce nouvel indice, le VXST, répliquera le niveau de volatilité d'un panier d'options d'échéance moyenne de 9 jours, au lieu de 30 jours comme c'est le cas actuellement pour le VIX, en se basant en partie sur la nouvelle gamme d'options hebdomadaires disponibles sur le S&P500. À ce jour, aucun fournisseur de FNBs n'a annoncé la création de produits dérivant des contrats à terme sur ce nouvel indice, mais nous pouvons parier que ce jour ne tardera pas à arriver.

RÉFÉRENCES

- I. Alexander, Carol et Dimitris Korovilas (2012). *Understanding ETNs on VIX Futures*. Reading, UK, Henley Business School at University of Reading, 39p.
- II. Alexander, Carol et Dimitris Korovilas (2012). *Volatility Exchange-Traded Notes: Curse or Cure?* Reading, UK, Henley Business School at University of Reading, 28p.
- III. Avellaneda, Marco et Shunxin Jiang (2013). *New Techniques for Pricing VIX Futures and VXX Options*. New York, Courant Institute of NYU, 42 p.
- IV. Bondarenko, Oleg (2004). *Market Price of Variance Risk and Performance of Hedge Funds*. Illinois. University of Chicago, July-August, 61-65
- V. Brenner, Menachem et Dan Galai (1989). *New Financial Instruments for Hedging Changes in Volatility*. Financial Analyst Journal, July-August, 61-65
- VI. Carr, Peter et Liuren Wu (2007). *Variance Risk Premia*. New York. Courant Institute of NYU, 44 p.
- VII. Deng, Geng, Craig McCann et Olivia Wang (2012). *Are VIX Futures ETPs Effective Hedges?* Fairfax, VA, Securities Litigation and Consulting Group, 25p.
- VIII. Eling, Martin (2008). *Performance Measurement in the Investment Industry: Does the Measure Matter?* St.Gallen, University of St.Gallen, 33 p.
- IX. Grunbichler, Andeas et Francis A. Longstaff (1996). *Valuing futures and options on volatility*. Journal of Banking and Finance, 985-1001
- X. Omprakash, Anand et al. (2014). *VXX Carry Strategies*. New York, BNP Paribas. 7 p.
- XI. Simon, David P. et Jim Campasano (2012). *The VIX Futures Basis: Evidence and Trading Strategies*. Waltham, MA, Bentley University, 39 p.
- XII. Turcotte, David (2003). *Tarifcation de Produits Dérivés de Variance : Analyse dans le Contexte du Modèle NGARCH*. Montréal, HEC Montréal, 81 p.
- XIII. Whaley, Robert E. (1993). *Derivatives on Market Volatility: Hedging Tools Long Overdue*. Journal of Derivatives, Vol.1, no.1, fall, 71-84.
- XIV. Whaley, Robert E. (2013). *Trading Volatility: At What Cost?* Nashville, TN, Vanderbilt University, 33p.

- i. Bloomberg L.P.
- ii. Chicago Board of Options Exchange (2009). *The CBOE Volatility Index – VIX*, [réf. du 18 novembre 2013]. <http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf>
- iii. Chicago Board of Options Exchange, *SPX Volatility Term Structure Data*, [réf. du 19 décembre 2013]. www.cboe.com/data/volatilityindexes/volatilityindexes.aspx
- iv. Chicago Board of Options Exchange (2014). *The CBOE Short-Term Volatility Index*, [réf. du 29 mars 2014]. www.cboe.com/vxstms/pdf/CBOE506c2-VXST_WP-f.pdf
- v. Goddard Consulting. *Generating Correlated Asset Paths in MATLAB*. [réf. du 3 mars 2014]. www.goddardconsulting.ca/matlab-monte-carlo-assetpaths.html
- vi. Investopedia(2012). *Contango vs Normal Backwardation*. [réf. du 29 octobre 2014]. http://www.investopedia.com/articles/07/contango_backwardation.asp#axzz1p0E5kcIw.
- vii. McCarty, Michael (2013). *Replicating Portfolio and Arbitrage Markets*, Differential Research LLC, [réf. du 21 novembre 2013]. www.diffresearch.com/2013/08/09/vix-futures-replicating-portfolios-and-arbitrage-markets/
- viii. Sitmo (2013). *Calibrating the Ornstein-Uhlenbeck (Vasicek) model*. [réf. du 17 mars 2014]. <http://www.sitmo.com/article/calibrating-the-ornstein-uhlenbeck-model/>
- ix. S&P Dow Jones Indices (2012). *S&P Dow Jones Indices: S&P 500 VIX Futures Indices Methodology*. [réf. du 6 octobre 2013]. <http://us.spindices.com/index-family/strategy/vix>
- x. S&P Dow Jones Indices (2012). *S&P Dow Jones Indices: S&P 500 VIX Futures Long/Short Strategy Index Series Methodology*. [réf. du 31 mars 2014]. <http://us.spindices.com/index-family/strategy/vix>

ANNEXES

Calcul A : Simplification du ratio delta/gamma $\left(\frac{\Delta}{\gamma}\right)$

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta}{\gamma} &= \frac{e^{-q\tau} * N(d_1)}{e^{-q\tau} * \frac{n(d_1)}{S\sigma\sqrt{\tau}}} \\
 &= \frac{N(d_1)}{\frac{1}{S\sigma\sqrt{\tau}} * \frac{e^{-\frac{d_1^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}} \\
 &= S\sigma\sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} e^{\frac{d_1^2}{2}} N(d_1)
 \end{aligned}$$

Calcul B : Dérivée du ratio $\frac{\Delta}{\gamma}$ en fonction du prix d'exercice (k)

$$\begin{aligned}
 &\frac{d}{dk} S\sigma\sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} e^{\frac{d_1^2}{2}} N(d_1) \\
 &= S\sigma\sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} \left(\frac{d}{dk} e^{\frac{d_1^2}{2}} N(d_1) \right) \\
 &= S\sigma\sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} \left(\frac{d}{dk} e^{\frac{d_1^2}{2}} * N(d_1) + e^{\frac{d_1^2}{2}} * \frac{d}{dk} N(d_1) \right) \\
 &= S\sigma\sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} \left(e^{\frac{d_1^2}{2}} \frac{d}{dk} \frac{d_1^2}{2} * N(d_1) + e^{\frac{d_1^2}{2}} * n(d_1) * \frac{d}{dk} d_1 \right) \\
 &= S\sigma\sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} \left(e^{\frac{d_1^2}{2}} * d_1 * \frac{d}{dk} d_1 * N(d_1) + e^{\frac{d_1^2}{2}} * \frac{e^{-\frac{d_1^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} * \frac{-1}{k\sigma\sqrt{\tau}} \right) \\
 &= S\sigma\sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} \left(e^{\frac{d_1^2}{2}} * d_1 * \frac{-1}{k\sigma\sqrt{\tau}} * N(d_1) - \frac{1}{k\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}} \right) \\
 &= -\frac{S\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}}{k\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}} \left(e^{\frac{d_1^2}{2}} \sqrt{2\pi} * d_1 * N(d_1) + 1 \right) \\
 &= -\frac{S}{k} \left(\frac{N(d_1)d_1}{n(d_1)} + 1 \right)
 \end{aligned}$$

Calcul C : Dérivée du ratio $\frac{\Delta}{\gamma}$ en fonction du temps à l'échéance (τ)

$$\frac{d}{d\tau} S \sigma \sqrt{\tau} \sqrt{2\pi} e^{\frac{d_1^2}{2}} N(d_1)$$

$$= S \sigma \sqrt{2\pi} \left(\frac{d}{d\tau} \sqrt{\tau} * e^{\frac{d_1^2}{2}} * N(d_1) + \sqrt{\tau} * \frac{d}{d\tau} e^{\frac{d_1^2}{2}} * N(d_1) + \sqrt{\tau} * e^{\frac{d_1^2}{2}} * \frac{d}{d\tau} N(d_1) \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \sqrt{\tau} &= \frac{1}{2\sqrt{\tau}} \\ \frac{d}{d\tau} e^{\frac{d_1^2}{2}} &= e^{\frac{d_1^2}{2}} \frac{d}{d\tau} \frac{d_1^2}{2} = e^{\frac{d_1^2}{2}} d_1 \frac{d}{d\tau} d_1 = -\frac{e^{\frac{d_1^2}{2}} d_1}{2\sigma\sqrt{\tau}} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right) \\ \frac{d}{d\tau} N(d_1) &= n(d_1) \frac{d}{d\tau} d_1 = n(d_1) * -\frac{1}{2\sigma\sqrt{\tau}} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right) \end{aligned}$$

$$= S \sigma \sqrt{2\pi} \left(\frac{N(d_1) e^{\frac{d_1^2}{2}}}{2\sqrt{\tau}} - \frac{\sqrt{\tau} e^{\frac{d_1^2}{2}} d_1}{2\sigma\sqrt{\tau}} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right) N(d_1) - \frac{\sqrt{\tau} e^{\frac{d_1^2}{2}} n(d_1) \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right)}{2\sigma\sqrt{\tau}} \right)$$

$$= \frac{S \sigma \sqrt{2\pi} e^{\frac{d_1^2}{2}} N(d_1) \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right)}{2\sigma} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{\tau} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right)} - d_1 - \frac{n(d_1)}{N(d_1)} \right)$$

$$= \frac{SN(d_1)}{2n(d_1)} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right) \left(\frac{\sigma}{\sqrt{\tau} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r + \frac{\sigma^2}{2} \right)} \right)^{-1} - d_1 - \frac{n(d_1)}{N(d_1)}$$

Calcul D : Dérivée de d_1 en fonction du temps à l'échéance (k)

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dk} \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - q + \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \\
 &= \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}} \frac{d}{dk} (\ln(S) - \ln(K)) \\
 &= \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}} \frac{d}{dk} (-\ln(K)) \\
 &= \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}} \frac{-1}{k} \\
 &= -\frac{1}{k\sigma\sqrt{\tau}}
 \end{aligned}$$

Calcul E : Dérivée de d_1 en fonction du temps à l'échéance (τ)

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{d\tau} \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - q + \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \\
 &= \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\sigma} \frac{d}{d\tau} \frac{1}{\sqrt{\tau}} + \frac{r - q + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \frac{d}{d\tau} \sqrt{\tau} \\
 &= -\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{2\sigma} \frac{1}{\tau^{3/2}} + \frac{r - q + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma} \frac{1}{2\sqrt{\tau}} \\
 &= -\frac{1}{2\sigma\sqrt{\tau}} \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{\tau} - r - q + \frac{\sigma^2}{2} \right)
 \end{aligned}$$

Tableau A : Rendements obtenus lors de la simulation de base.
Utilisation d'une surface de volatilités implicites plane.

Beta	Alpha	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	Mean	21,9%	21,8%	21,8%	22,3%	22,8%
	Std	11,9%	11,6%	11,9%	12,5%	13,0%
	Skew	0,26	1,16	1,51	1,46	1,31
	Kurt	7,80	6,73	6,15	5,27	4,47
	Max	108%	112%	101%	100%	92%
	Med	19%	18%	18%	18%	19%
	Min	-43%	-33%	-25%	-14%	-2%
	Neg	232	160	68	18	4
	Trade	4	5	6	8	14
	Contracts	7	10	14	23	48
	Commision	48,75 \$	62,50 \$	77,50 \$	108,75 \$	200,00 \$
2	Mean	21,2%	21,6%	22,6%	23,9%	25,0%
	Std	13,3%	14,6%	15,7%	16,3%	16,6%
	Skew	2,16	2,15	1,71	1,37	1,18
	Kurt	11,28	8,72	6,21	4,81	4,10
	Max	125%	114%	118%	116%	120%
	Med	17%	16%	17%	19%	20%
	Min	-40%	-23%	-2%	2%	0%
	Neg	121	28	1	0	0
	Trade	11	12	15	21	33
	Contracts	41	54	77	125	224
	Commision	161,25 \$	187,50 \$	246,25 \$	366,25 \$	610,00 \$
3	Mean	21,1%	22,0%	23,5%	25,0%	26,1%
	Std	15,1%	16,5%	17,2%	17,6%	17,7%
	Skew	2,70	2,17	1,65	1,32	1,17
	Kurt	13,47	8,61	5,93	4,60	4,06
	Max	145%	124%	130%	126%	135%
	Med	16%	16%	18%	20%	21%
	Min	-40%	-23%	-2%	2%	0%
	Neg	87	20	1	0	0
	Trade	14	16	20	27	42
	Contracts	73	99	145	229	398
	Commision	231,25 \$	283,75 \$	381,25 \$	556,25 \$	917,50 \$
4	Mean	21,1%	22,4%	24,0%	25,6%	26,8%
	Std	16,2%	17,4%	18,0%	18,2%	18,3%
	Skew	2,78	2,11	1,60	1,30	1,16
	Kurt	13,63	8,21	5,67	4,51	4,05
	Max	159%	132%	130%	130%	139%
	Med	16%	16%	18%	20%	22%
	Min	-40%	-23%	-2%	2%	0%
	Neg	82	20	1	0	0
	Transaction	16	18	23	31	48
	Contrats	104	144	212	332	564
	Commission	290,00 \$	360,00 \$	495,00 \$	725,00 \$	1 185,00 \$
5	Moyenne	21,2%	22,7%	24,4%	26,0%	27,2%
	Stdev	17,0%	18,0%	18,4%	18,5%	18,5%
	Skewness	2,76	2,06	1,57	1,28	1,15
	Kurt	13,24	7,91	5,54	4,47	4,03
	Max	165%	132%	131%	130%	139%
	Med	16%	16%	18%	21%	22%
	Min	-40%	-23%	-2%	2%	0%
	Neg	84	21	1	0	0
	Transaction	17	20	25	33	51
	Contrats	136	189	278	431	720
	Commission	340,00 \$	436,25 \$	597,50 \$	868,75 \$	1 410,00 \$

Tableau B : Rendements obtenus lors de la simulation secondaire.
Utilisation de matrices de volatilités implicites iid.

Beta	Alpha	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	Mean	21,9%	21,9%	22,3%	23,0%	23,6%
	Std	12,3%	12,1%	12,6%	13,1%	13,6%
	Skew	0,38	1,26	1,53	1,49	1,36
	Kurt	8,32	7,40	6,61	5,62	4,90
	Max	114%	111%	110%	99%	100%
	Med	19%	18%	18%	19%	20%
	Min	-54%	-39%	-36%	-18%	-13%
	Neg	238	161	84	39	21
	Trade	4	5	6	10	17
	Contracts	7	10	17	32	66
	Commision	48,75 \$	62,50 \$	81,25 \$	140,00 \$	252,50 \$
2	Mean	21,5%	22,6%	24,1%	25,5%	26,6%
	Std	14,2%	15,4%	16,4%	16,9%	17,3%
	Skew	2,19	1,95	1,55	1,28	1,12
	Kurt	10,61	7,63	5,50	4,42	3,91
	Max	147%	131%	119%	107%	108%
	Med	17%	17%	19%	21%	22%
	Min	-36%	-19%	-13%	-3%	-1%
	Neg	105	29	9	4	1
	Trade	10	12	16	23	37
	Contracts	43	62	98	162	287
	Commision	153,75 \$	197,50 \$	282,50 \$	432,50 \$	728,75 \$
3	Mean	21,9%	23,6%	25,5%	27,1%	28,3%
	Std	16,1%	17,4%	18,1%	18,5%	18,8%
	Skew	2,40	1,89	1,47	1,21	1,07
	Kurt	10,80	7,17	5,19	4,27	3,86
	Max	167%	158%	140%	124%	122%
	Med	16%	18%	20%	22%	24%
	Min	-36%	-19%	-13%	-2%	0%
	Neg	72	17	3	2	4
	Trade	13	16	21	30	46
	Contracts	80	119	185	296	504
	Commision	230,00 \$	308,75 \$	441,25 \$	670,00 \$	1 090,00 \$
4	Mean	22,4%	24,5%	26,5%	28,2%	29,3%
	Std	17,4%	18,5%	19,0%	19,3%	19,5%
	Skew	2,40	1,84	1,43	1,19	1,06
	Kurt	10,76	6,98	5,13	4,29	3,88
	Max	197%	180%	159%	146%	127%
	Med	16%	18%	21%	23%	24%
	Min	-36%	-19%	-13%	-2%	-2%
	Neg	67	12	4	3	5
	Trade	15	19	24	34	52
	Contracts	118	177	272	426	710
	Commision	297,50 \$	411,25 \$	580,00 \$	872,50 \$	1 407,50 \$
5	Mean	22,9%	25,1%	27,2%	28,9%	30,0%
	Std	18,4%	19,3%	19,6%	19,8%	19,9%
	Skew	2,38	1,81	1,42	1,18	1,05
	Kurt	10,59	7,00	5,22	4,32	3,90
	Max	211%	196%	170%	149%	130%
	Med	16%	18%	21%	24%	25%
	Min	-36%	-19%	-13%	-2%	-3%
	Neg	61	12	4	6	11
	Trade	16	20	27	37	55
	Contracts	156	234	357	553	906
	Commision	355,00 \$	492,50 \$	716,25 \$	1 061,25 \$	1 682,50 \$

Tableau C : Volatilité implicite observée sur les options du FNB UVXY de ProShares sur la période s'étendant du 13 novembre 2012 au 31 décembre 2013.

Low volatility (VIX less than 15)				
%Money /Time	Less than 0,5	0,5-1	1,0-1,5	More than 1,5
50-100%	153	529	251	651
Min	63%	97%	98%	86%
Max	153%	131%	173%	115%
Average	107%	117%	121%	103%
Stdev	12%	7%	20%	4%
100%-250%	505	1596	723	1941
Min	80%	109%	100%	97%
Max	189%	144%	136%	126%
Average	126%	125%	119%	111%
Stdev	14%	7%	6%	5%
250%-800%	1037	2337	1273	2336
Min	118%	115%	92%	103%
Max	354%	162%	137%	132%
Average	163%	135%	120%	117%
Stdev	45%	9%	7%	5%
More than 800%	51	2	439	0
Min	151%	159%	106%	
Max	322%	160%	138%	
Average	159%	159%	120%	
Stdev	23%	1%	5%	
Mid volatility (VIX ranging 15-19)				
%Money /Time	Less than 0,5	0,5-1	1,0-1,5	More than 1,5
50-100%	72	166	108	652
Min	92%	103%	87%	85%
Max	134%	133%	168%	132%
Average	116%	120%	111%	110%
Stdev	11%	6%	14%	10%
100%-250%	208	502	316	1173
Min	117%	116%	101%	96%
Max	168%	154%	130%	135%
Average	139%	133%	116%	115%
Stdev	8%	9%	6%	8%
250%-800%	187	734	884	734
Min	133%	118%	90%	106%
Max	249%	168%	134%	137%
Average	167%	147%	113%	122%
Stdev	33%	10%	11%	8%
More than 800%	0	0	77	0
Min			106%	
Max			129%	
Average			118%	
Stdev			5%	
High volatility (VIX ranging 19-23)				
%Money /Time	Less than 0,5	0,5-1	1,0-1,5	More than 1,5
50-100%	6	8	11	76
Min	128%	114%	98%	68%
Max	142%	175%	121%	142%
Average	135%	131%	111%	99%
Stdev	5%	20%	9%	9%
100%-250%	19	26	33	75
Min	142%	102%	106%	89%
Max	159%	153%	129%	147%
Average	152%	138%	117%	110%
Stdev	4%	13%	8%	12%
250%-800%	8	30	53	30
Min	154%	132%	94%	128%
Max	160%	188%	128%	138%
Average	157%	156%	104%	132%
Stdev	2%	10%	9%	3%

Tableau D : Valeurs prises par la dérivée du ratio Δ/γ par rapport à $\mathbf{k}$ pour notre univers de possibilité. Comme nous pouvons l'observer, les résultats sont strictement négatifs ce qui confirme l'intuition de base par rapport à l'effet de $\mathbf{k}$ sur le ratio Δ/γ .

s/k	t	Σ	d1	N(d1)	n(d1)	d/dk	s/k	t	σ	d1	N(d1)	n(d1)	d/dk
0,5	2,0	200%	0,4631	0,6784	0,3584	-0,94	0,2	2,0	200%	0,1391	0,5553	0,3951	-0,24
		150%	0,2050	0,5812	0,3906	-0,65			150%	-0,2270	0,4102	0,3888	-0,15
		100%	-0,1345	0,4465	0,3954	-0,42			100%	-0,7824	0,2170	0,2938	-0,08
		50%	-0,7992	0,2121	0,2899	-0,21			50%	-2,0951	0,0181	0,0444	-0,03
	1,5	200%	0,5347	0,7036	0,3458	-1,04		1,5	200%	0,1607	0,5638	0,3938	-0,25
		150%	0,2367	0,5936	0,3879	-0,68			150%	-0,2621	0,3966	0,3855	-0,15
		100%	-0,1553	0,4383	0,3942	-0,41			100%	-0,9034	0,1832	0,2653	-0,08
		50%	-0,9229	0,1780	0,2606	-0,18			50%	-2,4192	0,0078	0,0214	-0,02
	1,0	200%	0,6549	0,7437	0,3219	-1,26		1,0	200%	0,1968	0,5780	0,3913	-0,26
		150%	0,2899	0,6141	0,3825	-0,73			150%	-0,3210	0,3741	0,3789	-0,14
		100%	-0,1901	0,4246	0,3918	-0,40			100%	-1,1064	0,1343	0,2163	-0,06
		50%	-1,1303	0,1292	0,2106	-0,15			50%	-2,9629	0,0015	0,0050	-0,02
	0,5	200%	0,9262	0,8228	0,2598	-1,97		0,5	200%	0,2783	0,6096	0,3838	-0,29
		150%	0,4100	0,6591	0,3668	-0,87			150%	-0,4539	0,3249	0,3599	-0,12
		100%	-0,2689	0,3940	0,3848	-0,36			100%	-1,5647	0,0588	0,1173	-0,04
		50%	-1,5985	0,0550	0,1112	-0,10			50%	-4,1901	0,0000	0,0001	-0,01
0,4	2,0	200%	0,3842	0,6496	0,3706	-0,67	0,1	2,0	200%	-0,1059	0,4578	0,3967	-0,09
		150%	0,0998	0,5397	0,3970	-0,45			150%	-0,5537	0,2899	0,3422	-0,05
		100%	-0,2922	0,3851	0,3823	-0,28			100%	-1,2725	0,1016	0,1775	-0,03
		50%	-1,1148	0,1325	0,2143	-0,12			50%	-3,0753	0,0011	0,0035	-0,01
	1,5	200%	0,4436	0,6714	0,3616	-0,73		1,5	200%	-0,1223	0,4513	0,3960	-0,09
		150%	0,1152	0,5459	0,3963	-0,46			150%	-0,6394	0,2613	0,3252	-0,05
		100%	-0,3375	0,3679	0,3769	-0,27			100%	-1,4694	0,0709	0,1355	-0,02
		50%	-1,2873	0,0990	0,1742	-0,11			50%	-3,5511	0,0002	0,0007	-0,01
	1,0	200%	0,5434	0,7066	0,3442	-0,85		1,0	200%	-0,1498	0,4405	0,3945	-0,08
		150%	0,1411	0,5561	0,3950	-0,48			150%	-0,7831	0,2168	0,2936	-0,04
		100%	-0,4133	0,3397	0,3663	-0,25			100%	-1,7996	0,0360	0,0790	-0,02
		50%	-1,5766	0,0574	0,1151	-0,09			50%	-4,3492	0,0000	0,0000	0,00
	0,5	200%	0,7684	0,7789	0,2970	-1,21		0,5	200%	-0,2118	0,4161	0,3901	-0,08
		150%	0,1996	0,5791	0,3911	-0,52			150%	-1,1074	0,1341	0,2161	-0,03
		100%	-0,5845	0,2794	0,3363	-0,21			100%	-2,5450	0,0055	0,0156	-0,01
		50%	-2,2296	0,0129	0,0332	-0,05			50%	-6,1507	0,0000	0,0000	0,00
0,3	2,0	200%	0,2825	0,6112	0,3833	-0,44	0,01	2,0	200%	-0,9200	0,1788	0,2613	0,00
		150%	-0,0358	0,4857	0,3987	-0,29			150%	-1,6392	0,0506	0,1041	0,00
		100%	-0,4957	0,3101	0,3528	-0,17			100%	-2,9007	0,0019	0,0059	0,00
		50%	-1,5217	0,0640	0,1253	-0,07			50%	-6,3317	0,0000	0,0000	0,00
	1,5	200%	0,3262	0,6279	0,3783	-0,46		1,5	200%	-1,0623	0,1440	0,2269	0,00
		150%	-0,0414	0,4835	0,3986	-0,28			150%	-1,8927	0,0292	0,0665	0,00
		100%	-0,5723	0,2835	0,3387	-0,16			100%	-3,3494	0,0004	0,0015	0,00
		50%	-1,7571	0,0395	0,0852	-0,06			50%	-7,3112	0,0000	0,0000	0,00
	1,0	200%	0,3995	0,6552	0,3683	-0,51		1,0	200%	-1,3011	0,0966	0,1711	0,00
		150%	-0,0506	0,4798	0,3984	-0,28			150%	-2,3181	0,0102	0,0272	0,00
		100%	-0,7010	0,2417	0,3120	-0,14			100%	-4,1022	0,0000	0,0001	0,00
		50%	-2,1519	0,0157	0,0394	-0,04			50%	-8,9543	0,0000	0,0000	0,00
	0,5	200%	0,5650	0,7140	0,3401	-0,66		0,5	200%	-1,8400	0,0329	0,0734	0,00
		150%	-0,0716	0,4714	0,3979	-0,27			150%	-3,2783	0,0005	0,0018	0,00
		100%	-0,9913	0,1608	0,2441	-0,10			100%	-5,8013	0,0000	0,0000	0,00
		50%	-3,0433	0,0012	0,0039	-0,03			50%	-12,6633	0,0000	0,0000	0,00

Tableau E : Valeurs prises par le dérivée du ratio Δ/γ par rapport à t pour notre univers de possibilités. Les résultats sont quasiment strictement positifs à l'exception de deux valeurs extrêmes où l'option est relativement moins hors de la monnaie, où le temps restant à échéance est long et où surtout le niveau de volatilité implicite est très élevé. Dans le cas de notre simulation, il ne s'agit que de cas isolés qui n'affectent pas réellement notre conclusion sur l'effet de t sur le ratio Δ/γ .

s/k	t	Σ	d1	N(d1)	n(d1)	d/dk	s/k	t	σ	d1	N(d1)	n(d1)	d/dk
0,5	2,0	200%	0,4631	0,6784	0,3584	-0,22	0,2	2,0	200%	0,1391	0,5553	0,3951	0,40
		150%	0,2050	0,5812	0,3906	0,38			150%	-0,2270	0,4102	0,3888	0,83
		100%	-0,1345	0,4465	0,3954	0,59			100%	-0,7824	0,2170	0,2938	0,88
		50%	-0,7992	0,2121	0,2899	0,48			50%	-2,0951	0,0181	0,0444	0,60
	1,5	200%	0,5347	0,7036	0,3458	0,06		1,5	200%	0,1607	0,5638	0,3938	0,84
		150%	0,2367	0,5936	0,3879	0,64			150%	-0,2621	0,3966	0,3855	1,19
		100%	-0,1553	0,4383	0,3942	0,79			100%	-0,9034	0,1832	0,2653	1,13
		50%	-0,9229	0,1780	0,2606	0,59			50%	-2,4192	0,0078	0,0214	0,72
	1,0	200%	0,6549	0,7437	0,3219	0,58		1,0	200%	0,1968	0,5780	0,3913	1,66
		150%	0,2899	0,6141	0,3825	1,11			150%	-0,3210	0,3741	0,3789	1,84
		100%	-0,1901	0,4246	0,3918	1,14			100%	-1,1064	0,1343	0,2163	1,56
		50%	-1,1303	0,1292	0,2106	0,79			50%	-2,9629	0,0015	0,0050	0,93
	0,5	200%	0,9262	0,8228	0,2598	2,07		0,5	200%	0,2783	0,6096	0,3838	3,94
		150%	0,4100	0,6591	0,3668	2,38			150%	-0,4539	0,3249	0,3599	3,49
		100%	-0,2689	0,3940	0,3848	2,04			100%	-1,5647	0,0588	0,1173	2,58
		50%	-1,5985	0,0550	0,1112	1,24			50%	-4,1901	0,0000	0,0001	1,38
0,4	2,0	200%	0,3842	0,6496	0,3706	-0,05	0,1	2,0	200%	-0,1059	0,4578	0,3967	0,77
		150%	0,0998	0,5397	0,3970	0,51			150%	-0,5537	0,2899	0,3422	1,08
		100%	-0,2922	0,3851	0,3823	0,68			100%	-1,2725	0,1016	0,1775	1,02
		50%	-1,1148	0,1325	0,2143	0,52			50%	-3,0753	0,0011	0,0035	0,64
	1,5	200%	0,4436	0,6714	0,3616	0,27		1,5	200%	-0,1223	0,4513	0,3960	1,28
		150%	0,1152	0,5459	0,3963	0,79			150%	-0,6394	0,2613	0,3252	1,47
		100%	-0,3375	0,3679	0,3769	0,89			100%	-1,4694	0,0709	0,1355	1,28
		50%	-1,2873	0,0990	0,1742	0,64			50%	-3,5511	0,0002	0,0007	0,76
	1,0	200%	0,5434	0,7066	0,3442	0,89		1,0	200%	-0,1498	0,4405	0,3945	2,23
		150%	0,1411	0,5561	0,3950	1,32			150%	-0,7831	0,2168	0,2936	2,17
		100%	-0,4133	0,3397	0,3663	1,28			100%	-1,7996	0,0360	0,0790	1,72
		50%	-1,5766	0,0574	0,1151	0,84			50%	-4,3492	0,0000	0,0000	0,96
	0,5	200%	0,7684	0,7789	0,2970	2,64		0,5	200%	-0,2118	0,4161	0,3901	4,72
		150%	0,1996	0,5791	0,3911	2,74			150%	-1,1074	0,1341	0,2161	3,88
		100%	-0,5845	0,2794	0,3363	2,24			100%	-2,5450	0,0055	0,0156	2,72
		50%	-2,2296	0,0129	0,0332	1,30			50%	-6,1507	0,0000	0,0000	1,40
0,3	2,0	200%	0,2825	0,6112	0,3833	0,15	0,01	2,0	200%	-0,9200	0,1788	0,2613	1,58
		150%	-0,0358	0,4857	0,3987	0,65			150%	-1,6392	0,0506	0,1041	1,55
		100%	-0,4957	0,3101	0,3528	0,77			100%	-2,9007	0,0019	0,0059	1,23
		50%	-1,5217	0,0640	0,1253	0,56			50%	-6,3317	0,0000	0,0000	0,68
	1,5	200%	0,3262	0,6279	0,3783	0,52		1,5	200%	-1,0623	0,1440	0,2269	2,18
		150%	-0,0414	0,4835	0,3986	0,97			150%	-1,8927	0,0292	0,0665	1,98
		100%	-0,5723	0,2835	0,3387	1,01			100%	-3,3494	0,0004	0,0015	1,49
		50%	-1,7571	0,0395	0,0852	0,68			50%	-7,3112	0,0000	0,0000	0,80
	1,0	200%	0,3995	0,6552	0,3683	1,24		1,0	200%	-1,3011	0,0966	0,1711	3,23
		150%	-0,0506	0,4798	0,3984	1,56			150%	-2,3181	0,0102	0,0272	2,68
		100%	-0,7010	0,2417	0,3120	1,42			100%	-4,1022	0,0000	0,0001	1,91
		50%	-2,1519	0,0157	0,0394	0,89			50%	-8,9543	0,0000	0,0000	0,99
	0,5	200%	0,5650	0,7140	0,3401	3,26		0,5	200%	-1,8400	0,0329	0,0734	5,66
		150%	-0,0716	0,4714	0,3979	3,11			150%	-3,2783	0,0005	0,0018	4,26
		100%	-0,9913	0,1608	0,2441	2,42			100%	-5,8013	0,0000	0,0000	2,84
		50%	-3,0433	0,0012	0,0039	1,35			50%	-12,6633	0,0000	0,0000	1,42

CODE MATLAB

```
%SIMULATION & SETUP

%Simulation Spot

s0 = 62;
annavg = -0.279;
annvol = 1.103;
dt = 1/252;
steps = 126;
paths = 10000;
rows = steps+1;

s = simul(s0,annavg,annvol,dt,steps,paths);

%Print simulation descriptive statistics

simreturn = s(rows,:)./s0;

s1 = mean(simreturn);
s2 = std(simreturn);
s3 = skewness(simreturn);
s4 = kurtosis(simreturn);
smax = max(simreturn);
smed = median(simreturn);
smin = min(simreturn);

sdesc = [s1;s2;s3;s4;smax;smed;smin];
xlswrite('results.xlsx',sdesc,'spot','B2');

%Set strikes

kc = 520;
kf = 200;

%Set rate

r = 0.005;

%Set time table

tc = linspace(1,0.5,rows)'*ones(1,paths);
tf = linspace(2,1.5,rows)'*ones(1,paths);

%Simulate implied volatilities path

lambda = 10;
mu = 1.1;
sigma = 0.5;

a = exp(-lambda*dt);
b = mu*(1-a);
c = sigma*sqrt((1-a*a)/(2*lambda));

iv = 1.1*ones(steps,paths);

for i = 1:steps
    for j = 1:paths
        iv(i+1,j) = iv(i,j)*a + b + c*randn(1) + 0.2*poissrnd(0.01);
    end
end

plot(iv)
```

```

%Calculate options prices,delta,gamma

ccprice = 100*blsprice(s,kc,r,tc,iv);
cfprice = 100*blsprice(s,kf,r,tf,iv);
ccdelt = 100*blsdelta(s,kc,r,tc,iv);
cfdelta = 100*blsdelta(s,kf,r,tf,iv);
ccgamma = 100*blsgamma(s,kc,r,tc,iv);
cfgamma = 100*blsgamma(s,kf,r,tf,iv);

%SHORT POSITION

investment = 100000;

%Calculate initial short position

inishort =
round(investment/(100*(blsprice(2*s0,kf,r,tf(1,1),iv(1,1))+max(0.05*2*s0,2*2*s0-
kf))));

%Calculate margin cost per contract

mm = cfprice + 100*max(0.05*s,2*s-kf);

%Calculate short position at all times

maxshort = floor(investment./mm);
short = inishort*ones(rows,paths);

for i = 2:rows
    for j = 1:paths

        if short(i,j) > maxshort(i,j)
            short(i,j) = maxshort(i,j);
        else
            short(i,j) = inishort;
        end
    end
end

%Identify financing option trading point & size

bb = zeros(rows,paths);

for i = 2:rows
    for j = 1:paths

        if short(i,j) ~= short(i-1,j)
            bb(i,j) = short(i,j)-short(i-1,j);
        else
            bb(i,j) = 0;
        end
    end
end

%Short position value,delta,gamma & cashflow

pcfvalue = short.*cfprice;
pcfdelta = short.*cfdelta;
pcfgamma = short.*cfgamma;
pcfcash = bb.*cfprice;

```

```

%COVER POSITION
%Set alpha & maximum long factor

for alpha = 0.5:0.1:0.9
    for maxlong = 1:5

%Find # of cover contract for both upper and lower limits

lowerbound = round(alpha*pcfdelta./ccdelta);
upperbound = round((1/alpha)*pcfdelta./ccdelta);

%Calculating long position to respect bounds

long = lowerbound(1,1)*ones(rows,paths);

for i = 2:rows
    for j = 1:paths

        if long(i-1,j) < lowerbound(i,j)
            long(i,j) = lowerbound(i,j);
        elseif long(i-1,j) > upperbound(i,j)
            long(i,j) = upperbound(i,j);
        else
            long(i,j) = long(i-1,j);
        end
    end
end

%Add maximum long position

for i = 2:rows
    for j = 1:paths

        if long(i,j) > maxlong*lowerbound(1,1)
            long(i,j) = maxlong*lowerbound(1,1);
        else
            long(i,j) = long(i,j);
        end
    end
end

%Identify resale trading point & size

rs = zeros(rows,paths);

for i = 2:rows
    for j = 1:paths

        if long(i,j) ~= long(i-1,j)
            rs(i,j) = long(i,j)-long(i-1,j);
        else
            rs(i,j) = 0;
        end
    end
end

%Long position value,delta,gamma & cashflow

pccvalue = long.*ccprice;
pccdelta = long.*ccdelta;
pccgamma = long.*ccgamma;
pcccash = -rs.*ccprice;

```

```

%STRATEGY METRICS

%Cashflow

icf = short(1,:).*cfprice(1,:)-long(1,:).*ccprice(1,:);
mcf = sum(pcfcash + pcccash);
tcf = short(rows,:).*cfprice(rows,:)-long(rows,:).*ccprice(rows,:);

cash = icf + mcf + tcf;
totreturn = cash./investment;

%Return distribution analysis

x1 = mean(totreturn);
x2 = std(totreturn);
x3 = skewness(totreturn);
x4 = kurtosis(totreturn);

xmax = max(totreturn);
xmed = median(totreturn);
xmin = min(totreturn);
xneg = sum(sum(totreturn < 0));

%Trade count

numberoftrade = round(mean(sum(bb ~= 0)) + mean(sum(rs ~= 0)));

%Contract traded

numberofcontract = round(mean(sum(abs(bb)))+mean(sum(abs(rs))));

%Transaction commission

commission = 10*numberoftrade + 1.25*numberofcontract;

%Print stats by name variables according to loop changes

x = cell(5,1);

x{alpha*100+maxlong} = sprintf('x%u',alpha*100+maxlong);

clear assignin;
assignin('base',x{alpha*100+maxlong},[x1;x2;x3;x4;xmax;xmed;xmin;xneg;numberoftrade;numberofcontract;commission]);

%Assign total return for each loop iteration to a different variable

tr = cell(25,1);

tr{alpha*100+maxlong} = sprintf('tr%u',alpha*100+maxlong);

clear assignin;
assignin('base',tr{alpha*100+maxlong},totreturn);

end
end

x1 = [x51,x61,x71,x81,x91];
x2 = [x52,x62,x72,x82,x92];
x3 = [x53,x63,x73,x83,x93];
x4 = [x54,x64,x74,x84,x94];
x5 = [x55,x65,x75,x85,x95];
x = [x1;x2;x3;x4;x5];

xlswrite('results.xlsx',x,'strategy','B2');
```