

HEC MONTRÉAL

**Équilibrage des lignes de production au sein des tierces parties
logistiques : Élaboration et analyse de nouveaux modèles
mathématiques**

par

Sanae Belgarch

**Sciences de la gestion
(Option Logistique Internationale)**

*Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences en gestion
(M. Sc.)*

Octobre 2019
© Sanae Belgarch, 2019

Table des matières

Table des matières.....	v
Liste des figures	ix
Liste des tableaux.....	xi
Liste des abréviations.....	xii
Remerciements	xiv
1 Introduction.....	1
1.1 Contexte, problématique et méthodologie.....	1
1.2 Illustration du problème étudié.....	4
2 Revue de littérature.....	9
2.1 Les prestataires de services logistiques (3PLs)	9
2.1.1 Définitions et activités d'un 3PL	9
2.1.2 Focus sur les activités à valeur ajoutée et littérature existante.....	11
2.1.3 Observation sur le terrain : le cas de KD Services.....	14
2.2 Le problème d'équilibrage des lignes de production	17
2.2.1 Définitions et types de problèmes d'équilibrage des lignes de production	17
2.2.2 Le cas des lignes parallèles	23
2.2.3 Apports et positionnement de notre problème par rapport à la littérature existante	26
3 Le modèle uni-ligne avec minimisation du temps de cycle (UNI-TC)	32
3.1 Description du modèle.....	32
3.2 Implantation du modèle et instances utilisées	37
3.3 Liste des intrants et des extrants.....	38
3.4 Expérience numérique - Analyse des solutions.....	40
3.4.1 Analyse de l'impact du nombre minimal de stations <i>NS_{min}</i>	40
3.4.2 Analyse de l'équilibrage de la ligne : goulots et stations ayant un temps de cycle minimal.....	46
3.4.3 Récapitulatif des principales conclusions du modèle UNI-TC.....	50
3.5 Expérience numérique – Analyse des temps de résolution	51

3.5.1	Impact du nombre de stations <i>NSmin</i> et de la variabilité des temps de tâches sur le temps de résolution	52
3.5.2	Impact du nombre d'employés <i>NE</i> et du nombre de tâches <i>NT</i> sur le temps de résolution	53
4	Le modèle multi-lignes avec minimisation du coût (MULTI-C)	56
4.1	Description du modèle	56
4.2	Instances utilisées et paramètres de l'analyse de sensibilité	63
4.2.1	Quelques caractéristiques communes aux instances homogènes et hétérogènes	64
4.2.2	Les instances homogènes	65
4.2.3	Les instances hétérogènes	65
4.2.4	Paramètres de l'analyse de sensibilité.....	66
4.3	Liste des intrants et des extrants.....	69
4.4	Analyse de résultats du modèle MULTI-C : cas particulier d'une seule ligne	70
4.4.1	Impact du nombre d'employés <i>NE</i>	70
4.4.2	Impact du nombre minimal d'employés par ligne <i>NECmin</i>	73
4.4.3	Impact du nombre minimal de stations par ligne <i>NSmin</i>	76
4.4.4	Impact de la contrainte de délai de production <i>délaic</i>	78
4.4.5	Impact de la variabilité du temps de tâches <i>ti, c</i>	81
4.4.6	Principales conclusions pour le cas d'une seule ligne	82
4.5	Analyse des résultats du modèle MULTI-C : cas de plusieurs lignes.....	84
4.5.1	Impact du nombre de commandes <i>NC</i>	84
4.5.2	Impact du nombre d'employés disponibles <i>NE</i>	87
4.5.3	Impact du nombre minimal d'employés par ligne <i>NECmin</i>	89
4.5.4	Impact du nombre minimal de stations par ligne <i>NSmin</i>	92
4.5.5	Impact des délais de production <i>délaic</i>	95
4.5.6	Impact de la variabilité des temps de tâches <i>ti, c</i>	98
4.5.7	Impact de la variabilité du nombre de tâches <i>NTc</i> entre les lignes	100
4.5.8	Impact de la variabilité du nombre d'unités à produire <i>NUc</i>	104
4.6	Expérience numérique – Analyse des temps de résolution	106
4.6.1	Impact des paramètres influençant la flexibilité	106

4.6.2	Impact des paramètres influençant la variabilité de certains intrants	110
4.6.3	Principales conclusions sur l'analyse des temps de résolution	111
5	Conclusions.....	113
5.1	Résumé des principaux constats.....	113
5.2	Limitations de l'étude et futures recherches.....	116
6	Bibliographie	118

Liste des figures

Figure 1 - Activités logistiques sous-traitées : pourcentage des répondants affirmant la sous-traitance de chaque activité (traduction libre de 2018 Third Party Logistics Study).....	11
Figure 2 - Les activités logistiques selon leur valeur ajoutée (traduction libre de Hoek (2000))	12
Figure 3 - Exemple de lignes d'assemblage chez KD Services (KD Services, 2019).....	16
Figure 4 - Lignes parallèles indépendantes (Lusa, 2008)	24
Figure 5 - Types de dépendances entre les lignes (adapté de Lusa (2008))	25
Figure 6 - Ligne d'assemblage linéaire (adapté de Battaïa et Dolgui (2013))	27
Figure 7 - Stations de travail avec plusieurs postes de travail (adapté de Battaïa et Dolgui (2013)).....	28
Figure 8 - Illustration du modèle de flots UNI-TC	35
Figure 9 - Illustration du modèle de flots UNI-TC - Un regroupement possible	36
Figure 10 - Effet de la variabilité sur l'augmentation moyenne du temps de cycle par station ajoutée pour l'échantillon $NE \geq 20$ et $NT \geq 20$	45
Figure 11 - Effet de la variabilité des temps de tâches sur le nombre de goulots.....	48
Figure 12 - HV- Évolution du rapport moyen T_{Cligne}/TC_{smin} - Regroupement par nombre de stations.....	49
Figure 13 - Impact de la variabilité sur l'évolution du rapport de T_{Cligne}/TC_{smin} en fonction du nombre de stations pour l'échantillon $NE \geq 20$ et $NT \geq 20$	50
Figure 14 - Moyenne du temps de résolution (ms) selon le nombre de stations pour les instances HV, MV et LV	52
Figure 15 - Temps de résolution (ms) en fonction du nombre d'employés pour les instances HV	54
Figure 16 - Temps de résolution (ms) en fonction du nombre de tâches pour les instances HV	54
Figure 17- Évolution du coût unitaire d'une ligne en fonction du nombre d'employés NE	71
Figure 18 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés en fonction du nombre d'employés NE.....	72
Figure 19 - Comparaison de l'évolution du CU d'une ligne entre le cas où l'utilisation de tous les employés est exigée vs. non exigée.....	73
Figure 20 - Évolution du coût unitaire pour une ligne selon la contrainte NEC_{min}	74
Figure 21 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés pour une ligne en fonction de NEC_{min}	75
Figure 22 - Évolution du CU pour une ligne en fonction de NS_{min}	76
Figure 23 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés selon NS_{min} pour une ligne.....	77
Figure 24 - Nombre de cas non résolus en fonction de la contrainte de délai pour une ligne ...	79
Figure 25 - Évolution du coût unitaire d'une ligne sous la contrainte de délai	79
Figure 26 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés sous l'effet de la contrainte de délai pour une ligne.....	80
Figure 27 - Impact de la variabilité des temps de tâches pour une ligne sur le coût unitaire.....	81
Figure 28 - Impact de la variabilité des temps de tâches sur le temps de cycle et le nombre d'employés utilisés pour une ligne	82

Figure 29 - Impact du nombre de lignes sur le coût unitaire de l'usine	85
Figure 30 - Impact du nombre de lignes sur le TCM et NECM.....	86
Figure 31 - Variation du coût unitaire en fonction des variations de NE.....	88
Figure 32 - Évolution du TCM et de NECM en fonction du nombre d'employés et du nombre de commandes.....	88
Figure 33 - Impact de NECmin sur le CU pour 2, 3 et 4 lignes	90
Figure 34 - Évolution du TCM et de NECM en fonction de NECmin pour 2, 3 et 4 lignes.....	91
Figure 35 - Impact de NSmin sur le coût unitaire CU.....	92
Figure 36 - Comparaison du CU pour les mêmes contraintes de NSmin et NECmin	93
Figure 37 - Évolution du TCM et de NECM en fonction de NSmin.....	94
Figure 38 - Nombre d'instances infaisables en fonction de la contrainte de délai et du nombre de lignes	95
Figure 39 - Évolution du CU pour plusieurs lignes en fonction de la contrainte de délai	96
Figure 40 - Évolution du TCM et de NECM sous la contrainte de délai pour plusieurs lignes.....	97
Figure 41 - Impact de la variabilité des temps de tâches sur le coût unitaire	98
Figure 42 - % de variation du CU lors de l'augmentation de la variabilité des temps de tâches de MV/LV agrégés à HV	99
Figure 43 - Impact de la variabilité des temps de tâches sur TCM et NECM	100
Figure 44 - Impact de variabilité du nombre de tâches sur le coût unitaire.....	101
Figure 45 - Évolution du CU lorsque la variabilité du nombre de tâches augmente	102
Figure 46 - Impact de la variabilité du nombre de tâches NTc sur le TCM et NECM.....	103
Figure 47 - Impact de la variabilité de NUc sur le coût unitaire	104
Figure 48 - Impact de la variabilité de NUc sur le TCM et NECM.....	105
Figure 49 - Temps de résolution en fonction du nombre de commandes et du type d'instances	107
Figure 50 - Nombre d'instances non résolues en 60 min pour NE=14 (instances hétérogènes)	107
Figure 51 - Temps de résolution en fonction de NE et NC (instances hétérogènes).....	108
Figure 52 - Temps de résolution en fonction de NECmin (instances hétérogènes)	109
Figure 53 - Temps de résolution en fonction de NSmin (instances hétérogènes).....	109
Figure 54 - Temps de résolution pour les instances résolues sous la contrainte de délai (instances hétérogènes).....	109
Figure 55 - Temps de résolution en fonction de la variabilité de NUc (instances homogènes)	110
Figure 56 - Temps de résolution en fonction de la variabilité de NTc (instances hétérogènes).....	111
Figure 57 - Temps de résolution en fonction de la variabilité du temps de tâches (instances hétérogènes).....	111

Liste des tableaux

Tableau 1 - Caractéristiques du problème étudié selon les caractéristiques proposées par Lusa (2008).....	29
Tableau 2 - Illustration du modèle de flots - Possibilités d'affectation des employés	36
Tableau 3 - Liste des intrants du modèle uni-ligne (UNI-TC)	38
Tableau 4 - Liste des extrants du modèle uni-ligne (UNI-TC)	39
Tableau 5 - Nombre de stations proposé selon les valeurs de NS_{min} – Contrainte $NS \geq NS_{min}$	42
Tableau 6 - Augmentation du temps de cycle par rapport au cas de base en fonction de NS_{min} pour les instances HV.....	44
Tableau 7 - Principales conclusions de l'analyse de sensibilité du modèle UNI-TC.....	51
Tableau 8 - Les variables d'expression du modèle MULTI-C.....	59
Tableau 9 - Caractéristiques communes aux instances homogènes et hétérogènes.....	65
Tableau 10 - Paramètres spécifiques aux instances hétérogènes	66
Tableau 11 - Valeurs de NUc pour les différentes variabilités du nombre d'unités.....	67
Tableau 12 - Paramètres de l'analyse de sensibilité par rapport aux valeurs des instances hétérogènes	68
Tableau 13 - Liste des extrants du modèle MULTI-C	69
Tableau 14 - Variation des principaux indicateurs selon NEC_{min}	75
Tableau 15 - Variations du coût unitaire selon NS_{min}	77
Tableau 16 - Récapitulatif de l'analyse du modèle MULTI-C appliqué à une seule ligne	83

Liste des abréviations

3PL : Prestataires de services logistiques (« Third Party Logistics Provider »)

ALBP : problème d'équilibrage des lignes d'assemblage (« Assembly Line Balancing Problem »)

CDVA : centre de distribution à valeur ajoutée

CU : coût unitaire dans le modèle MULTI-C

$délai_c$: délai maximal alloué à la production de la commande c dans le modèle MULTI-C

GALBP : problème général d'équilibrage des lignes d'assemblage (« General Assembly Line Balancing Problem »)

HV : variabilité haute

LV : variabilité basse

MULTI-C : modèle multi-lignes avec minimisation du coût

MV : variabilité moyenne

NC : nombre de commandes dans le modèle MULTI-C

NE : nombre d'employés disponibles

NE_c : nombre d'employés affectés à la commande c dans le modèle MULTI-C

$NECM$: nombre moyen d'employés par commande dans le modèle MULTI-C

NEC_{min} : nombre minimal d'employés par ligne dans le modèle MULTI-C

NS : nombre de stations

NS_{min} : nombre minimal de stations

NT : nombre de tâches dans le modèle UNI-TC

NT_c : nombre de tâches de la commande c dans le modèle MULTI-C

NU_c : nombre d'unités à produire pour la commande c dans le modèle MULTI-C

NV : variabilité nulle

SALBP-1: problème simple d'équilibrage des lignes d'assemblage avec comme objectif la minimisation du nombre de stations

SALBP-2 : problème simple d'équilibrage des lignes d'assemblage avec comme objectif la minimisation du temps de cycle

SALBP-E : problème simple d'équilibrage des lignes d'assemblage avec comme objectif la minimisation du produit temps de cycle * nombre de stations

$t_{i,c}$: durée de la tâche i dans la commande c dans le modèle MULTI-C

TC_c : temps de cycle de la commande c dans le modèle MULTI-C

TC_{ligne} : temps de cycle de la ligne dans le modèle UNI-TC

TCM : temps de cycle moyen par ligne dans le modèle MULTI-C

TC_{smin} : temps de cycle de la station ayant le temps de cycle minimal dans le modèle UNI-TC

TH : taux horaire des employés dans le modèle MULTI-C

UNI-TC : modèle uni-ligne avec minimisation du temps de cycle

Remerciements

Faire une pause dans sa vie professionnelle pour revenir aux études à l'âge de 40 ans est une chance. Le faire dans un environnement qui stimule l'envie d'en apprendre toujours davantage est un privilège.

Il y'a deux ans encore, la logistique, la programmation linéaire et les lignes d'assemblage n'étaient que de vagues notions à mon esprit.

C'est avec nostalgie, que je repense à ma toute première séance de cours à la maîtrise. Contente d'être assise parmi une autre génération d'étudiants et impatiente de découvertes, je ne savais pas encore que j'allais reprendre un deuxième cours avec le professeur qui animait cette séance et qu'il deviendrait ensuite mon directeur de mémoire.

Mes premiers remerciements vont à mes professeurs Julie Paquette et Raf Jans qui m'ont encadrée tout au long de ce travail. Je remercie Julie pour sa présence qui s'est poursuivie après son départ en congé de maternité. Je la remercie également pour sa réactivité, son souci de la transmission ainsi que la confiance et le support qu'elle m'a offert, notamment, pour réintégrer la vie professionnelle. Je suis reconnaissante à Raf pour ses conseils judicieux, son exigence à la fois ferme et bienveillante, sa patience lors de nos longues discussions, sa grande disponibilité, et ses qualités humaines qui font que travailler avec lui est aussi un plaisir.

Sans les membres du CIRRELT, l'expérience de rédaction n'aurait pas été la même. J'ai bénéficié aussi bien du support de l'équipe administrative et technique du CIRRELT que de celle des étudiants membres, toujours prêts à plonger avec moi dans le sujet lorsque j'en avais besoin.

Je remercie enfin mon mari pour son support, ses encouragements, sa confiance en moi et le respect qu'il a toujours eu de mes choix.

Je ne pourrai finir sans remercier mes parents qui m'ont inculquée le goût de me surpasser et le plaisir d'apprendre.

1 Introduction

1.1 Contexte, problématique et méthodologie

Les prestataires de services logistiques (3PLs) sont des entreprises qui réalisent des services logistiques pour le compte de leurs clients : transport, entreposage, gestion des retours, ainsi que certaines activités de production à valeur ajoutée telles que l'étiquetage, l'emballage promotionnel ou encore l'assemblage final. Pour réaliser ces activités à valeur ajoutée, les 3PLs ont recours à des lignes d'assemblage ayant des caractéristiques spécifiques. Or, les lignes d'assemblage sont habituellement étudiées à travers le problème d'équilibrage des lignes de production, issu du monde manufacturier.

Pour fabriquer un produit, il faut exécuter plusieurs tâches dans un ordre spécifique. Le problème classique d'équilibrage des lignes d'assemblage consiste à regrouper des tâches dans des stations afin que le nombre de stations soit minimisé pour un temps de cycle de la ligne donné, ou encore pour que le temps de cycle de la ligne soit minimisé pour un nombre de stations donné.

S'il est vrai que le problème classique de l'équilibrage des lignes de production (c'est-à-dire en usine) est un problème bien étudié dans le domaine de la gestion des opérations, il n'en reste pas moins que peu d'attention a été accordée aux lignes de production des 3PLs. Ces dernières ont pourtant des particularités qui les différencient du problème classique et nécessitent donc des adaptations. En effet, le problème d'équilibrage des lignes trouve son origine dans le monde manufacturier, avec des usines de plus en plus automatisées, des lignes conçues sur un horizon à moyen-long terme et dont la raison d'être est de confectionner des items issus d'un catalogue de produits conçu et connu à l'avance. C'est tout le contraire des lignes d'assemblage des 3PLs qui demeurent, avant tout, des entreprises de services devant s'adapter aux demandes changeantes et disparates de leurs clients manufacturiers.

La première particularité des lignes de production dans un contexte de 3PL est leur durée de vie : éphémères, elles durent de quelques heures à quelques jours seulement contrairement aux lignes de production en usine. En effet, un 3PL reçoit chaque jour

plusieurs commandes de différents clients et, pour chaque commande, une ligne spécifique doit être mise en place en utilisant des éléments modulaires. Elle devra ensuite être reconfigurée pour faire face à une demande différente. La flexibilité dans la configuration des lignes est donc le maître-mot. Le problème d'équilibrage des lignes s'en trouve alors déplacé du niveau tactique ou stratégique au niveau opérationnel. La deuxième particularité est que le 3PL doit concevoir plusieurs lignes fonctionnant simultanément pour pouvoir réaliser plusieurs commandes en parallèle. Ces lignes simultanées puisent dans le même bassin limité d'employés, souvent interchangeables, et ne sont donc pas complètement indépendantes. La troisième spécificité est que, la nature des tâches étant généralement manuelle, chaque station de travail peut être occupée par plus d'un employé, donnant ainsi plus de flexibilité dans la configuration des lignes en plus de la possibilité d'augmenter la capacité de la ligne de production.

Ces particularités, bien que complexifiant le problème classique, offrent des opportunités de gains supplémentaires provenant de la mobilité des employés entre les lignes et de la capacité désormais extensible des stations de travail. Il est alors pertinent de considérer l'optimisation non pas de chaque ligne séparément mais de l'ensemble des lignes fonctionnant simultanément. Ainsi, une série de décisions doivent être prises quotidiennement concernant 1) comment regrouper les diverses tâches en stations, et 2) combien de personnes attribuer à chaque station dans chacune des lignes. L'objectif à considérer est maintenant non seulement de minimiser le temps de cycle, mais aussi de minimiser le coût total pour l'ensemble des lignes.

S'inscrivant dans ce sens, le but de notre recherche est de fournir de nouvelles formulations mathématiques pour modéliser et ensuite résoudre le problème de conception des lignes de production intégrant les particularités des 3PLs.

Pour ce faire, une revue de littérature approfondie a été effectuée. Cette dernière a un double objectif : d'un côté, étudier la littérature produite sur les 3PLs et comprendre leurs activités pour mieux cerner les particularités de conception des lignes d'assemblage dans ce contexte. De l'autre, identifier et comprendre les différents types de problèmes de

conception de lignes de production décrites par la littérature pour pouvoir mieux y situer celles des 3PLs.

Afin de modéliser et résoudre le problème, nous avons adopté une démarche progressive permettant la prise en compte graduelle de l'ensemble des particularités. Nous avons ainsi élaboré deux modèles. Le premier vise la minimisation du temps de cycle d'une seule ligne en incorporant la possibilité d'affecter plusieurs employés à une même station. En plus de cette particularité, le second modèle incorpore d'autres spécificités. Il considère la conception simultanée de plusieurs lignes parallèles sur un horizon de temps limité rendant ainsi compte du caractère éphémère des lignes d'assemblage des 3PLs. Chaque ligne est liée à une commande différente, qui requiert la production d'une quantité limitée d'un produit spécifique. Par ailleurs, l'objectif n'est plus de minimiser le temps de cycle, mais de minimiser le coût total pour la production de l'ensemble des commandes. Ce dernier modèle a été analysé en deux temps : d'abord en l'appliquant au cas particulier d'une seule ligne afin d'analyser l'impact de la nouvelle fonction objectif pour le cas le plus simple, puis en considérant plusieurs lignes pour refléter la simultanéité de traitement des commandes que l'on peut rencontrer chez un 3PL. Pour s'assurer que le modèle demeure représentatif de la réalité, certaines contraintes ont été incorporées. Par exemple : le nombre minimal d'employés par ligne, le nombre minimal de stations par ligne ou encore les contraintes de délai. Par ailleurs, des tests numériques ont été effectués à l'aide du solveur CPLEX pour analyser l'impact des différents paramètres.

Au niveau des contributions théoriques, la recherche a permis le développement et la résolution d'un nouveau modèle d'optimisation de la conception des lignes de production prenant en compte les particularités des 3PLs. Au niveau pratique, ce modèle pourra être utilisé par ces mêmes entreprises pour effectuer une affectation plus efficiente des employés et diminuer le coût total de production.

Cette recherche aura permis, nous l'espérons, de dresser un pont entre un sujet issu du monde manufacturier et les préoccupations naissantes des entreprises de services (les 3PLs) devant prendre en charge, selon leurs propres contraintes, une partie des activités manufacturières de leur clients.

La section suivante illustre, par des exemples, de quelle façon les particularités des lignes d'assemblage au sein d'un 3PL impactent le problème classique d'équilibrage des lignes.

1.2 Illustration du problème étudié

L'objectif de cette section est de rendre compte des particularités du problème étudié à travers l'étude de quelques exemples.

Pour commencer, considérons le cas simple d'une ligne à équilibrer. Ladite ligne contient 5 tâches successives qu'il faut répartir entre deux stations occupées par un employé chacune. Chaque tâche a une certaine durée (donnée en secondes) comme le montre l'illustration 1.

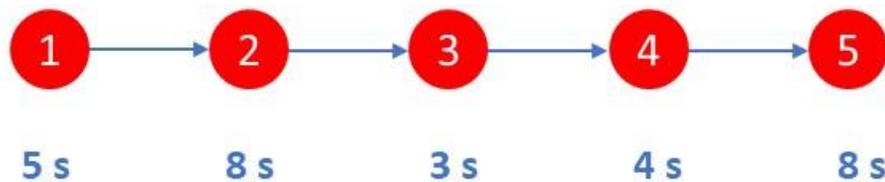


Illustration 1 - Exemple d'une ligne simple

Une première configuration possible consisterait à regrouper les deux premières tâches dans une station et les trois dernières dans une seconde station comme le montre l'illustration 2.

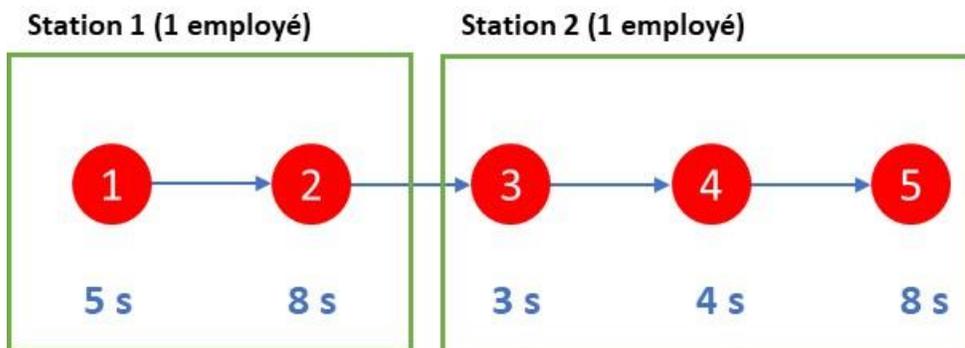


Illustration 2 - Cas d'une seule ligne avec un employé par station - Configuration 1

Avec un employé par station, le temps de cycle de chaque station est la somme des temps de tâches de la station tandis que le temps de cycle de la ligne est égal au maximum des

temps de cycle de ses stations, c'est-à-dire au temps de cycle de la station goulot. Il en résulte que le temps de cycle de la station 1 est de 13s tandis que celui de la station 2 est de 15s. Cette dernière détermine alors le temps de cycle de la ligne qui est égal à 15s.

Une seconde configuration consisterait à regrouper les 3 premières tâches dans une station et les deux dernières dans une autre station comme le montre l'illustration 3.

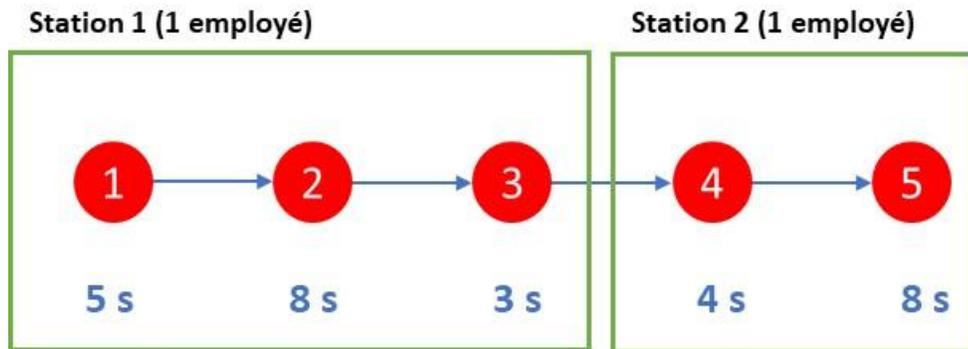


Illustration 3 - Cas d'une seule ligne avec un employé par station - Configuration 2

Dans la deuxième configuration, la station goulot est la première station (temps de cycle de 16s). Le temps de cycle de la ligne se trouve donc augmenté à 16s versus 15s dans la première configuration. La comparaison de ces deux configurations montre que l'affectation des tâches aux stations est une décision importante car ayant un impact sur le temps de cycle et donc la productivité de la ligne.

Considérons maintenant le cas où il y'aurait un employé supplémentaire. Afin d'améliorer la productivité de la ligne, nous affectons cet employé à la station goulot de la ligne pour chacune des configurations illustrées précédemment. Rappelons que dans ce cas, le temps de cycle de la station est égal à la somme des temps de tâches divisée par le nombre d'employés de la station. Il est intéressant de constater que :

- Pour la configuration 1, en affectant l'employé supplémentaire à la station 2 (station goulot), la station 1 devient la station goulot et le temps de cycle de la ligne passe de 15s à 13s.

→ Pour la configuration 2, en affectant l'employé supplémentaire à la station 1 (station goulot), la station 2 devient la station goulot et le temps de cycle de la ligne passe de 16s à 12s

La configuration 2 est donc meilleure que la configuration 1 du point de vue du temps de cycle de la ligne avec trois employés alors que cela était le contraire pour le cas de deux employés. Cela nous amène à supposer que l'affectation des tâches aux stations et celle des employés aux stations sont deux décisions à considérer conjointement dans l'optimisation de la ligne. D'ailleurs, il existe une 3^{ème} configuration qui améliore davantage le temps de cycle de la ligne dans le cas de 3 employés comme le montre l'illustration 4 :

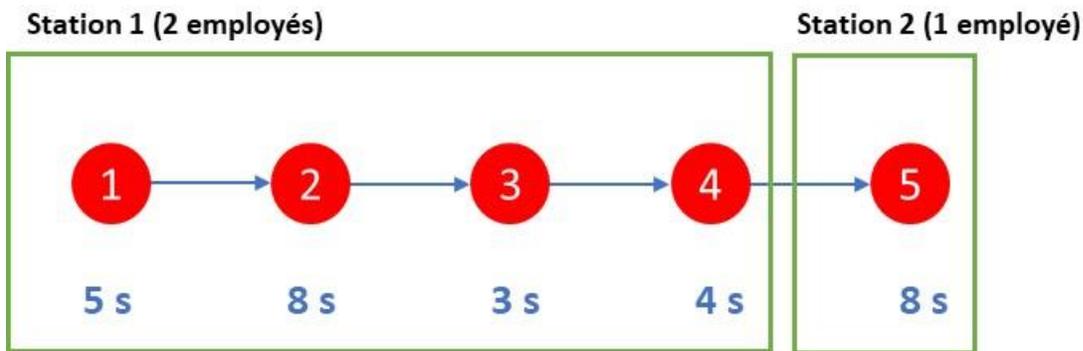


Illustration 4 - Cas d'une seule ligne avec la possibilité de plusieurs employés par station

Avec cette configuration, le temps de cycle de la ligne devient celui de la station 1 (goulot) et est égal à 10s. Soit une nette amélioration par rapport à la configuration 1 (13s) et la configuration 2 (12s) dans le cas de trois employés.

Le problème devient encore plus complexe, lorsqu'en plus de la possibilité d'avoir plus d'employés par station, on considère plusieurs lignes parallèles qui se partagent un nombre total d'employés disponibles. Une décision supplémentaire s'ajoute : celle du nombre d'employés à affecter à chaque ligne. Dans le cas de plusieurs lignes, l'objectif de minimiser le coût total est plus pertinent que celui de minimiser le temps de cycle par ligne car une optimisation globale est recherchée. Le coût total est déterminé par le coût de chaque ligne lequel est proportionnel au produit du temps de cycle de chaque ligne et du nombre d'employés mobilisés par la ligne.

Afin d'illustrer ce cas, prenons le cas de deux lignes parallèles et de 5 employés disponibles à répartir entre les stations des deux lignes. Les lignes sont initialement configurées de sorte que la ligne 1 utilise deux employés et la ligne 2 utilise trois employés répartis tel que représenté par l'illustration 5. Cette illustration montre également les temps de cycles (TC) des stations et des lignes.

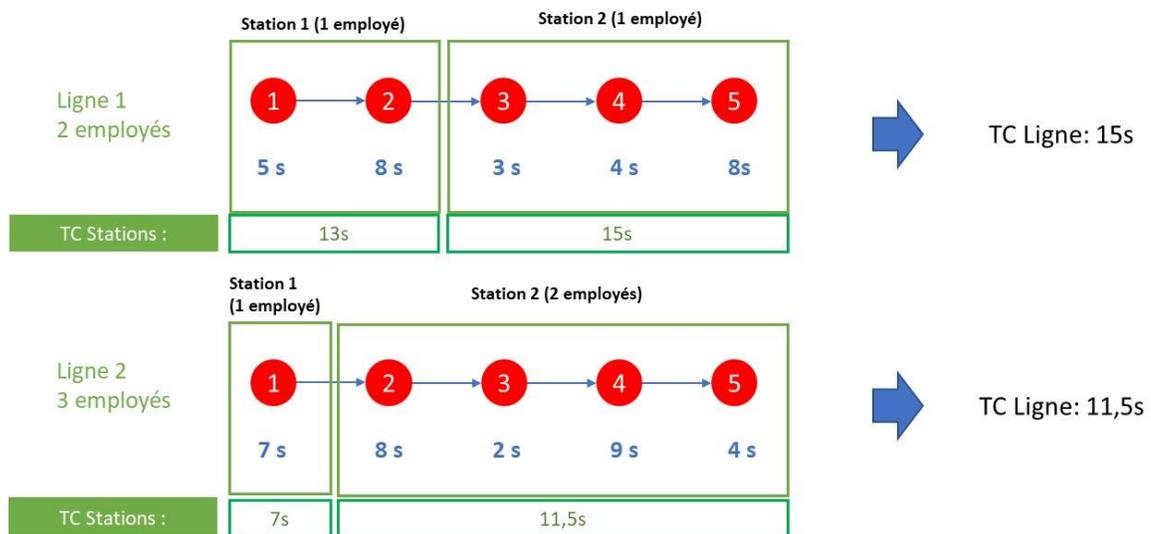


Illustration 5 - Cas de deux lignes - Configuration 1

Afin de calculer le coût total de production, considérons que chacune des deux lignes doit produire 1000 unités et que les employés sont payés à 12\$/heure. Le calcul du coût de chaque ligne passe par le calcul du temps total de production, lequel est égal au produit du nombre d'unités à produire et du temps de cycle de la ligne. Ce temps total de production est par la suite multiplié par le nombre d'employés affectés à la ligne et par leur taux horaire. Ainsi, dans la configuration initiale on peut calculer les coûts respectifs de chacune des lignes comme suit :

→ Coût de la ligne 1 : $(15s \cdot 1000 \text{ unités} \cdot 2 \text{ employés} \cdot 12\$/h) / 3600 = 100\$$

→ Coût de la ligne 2 : $(11,5s \cdot 1000 \text{ unités} \cdot 3 \text{ employés} \cdot 12\$/h) / 3600 = 115\$$

→ Coût total : 215\$

Le coût total baissera si un employé est déplacé de la ligne 2 à la ligne 1 avec de nouvelles configurations des lignes comme le montre l'illustration 6.

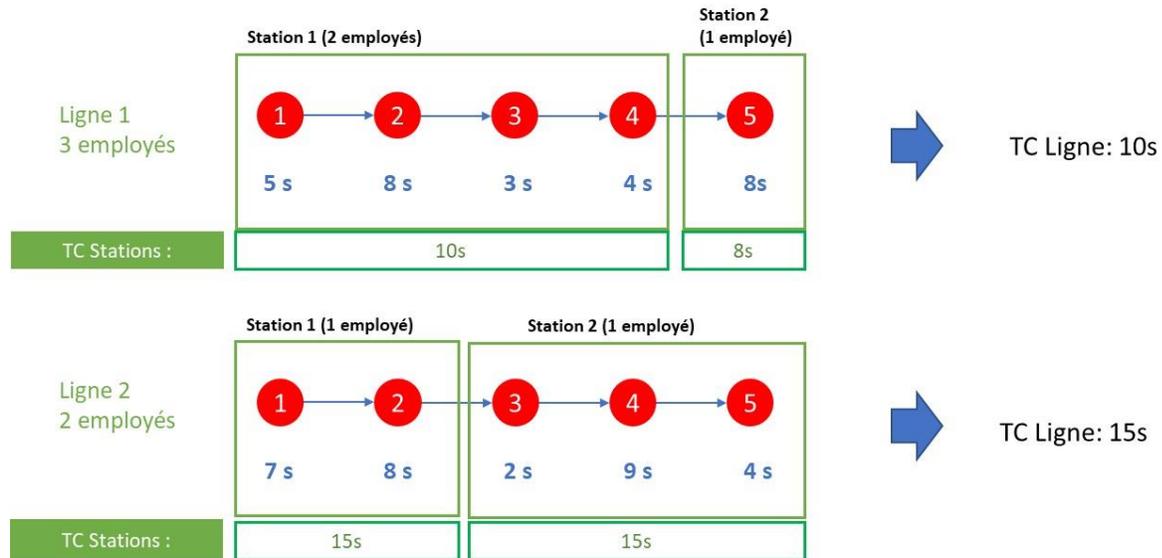


Illustration 6 - Cas de deux lignes - Configuration 2

On remarque que le temps de cycle de la ligne 1 a baissé (de 15s à 10s) et que celui de la ligne 2 a augmenté (de 11,5s à 15s). Le calcul du coût se fait alors de la façon suivante :

→ Coût de la ligne 1 : $(10s \cdot 1000 \text{ unités} \cdot 3 \text{ employés} \cdot 12\$/h) / 3600 = 100\$$

→ Coût de la ligne 2 : $(15s \cdot 1000 \text{ unités} \cdot 2 \text{ employés} \cdot 12\$/h) / 3600 = 100\$$

→ Coût total : 200 \$

En déplaçant un employé d'une ligne à l'autre, le coût de la première ligne est resté inchangé et celui de la deuxième ligne a baissé. Cela a été bénéfique au coût total qui a baissé grâce à une meilleure utilisation des employés.

Cet exemple confirme bien la nécessité de prendre en compte un objectif global d'optimisation pour l'ensemble des lignes. Nous avons également pu constater que les décisions d'affectation des employés aux lignes et à leurs stations ainsi que des tâches aux stations doivent être prises simultanément pour une meilleure optimisation.

2 Revue de littérature

Dans un premier temps, nous présentons une revue de littérature sur les prestataires de services logistiques (3PLs). Par la suite, une revue de littérature sur le problème d'équilibrage des lignes de production sera exposée. La confrontation de ces deux revues nous permettra de situer le problème d'équilibrage des lignes d'assemblage chez un 3PL parmi les autres problèmes d'équilibrage des lignes et de mettre en relief les apports du présent travail par rapport à la littérature existante.

2.1 Les prestataires de services logistiques (3PLs)

2.1.1 Définitions et activités d'un 3PL

La mondialisation des marchés, l'importance des délais de livraison, les politiques de gestion de stocks en mode « juste à temps » et le raccourcissement du cycle de vie des produits exercent de plus en plus de pression sur les chaînes d'approvisionnement (*22nd Annual Third-Party Logistics Study*, 2017). Ainsi, pour demeurer compétitifs, les clients se concentrent davantage sur leur cœur-métier et sous-traitent une partie des services logistiques aux prestataires de services logistiques. Cette sous-traitance est également motivée par la réduction des coûts et des investissements en logistique, et une certaine flexibilité opérationnelle (Roy, 2004). Par ailleurs, dans le cadre de l'étude annuelle la plus récente sur les 3PLs (*23rd Annual Third-Party Logistics Study*, 2018), 89% des clients sondés s'entendent pour affirmer que le recours aux 3PLs a contribué à l'amélioration des services aux clients finaux et une grande majorité d'entre eux (73%) s'accordent pour reconnaître que les 3PLs fournissent des façons de faire innovantes pour améliorer l'efficacité de leur logistique.

Mais qu'entend-on exactement par un 3PL? D'une façon générale, un prestataire de services logistiques (3PL) prend en charge (pour le compte de son client) des fonctions logistiques traditionnellement réalisées par les entreprises elles-mêmes. Ces fonctions peuvent concerner un processus entier ou seulement certaines activités du processus (Lieb et Randall, 1996). Une définition plus détaillée mais plus restrictive correspondrait à celle donnée par Berglund, van Laarhoven *et al.* (1999) pour qui un 3PL effectue pour le

compte de son client *a minima* les activités de transport et d'entreposage. En outre, d'autres activités peuvent être incluses, telles que la gestion des stocks, le suivi et le traçage des commandes et les activités à valeur ajoutée telles que l'assemblage. Ces mêmes auteurs vont jusqu'à exiger une durée contractuelle d'un an minimum pour distinguer un 3PL de la simple sous-traitance ponctuelle de certains services logistiques. Ils excluent également de leur définition la sous-traitance des services de transport de base si ces derniers ne sont pas combinés avec de l'entreposage ou avec d'autres activités logistiques. Cette obligation de retrouver parmi les activités sous-traitées le transport et l'entreposage n'est pas retrouvée dans des définitions plus récentes. En effet, Simchi-Levi, Kaminsky *et al.* (2008) parlent du recours à une compagnie externe pour réaliser toute ou partie de la fonction de gestion des matériaux et de distribution des produits dans le cadre d'une entente à long-terme et concernant plusieurs processus. Quant à Chopra et Meindl (2007), ils incluent dans leur définition non seulement la gestion des activités reliées aux mouvements des produits, mais y ajoutent également celles reliées aux flux d'information et aux flux financiers qui auraient pu être faites par l'entreprise cliente elle-même. Finalement, le guide Armstrong sur les 3PLs et les services logistiques (*Who's who in Logistics? Armstrong's Guide to 3PLs & Global Logistics Services*, 2001) décrit d'autres services offerts par les 3PLs tels que la logistique inversée, les services de conseil, le courtage en douanes et la fabrication légère. La diversité de ces définitions montre bien que le métier de prestataire de services logistiques a été et est toujours en évolution depuis les deux dernières décennies.

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons aux 3PLs qui réalisent pour le compte de leurs clients des activités à valeur ajoutée telles que l'étiquetage, l'assemblage, l'emballage ou toute autre activité nécessitant la mise en place de lignes de production. Afin de situer ces activités à valeur ajoutée parmi les autres services offerts par les 3PLs, nous nous référons à l'étude annuelle sur les 3PLs (*22nd Annual Third-Party Logistics Study*, 2017), qui, dans le cadre de la description des tendances de l'industrie des 3PLs, recensait les services logistiques sous-traités et le pourcentage de répondants confirmant la sous-traitance de ces services comme le montre la figure 1.

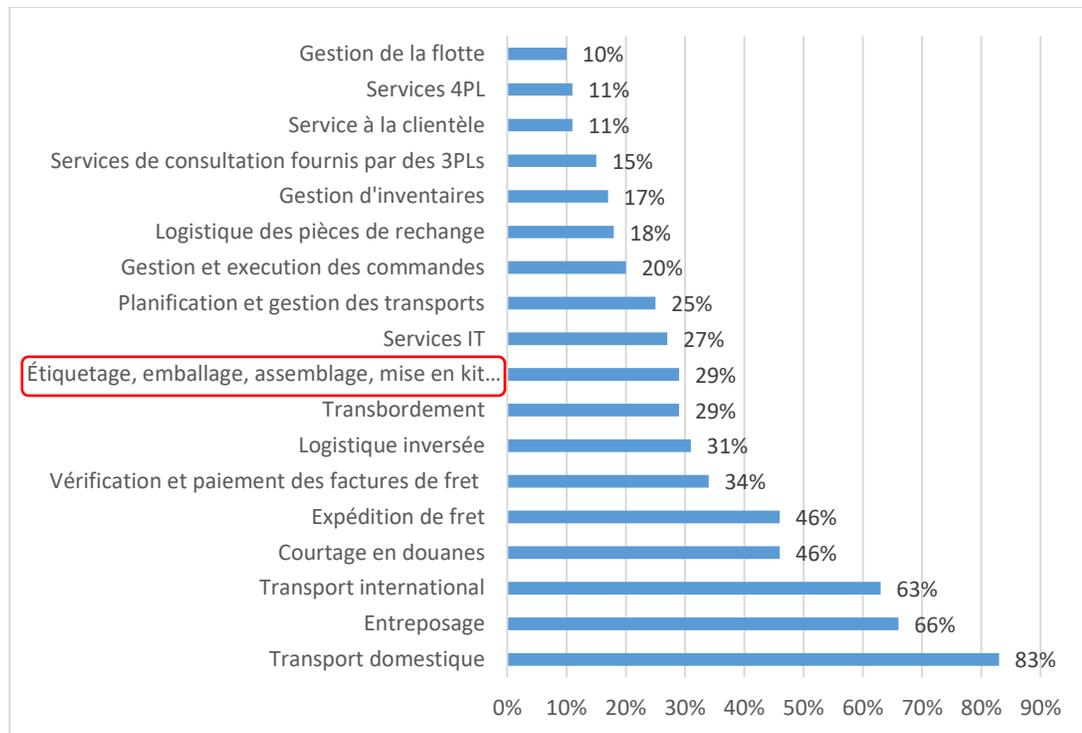


Figure 1 - Activités logistiques sous-traitées : pourcentage des répondants affirmant la sous-traitance de chaque activité (traduction libre de 2018 Third Party Logistics Study)

S'il est vrai que les activités de transport et d'entreposage arrivent toujours en tête des activités confiées aux prestataires, ces derniers se voient confier une large palette d'autres activités logistiques telles que le courtage douanier, les expéditions de fret, la logistique inversée, les services conseils, l'étiquetage, l'emballage, l'assemblage et la mise en kit de produits. Ces (quatre) dernières activités sont particulièrement pertinentes pour notre recherche puisqu'elles supposent l'existence et donc la gestion des lignes d'assemblages chez le 3PL. L'objectif de la section suivante est de présenter en détail ces activités à valeur ajoutée et d'explorer la nature de la littérature existante sur les 3PLs.

2.1.2 Focus sur les activités à valeur ajoutée et littérature existante

Le pourcentage relativement faible de sous-traitance des activités à valeur ajoutée (29%) tel que le montre la figure 1 pourrait s'expliquer par l'étude de Hoek (2000) qui démontre que les entreprises sont plus enclines à sous-traiter les activités à faible valeur ajoutée (entreposage et transport) comparativement aux activités à moyenne/forte valeur ajoutée (production, assemblage final, emballage, etc.). La figure 2 donne un aperçu des valeurs ajoutées desdites activités.

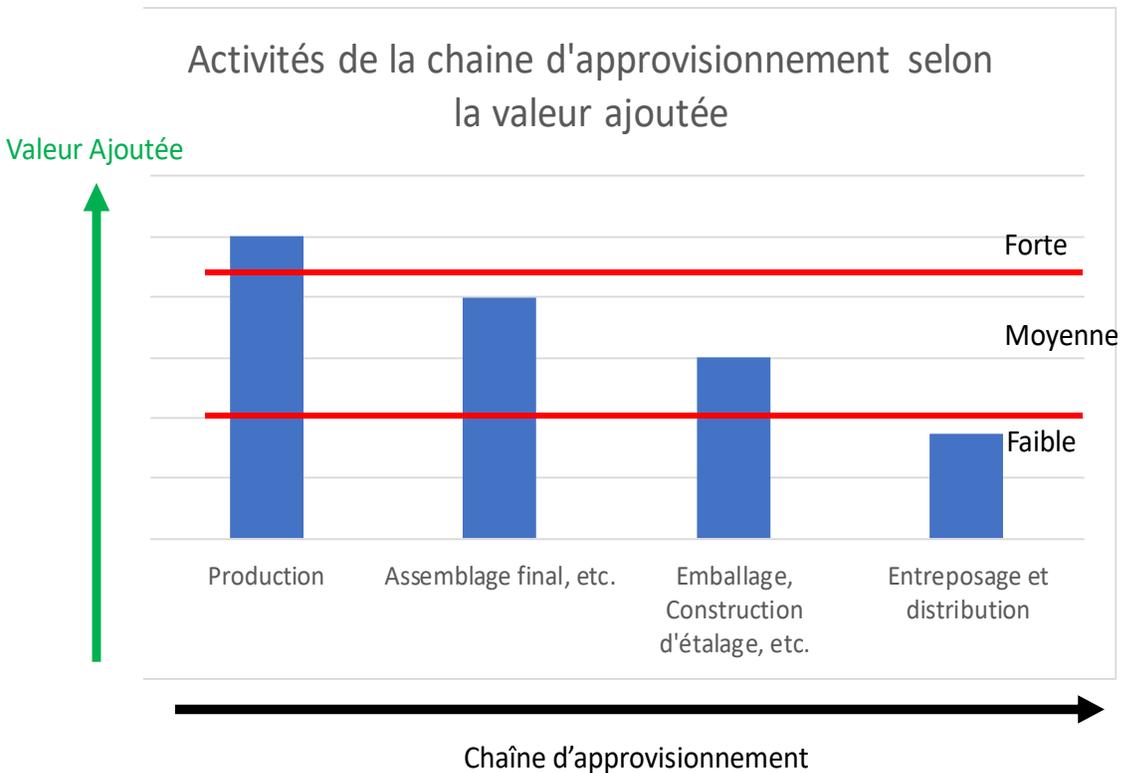


Figure 2 - Les activités logistiques selon leur valeur ajoutée (traduction libre de Hoek (2000))

Par ailleurs, le fait que les usines deviennent de plus en plus spécialisées avec des mandats de production continentaux leur donne l'occasion de repenser la configuration des réseaux de production et de distribution à l'échelle internationale, notamment via la sous-traitance de certaines activités à valeur ajoutée aux centres de distribution à valeur ajoutée (CDVA). Ces derniers sont généralement gérés par des 3PLs. En plus des activités classiques d'un centre de distribution conventionnel, les CDVA offrent les activités suivantes citées (et illustrées avec des exemples) par Roy (2004) :

- Emballage et étiquetage : les produits sont acheminés et conservés en vrac ou sans étiquettes au CDVA. Lorsqu'une commande est reçue, les produits sont emballés et étiquetés selon les directives du client. Il s'agit d'une sorte de différenciation retardée;
- Assemblage final et conditionnement industriel : il s'agit d'effectuer l'assemblage final d'un produit en fonction des besoins des clients. Par exemple, les imprimantes sont assemblées à partir d'un stock de composantes en fonction des

besoins spécifiques des clients (exemple : Hewlett Packard et son centre de distribution aux Pays-Bas). Ceci est également un exemple de différenciation retardée;

- Conditionnement à façon : consiste à préparer les produits sous un emballage spécial pour en faciliter la promotion (exemple : les promotions « deux pour un » pour lesquelles les produits entreposés sont déballés, assemblés puis enveloppés d'une pellicule de plastique);
- Conditionnement climatique : provient du fait que l'on puisse modifier l'état de certains produits en modifiant les conditions dans lesquelles ils sont conservés (exemple : les bananes que l'on peut faire murir plus ou moins vite selon les conditions climatiques de conservation). Le conditionnement climatique est pratiqué par Sobeys au Québec;
- La logistique inversée : récupération, tri et mise en valeur des produits en fin de cycle de vie comme c'est le cas pour les produits électroniques dont certaines composantes peuvent être revendues sur le marché.

Nous nous sommes penchés sur la littérature existante traitant des 3PLs et force est de constater que le sujet a été largement étudié lors des dernières décennies avec plus de 150 articles entre 1989 et 2006 selon la revue de littérature réalisée par Marasco (2008) et 95 études entre 2006 et 2016 selon celle réalisée par Roy et Sengupta (2018).

Dans sa revue de littérature, Marasco (2008) fait le constat que près de 80% des articles publiés sur les 3PLs sont descriptifs alors qu'environ 20% sont prescriptifs. Par ailleurs, près de 65% du contenu concerne le contexte des 3PLs ou encore les processus. En termes d'approches de recherche, les articles sont soit théoriques (environ 20%), empiriques (environ 63%) ou bien théoriques et empiriques (environ 17%). Dans cette revue de littérature aucun article ne semble traiter de la conception et de l'optimisation des lignes d'assemblage.

Une autre revue de la littérature (Selviaridis et Spring, 2007) abonde dans le même sens et nous informe que la grande majorité des articles se basent sur des sondages et des études

de cas. Par ailleurs les auteurs affirment que la littérature traite le sujet des 3PLs plus du côté du client que du côté du fournisseur (c.à.d. le 3PL).

La revue de littérature la plus récente (Roy et Sengupta, 2018) montre qu'un grand nombre d'articles a été dédié aux critères de sélection d'un 3PL et que la méthodologie la plus utilisée est la recherche empirique basée sur les sondages. Par ailleurs, la programmation mathématique représente 20% de la recherche tandis que les méthodes analytiques prévalent largement. Alors que la principale conclusion de l'article rapporte que peu de recherches ont été conduites sur la capacité d'optimisation au sein des 3PLs, en termes opérationnels, les auteurs mentionnent qu'il existe des sujets non encore suffisamment explorés tels que les capacités d'emballage et les services de réparation au sein des 3PLs. Force est de constater que notre recherche se situe exactement dans les manques identifiés par cette dernière revue de littérature.

La nature des recherches effectuées se situant plus du côté client que du côté du 3PL, la prévalence des études empiriques par rapport à la programmation mathématique, ajoutées au fait que les activités manufacturières à valeur ajoutée soient encore relativement peu sous-traitées par rapport aux autres activités logistiques pourraient expliquer l'absence de littérature sur l'optimisation des lignes d'assemblage gérées par les 3PLs.

Afin de compléter notre connaissance du fonctionnement des 3PLs dans le cadre de leur offre d'activités à valeur ajoutée, nous avons effectué une observation de lignes d'assemblage sur le terrain chez un 3PL montréalais, KD Services. Étant donné que c'est le processus (et non les personnes) qui a été observé dans l'objectif d'améliorer notre compréhension du problème réel, l'approbation du Comité d'Éthique de la Recherche (CER) n'a pas été nécessaire.

2.1.3 Observation sur le terrain : le cas de KD Services

KD Services a été créée en 1995 et opère dans le marché de santé & beauté. Le document audiovisuel réalisé à ce propos au sein d'HEC Montréal (Paquette, 2019) décrit les principales activités à valeur ajoutée proposées par l'entreprise. En plus de l'entreposage et du transport, elle effectue pour le compte de ses clients des opérations de mise en conformité, d'emballage promotionnel et de préparation de commandes. La mise en

conformité concerne les produits de santé provenant de l'étranger et devant être conformes aux normes de Santé Canada. Elle peut nécessiter l'accomplissement de plusieurs tâches comme barrer au crayon certains libellés, apposer de nouvelles étiquettes ou encore mettre un sceau de sécurité sur l'emballage. Ce service permet aux clients dont les usines sont situées à l'extérieur du Canada mais dont le volume de ventes au Canada ne justifie pas qu'ils modifient leurs lignes de production, de sous-traiter les opérations de mise en conformité au marché local. Pour l'emballage promotionnel, ce dernier répond à la saisonnalité de certaines offres promotionnelles ou de lancement de produits. L'entreprise peut, pour le compte de ses clients, réaliser des emballages en « duos » ou effectuer le montage de coffrets-cadeaux plus complexes selon les spécifications du client. Quant à la préparation de commandes, elle est faite pour les besoins du commerce B2B ou émanant du commerce en ligne (B2C). Cela inclut la sélection de produits de la commande, leur mise en boîte et l'expédition au client final. Le fait d'effectuer la préparation et l'expédition de commandes à la suite d'une mise en conformité et/ou d'un emballage promotionnel permet aux clients de réaliser des économies sur les coûts de transport des produits qui auraient fait des allers-retours supplémentaires entre les locaux de KD Services et les sites du client si ce dernier avait dû les expédier lui-même.

En observant les lignes d'assemblage mises en place pour effectuer l'une ou l'autre des opérations citées ci-dessus, nous avons noté plusieurs particularités :

- Les lignes d'assemblage sont éphémères : ce ne sont pas des lignes figées mais sont plutôt montées/démontées au besoin. Ce sont les commandes à traiter tous les jours qui déterminent les lignes à mettre en place. Certaines composantes des lignes comme les tables et les convoyeurs disposent de roulettes de sorte à pouvoir être déplacées pour former de nouvelles lignes selon les commandes à traiter ;
- Il arrive souvent que dans la même table, plusieurs employés effectuent les mêmes tâches sur des items différents. Dans le jargon des lignes d'assemblage, il s'agit de stations pouvant recevoir plus d'un employé (cela sera expliqué dans la section 2.2);

- La nature manuelle et simple des tâches effectuées fait en sorte que les employés qui travaillent dans les lignes sont interchangeable. Ainsi, un employé peut être mobilisé sur une autre ligne une fois la commande terminée ;
- Beaucoup de tâches sont effectuées manuellement mais il peut y avoir aussi des tâches effectuées automatiquement comme l'étiquetage.

L'image illustrée par la figure 3 (KD Services, 2019) donne un exemple de lignes d'assemblage au sein d'un 3PL.



Figure 3 - Exemple de lignes d'assemblage chez KD Services (KD Services, 2019)

La revue de littérature sur les 3PLs nous a permis de cerner les travaux effectués dans le domaine et de rendre compte du manque qui existe au niveau des études sur les lignes d'assemblage conçues pour réaliser les activités à valeur ajoutée au sein des 3PLs. L'observation sur le terrain, quant à elle, nous a fourni un exemple concret des activités à valeur ajoutée et des caractéristiques de lignes d'assemblage dans ce contexte. La prochaine section présentera une revue de littérature du problème d'équilibrage des lignes de production. Son objectif est de comprendre les différents problèmes traités par la littérature et de situer celui de notre recherche parmi la recherche existante en termes de ressemblances et de nouveautés qui caractérisent ce dernier.

2.2 Le problème d'équilibrage des lignes de production

2.2.1 Définitions et types de problèmes d'équilibrage des lignes de production

Une ligne de production consiste en une séquence de stations performant des tâches répétitives dans des contextes manufacturiers variés : usinage, assemblage ou désassemblage. À cause des investissements et des coûts d'exploitation élevés, la conception des lignes revêt une importance capitale. Cette conception inclut le design du produit, la sélection du processus de fabrication, la configuration de la ligne et son équilibrage. Cette dernière étape détermine en grande partie l'efficacité de la ligne (Battaïa et Dolgui, 2013). De ce fait, le problème d'équilibrage des lignes de production a été massivement étudié.

Le problème d'équilibrage des lignes de production (« Assembly Line Balancing Problem » : ALBP) consiste en un problème d'affectation de tâches aux stations d'une ligne d'assemblage dans l'objectif d'optimiser certains critères tout en respectant certaines contraintes (Baybars, 1986). Les définitions suivantes du même auteur permettent de préciser quelques notions :

- Une ligne consiste en une série de stations et un mécanisme de transport (convoyeur);
- Une station est un emplacement le long de la ligne où les tâches sont traitées par des employés, des robots et/ou des machines;
- Une tâche est l'élément de travail le plus petit. Elle est indivisible;
- Le temps de cycle est l'intervalle de temps au terme duquel le convoyeur bouge entre chaque station. C'est le temps qui s'écoule entre la sortie de deux unités successives de la ligne;
- Une ligne équilibrée est une ligne pour laquelle le temps total d'inactivité de toutes les stations est aussi bas que possible.

Généralement, la classification des ALBPs dans la littérature différencie les problèmes suivants : SALBP (« Simple Assembly Line Balancing Problem ») et GALBP (« Generalized Assembly Line Balancing Problem ») (Battaïa et Dolgui, 2013; Baybars, 1986; Dolgui et Proth, 2010).

SALBP est une simplification du problème d'équilibrage des lignes de production à travers les hypothèses suivantes (Baybars, 1986; Dolgui et Proth, 2010) :

- Tous les paramètres intrants sont connus avec certitude (données déterministes);
- La ligne traite un seul type de produit;
- Il y a un seul employé par station;
- Une tâche ne peut pas être divisée entre deux stations (c.à.d. être commencée dans une station et complétée dans une autre);
- Il existe des contraintes de précédence entre les tâches qui dictent l'ordre dans lequel certaines tâches doivent être effectuées;
- Toutes les tâches doivent être complétées;
- N'importe quelle tâche peut être réalisée à n'importe quelle station (pas de contrainte de « zoning » par exemple);
- Les temps de tâches sont indépendants des stations et des tâches précédentes ou suivantes;
- Toute la ligne (c-à-d toutes les stations) est considérée comme étant en série, sans sous-lignes parallèles d'alimentation ni de sous-assemblage. (Baybars, 1986).

Dans SALBP, la somme des durées des tâches allouées à une station donne le temps de cycle de cette station. Le temps de cycle de la ligne, quant à lui, est égal au temps de cycle de la station ayant le temps de cycle le plus élevé (appelée station goulot). En général, l'un des deux paramètres suivants est donné : le temps de cycle de la ligne ou le nombre

de stations. Dans le premier cas, il s'agit de SALBP-1 : l'objectif est de minimiser le nombre de stations. Dans le second cas, il s'agit de SALBP-2 : l'objectif est alors de minimiser le temps de cycle, ce qui équivaut à maximiser le taux de production. Dolgui et Proth (2010) mentionnent que SALBP-2 est moins commun car il vise à maximiser la productivité dans un contexte d'investissement connu tandis que SALBP-1, plus courant, vise à minimiser l'investissement en fixant un niveau de productivité.

Il existe par ailleurs une partie de la littérature (moins importante en nombre) traitant d'une autre variante du SALBP : SALBP-E. Dans ce problème, ni le temps de cycle ni le nombre de stations n'est prédéterminé. L'objectif du problème est une combinaison des objectifs de SALBP-1 et SALBP-2. Il vise en effet à identifier le ou les couples (temps de cycle, nombre de stations) permettant de minimiser le produit des deux termes (Temps de cycle x Nombre de stations) (Esmailbeigi, Naderi *et al.*, 2015). Dans le cas où plusieurs couples permettent l'atteinte de l'objectif, il peut être intéressant de définir un ou des objectifs secondaires pour différencier les solutions possibles. Parmi les objectifs secondaires possibles à considérer, il y a : minimiser le nombre de stations, minimiser le temps de cycle, lisser les temps d'inactivités entre les stations, etc. (Esmailbeigi, Naderi *et al.*, 2015).

La résolution de SALPB-E peut se faire en introduisant des paramètres de bornes supérieures et inférieures du temps de cycle et du nombre de stations. Ainsi, le temps de cycle et le nombre de stations sont tous deux bornés par un minimum et un maximum. La borne inférieure du nombre de stations provient du degré de spécialisation que l'on souhaite instaurer (autrement, il est toujours possible de regrouper toutes les tâches dans une seule station). Sa borne supérieure est *a maxima* limitée par le nombre de tâches (puisque'il n'est pas possible d'avoir moins d'une tâche par station). En pratique, cette borne peut être contrainte par l'espace ou le nombre d'employés. La borne supérieure du temps de cycle reflète le taux de production minimal souhaité. Quant à sa borne inférieure, elle est limitée par le temps que prend la tâche la plus longue. Par ailleurs, les bornes du nombre de stations et celles du temps de cycle sont liées (Corominas, Garcia-Villoria *et al.*, 2016; Esmailbeigi, Naderi *et al.*, 2015). En effet, il est possible de déduire la borne inférieure de l'un en connaissant la borne supérieure de l'autre et vice-versa.

Si l'objectif de SALPB est de résoudre le problème d'équilibrage de lignes de production en se basant sur des hypothèses simplificatrices, GALBP quant à lui, englobe tous les problèmes avec le relâchement d'une ou plusieurs hypothèses de SALPB à l'exception de l'hypothèse d'équivalence entre les stations pour le traitement des différentes tâches (Baybars, 1986). Dans leur ouvrage, Dolgui et Proth (2010) décrivent plusieurs exemples de généralisation du problème d'équilibrage des lignes de production :

- Temps de tâches stochastiques suivants plusieurs types de distribution;
- Produits multiples avec des temps de tâches déterministes. Dans notre étude chaque ligne fabrique un seul produit mais les lignes peuvent avoir des produits différents;
- Introduction de la probabilité que le temps de tâche dépasse le temps de cycle (cela concerne le cas où le temps de tâche est stochastique et pourrait, avec une probabilité donnée, dépasser le temps de déplacement unitaire du convoyeur);
- Possibilité d'avoir plusieurs employés par station. C'est le cas du problème traité dans la présente étude;
- Prise en compte de contraintes de regroupement de certaines tâches dans une même station;
- Introduction des coûts d'équipement comme paramètre pour les prendre en compte dans l'objectif ;
- Cellules de travail en U (« U-shaped assembly lines »);
- Etc.

Les exemples ci-dessus ne sont qu'un aperçu de ce que peut être la généralisation du problème d'équilibrage des lignes d'assemblage. En effet, à travers la taxonomie développée par Battaïa et Dolgui (2013), dont l'objectif est de classifier les différents problèmes de ligne d'assemblage selon plusieurs critères, on peut se rendre compte de l'étendue des possibilités. Les auteurs listent, entre autres, les critères suivants permettant

de classifier les problèmes d'équilibrage des lignes de production. Nous situerons également le problème de la présente étude en fonction de ces différents critères :

- L'environnement industriel de la ligne : selon qu'il s'agisse d'usinage, d'assemblage ou de désassemblage de pièces;
 - Dans le cas des 3PLs, il s'agit plus souvent d'assemblage et/ou de désassemblage;
- Le nombre de modèles de produits : un seul modèle de produit, une seule famille de produits avec quelques variantes pour chaque produit ou encore plusieurs produits différents en lots;
 - Dans notre étude il n'y a pas de lotissement des produits. Chaque ligne traite un seul produit mais les lignes peuvent traiter des produits différents;
- La configuration de la ligne : les auteurs différencient entre la configuration de base (ligne droite où les tâches sont faites en série), les lignes où plusieurs postes de travail sont réunis dans chaque station, les lignes en U, les lignes à transfert circulaire, etc.
 - Ici, il s'agit de lignes droites. Cependant, chaque station peut contenir plusieurs postes de travail et chaque poste de travail correspond à un employé;
- La multiplicité des lignes : revient à considérer plusieurs lignes dans le problème d'optimisation que ces lignes soient dépendantes ou indépendantes, avec des configurations identiques ou différentes;
 - Nous considérerons plusieurs lignes parallèles indépendantes dans leur fonctionnement, avec des configurations potentiellement différentes mais puisant dans le même bassin d'employés;
- Les tâches et leurs attributs : selon que les attributs soient constants, dynamiques ou incertains (typiquement, l'attribut considéré est le temps de tâche);

- Nous considérerons des temps de tâches déterministes et constants pour la durée de l'observation;
- Les stations et leurs attributs : le nombre de stations parallèles (effectuant des tâches différentes de façon parallèle) ou identiques (machines ou employés effectuant le même groupe de tâches), l'affectation d'un équipement ou d'un employé sélectionné parmi un groupe, la possibilité d'avoir de la capacité supplémentaire associée à une station, etc. ;
 - Dans le cadre de l'étude, toutes les stations sont en série. Cependant, plusieurs employés dans la même station peuvent effectuer les mêmes tâches de façon parallèle sur des items différents;
- Les différentes contraintes du problème : plusieurs types de contraintes peuvent se poser telles que les contraintes d'assignation (contraintes de précédence, de zonage, de synchronisation, de distance minimale entre les tâches, d'exclusion de certaines tâches de certaines stations, etc.), les contraintes reliées aux stations (par exemple : un seul côté d'une pièce est accessible à une station) ou les contraintes reliées au temps de cycle (par exemple : la somme des temps de tâches dans une station additionnée à un certain temps correspondant au chargement des pièces doit être inférieur au temps de cycle), etc. ;
 - Nous considérerons les contraintes de précédence simples, c'est-à-dire des tâches en série, ainsi que d'autres types de contraintes telles que le nombre minimal de stations par ligne et le nombre minimal d'employés par ligne;
- Les fonctions objectifs considérées : minimiser le temps de cycle, minimiser le nombre de stations, minimiser le produit du temps de cycle par le nombre de stations, maximiser l'utilisation du système, minimiser l'index de lissage de la ligne (« line smoothness index ») pour avoir des temps de traitement proches d'une station à l'autre, etc. ;

→ Deux fonctions objectifs seront considérées : minimiser le temps de cycle dans le modèle uni-ligne et minimiser le coût total de production dans le cas du modèle multi-lignes;

- Les méthodes de résolution : on différencie les méthodes exactes des méthodes approximatives. Parmi les méthodes exactes, il y a la programmation linéaire, la programmation non linéaire et d'autres types de programmes tels que la programmation floue et par objectifs (« goal and fuzzy goal programs ») et les programmes de satisfaction des contraintes (« constraints satisfaction programs »). En ce qui concerne les méthodes approximatives, elles comprennent les heuristiques, les méta-heuristiques et les méthodes exactes limitées (« bounded exact methods »).

→ Ici, il s'agit de la programmation linéaire en nombres entiers.

2.2.2 Le cas des lignes parallèles

Un cas de généralisation des problèmes de balancement des lignes particulièrement pertinent pour notre recherche est celui des lignes multiples ou parallèles. Dans une revue de littérature qui y est consacrée, Lusa (2008), présente les configurations typiques des lignes parallèles. Elle différencie les lignes parallèles selon qu'elles sont indépendantes ou non. Des lignes indépendantes sont celles dont l'accomplissement des tâches menant au produit final se fait entièrement dans la ligne même, sans avoir besoin de passer par les stations d'une autre ligne. Un exemple de lignes indépendantes est illustré par la figure 4.

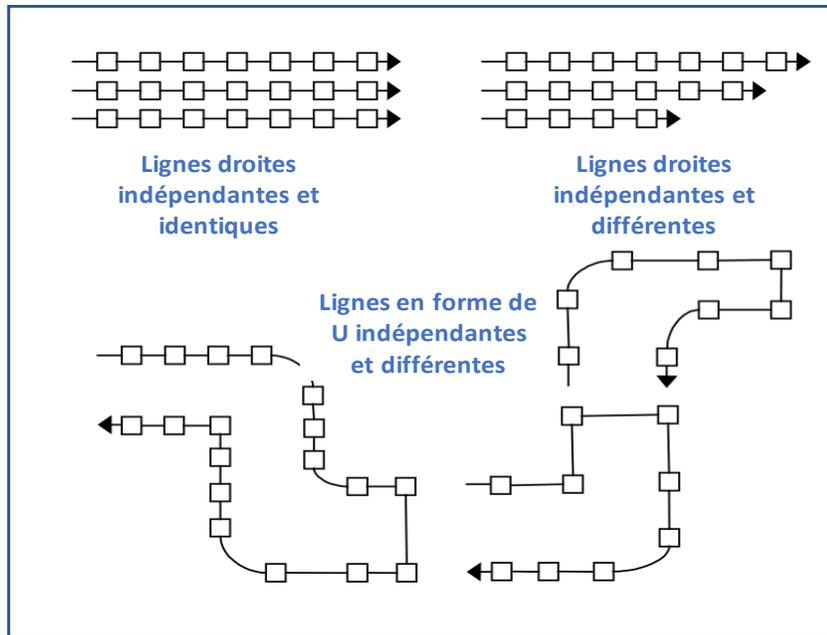


Figure 4 - Lignes parallèles indépendantes (Lusa, 2008)

A l'opposé, les formes de dépendance entre les lignes peuvent varier : certaines lignes peuvent partager quelques stations (dites stations multi-lignes) ou encore certaines tâches doivent se faire dans une autre ligne, le produit devant alors passer par plus d'une ligne de production pour être finalisé, c'est ce qui est appelé croisement des lignes. Quelques exemples de lignes dépendantes sont illustrés par la figure 5.

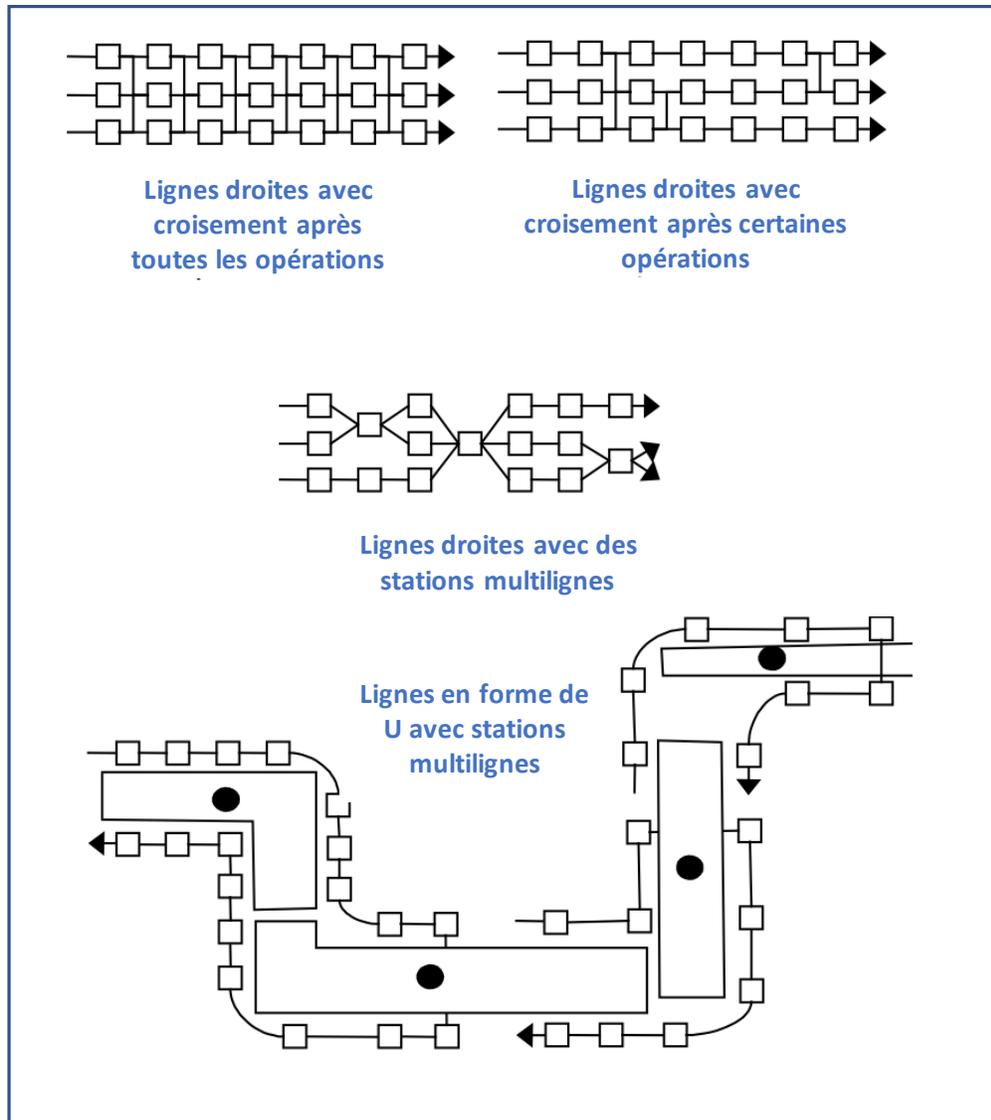


Figure 5 - Types de dépendances entre les lignes (adapté de Lusa (2008))

La complexité des décisions à prendre augmente considérablement lorsqu'on envisage l'installation des lignes parallèles. Le problème de balancement d'une ligne de production étant « NP-hard », le cas des lignes parallèles ne peut que l'être également. L'installation de lignes parallèles présente par ailleurs quelques avantages selon Battaïa et Dolgui (2013) : les investissements peuvent être différés puisque les lignes additionnelles peuvent être ajoutées au fur et à mesure qu'elles deviennent nécessaires, la production peut être adaptée plus facilement à la demande en ajoutant ou en désactivant certaines lignes, l'arrêt d'une ligne n'affecte pas nécessairement la performance globale et finalement la possibilité de baisser les coûts de production en faisant une optimisation

globale des lignes. Les auteurs présentent également quelques inconvénients des lignes parallèles tels qu'un coût d'investissement plus élevé et un effet d'apprentissage moins important à cause de la diversité des tâches à effectuer par les employés. Ces avantages et inconvénients, en fonction des spécificités de chaque cas, mèneront à la détermination de l'objectif à considérer dans le cas de lignes parallèles. Les auteurs considèrent généralement un ou plusieurs des objectifs suivants : minimiser le nombre de stations, minimiser le temps de cycle global, maximiser l'efficacité des lignes (pourcentage du temps de production par rapport à la capacité), minimiser la durée de production en cas de délai de livraison et minimiser le coût ou maximiser le profit (Lusa, 2008).

2.2.3 Apports et positionnement de notre problème par rapport à la littérature existante

Dans sa revue de littérature, Lusa (2008) classe les problèmes traitant de l'équilibrage des lignes parallèles selon quatre catégories :

- Assignation des types de produits aux lignes;
- Évaluation de la performance du système de production pour comparer les différentes configurations;
- Décision du nombre de lignes à installer;
- Balancement de plusieurs lignes parallèles, cela inclut la détermination du nombre de stations de chaque ligne et des tâches à assigner à chaque station.

Le problème objet du présent travail se retrouve dans la dernière catégorie puisqu'il faut déterminer le nombre de stations pour chaque ligne et les tâches assignées à chaque station. À cela s'ajoute la possibilité d'affecter plusieurs employés, dont le nombre est également à déterminer, à une même station.

Afin de situer encore plus précisément notre problème dans cette vaste revue de littérature, il convient de mentionner les définitions que nous retenons pour les composantes et les caractéristiques des lignes d'assemblage par rapport aux autres problèmes étudiés dans la littérature :

- Linéarité d'une ligne : une ligne est considérée comme linéaire ou droite lorsque toutes les stations de travail la composant se succèdent de sorte qu'il n'est pas possible d'avoir deux stations de travail se situant au même niveau de séquencement dans chaque ligne. Autrement dit, les tâches effectuées dans une station ne peuvent pas s'effectuer parallèlement à d'autres tâches d'une autre station : elles les précèdent ou s'y succèdent. La figure 6 schématise cela;

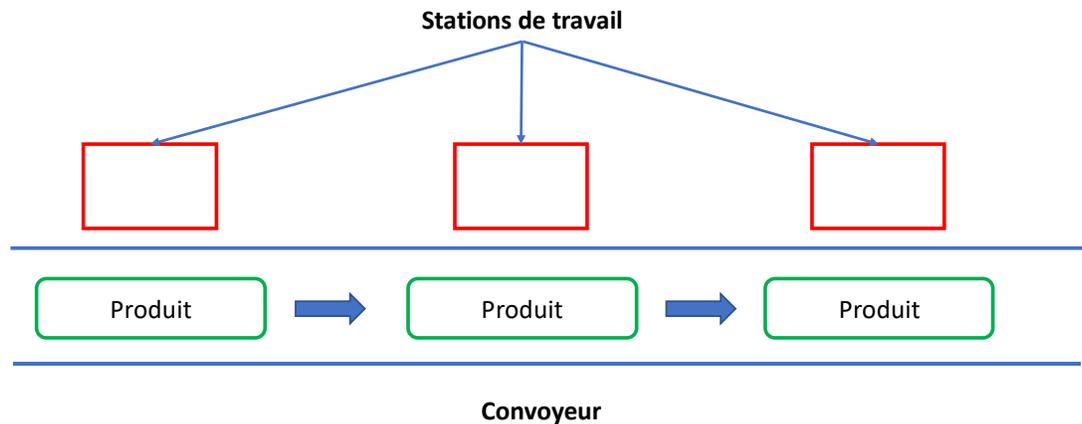


Figure 6 - Ligne d'assemblage linéaire (adapté de Battaïa et Dolgui (2013))

- Station versus poste de travail : une station peut contenir plusieurs postes de travail. Dans le cadre de l'étude, un poste de travail équivaut à un employé. Le cas d'un poste de travail occupé par une machine n'est pas étudié. Lorsque plusieurs postes de travail font partie d'une même station, ces derniers sont identiques : cela veut dire que les employés de la même station effectuent exactement les mêmes tâches (sur des items différents). La figure 7 illustre le cas d'une ligne d'assemblage simple avec des stations contenant plusieurs postes de travail (employés);

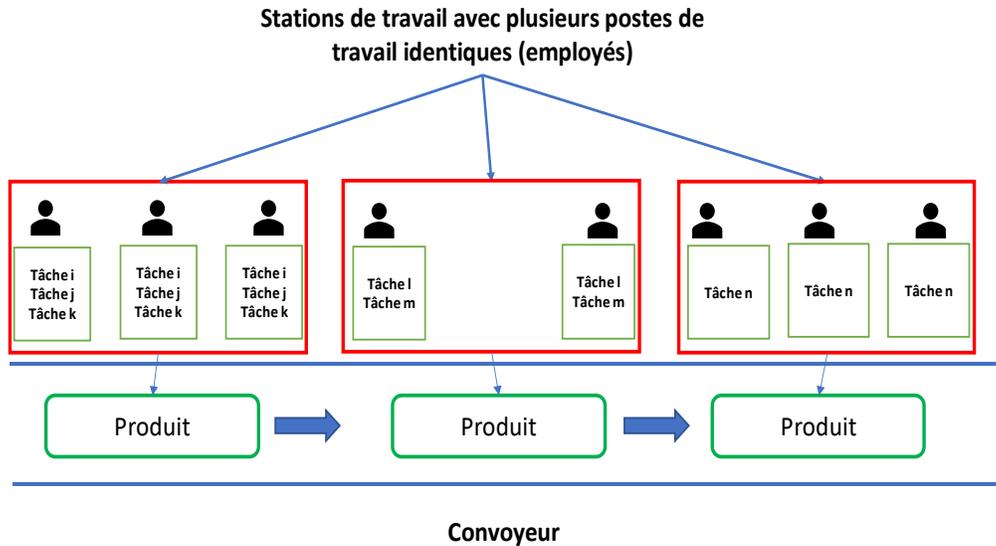


Figure 7 - Stations de travail avec plusieurs postes de travail (adapté de Battaïa et Dolgui (2013))

- Dans notre étude, on entend par lignes parallèles, des lignes linéaires fonctionnant simultanément sans qu'il n'y ait de dépendance en termes de tâches : le produit est assemblé à travers les tâches effectuées dans les stations d'une même ligne sans intervention aucune des stations des autres lignes. Le schéma « lignes droites indépendantes et différentes » de la figure 4, illustre bien le cas que nous traitons.

En ce qui concerne les caractéristiques du problème étudié, nous allons les résumer à travers les critères cités par Lusa (2008) pour décrire le problème à résoudre tel que le montre le tableau 1.

Caractéristique	Description générale	Valeur retenue dans le cadre de l'étude
Critères d'évaluation	Critère ou combinaison de critères servant à évaluer les solutions du problème	Temps de cycle pour le modèle uni-ligne Coût total de production pour le modèle multi-lignes
Approche	Heuristique, simulation, programmation, etc.	Programmation linéaire en nombres entiers
Division du travail	Indique si les tâches sont prédéterminées ou bien si le travail à effectuer est à diviser en plusieurs tâches à définir	Tâches prédéterminées
Nombre de produits	Un seul ou plusieurs produits	Plusieurs produits au sein de l'usine mais un seul produit par ligne
Nombre de lignes	Fixé à l'avance ou à déterminer	Fixé à l'avance
Types de lignes	Identiques vs. différentes Dédiées vs. flexibles	Les lignes peuvent être différentes entre elles. Cependant chaque ligne est dédiée à un produit pendant la période d'observation.
Nombre de stations	Indique si le nombre total de stations et le nombre de stations par ligne est fixé ou à déterminer	Le nombre minimal de stations par ligne est fixé. Le nombre total d'employés disponibles est donné. Le nombre d'employés par ligne est à déterminer.
Données stochastiques	Éléments stochastiques à prendre en compte	Pas de données stochastiques

Tableau 1 - Caractéristiques du problème étudié selon les caractéristiques proposées par Lusa (2008)

Maintenant que le problème est situé parmi ses semblables, quels sont les aspects qui lui confèrent une nouveauté? En se basant sur ses principales caractéristiques, nous allons identifier ce qui fait son unicité par rapport aux problèmes de lignes parallèles qui lui sont similaires et qui ont déjà été étudiés.

Dans la revue de littérature de Lusa (2008) sur les lignes parallèles, en se penchant sur les articles qui font partie de la même catégorie que le problème étudié, à savoir le balancement de plusieurs lignes parallèles incluant la détermination du nombre de stations de chaque ligne et des tâches à assigner à chaque station, on se rend compte qu'indépendamment de leur méthode de résolution, une majorité d'entre eux prédéterminent le temps de cycle des lignes (Pinnoi et Wilhelm (1997), Miltenburg (1998), Sparling (1998) ainsi que Gökçen, Ağpak *et al.* (2006)). Ceci est une différence fondamentale avec notre problème, puisque dans notre cas, le temps de cycle de chaque ligne sera déterminé par le système. Le reste des articles se différencie du notre par d'autres caractéristiques comme le fait de n'envisager qu'un seul employé par station (Süer et Dagli, 1994). Par ailleurs, Süer (1998) dans un autre article, traite de l'affectation de plusieurs employés à une même station mais l'objectif considéré est de minimiser le nombre de lignes, lequel n'est pas prédéterminé comme dans le cas de notre étude. Une autre différence dans ce cas est que ce problème considère le même produit à assembler c'est-à-dire des commandes identiques ainsi qu'un nombre de travailleurs inférieur au nombre de tâches, ce qui n'est pas une obligation dans notre cas. Finalement, Chiang, Kouvelis *et al.* (2007) traitent le balancement de plusieurs lignes en U mais ils supposent qu'elles fabriquent le même produit. En se penchant sur la littérature plus récente des lignes d'assemblage parallèles qui a été résumée par Özcan (2018), on se rend compte que sur les 24 articles cités et qui ont été publiés entre 2006 et 2016, 17 problèmes ont pour objectif de minimiser le nombre de stations en fixant le temps de cycle, 4 minimisent le temps de cycle en fixant le nombre de stations et 3 seulement ne sont ni dans l'un ni dans l'autre des cas. Parmi ces derniers, Kucukkoc et Zhang (2015) étudient les lignes parallèles à deux côtés et ont pour objectif de minimiser le produit du temps de cycle et le nombre de stations mais en considérant que le temps de cycle sera le même pour toutes les lignes. Kara, Gökçen *et al.* (2010) et Hemig, Rieck *et al.* (2014) quant à eux, ne traitent pas du problème d'affectation des employés aux stations.

En résumé, le problème que nous étudions se caractérise par le cumul de plusieurs caractéristiques qui font son unicité. En effet, s'il a certaines caractéristiques communes avec des problèmes déjà étudiés, à notre connaissance, aucun d'entre eux ne rassemble l'ensemble des particularités suivantes. Tout d'abord, le problème ne présuppose pas la fabrication du même produit dans toutes les lignes ni l'obligation d'avoir le même temps de cycle pour toutes les lignes. Ensuite, nous considérons la possibilité d'affecter plusieurs employés à une même station, ce qui a rarement été étudié. Finalement, notons que l'horizon considéré dans notre modèle multi-lignes correspond à un temps fini déterminé par le temps total de production de la ligne d'assemblage s'arrêtant en dernier. Dans la littérature, l'horizon considéré est généralement infini reflétant ainsi la réalité du milieu manufacturier dans lequel les lignes de production sont stables et conçues pour un horizon à moyen-long terme.

Cela nous amène à relever que la particularité de notre problème provient certainement du fait qu'il n'est pas directement issu du monde manufacturier. Il répond, au contraire, aux besoins spécifiques des entreprises de services (3PLs) lesquelles doivent avoir une flexibilité accrue pour être en mesure de répondre aux besoins changeants de clients manufacturiers distincts.

3 Le modèle uni-ligne avec minimisation du temps de cycle (UNI-TC)

Dans cette section, un premier modèle visant à comprendre le fonctionnement d'une seule ligne sera conçu et analysé. Nous décrirons dans un premier temps le modèle, son implantation et les instances utilisées. Les extraits recueillis et une analyse des résultats seront ensuite présentés.

3.1 Description du modèle

Ce modèle a pour objectif de minimiser le temps de cycle pour une seule ligne avec des tâches en série. Il intègre la particularité de pouvoir affecter plus d'un employé à une station. Il décidera des tâches et du nombre d'employés à affecter à chaque station de la ligne. Ainsi, les hypothèses de ce modèle sont les mêmes que SALBP à l'exception qu'il peut y avoir plus qu'un employé par station. Les employés affectés à une station font alors chacun l'ensemble des tâches de ladite station. Il en résulte que le temps de cycle de la station est égal à la somme des durées de tâches de la station divisée par le nombre d'employés affectés à la station. Ces employés font partie d'un bassin d'employés disponibles dont le nombre est prédéterminé.

Paramètres :

- NE : le nombre d'employés;
- NT : le nombre de tâches à réaliser;
- I : l'ensemble des tâches ; $I = \{1, 2, \dots, i, \dots, j, \dots, NT\}$;
- K : l'ensemble des employés ; $K = \{1, 2, \dots, k, \dots, NE\}$;
- T_i : la durée de la tâche i (en secondes);
- TS_{ij} : le temps total des tâches de la tâche i à la tâche j (en secondes);
- NS_{min} : nombre minimal de stations dans la ligne.

Variables de décision :

- $X_{ijk} = 1$ si le regroupement de la tâche i à la tâche $j-1$ est choisi (pour constituer une station) et que k employés y sont assignés. $X_{ijk} = 0$, sinon;
- TC_{ligne} : le temps de cycle de la ligne (en secondes).

Fonction objectif :

$$\text{Minimiser } TC_{ligne} \quad (1)$$

Contraintes :

- Contraintes de conservation des flots :

$$\sum_{j=2}^{NT+1} \sum_{k=1}^{NE} X_{1jk} = 1 \quad (2a)$$

$$\sum_{j=1}^{i-1} \sum_{k=1}^{NE} X_{jik} = \sum_{j=i+1}^{NT+1} \sum_{k=1}^{NE} X_{ijk} \quad \forall i \in I \setminus \{1\} \quad (2b)$$

- Contrainte du nombre d'employés :

$$\sum_{i=1}^{NT} \sum_{j=i+1}^{NT+1} \sum_{k=1}^{NE} k * X_{ijk} \leq NE \quad (3)$$

- Contrainte du temps de cycle :

$$X_{ijk} * \frac{TS_{i,j-1}}{k} \leq TC_{ligne} \quad \forall i \in I, \forall j \in \{i+1, \dots, NT+1\}, \forall k \in K \quad (4)$$

- Contrainte d'assignation des employés à une station:

$$\sum_{k=1}^{NE} X_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in \{i+1, \dots, NT+1\} \quad (5)$$

- Contrainte sur le nombre de station :

$$\sum_{i=1}^{NT} \sum_{j=i+1}^{NT+1} \sum_{k=1}^{NE} X_{ijk} \geq NS_{min} \quad (6)$$

- Contrainte de variables binaires :

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in \{i + 1, \dots, NT + 1\}, \forall k \in K \quad (7)$$

La fonction objectif (1) cherche à minimiser le temps de cycle de la ligne. La contrainte (2a) s'assure que pour la première tâche, il existe un et un seul couple (tâche j , nombre d'employés k) pour lesquels cette première tâche est regroupée avec les tâches suivantes jusqu'à la tâche $j-1$ et que k employés sont affectés à cet ensemble de tâches. Autrement dit, la tâche 1 fait partie d'une seule station laquelle englobe $j-1$ tâches et k employés.

Comme ce modèle utilise l'idée de conservation des flots, les contraintes (2b) s'assurent que la somme des flux entrants est égale à la somme des flux sortants. Dans ce cas-ci, on s'assure que si $i-1$ est la dernière tâche d'une station, alors i est la première tâche de la station suivante (cas où l'égalité est à 1). Inversement, si la tâche $i-1$ n'est pas la dernière tâche d'une station, alors la tâche i ne peut pas être la première tâche de la station suivante (cas où l'égalité est à 0). Les termes de chaque côté de l'égalité prennent en compte l'ensemble des possibilités d'affectation des employés.

La contrainte (3) garantit que le nombre total d'employés est respecté, c'est-à-dire que l'on n'utilise pas plus d'employés que le nombre disponible. Les contraintes (4) assurent que le temps de cycle de la ligne soit plus grand que les temps de cycle de toutes les stations. De plus, cette contrainte, écrite de cette manière, sert à linéariser le modèle. En effet, le temps de cycle de la ligne est égal au maximum des temps de cycle de chaque station (formulation non linéaire), ce qui est équivalent à dire qu'il est supérieur au temps de cycle de chaque station de la ligne, quelle que soit la station (formulation linéaire). Cela est suffisant puisque le temps de cycle de la ligne est minimisé par la fonction objectif. Les contraintes (5) permettent de s'assurer, que pour chaque station possible (couple de tâches (i,j)), au plus une possibilité de nombre d'employés assignés à ladite station est choisie. La contrainte (6) est utile pour s'assurer que la solution respecte le nombre minimal de stations. Le premier terme de l'inégalité est un calcul du nombre de stations de la ligne. Cette contrainte a été ajoutée pour analyser la sensibilité du modèle au nombre minimal de stations imposé à la ligne. Les contraintes (7) s'assure que les variables X_{ijk} sont binaires.

Afin d'illustrer le modèle de flots, nous considérons un exemple d'une ligne de 4 tâches dans la figure 8. Les quatre tâches sont représentées par les cercles 1, 2, 3 et 4. Le cercle 5 représente une tâche fictive indiquant la fin de la ligne. Les flèches de la même couleur désignent les possibilités de regroupement d'une tâche (de la même couleur aussi) avec les tâches suivantes. Ainsi, la flèche X25 signifie que les tâches 2, 3 et 4 sont regroupées dans la même station. De même, la flèche X45 signifie que la tâche 4 est toute seule dans une station.

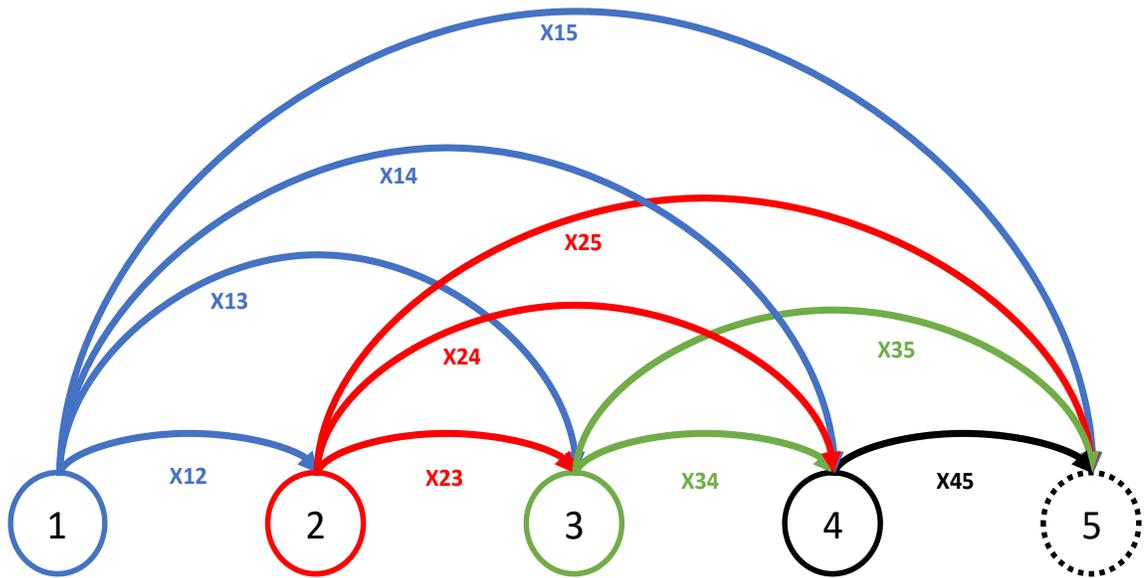


Figure 8 - Illustration du modèle de flots UNI-TC

Dans la figure 9, le chemin constitué par des flèches en pointillé représente une configuration de regroupement possible pour la ligne. Dans cette configuration, le choix fait est de regrouper les tâches 1 et 2 dans une station (flèche X13), de mettre la tâche 3 dans une station (flèche X34) et la tâche 4 dans une 3^{ème} station (flèche X45). Toutes les autres flèches n'ont pas été choisies.

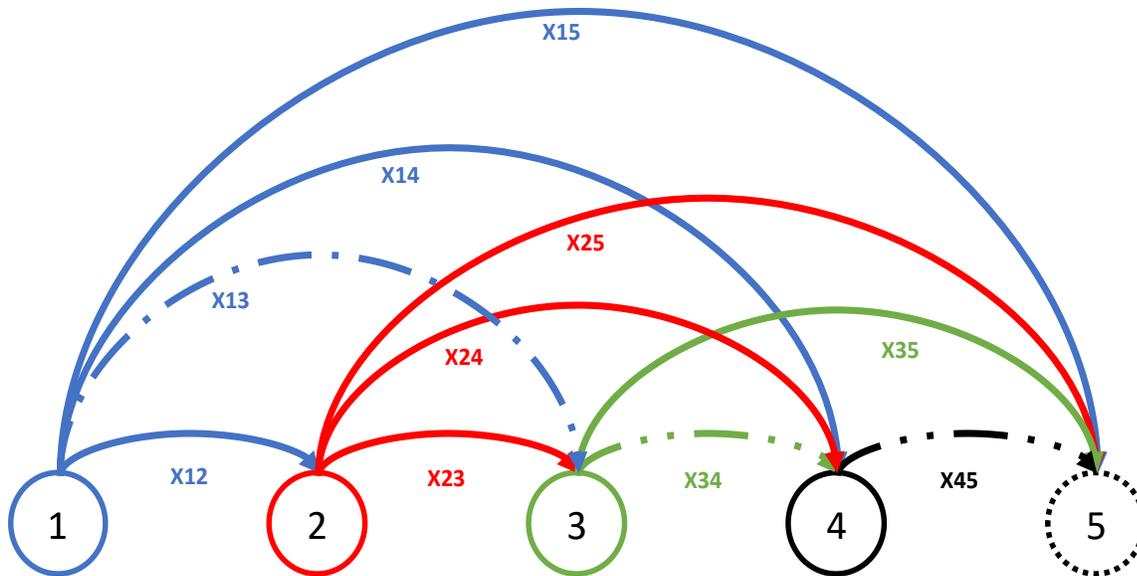


Figure 9 - Illustration du modèle de flots UNI-TC - Un regroupement possible

Il est à noter que pour des fins de simplification de la représentation, les flèches dans les figures 8 et 9 représentent uniquement les décisions sur les regroupements des tâches et n’incluent pas celles sur le nombre d’employés affectés à chaque station. En réalité, dans le graphe complet, chaque flèche X_{ij} serait dupliquée autant de fois que les possibilités de nombres d’employés à assigner à la station (i,j) .

Ainsi, pour la configuration choisie dans la figure 9, si l’on considère un nombre d’employés de 5, il est possible de décliner 6 sous-possibilités d’affectation (réalisables) des 5 employés aux 3 stations tel que décrit par le tableau 2. Chaque case du tableau représente un nombre d’employés affectés à l’arc (station).

	X_{13}	X_{34}	X_{45}
Possibilité 1	3	1	1
Possibilité 2	2	2	1
Possibilité 3	2	1	2
Possibilité 4	1	3	1
Possibilité 5	1	2	2
Possibilité 6	1	1	3

Tableau 2 - Illustration du modèle de flots - Possibilités d'affectation des employés

3.2 Implantation du modèle et instances utilisées

L'ordinateur utilisé est un PC avec un processeur à 4 cœurs de type Intel® Core™ i7 ayant une vitesse de 1,8 GHz. Il a une mémoire vive de 12 Go et le système d'exploitation utilisé est Windows 10.

En termes de logiciels, nous avons utilisé le solveur CPLEX Studio IDE 12.8.0 (CPLEX) pour résoudre le modèle. Les langages utilisés sont OPL (Optimization Programming Language) pour la modélisation et IBM ILOG Script pour les instructions de pré-traitement (des données), de contrôle de flux (pendant la résolution) et de post-traitement (des résultats). Ce dernier a été utilisé entre autres pour la résolution de plusieurs instances successivement, le calcul de certains indicateurs d'analyse, l'affichage des résultats dans des fichiers texte puis Excel, la définition des paramètres de CPLEX, etc.

Dans un premier temps, nous avons généré 2400 instances de données basées sur des instances réalistes selon nos observations chez le 3PL visité. Chaque instance fournit en entrée les informations suivantes au modèle:

- Le nombre d'employés : entre 2 et 25 employés (soit 24 possibilités);
- Le nombre de tâches : entre 5 et 50 tâches (le nombre de tâches est généré par pallier de 5, soit 10 possibilités);
- La durée de chaque tâche : entre 0 et 10 secondes. Ces durées ont été générées selon une distribution uniforme. Pour chaque combinaison de nombre d'employés et de nombre de tâches, 10 instances ont été générées. Chacune de ces 10 instances a un numéro situé entre 1 et 10 appelé numéro de réplification.

Ceci donne un total de 2400 instances : 24 scénarios d'employés multipliés par 10 scénarios de nombres de tâches multipliés par 10 réplifications de durées de tâches.

Ce premier groupe d'instances est considéré comme ayant une haute variabilité de temps de tâches et est désigné par le code HV (« High Variability »). En effet, pour tester l'effet de la variabilité des temps de tâches d'une ligne, nous avons créé, selon la même logique

deux autres groupes d'instances avec des temps de tâches dont la moyenne est égale à celle du groupe HV (c'est-à-dire 5 secondes) mais dont les variabilités sont moindres:

- Un groupe de 2400 instances de variabilité moyenne avec des temps de tâches variant entre 2 et 8 secondes. Ce groupe est désigné par le code MV (« Medium Variability »);
- Un groupe de 2400 instances de variabilité faible avec des temps de tâches variant entre 4 et 6 secondes. Ce groupe est désigné par le code LV (« Low Variability »).

Dans un premier temps, les instances ont été générées sur Excel en utilisant Visual Basic. Par la suite un fichier « .dat » a été généré à l'aide de Visual Basic pour chaque ligne Excel (et donc pour chaque instance) en vue d'alimenter le programme dans CPLEX.

3.3 Liste des intrants et des extrants

Cette section décrit les intrants et les extrants du modèle. Le tableau 3 décrit les données fournies en entrée au modèle (intrants) pour chacune des instances.

Libellé	Description	Commentaires
Numéro d'instance	Identifiant l'instance de données	Format : « Variabilité_Nombre d'employés_Nombre de tâches_Numéro de la réplication » (ex : HV_5_10_3)
NE	Nombre d'employés	
NT	Nombre de tâches	
Numéro de réplication	Pour chaque couple (<i>NE</i> , <i>NT</i>), le numéro de la réplication des temps de tâches. Ces réplifications de temps de tâches ont été générées aléatoirement à 10 reprises pour chacun des niveaux de variabilité.	Il y a 10 ensembles différents de temps de tâches pour chaque couple (<i>NE</i> , <i>NT</i>). Chaque ensemble est considéré comme une réplication. Chaque réplication correspond à une instance différente reliée au couple (<i>NE</i> , <i>NT</i>).

Tableau 3 - Liste des intrants du modèle uni-ligne (UNI-TC)

Le tableau 4 décrit les extrants du modèle, lesquels seront utilisés pour analyser les résultats.

Libellé	Description	Commentaires
Temps de cycle <i>(TC_{ligne})</i>	Temps de cycle optimal trouvé par le modèle	Correspond à la valeur finale de la fonction objectif
Nombre de stations (NS)	Nombre de stations trouvé par le modèle après résolution	Calculé en sommant les variables binaires X_{ijk}
Temps de résolution	Temps de résolution du problème en millisecondes (ms)	
Nombre de goulots	Nombre de goulots de la ligne (c'est-à-dire le nombre de stations ayant un temps de cycle égal au temps de cycle de la ligne)	L'égalité entre les temps de cycle est calculée à 10^{-12} secondes près
<i>TC_{min}</i>	Donne le temps de cycle de la station ayant le temps de cycle minimal de la ligne	
Rapport <i>TC_{ligne}/TC_{min}</i>	Temps de cycle de la ligne divisé par le temps de cycle de station minimal	Permet de mesurer l'écart entre le temps de cycle du goulot et celui de la station ayant le plus petit temps de cycle
Regroupements <i>(i, j - 1, k)</i>	Liste des stations (Regroupements proposés par le modèle après résolution) avec le numéro de la première tâche i , de la dernière tâche $j-1$ et le nombre d'employés k affectés à la station	

Tableau 4 - Liste des extrants du modèle uni-ligne (UNI-TC)

3.4 Expérience numérique - Analyse des solutions

Dans cette section, nous analysons la sensibilité du modèle au nombre minimal de stations NS_{min} et au niveau de variabilité des temps de tâches. Nous étudions également les goulots de la ligne et l'écart entre ces derniers et les stations ayant le plus petit temps de cycle.

3.4.1 Analyse de l'impact du nombre minimal de stations NS_{min}

3.4.1.1 La contrainte de supériorité à NS_{min} vs. la contrainte d'égalité à NS_{min}

En l'absence de contraintes sur le nombre de stations, la solution optimale trouvée par le modèle est de regrouper toutes les tâches et tous les employés dans une même station. Cela revient à dire que chaque employé fait toutes les tâches au sein de la même station (pas de spécialisation). Le temps de cycle de la ligne est alors égal à la somme des durées des tâches divisée par le nombre d'employés. Intuitivement, cette solution s'explique puisqu'elle minimise le temps d'inactivité qui est égal à 0 dans le cas d'une seule station et maximise la productivité de tous les employés (100%). Cependant, en réalité, il y a une courbe d'apprentissage qui fait en sorte que les employés accomplissent les tâches qui leur sont assignées de plus en plus vite sous l'effet de la division du travail. D'où l'intérêt de recourir à la contrainte (6) permettant de respecter le degré de division de travail que l'on souhaite instaurer pour en évaluer l'impact sur la solution optimale par la suite.

En fonction de sa valeur, le nombre minimal de stations NS_{min} peut réduire le nombre d'instances concernées par l'analyse. En effet, seules les instances ayant un nombre d'employés supérieur ou égal au nombre minimal de stations pourront être analysées étant donné que chaque station doit accueillir au moins un employé. Il en est de même pour le nombre de tâches puisque chaque station doit performer *a minima* une tâche. Par exemple, si $NS_{min} = 3$, alors seules les instances ayant 3 employés ou plus et 3 tâches ou plus pourront être analysées avec cette valeur de la contrainte.

Les contraintes introduites par l'augmentation progressive des valeurs de NS_{min} (2, 3, 4, 5, 10, 15 et 20) sont les suivantes :

- $NS \geq 2$, soit un total de 2400 instances;

- $NS \geq 3$, avec cette contrainte nous avons dû utiliser uniquement les instances avec 3 employés ou plus (car il faut avoir un minimum d'un employé par station), soit un total de 2300 instances;
- $NS \geq 4$, avec cette contrainte nous avons dû utiliser uniquement les instances avec 4 employés ou plus, soit un total de 2200 instances;
- $NS \geq 5$, avec cette contrainte nous avons dû utiliser uniquement les instances avec 5 employés ou plus, soit un total de 2100 instances;
- $NS \geq 10$, avec cette contrainte nous avons dû utiliser uniquement les instances avec 10 employés ou plus et avec 10 tâches ou plus, soit un total de 1440 instances;
- $NS \geq 15$, avec cette contrainte nous avons dû utiliser uniquement les instances avec 15 employés ou plus et avec 15 tâches ou plus, soit un total de 880 instances;
- $NS \geq 20$, avec cette contrainte nous avons dû utiliser uniquement les instances avec 20 employés ou plus et avec 20 tâches ou plus, soit un total de 420 instances;

Nous nous sommes intéressés dans un premier temps à la question suivante : dans les solutions proposées par le modèle, de combien le nombre de stations NS s'éloigne du nombre minimal de stations imposé selon les différentes valeurs de NS_{min} . Avec la contrainte $NS \geq NS_{min}$ et en faisant varier la valeur de NS_{min} pour le groupe d'instances HV, les solutions optimales proposées donnent dans au moins 98% des cas une solution telle que $NS = NS_{min}$. Dans les cas restants, NS ne dépasse jamais $NS_{min} + 2$. Le tableau 5 montre les résultats détaillés de l'analyse.

	Sans contrainte	$NS_{min}=2$	$NS_{min}=3$	$NS_{min}=4$	$NS_{min}=5$	$NS_{min}=10$	$NS_{min}=15$	$NS_{min}=20$
Nombre d'instances	2400	2400	2300	2200	2100	1440	880	420
$NS = NS_{min}$	2400	2396	2273	2176	2070	1413	864	413
	100,00%	99,83 %	98,83%	98,91%	98,57%	98,13%	98,18%	98,33%
$NS = NS_{min}+1$	0	4	26	24	29	27	14	7
	0,00%	0,17%	1,13%	1,09%	1,38%	1,88%	1,59%	1,67%
$NS = NS_{min}+2$	0	0	1	0	1	0	2	0
	0,00%	0,00%	0,04%	0,00%	0,05%	0,00%	0,23%	0,00%

Tableau 5 - Nombre de stations proposé selon les valeurs de NS_{min} – Contrainte $NS \geq NS_{min}$

Dans les cas où le nombre proposé de stations NS est strictement supérieur à NS_{min} , nous avons voulu vérifier si une solution avec le même temps de cycle aurait pu être trouvée telle que NS soit égal à NS_{min} . En exécutant le programme avec ces nouvelles contraintes ($NS = NS_{min}$), nous avons trouvé que dans tous les cas, le modèle était en mesure de proposer une solution avec un temps de cycle égal à celui trouvé précédemment pour les contraintes respectives de $NS \geq NS_{min}$. Cela nous indique selon ces résultats, qu'en termes d'optimisation de temps de cycle, imposer la contrainte d'égalité à un nombre de stations minimales n'est pas plus contraignant qu'imposer une supériorité au nombre de stations minimales. En raison des temps de calcul, cette comparaison a été faite uniquement pour le groupe d'instances HV. Par ailleurs, notons que la variabilité des temps de tâches n'est pas un aspect pertinent pour l'analyse de ce volet. Pour le reste des analyses pour ce modèle, nous avons donc exécuté tous les programmes avec la contrainte $NS = NS_{min}$.

3.4.1.2 Quantification de l'impact de NS_{min} sur l'augmentation du temps de cycle

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à l'impact de l'augmentation de NS_{min} sur le temps de cycle de la ligne. Avant d'entamer ces analyses, nous nous attendions à ce que l'augmentation de la valeur de NS_{min} engendre une augmentation de temps de cycle puisque le nombre minimal de stations devient de plus en plus contraignant. L'objectif de cette section est de quantifier cette augmentation du temps de cycle en fonction de NS_{min} puis de vérifier l'impact de la variabilité des temps de tâches sur cette augmentation.

Le tableau 6 reporte pour chaque groupe d'instances HV applicable, le pourcentage d'augmentation du temps de cycle par rapport au cas de base (absence de contrainte sur le nombre de stations). Dans la dernière ligne du tableau, nous avons également calculé le taux d'augmentation moyen par station ajoutée pour l'échantillon $NE \geq 20$ et $NT \geq 20$ en vue d'uniformiser l'indicateur à comparer quel que soit la valeur du nombre minimal de stations. Il est possible d'observer deux effets :

- L'effet matérialisé par la flèche horizontale : Pour un même échantillon d'instances, l'augmentation du temps de cycle par station ajoutée est plus importante plus le nombre de stations minimales est élevé (flèche horizontale verte). Cela est dû au fait qu'imposer un plus grand NS_{min} diminue d'autant plus les possibilités de regroupement des tâches, ce qui augmente le temps de cycle de façon plus importante. La relation entre NS_{min} et le temps de cycle n'est donc pas linéaire;
- L'effet matérialisé par la flèche verticale : Pour une même valeur du nombre minimal de stations NS_{min} , l'effet de l'augmentation du temps de cycle est plus important plus on se dirige de l'échantillon ayant un nombre minimal de tâches et d'employés plus élevé ($NE \geq 20$ et $NT \geq 20$) vers celui qui a un nombre d'employés et de tâches minimum moins élevé ($NE \geq 2$ et $NT \geq 5$). Ceci s'explique par le fait que les échantillons ayant une proportion élevée d'instances avec plus d'employés et de tâches possèdent plus de flexibilité pour les « regrouper » en stations (jusqu'à 20 stations pour le cas le plus flexible). Il est donc normal que l'augmentation de NS_{min} les affecte dans une moindre mesure que les autres.

Échantillon d'instances		$NS_{min} = 2$	$NS_{min} = 3$	$NS_{min} = 4$	$NS_{min} = 5$	$NS_{min} = 10$	$NS_{min} = 15$	$NS_{min} = 20$
NE \geq 2 et NT \geq 5	2400	0,9%						
NE \geq 3 et NT \geq 5	2300	0,6%	1,9%					
NE \geq 4 et NT \geq 5	2200	0,5%	1,5%	3,0%				
NE \geq 5 et NT \geq 5	2100	0,4%	1,2%	2,4%	4,2%			
NE \geq 10 et NT \geq 10	1440	0,2%	0,6%	1,2%	2,0%	11,5%		
NE \geq 15 et NT \geq 15	880	0,2%	0,5%	0,9%	1,4%	6,8%	20,9%	
NE \geq 20 et NT \geq 20	420	0,1%	0,4%	0,7%	1,1%	4,9%	14,4%	33,6%
Taux de variation moyen du TC_{ligne} par station ajoutée (pour NE \geq 20 et NT \geq 20)		0,1%	0,2%	0,23%	0,28%	0,55%	1,01%	1,76%

Pour une même valeur de la contrainte NS_{min} , plus forte augmentation de TC_{ligne} selon l'échantillon (paramètres NE et NT)

Pour un même échantillon d'instances, plus forte augmentation du temps de cycle en fonction du nombre minimal de stations

Tableau 6 - Augmentation du temps de cycle par rapport au cas de base en fonction de NS_{min} pour les instances HV

Notons que lorsque le nombre minimal de stations passe de 1 à 20, le temps de cycle augmente de 33,6% (échantillon $NE \geq 20$ et $NT \geq 20$).

3.4.1.3 Impact de la variabilité des temps de tâches sur l'effet de NS_{min}

Nous avons effectué les analyses précédentes sur les deux autres groupes d'instances à moindre variabilité (MV et LV) et avons constaté les mêmes tendances. Par ailleurs, nous avons voulu quantifier l'impact de la variabilité des temps de tâches (variabilité) sur les tendances précédemment décrites. Il ressort que l'effet sur l'augmentation du temps de cycle est plus important pour les instances à haute variabilité comme le montre la figure 10.

Il est à noter que bien que les intervalles entre les différentes valeurs de NS_{min} ne soient pas égaux dans la figure 10, nous avons opté pour une représentation en courbe afin d'illustrer les différences entre les trois degrés de variabilité de façon plus lisible. Il en sera ainsi dans la suite du document à chaque fois que nous voudrions illustrer la différence entre les 3 groupes d'instances.

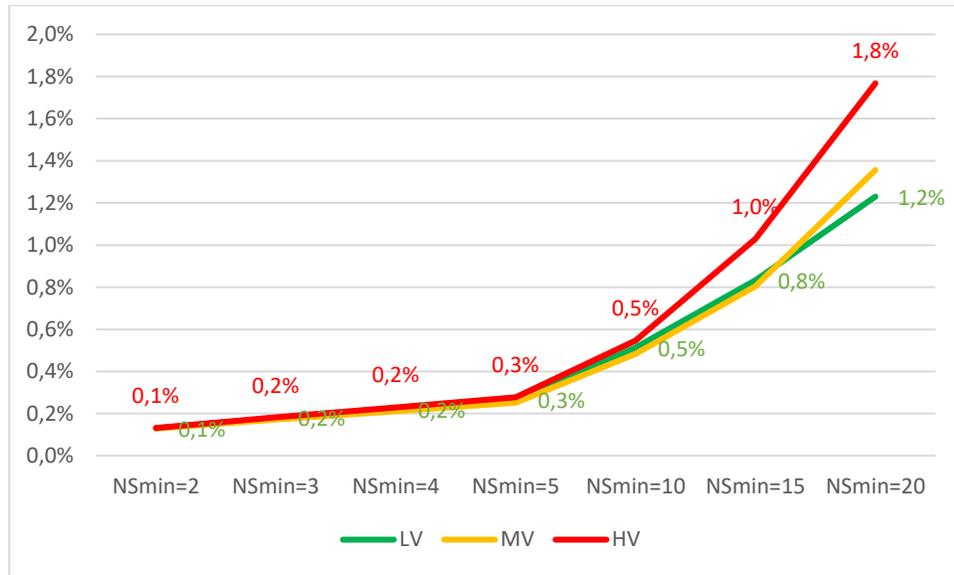


Figure 10 - Effet de la variabilité sur l'augmentation moyenne du temps de cycle par station ajoutée pour l'échantillon $NE \geq 20$ et $NT \geq 20$

Trois observations peuvent être faites à partir de la figure 10 :

- L'effet d'un NS_{min} plus élevé sur l'augmentation du temps de cycle est plus important pour les variabilités plus grandes. En effet, pour les instances HV, il est de 50% plus élevé que pour les instances LV dans le cas extrême de 20 stations pour l'échantillon étudié. Ceci s'explique par le fait qu'une variabilité élevée de temps de tâches rend l'équilibrage de la ligne plus difficile (plus d'écart entre les différents temps de tâches). Face au resserrement de la contrainte du nombre minimal de stations, l'effet sur les instances HV est plus prononcé que pour les instances MV et HV;
- Cet écart d'effet est notable entre les 3 groupes d'instances et est plus visible à partir de $NS_{min}=10$. Cela peut s'expliquer par la nature de l'échantillon montré en

exemple ($NE \geq 20$ et $NT \geq 20$) qui est moins sensible aux petites valeurs de NS_{min} grâce à la flexibilité d'agencement des tâches et des employés dont il bénéficie (jusqu'à 20 stations);

- La différence d'impact entre les instances HV et les instances MV est plus marquée qu'entre les instances MV et LV et ce, bien que la même distance en termes d'écart type, sépare les instances MV de HV et les instances LV de MV. Cela signifie que la relation entre le temps de cycle et l'écart type des temps de tâches n'est pas linéaire. Cela s'explique probablement par les différences entre les variances des 3 groupes. La variance pour les 3 groupes d'instances suivant une distribution uniforme continue se calcule comme suit : $\frac{(b-a)^2}{12}$. Cela donne les variances suivantes :

- HV : $(10 - 0)^2/12 = 100/12$

- MV : $(8 - 2)^2/12 = 36/12$

- LV : $(6 - 4)^2/12 = 4/12$

La différence entre les variances des instances MV et HV ($(100 - 36)/12$) est plus grande que celle entre les variances de LV et MV ($(36 - 4)/12$). Cela pourrait expliquer la différence plus marquée qu'il y'a entre les résultats HV et MV comparativement à la différence entre les résultats de MV et LV.

3.4.2 Analyse de l'équilibrage de la ligne : goulots et stations ayant un temps de cycle minimal

L'objectif initial de ces analyses était de mesurer l'écart entre le temps de cycle de la station goulot et celui de la station ayant le temps de cycle le plus petit. En nous penchant sur les résultats, nous nous sommes rendu compte que plusieurs solutions proposaient plus qu'une station goulot. Nous avons donc analysé le pourcentage de lignes ayant plus d'un goulot ainsi que le rapport entre le temps de cycle du goulot et celui de la station ayant le plus petit temps de cycle (TC_{ligne} / TC_{smin}).

3.4.2.1 Nombre de goulots

D'une façon générale, lorsque les stations sont prédéterminées, le nombre de goulots dans une ligne donne une idée de l'effort nécessaire pour améliorer le temps de cycle d'une ligne. Par exemple, si une ligne contient un seul goulot, le fait d'ajouter de la capacité à la station goulot va certainement améliorer la capacité de la ligne. Cependant, si elle en contient plus d'un, cela veut dire que les améliorations doivent être effectuées à toutes les stations goulot pour observer une amélioration du temps de cycle. C'est pour cela que nous nous intéressons à cette mesure et à la façon dont elle évolue en fonction du nombre minimal de stations imposé.

Tout d'abord, mentionnons que les temps de tâches sont situés entre 0s et 10s et ont une précision d'une décimale. Le fait qu'il n'y ait qu'une seule décimale augmente les chances d'avoir exactement le même temps de cycle pour deux stations différentes et conséquemment le nombre de stations goulots aussi.

La figure 11 reporte le pourcentage des lignes (selon les solutions optimales proposées par le modèle) pour lesquelles le nombre de goulots est strictement supérieur à 1. Ce pourcentage est comparé selon les différentes valeurs du nombre minimal de stations pour les instances HV, MV et LV. Le nombre de goulots augmente en fonction du nombre de stations minimales jusqu'à $NS_{min} = 15$ ou $NS_{min} = 20$ selon le groupe d'instances, puis il baisse légèrement. Pour confirmer cette tendance, nous avons également exécuté le programme avec $NS_{min} = 25$ et avons pu constater que le pourcentage de lignes avec plus d'un goulot a continué de chuter comme le montre la figure 11.

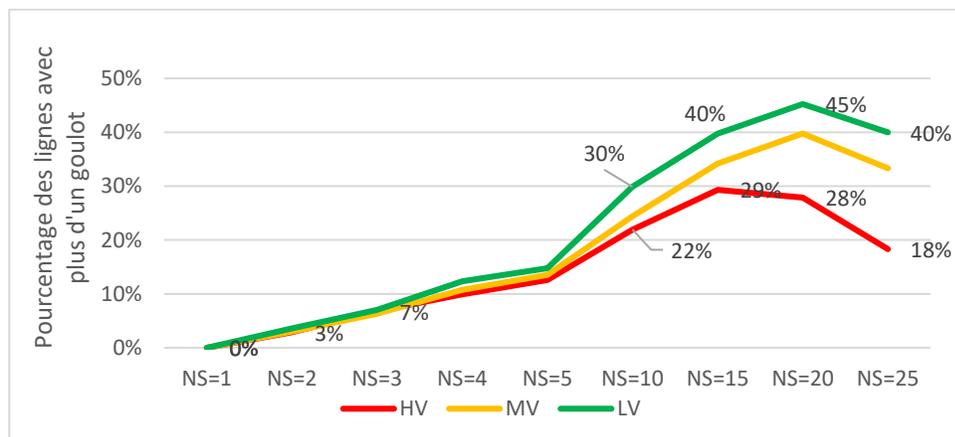


Figure 11 - Effet de la variabilité des temps de tâches sur le nombre de goulots

Lors des premières augmentations de la valeur de NS_{min} (jusqu'à 15 ou 20), il est normal de rencontrer plus de goulots puisqu'en augmentant le nombre de stations, on augmente la chance d'avoir plus de stations avec le même temps de cycle. L'équilibrage de la ligne bénéficie de plus de possibilités pour répartir les tâches et les employés sur plus de stations. Après ce seuil, le nombre minimal de stations imposé réduit les possibilités d'affectation des employés et des tâches, faisant en sorte qu'il y ait moins de goulots. Ceci est d'autant plus vrai que les instances étudiées ont une haute variabilité de temps de tâches.

Avec l'augmentation du nombre minimal de stations, l'effet de l'augmentation du nombre de goulots est plus important pour les instances à faible variabilité. Ceci s'explique par la « facilité » dans ce cas de rapprocher le temps de cycle des stations de la ligne puisque les temps de tâches sont plus proches avec une variabilité moindre. Cette faible variabilité des temps de tâches explique également pourquoi dans les cas de MV et LV le nombre de goulots baisse plus tard, c'est-à-dire à partir de $NS_{min} = 20$.

3.4.2.2 Rapport TC_{ligne} / TC_{smin}

Afin de mesurer l'écart entre le temps de cycle de la ligne TC_{ligne} (celui du goulot) et le temps de cycle de la station ayant le plus petit temps de cycle TC_{smin} , nous avons calculé le rapport TC_{ligne} / TC_{smin} . Cet écart est pertinent à mesurer car il est directement lié au lissage de la charge de travail des employés. Plus ce rapport est proche de 1, plus la charge de travail est équitablement répartie entre les employés des différentes stations, ce qui est généralement recherché par l'entreprise.

L'évolution du rapport TC_{ligne} / TC_{smin} pour les instances HV est présentée dans la figure 12. Les valeurs numériques présentées dans la figure concernent l'échantillon d'instances ayant plus de 20 tâches et plus de 20 employés. Les autres échantillons sont représentés uniquement par les barres du graphique.

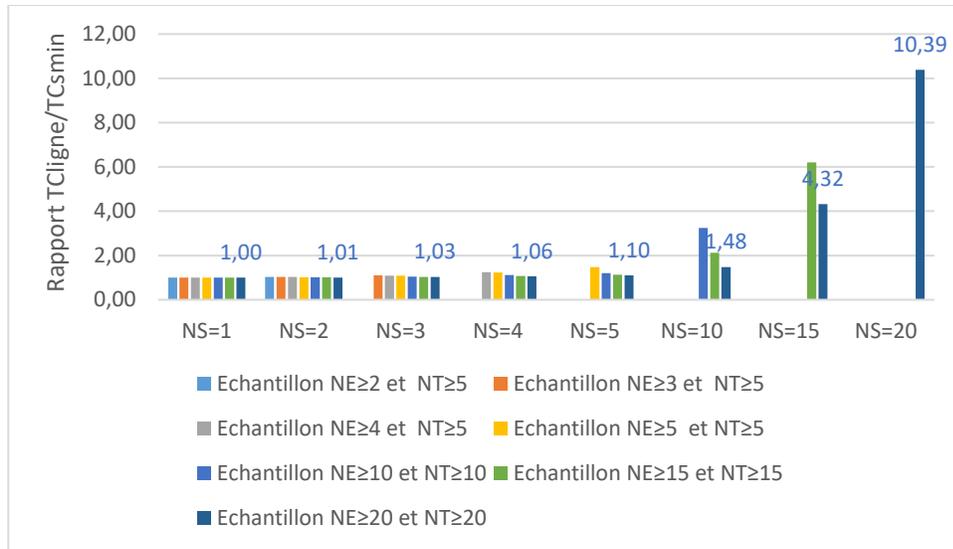


Figure 12 - HV- Évolution du rapport moyen TC_{ligne}/TC_{smin} - Regroupement par nombre de stations

Le rapport TC_{ligne}/TC_{smin} reste proche de 1 jusqu'au nombre de stations NS égal à 10 où il commence à augmenter d'une façon plus importante pour atteindre 10,39 pour un nombre minimal de stations égal à 20 (pour l'échantillon d'instances ayant plus de 20 tâches et plus de 20 employés).

L'augmentation du rapport TC_{ligne}/TC_{smin} en fonction du nombre de stations est cohérente avec le fait que le temps de cycle TC_{ligne} augmente avec le nombre de stations tel que vu précédemment. Par ailleurs, il y a moins de tâches et moins d'employés par station lorsqu'on augmente le nombre de stations : TC_{smin} pourrait alors augmenter ou diminuer en fonction des tâches regroupées et du nombre d'employés de chaque station. À l'extrême, lorsque le nombre de stations imposé est de 20, le système a moins de flexibilité pour le regroupement de tâches et des employés, ce qui amène une plus grande disparité de temps de cycle entre les stations et explique la valeur élevée du rapport TC_{ligne}/TC_{smin} .

Nous avons effectué les mêmes analyses pour les groupes d'instances MV et LV. La figure 13 représente l'évolution du rapport TC_{ligne}/TC_{smin} pour chacun des groupes d'instances.

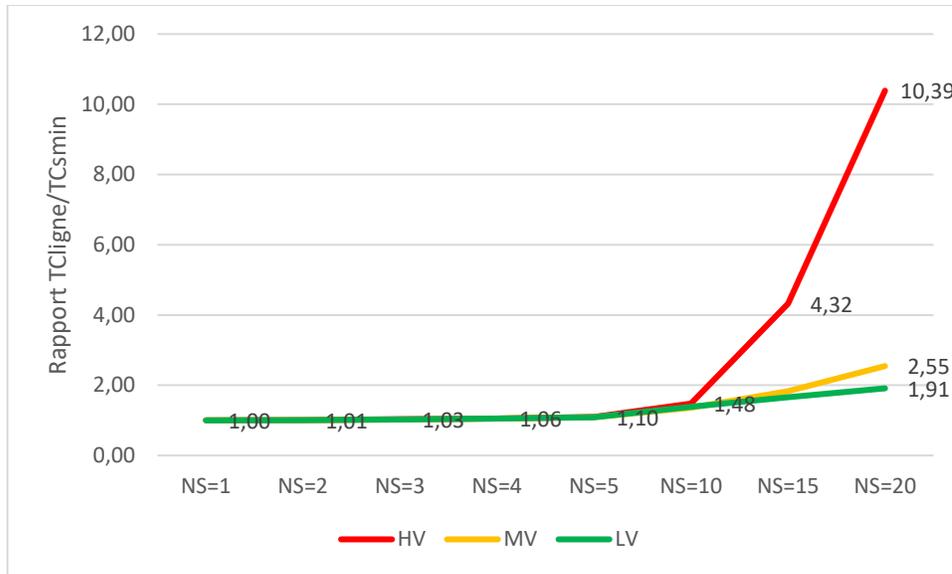


Figure 13 - Impact de la variabilité sur l'évolution du rapport de TC_{ligne} / TC_{smin} en fonction du nombre de stations pour l'échantillon $NE \geq 20$ et $NT \geq 20$

Pour l'échantillon $NE \geq 20$ et $NT \geq 20$ le ratio TC_{ligne} / TC_{smin} augmente tout en restant très proche de 1 jusqu'à $NS=10$. Cela correspond à des lignes où les temps d'inactivité restent moindres puisque les temps de cycle des stations sont proches. Il est aisé d'expliquer cela par le fait que la contrainte de nombre de stations égal à 10 ou moins ne contraint que peu l'échantillon étudié dans sa flexibilité (puisque le nombre de tâches et d'employés sont tous les deux supérieurs à 20 dans l'échantillon d'instances étudié).

À partir d'un nombre de stations supérieur à 15, le ratio TC_{ligne} / TC_{smin} augmente d'une façon plus importante plus la variabilité est grande. La grande variabilité des temps de tâches, couplée avec une valeur élevée du nombre minimal de stations, implique une plus grande difficulté à équilibrer la ligne à cause de l'obligation d'avoir des stations contenant peu de tâches ou des tâches de durées très variables entre elles. Pour l'échantillon à faible variabilité, le rapport double à peine entre le scénario sans contrainte (une seule station) et le scénario avec 20 stations. Il est à noter que l'écart entre les instances HV et MV est beaucoup plus grand que celui entre MV et LV tel qu'expliqué précédemment.

3.4.3 Récapitulatif des principales conclusions du modèle UNI-TC

Le tableau 7 résume les principaux résultats observés à partir de l'analyse de sensibilité.

Paramètre	Principales conclusions
Nombre de stations minimales NS_{min}	<ul style="list-style-type: none"> • Les contraintes $NS \geq NS_{min}$ et $NS = NS_{min}$ sont équivalentes • Plus NS_{min} augmente plus l'augmentation du temps de cycle est importante : l'effet de NS_{min} est marginalement croissant • Lorsque NS_{min} passe de 1 à 20, le temps de cycle augmente d'environ 33% pour l'échantillon applicable
Variabilité des temps de tâches	<ul style="list-style-type: none"> • L'effet de l'augmentation de NS_{min} sur le temps de cycle est plus important pour les variabilités de temps de tâches plus grandes • L'écart en termes de temps de cycle entre les instances de variabilités différentes est d'autant plus significatif à partir de $NS_{min} = 10$
Nombre de goulots	<ul style="list-style-type: none"> • Le pourcentage de lignes ayant plus d'un goulot augmente avec le nombre minimal de stations, et ce jusqu'à un certain seuil de NS_{min} (15 ou 20 stations selon la variabilité des temps de tâches). Après ce seuil, le pourcentage de lignes ayant plus d'un goulot diminue
Rapport TC_{ligne} / TC_{smin}	<ul style="list-style-type: none"> • Pour les instances HV, le rapport TC_{ligne} / TC_{smin} reste proche de 1 jusqu'à $NS = 10$, il augmente en suite de façon importante jusqu'à atteindre 10,39 pour $NS = 20$ indiquant une plus grande difficulté à équilibrer la ligne • Pour les instances MV et LV, cette augmentation est beaucoup moins importante (valeurs respectives du rapport de 2,5 et 1,9)

Tableau 7 - Principales conclusions de l'analyse de sensibilité du modèle UNI-TC

3.5 Expérience numérique – Analyse des temps de résolution

Dans cette section, nous tentons d'identifier les paramètres ayant un impact sur le temps de résolution du modèle. Ainsi, nous évaluerons l'impact du nombre minimal de stations imposé NS_{min} , du nombre de tâches NT , du nombre d'employés NE ainsi que de la variabilité des temps de tâches sur le temps de résolution du modèle.

3.5.1 Impact du nombre de stations NS_{min} et de la variabilité des temps de tâches sur le temps de résolution

La figure 14 montre l'évolution du temps de résolution en fonction du nombre de stations pour les 3 ensembles d'instances MV, HV et LV. Le temps de résolution augmente avec le nombre de stations et atteint un pic lorsque $NS = 3$. Par la suite, il diminue graduellement plus on augmente le nombre de stations. Les valeurs les plus élevées du temps moyen de résolution sont constatées pour $NS = 3, 4$ et 5 stations contrairement aux extrémités (c'est-à-dire un très petit ou un très grand nombre de stations) où le temps de résolution moyen est très bas. Cela s'explique par le fait qu'aux extrémités, les possibilités de regroupement sont moins nombreuses. Par exemple, avec la contrainte de 20 stations, l'échantillon applicable est $20 \leq NE \leq 25$ et $20 \leq NT \leq 50$. Puisqu'il faut avoir au moins une tâche et un employé pour chacune des 20 stations, il reste un nombre moindre de possibilités pour distribuer les tâches et les employés restants par rapport au cas où on impose 3 stations et où le nombre d'employés et de tâches peuvent varier respectivement de 3 à 25 et de 3 à 50. Autrement dit, plus le nombre de possibilités de regroupement est grand pour une instance donnée, plus cela prendra de temps pour résoudre le modèle.

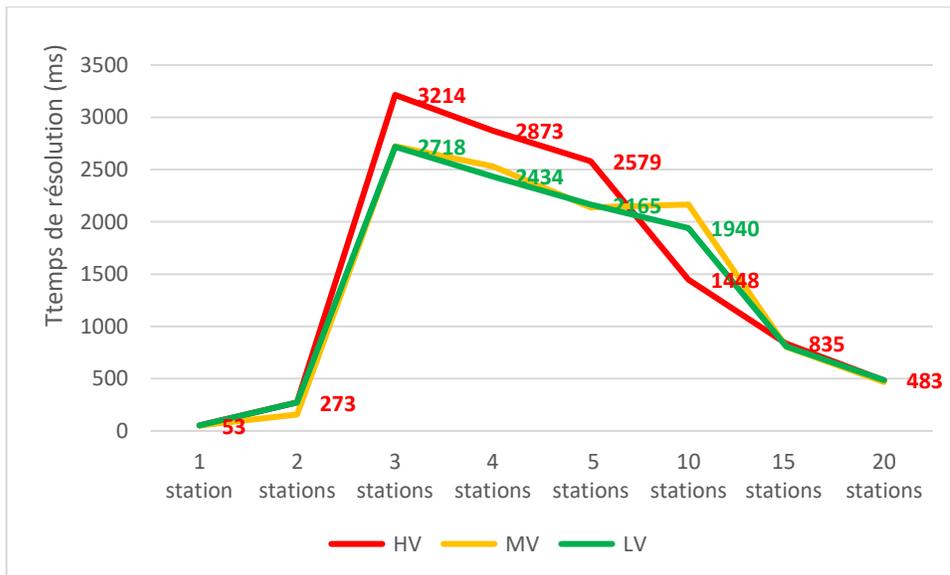


Figure 14 - Moyenne du temps de résolution (ms) selon le nombre de stations pour les instances HV, MV et LV

Pour ce qui est de l'effet de la variabilité des temps de tâches, le temps de résolution est généralement un peu plus élevé pour les instances HV, cette différence est plus visible dans les cas de 3, 4 et 5 stations. Par ailleurs les temps de résolution des instances MV et LV sont très proches (comme dans le cas d'analyses précédentes, nous avons constaté que les différences sont moins prononcées entre MV et LV).

En conclusion, le temps de résolution est beaucoup plus élevé pour un nombre de stations entre 3 et 10 comparativement aux nombres de stations situés à l'extrémité. Quant à la variabilité des temps de tâches, elle n'a pas d'incidence significative sur le temps de résolution.

3.5.2 Impact du nombre d'employés NE et du nombre de tâches NT sur le temps de résolution

Comme le montre la figure 15, on constate que le temps de résolution a une tendance à augmenter lorsque le nombre d'employés augmente. Cette augmentation s'explique par la multiplication du nombre de variables X_{ijk} lorsque NE augmente, augmentant ainsi le nombre de possibilités pour l'indice k . Cette augmentation est d'autant plus importante pour les nombres de stations entre 3 et 10 comparativement aux nombres de stations situées à l'extrémité pour les mêmes raisons expliquées précédemment. La figure 15 montre l'évolution du temps de résolution pour un sous-ensemble de nombres de stations et ce, pour des raisons de lisibilité du diagramme.

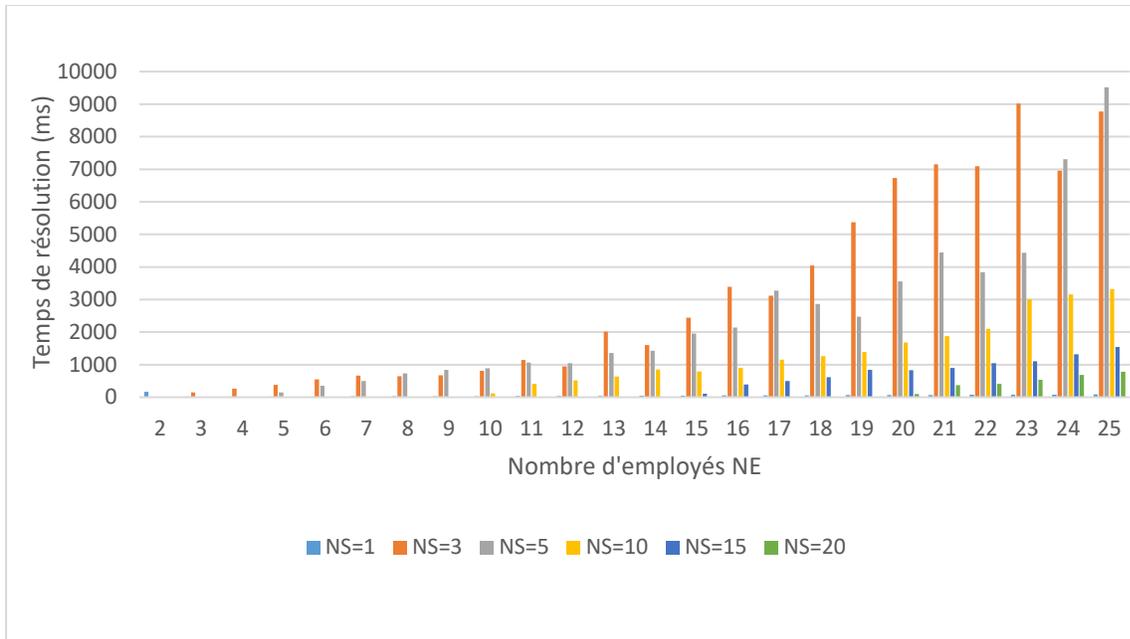


Figure 15 - Temps de résolution (ms) en fonction du nombre d'employés pour les instances HV

À travers la figure 16, il est possible d'observer les mêmes tendances pour le nombre de tâches NT . Cette fois-ci, ce sont les indices ij qui sont plus nombreux et qui augmentent ainsi le nombre de variables X_{ijk} , ce qui complexifie la résolution du modèle.

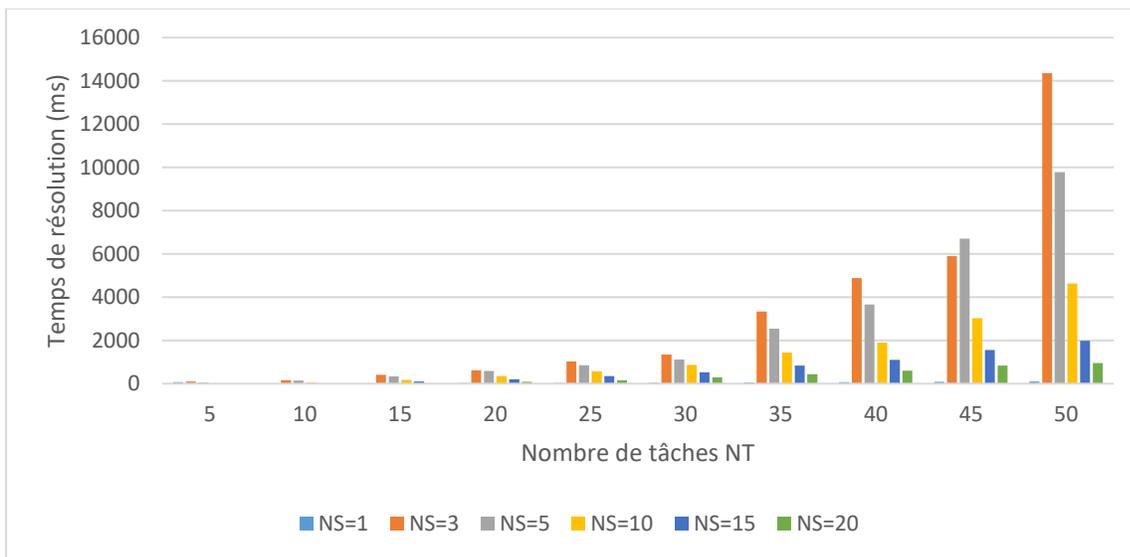


Figure 16 - Temps de résolution (ms) en fonction du nombre de tâches pour les instances HV

En conclusion, les temps de résolution demeurent faibles et nous avons pu constater que la performance du modèle est influencée comme suit :

- Le temps de résolution est beaucoup plus élevé pour un nombre de stations se situant entre 3 et 10 comparativement aux nombres de stations situés à l'extrémité. La variabilité des temps de tâches n'a pas d'incidence significative sur le temps de résolution;
- Plus le nombre de tâches ou le nombre d'employés est grand, plus le temps de résolution est grand en raison d'un plus grand nombre de variables X_{ijk} . L'impact de NE et NT sur le temps de résolution est plus élevé pour un nombre de stations situé entre 3 et 10 stations à cause d'un nombre de possibilités plus grand qu'aux extrémités.

4 Le modèle multi-lignes avec minimisation du coût (MULTI-C)

Les chapitres précédents nous ont permis de comprendre les problèmes d'équilibrage des lignes d'assemblage et les spécificités des 3PLs. Nous avons également formulé et analysé notre premier modèle (UNI-TC), un modèle uni-ligne avec minimisation du temps de cycle. Dans ce nouveau chapitre, nous étudierons notre deuxième modèle : le modèle multi-lignes avec minimisation du coût (MULTI-C). Nous commencerons par la description et la formulation de ce dernier. Nous présenterons par la suite les instances utilisées et la liste des intrants et des extrants du modèle. Finalement, nous fournirons une analyse des solutions proposées et des temps de résolution. Afin de s'inscrire dans la continuité du travail réalisé dans les chapitres précédents et pour apprivoiser la complexité et les spécificités des lignes d'assemblage des 3PLs de manière progressive, le modèle MULTI-C sera d'abord appliqué au cas particulier d'une seule ligne et les analyses afférentes seront présentées. Cela nous permettra d'analyser l'impact de la nouvelle fonction objectif. Suivra alors l'analyse du cas plus complexe, permettant d'observer le comportement du modèle dans le cas de plusieurs lignes.

4.1 Description du modèle

Le modèle UNI-TC nous a permis d'explorer le cas d'une ligne permettant l'octroi de plusieurs employés à une même station avec l'objectif de minimiser le temps de cycle. Le second modèle (MULTI-C), qui sera décrit et analysé dans le présent chapitre, a pour objectif de représenter davantage la réalité des 3PLs tout en reprenant certains éléments du premier modèle. En effet, comme le premier modèle, il permet l'affectation de plusieurs employés à la même station. Cependant, le modèle MULTI-C permet de traiter le cas de plusieurs lignes simultanées : chacune des lignes devant traiter une commande avec un nombre limité et prédéterminé d'unités comme cela est le cas dans la réalité des 3PLs. Cela apporte deux différences majeures par rapport au premier modèle : 1) En raison du caractère non répétitif des commandes et des quantités limitées à produire, l'horizon d'observation n'est plus illimité. Il correspond au temps de traitement de l'ensemble des commandes, c'est-à-dire au temps de production total de la ligne dont la

production se termine en dernier. 2) Comme il s'agit d'un modèle multi-lignes, l'objectif considéré est maintenant la minimisation du coût total de production et non plus le temps de cycle considéré dans le premier modèle.

En plus des hypothèses présentées dans le modèle uni-ligne, les hypothèses suivantes s'appliquent :

- La production commence en même temps pour toutes les commandes;
- Toutes les lignes sont indépendantes en termes de tâches à effectuer : chaque ligne est « autonome » dans la transformation du produit qu'elle traite et ne nécessite l'intervention d'aucune station d'une autre ligne;
- Chaque ligne peut traiter un seul type de produit durant l'horizon d'observation. Le modèle ne considère pas le cas où une ligne confectionne un type de produit, puis passe à la confection d'un autre. Il en résulte que les notions de commandes et de lignes sont interchangeable;
- Le nombre total de lignes est prédéterminé, il correspond au nombre de commandes;
- Chaque produit doit être fait en quantité suffisante pour satisfaire la demande. Cette dernière est matérialisée par la notion de nombre d'unités à produire pour chaque commande (ou ligne);
- Il y a un nombre total d'employés pour toute l'usine. Ces employés vont être mobilisés sur l'ensemble des lignes sans que le nombre d'employés par ligne ne soit déterminé à l'avance;

Paramètres :

- NE : Nombre total d'employés dans l'usine;
- NC : Nombre de commandes (une commande correspond à une ligne et à un type de produit);

- C : Ensemble des commandes; $C = \{1, 2, \dots, c, \dots, NC\}$;
- NT_c : Nombre de tâches pour la commande c ;
- I_c : Ensemble des tâches de la commande c ; $I_c = \{1, 2, \dots, i, \dots, NT_c\}$;
- t_{ic} : Durée de la tâche i pour la commande c (en secondes);
- TS_{ijc} : Temps total des tâches de la tâche i à la tâche j pour la commande c (en secondes);
- TH : Taux horaire de chaque employé (en \$);
- NU_c : Nombre d'unités à produire pour la commande c ;
- NS_{min} : Nombre minimal de stations par ligne. C'est le même pour toutes les lignes;
- NEC_{min} : Nombre minimal d'employés par ligne. C'est le même pour toutes les lignes;
- $délai_c$: Délai maximal pour réaliser la commande c (en heure);

En plus des paramètres précédents, le paramètre $MaxEL$ correspondant au nombre maximum d'employés par ligne est calculé pour diminuer le nombre de variables: $MaxEL = NE - (NC - 1) * \max(NS_{min}; NEC_{min})$. Il est en effet égal au nombre d'employés disponibles moins le nombre minimum d'employés qui doivent être alloués aux autres lignes. Ce paramètre sera utilisé dans les équations du modèle.

Variables de décision :

- $X_{cijkl} = 1$ si pour la commande c , les tâches i à $j-l$ sont regroupées dans une station utilisant k employés et que l employés au total sont affectés à la ligne de la commande ($k \leq l$), 0 sinon;
- NE_c : Nombre d'employés affectés à une commande c (ou ligne);

- TCP_{cl} : Temps de cycle de la commande c si l employés y sont affectés. Il est strictement positif si l employés sont affectés à la commande c et vaut 0 sinon;
- $CoûtP_{cl}$: Coût d'une commande c si l employés y sont affectés. Il est strictement positif si l employés sont affectés à la commande c et vaut 0 sinon;
- $Coût_{usine}$: Coût de l'usine, c'est-à-dire le coût total de production de toutes les commandes.

Variables d'expression :

Les variables d'expression sont calculées à partir des paramètres et des variables décisionnelles, certaines d'entre elles sont utilisées dans les contraintes et d'autres comme extrants à des fins d'analyse. Le tableau 8 présente les variables d'expression.

Variable d'expression	Formule de calcul	Utilité de la variable
NS_c : nombre de stations de la ligne ou la commande c	$NS_c = \sum_{i=1}^{NT_c} \sum_{j=i+1}^{NT_c+1} \sum_{k=1}^{MaxEL} \sum_{l=k}^{MaxEL} X_{cijkl}$	Exprimer la contrainte sur le nombre minimal de stations
TC_c : temps de cycle de la commande c	$TC_c = \sum_{l=1}^{MaxEL} TCP_{cl}$	Extrant : temps de cycle de chaque commande
$Coût_c$: Coût de production de la commande c	$Coût_c = \sum_{l=1}^{MaxEL} CoûtP_{cl}$	Extrant : coût de production de chaque commande
TPr_c : temps total de production d'une commande c (en heures)	$TPr_c = (TC_c * NU_c) / 3600$	Exprimer les contraintes sur les délais exigés pour chaque commande c . Ce calcul ignore la différence entre la cadence de la ligne lors des toutes premières unités produites et celle des unités suivantes (cadence établie égale au temps de cycle de la ligne)

Tableau 8 - Les variables d'expression du modèle MULTI-C

Fonction objectif :

- Minimiser $Coût_{usine}$ (8)

Contraintes de base : ces contraintes sont essentielles pour faire fonctionner le modèle :

- $1 = \sum_{j=2}^{NT_c+1} \sum_{k=1}^{MaxEL} \sum_{l=k}^{MaxEL} X_{c1jkl} \quad \forall c \in C$ (9)

- $\sum_{j=1}^{i-1} \sum_{k=1}^l X_{cijkl} = \sum_{j=i+1}^{NT_c+1} \sum_{k=1}^l X_{cijkl} \quad \forall c \in C;$ (10)

$$\forall i \in I_c \setminus \{1\};$$

$$\forall l \in \{1 \dots MaxEL\}$$

- $NE_c = \sum_{i=1}^{NT_c} \sum_{j=i+1}^{NT_c+1} \sum_{k=1}^{MaxEL} \sum_{l=k}^{MaxEL} k * X_{cijkl} = \sum_{j=2}^{NT_c+1} \sum_{k=1}^{MaxEL} \sum_{l=k}^{MaxEL} l * X_{c1jkl} \quad \forall c \in C$ (11)

$$\sum_{i=1}^{NT_c} \sum_{j=i+1}^{NT_c+1} \sum_{k=1}^{MaxEL} \sum_{l=k}^{MaxEL} k * X_{cijkl} = \sum_{j=2}^{NT_c+1} \sum_{k=1}^{MaxEL} \sum_{l=k}^{MaxEL} l * X_{c1jkl}$$

- $\sum_{c=1}^{NC} NE_c \leq NE$ (12)

- $X_{cijkl} * TS_{i,j-1,c} / k \leq TCP_{cl} \quad \forall c \in C$ (13)

$$\forall i \in I_c$$

$$\forall j \in \{i + 1 \dots NT_c + 1\}$$

$$\forall k \in \{1 \dots MaxEL\}$$

$$\forall l \in \{k \dots MaxEL\}$$

Coût de la commande c si l employés y sont assignés :

- $CoûtP_{cl} = TCP_{cl} * l * \frac{TH}{3600} * NU_c \quad \forall c \in C$ (14)

$$\forall l \in \{1 \dots MaxEL\}$$

Coût total de production :

- $Coût_{usine} = \sum_{c=1}^{NC} \sum_{l=1}^{MaxEL} CoûtP_{cl}$ (15)

La fonction objectif (8) cherche à minimiser le coût total de l'usine. La contrainte (9) s'assure que pour toute première tâche de chaque ligne, il existe un et un seul triplet (tâche j , nombre d'employés k , nombre d'employés l) pour lesquels cette première tâche est regroupée avec les tâches suivantes jusqu'à la tâche $j-1$ et que k employés sont affectés à cet ensemble de tâches en sachant que l employés sont affectés à la ligne. Autrement dit, la tâche 1 fait partie d'une seule station laquelle englobe $j-1$ tâches et k employés sur une ligne de l employés au total.

Comme ce modèle utilise l'idée de conservation des flots, les contraintes (10) s'assurent, pour chaque commande et pour chaque nombre d'employés l affectés à la ligne, que la somme des flux entrants est égale à la somme des flux sortants, et ce pour chaque nœud i . Dans ce cas-ci, on s'assure que si $i-1$ est la dernière tâche d'une station, alors i est la première tâche de la station suivante (c'est le cas où l'égalité est à 1, dans ce cas-là l est aussi le nombre d'employés effectivement affectés à la ligne). Inversement, si la tâche $i-1$ n'est pas la dernière tâche d'une station, alors la tâche i ne peut pas être la première tâche de la station suivante (cas où l'égalité est à 0). La contrainte prend en compte l'ensemble des possibilités d'employés affectés de chaque côté de l'égalité de sorte à respecter le nombre total d'employés et à n'affecter au maximum un seul nombre d'employés k à une même station. Il est à noter que le fait de répéter cette contrainte pour toutes les valeurs de l (formulation $\forall l \in \{1 \dots MaxEL\}$) permet de s'assurer que le même nombre d'employés l affectés à la ligne est appliqué de chaque côté de l'égalité.

Les contraintes (11) permettent de calculer le nombre d'employés affectés à chaque commande. Le deuxième terme de l'égalité effectue ce calcul en sommant le nombre d'employés affectés à chaque station. Le troisième terme de l'égalité se base sur le nombre d'employés l effectivement affecté à la ligne (pour lequel la somme des X_{c1jkl} est égale à 1). Cette égalité assure que la somme du nombre d'employés de toutes les stations d'une ligne est égale au nombre d'employés affectés à cette ligne. La contrainte (12) garantit que le nombre total d'employés de l'usine est respecté, c'est-à-dire que l'on n'utilise pas plus d'employés que le nombre disponible. Il est à noter que le modèle ne force pas

l'utilisation de l'ensemble des employés disponibles, cependant cela est possible si on remplace l'inégalité dans cette contrainte par une égalité. Les contraintes (13) assurent que le temps de cycle d'une ligne c avec l employés qui y sont affectés soit plus grand ou égal au temps de cycle de chaque station de ladite ligne. Cette contrainte, écrite de cette manière, sert à linéariser le modèle. En effet, le temps de cycle d'une ligne est égal au maximum des temps de cycle de chaque station (formulation non linéaire), ce qui est équivalent à dire qu'il est supérieur ou égal au temps de cycle de chaque station de la ligne, quelle que soit la station de la ligne (formulation linéaire). Cette formulation reste vraie même lorsque l n'est pas le nombre d'employés affectés à la ligne ($X_{cijkl} = 0$), ce qui donne TCP_{cl} est supérieur ou égal à 0 dans ce cas-là.

Les contraintes (14) permettent, pour chaque commande, le calcul du coût de la commande si l employés y sont affectés. Le produit $TCP_{cl} * NU_c$ calcule le temps total que prend la production de la commande c (en secondes). Ce produit est multiplié par le nombre d'employés affectés à la ligne l et par le coût d'un employé par seconde ($TH/3600$) pour arriver au coût total de cette commande. Ce coût est égal à zéro si l n'est pas le nombre d'employés affecté à la ligne (à cause de la nullité de TCP_{cl} dans ce cas-là).

La contrainte (15) permet le calcul du coût total de production qui est l'objectif à minimiser.

En plus de ces contraintes, d'autres contraintes permettent d'affiner le modèle en tenant compte d'éléments représentatifs de la réalité. Il s'agit des contraintes suivantes :

Contrainte sur le nombre minimal de station

- $NS_c \geq NS_{min} \quad \forall c \in C \quad (16)$

Contrainte sur le nombre minimal d'employés

- $NE_c \geq NEC_{min} \quad \forall c \in C \quad (17)$

Contraintes de délai

- $TPr_c \leq \text{délai}_c \quad \forall c \in C \quad (18)$

Les contraintes (16) permettent de s'assurer que pour chaque commande, un nombre minimal de stations sera utilisé. Les contraintes (17) assurent que pour chaque commande un nombre minimal d'employés sera utilisé. Les contraintes (18) permettent de garantir le respect du délai de chaque commande : le temps de production d'une commande ne peut pas dépasser le délai qui lui est alloué.

4.2 Instances utilisées et paramètres de l'analyse de sensibilité

Les mêmes langages de programmation et logiciels que pour le modèle UNI-TC ont été utilisés. En ce qui concerne les instances, l'idée directrice était de créer dans un premier temps des instances de base servant comme repère de comparaison lorsque certains paramètres seront modifiés dans le cadre de l'analyse de sensibilité. Ces instances de base sont de deux types :

- Les instances dites « homogènes » : il s'agit d'instances représentant des usines créées à partir de la duplication de la même ligne. Ainsi, l'usine de quatre lignes par exemple n'est autre qu'une usine composée de quatre lignes identiques à la ligne représentant le cas de l'usine d'une seule ligne. Ces instances ont été créées de la sorte afin que les différences du nombre et des temps de tâches des lignes ajoutées n'interfèrent pas avec l'effet de la contrainte étudiée : cela permet d'isoler l'effet des paramètres à étudier;
- Les instances dites « hétérogènes » : contrairement aux instances homogènes, les usines ne sont pas composées de lignes identiques. Ainsi, le nombre de tâches par ligne et le temps de chaque tâche ne sont pas identiques d'une ligne à l'autre.

Une fois ces instances de base résolues, l'analyse de sensibilité consistera en la modification de la valeur d'un paramètre pour en évaluer l'effet sur les solutions obtenues. En fonction du paramètre à analyser, seront utilisées soit les instances homogènes, soit les instances hétérogènes. Les paramètres modifiés sont : le nombre

de lignes NC , le nombre d'employés disponibles NE , le nombre minimal de stations par ligne NS_{min} , le nombre minimal d'employés par ligne NEC_{min} et le délai de production alloué à chaque ligne $délai_c$. Seront également étudiés les effets de la variabilité des temps de tâches $t_{i,c}$, de la variabilité du nombre de tâches entre les lignes NT_c et de la variabilité du nombre d'unités entre les commandes NU_c . Chacun de ces paramètres prendra deux à six valeurs différentes pour faire varier la contrainte qu'il représente afin d'en évaluer l'impact.

Au total, 1510 instances ont été créées incluant les instances permettant l'analyse de sensibilité. Chaque instance correspond à une usine composée d'un certain nombre de lignes. Les instances homogènes et hétérogènes ainsi que les paramètres de l'analyse de sensibilité seront décrits plus en détail dans les sections suivantes.

4.2.1 Quelques caractéristiques communes aux instances homogènes et hétérogènes

Les nombres de lignes étudiés sont 1, 2, 3, 4 et 5 lignes. L'idée est de comparer les résultats pour des usines de tailles différentes, la taille étant matérialisée par le nombre de lignes NC . Il est à noter que nous voulions initialement analyser les usines ayant jusqu'à 10 lignes parallèles et 60 employés disponibles, mais les temps de résolution sont devenus trop élevés à partir de 6 lignes et 14 employés (se référer à la section sur l'expérience numérique). Le nombre d'employés retenu est de 12 pour toutes les usines. Comme pour le premier modèle, les temps de tâches ont été générés selon une loi uniforme entre 0s et 10s. Pour chaque cas, 10 répliques de temps de tâches ont été générées. Le taux horaire des employés est de 12\$/h. Le nombre minimum d'employés par ligne NEC_{min} est 2. Il en est de même pour le nombre minimal de stations par ligne NS_{min} . Chaque ligne doit fabriquer 1000 unités. Il n'y a pas de contrainte de délai pour ces instances. Le tableau 9 résume les caractéristiques communes entre les instances homogènes et hétérogènes.

Taille de l'usine	NC	1	2	3	4	5
Nombre d'employés disponibles	NE	12				
Nombre minimal de stations par ligne	NS_{min}	2				
Nombre minimal d'employés par ligne	NEC_{min}	2				
Délai de production maximal par commande (en heures)	$délaic$	Infini				
Nombre d'unités à produire par commande	NU_c	1000/ligne pour toutes les lignes				
Taux horaire de l'employé	TH	12\$/h				

Tableau 9 - Caractéristiques communes aux instances homogènes et hétérogènes

4.2.2 Les instances homogènes

Afin de générer ces instances, nous avons d'abord créé 10 instances différentes d'une seule ligne avec 15 tâches par ligne. Pour chaque cas, les temps de tâches ont été générés selon une loi uniforme entre 0s et 10s à 10 reprises (ce que l'on nomme 10 réplifications de temps de tâches). Nous avons par la suite créé pour chaque scénario de nombre de lignes (2, 3, 4 et 5 lignes), des instances représentant la duplication des différentes lignes (avec les mêmes temps de tâches). Ainsi, le cas représentant un nombre de commande $NC = 3$ sera composé de 3 lignes identiques à la ligne créée pour $NC = 1$, et ce pour chacune des 10 réplifications de temps de tâches. L'objectif ici est d'isoler l'effet de la modification des contraintes étudiées par la suite en évitant l'effet aléatoire que pourrait avoir le changement des temps de tâches lorsque l'on passe d'un nombre de commandes à un autre. Les valeurs des autres paramètres sont décrites par le tableau 9 précédemment présenté. Un total de 50 instances homogènes ont été créées (5 cas de nombres de lignes différents * 10 réplifications de temps de tâches).

4.2.3 Les instances hétérogènes

Les instances hétérogènes ont été créées selon les mêmes paramètres que les instances homogènes sauf en ce qui concerne le nombre de tâches par ligne et les temps des tâches de chaque ligne. Ainsi, pour représenter des tailles d'usines plus grandes, de nouvelles lignes sont créées (et non pas dupliquées). Le nombre de tâches par ligne a été choisi de sorte à toujours avoir, en moyenne, 15 tâches par ligne pour chaque usine. Par exemple

dans le cas de 3 lignes, nous avons choisi une ligne avec 5 tâches, une deuxième ligne avec 15 tâches et une troisième ligne avec 25. Les temps de tâches sont générés selon une loi uniforme entre 0s et 10s pour chaque réplication et chaque nombre de lignes. Comme pour les instances homogènes, un total de 50 instances hétérogènes a été créé. Le tableau 10 résume le nombre de tâches et la façon de générer les temps de tâches de ces instances.

Taille de l'usine	NC	1	2	3	4	5
Nombre de tâches par ligne	NT_c	15	5 ; 25	5;15; 25	5 ; 15; 15; 25	5; 10; 15; 20; 25
Durée des tâches	$t_{i,c}$	Regénéré selon U [0s, 10s] pour chaque nombre de lignes				

Tableau 10 - Paramètres spécifiques aux instances hétérogènes

4.2.4 Paramètres de l'analyse de sensibilité

Selon le paramètre étudié, l'analyse de sensibilité se fait sur la base d'instances homogènes ou hétérogènes. Notons qu'un seul paramètre est modifié à la fois.

4.2.4.1 Les analyses de sensibilité basées sur les instances homogènes

La résolution des instances homogènes, par la façon dont elles ont été construites, permettra l'analyse de l'influence du nombre de lignes NC étant donné que c'est le seul paramètre qui change d'une usine à l'autre. Ces instances permettront aussi d'évaluer l'effet de la variabilité du nombre d'unités à produire NU_c entre les lignes. Pour ce faire, nous allons affecter des nombres différents d'unités à produire à des lignes identiques en termes de tâches. Cela nous permettra d'isoler l'effet de la variabilité de NU_c . Les nombres d'unités NU_c retenus pour représenter les variabilités du nombre d'unités à produire est décrit dans le tableau 11.

Taille de l'usine (NC)	1	2	3	4	5
NU_c Variabilité nulle – Instances homogènes	1000 unités par ligne pour toutes les lignes				
NU_c Variabilité Moyenne	1000	600; 1400;	600;1000; 1400;	600; 1400; 600; 1400;	600; 1400; 1000; 600; 1400;
NU_c Variabilité Haute	1000	200; 1800;	200;1000; 1800;	200; 1800; 200; 1800;	200; 1800; 1000; 200; 1800;

Tableau 11 - Valeurs de NU_c pour les différentes variabilités du nombre d'unités

Ainsi, 100 instances ont été créées pour tester ce paramètre : 50 instances avec des nombres d'unités par ligne variant entre 200 et 1800 unités (haute variabilité) et 50 instances avec des nombres d'unités variant entre 600 et 1400 unités (variabilité moyenne). Ces instances seront à comparer avec les instances homogènes dont la variabilité en termes de nombres d'unités est nulle (1000 unités par ligne pour toutes les lignes). Notons que la moyenne des unités par lignes est toujours de 1000 unités dans les 3 cas de variabilité.

4.2.4.2 Les analyses de sensibilité basées sur les instances hétérogènes

Ces instances visent à faire varier les différents paramètres sur la base des 50 instances hétérogènes de sorte à en évaluer l'impact. Le tableau 12 présente les valeurs des différents paramètres ayant permis de faire l'analyse de sensibilité à partir des instances hétérogènes (en gris). Un seul paramètre est modifié à la fois.

Paramètres		Valeur de référence du paramètre dans les instances hétérogènes	Valeurs testées dans l'analyse de sensibilité
Nombre d'employés disponibles	NE	12	10 14
Nombre de tâches par ligne	NT_c	Haute variabilité (HV): entre 5 et 25 tâches par ligne	Variabilité nulle (NV): 15 tâches par ligne
Durée des tâches (en secondes)	$t_{i,c}$	HV : U [0,10]	MV : U [2,8] LV : [4,6]
Nombre minimal de stations par ligne	NS_{min}	2	3 4 5
Nombre minimal d'employés par ligne	NEC_{min}	2	3 4 5 6
Délai de production maximal par commande (en heures)	$délai_c$	Pas de contrainte	Diminution du délai maximal de : 2,5%; 5%; 10%; 15%; 20%; 25%

Tableau 12 - Paramètres de l'analyse de sensibilité par rapport aux valeurs des instances hétérogènes

Le nombre d'employés disponibles NE a été diminué et augmenté de deux par rapport à la valeur de référence dans les instances hétérogènes (12). En ce qui concerne le nombre de tâches par ligne NT_c , des instances ont été créées avec des lignes contenant chacune 15 tâches (vs. les valeurs de référence qui représentent des nombres de tâches très variables : entre 5 et 25 tâches par ligne). Pour ce qui est des temps de tâches, des instances ont été créées avec des temps de tâches $t_{i,c}$ ayant une variabilité différente des cas de référence (HV), soit des instances avec des temps de tâches avec une variabilité moyenne (MV : durée des tâches entre 2s et 8s) et des instances avec des temps de tâches avec faible variabilité (LV : durée des tâches entre 4s et 6s). Pour ce qui est du nombre minimal de stations NS_{min} , des instances ont été créées avec des valeurs de NS_{min} allant de 3 à 5 selon ce que permet le nombre de lignes. Par exemple : la valeur de $NS_{min} = 5$ ne s'applique pas aux usines ayant plus de deux lignes car à partir de 3 lignes, il y a besoin d'au moins 15 employés (5 par ligne car au moins un par station) alors que le nombre d'employés disponibles est de 12 au total. Il en est de même pour le nombre minimal d'employés par ligne NEC_{min} pour lequel des instances ont été créées en faisant varier ce

paramètre de 3 à 6 employés minimum par ligne. Les instances pour tester la sensibilité au délai se basent sur la ligne ayant le plus long temps de production dans chaque réplication. Ce temps de production aura été calculé au préalable après avoir résolu les instances hétérogènes. Il est ensuite diminué d'un certain pourcentage et imposé à l'ensemble des lignes de l'usine. Les pourcentages de diminution varient de 2,5% à 25%.

4.3 Liste des intrants et des extrants

Cette section décrit les intrants et les extrants du modèle. Les intrants sont composés des paramètres du modèle précédemment décrits. Les extrants sont des informations propres à chaque commande ou reliées à l'usine comme le montre le tableau 13.

Extrants propres à chaque commande (ligne) <i>Se référer aux formules de calcul décrites dans la description du modèle</i>	
$Coût_c$	<ul style="list-style-type: none"> • Coût de la commande c
TC_c	<ul style="list-style-type: none"> • Temps de cycle de la commande c. Correspond à la somme des $TCP_{c,l}$
NS_c	<ul style="list-style-type: none"> • Nombre de stations de la commande c
NE_c	<ul style="list-style-type: none"> • Nombre d'employés affectés à la commande c
TPr_c	<ul style="list-style-type: none"> • Temps de production total de la commande c
Extrants reliés à l'usine (l'ensemble des commandes)	
Coût Total (CT)	<ul style="list-style-type: none"> • Coût total de production pour toutes les lignes. Voir la description du modèle pour plus de détail
Coût Unitaire (CU)	<ul style="list-style-type: none"> • Le coût unitaire est obtenu en divisant le coût total par le nombre total d'unités à produire par toutes les lignes. Il servira pour les analyses puisque le coût total ne peut pas servir pour comparer des usines différentes en termes de nombre d'unités à produire
NECM	<ul style="list-style-type: none"> • Nombre moyen d'employés utilisés par ligne. Correspond au total des employés utilisés divisé par le nombre de lignes de l'usine NC
TCM	<ul style="list-style-type: none"> • Temps de cycle moyen par ligne. Correspond à la somme des temps de cycle des lignes TC_c d'une usine divisée par le nombre de lignes NC.

Tableau 13 - Liste des extrants du modèle MULTI-C

Les analyses qui suivront se baseront sur ces extrants. Nous analyserons dans un premier temps les solutions proposées par le modèle MULTI-C pour le cas d'une seule ligne pour ensuite analyser les résultats pour le cas de plusieurs lignes.

4.4 Analyse de résultats du modèle MULTI-C : cas particulier d'une seule ligne

Dans cette section, nous explorons les résultats du modèle multi-lignes avec minimisation du coût total (MULTI-C) dans le cas particulier de $NC = 1$, c'est-à-dire une seule ligne. D'un côté, cette première exploration avec une seule ligne permettra la compréhension préalable du comportement du modèle avec la nouvelle fonction objectif de minimisation du coût total pour en faciliter l'analyse lorsque plusieurs lignes seront considérées. De l'autre côté, le cas d'une seule ligne peut correspondre à des situations réelles pour des entreprises ayant une seule ligne dans le cas de contrainte d'espace ou de nombre d'employés limité. Les indicateurs observés sont :

- Le temps de cycle moyen par ligne TCM qui correspond ici au temps de cycle de la ligne TC_1 ;
- Le nombre moyen d'employés utilisés par ligne $NECM$ qui est égal dans ce cas au nombre d'employés utilisé par l'unique ligne NE_1 .
- Le coût unitaire de l'usine CU . Dans le cas d'une seule ligne, il est proportionnel au produit $TC_1 * NE_1$;

Notons que le cas d'une seule ligne nous permet, de façon générale, de tester plus de cas que celui de plusieurs lignes. Par exemple, nous pouvons faire varier le nombre d'employés de 2 à 16 employés alors que cela n'est pas possible dans le cas de 3 lignes (un minimum de 6 employés est requis et il n'est pas possible d'aller jusqu'à 16 employés car le temps de calcul devient trop élevé). Cette exploration plus exhaustive nous permet de comprendre plus finement les tendances pour mieux appréhender la complexité de comportement du modèle lorsqu'il est appliqué à plusieurs lignes. Tout au long de ces analyses, seront considérées des usines composées d'une ligne de 15 tâches ayant une variabilité élevée de temps de tâches (HV).

4.4.1 Impact du nombre d'employés NE

Dans cette section, nous analysons l'impact de la contrainte du nombre d'employés disponibles dans l'usine. Nous avons fait varier le nombre d'employés NE entre 2 et 16 employés.

Nous remarquons que l'impact sur le coût de la ligne demeure faible, en effet une augmentation d'environ 4% du coût unitaire est observée lorsque le nombre d'employés passe de 16 à 2 employés. L'augmentation du coût devient de plus en plus notable à partir de 5 employés (jusqu'à 2 employés). La figure 17 montre l'évolution du CU en fonction du nombre d'employés.

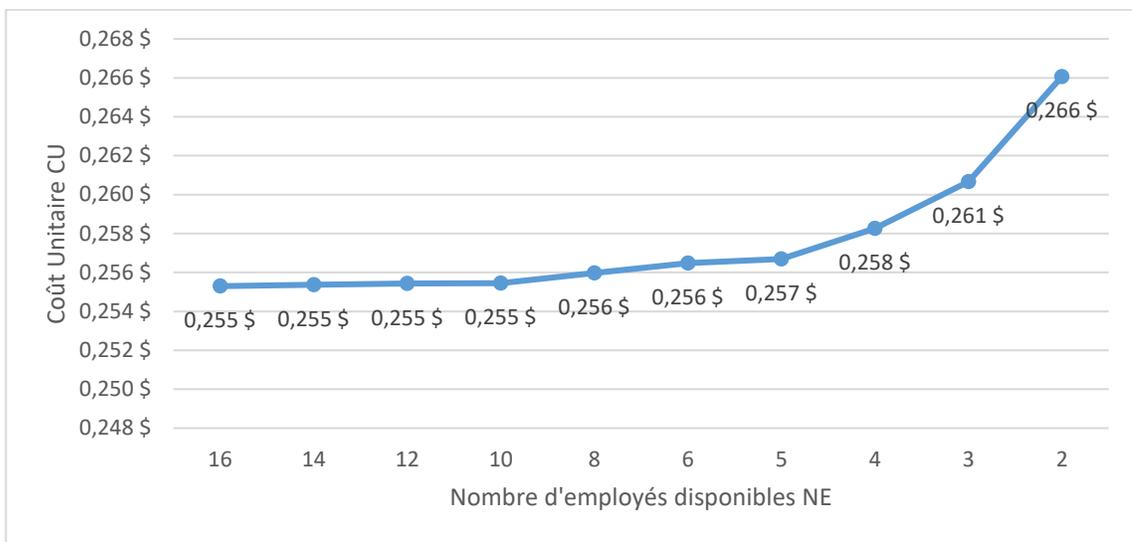


Figure 17- Évolution du coût unitaire d'une ligne en fonction du nombre d'employés NE

Afin d'expliquer l'impact relativement faible sur le coût, nous avons analysé le temps de cycle TC_1 et le nombre d'employés affectés à la ligne NE_1 étant donné que le coût unitaire CU est proportionnel au produit de ces deux variables. La figure 18 montre l'évolution du temps de cycle de la ligne et du nombre d'employés utilisés en fonction du nombre d'employés disponibles NE . Au fur et à mesure que NE diminue, le nombre d'employés utilisés diminue également et le temps de cycle augmente fortement : c'est ainsi que le modèle parvient à limiter l'augmentation du coût, en compensant la baisse du nombre d'employés par l'allongement du temps de cycle. Ce dernier est multiplié par plus de 6 lorsque le nombre d'employés passe de 16 à 2. Rappelons que l'allongement du temps de cycle a été possible car les instances utilisées n'intègrent aucune contrainte de délai. Cela

nous amène aussi à constater que l'objectif de minimisation du coût que nous traitons dans ce modèle (MULTI-C) est bien différent de celui de l'amélioration du temps cycle étudié dans le premier modèle (UNI-TC).

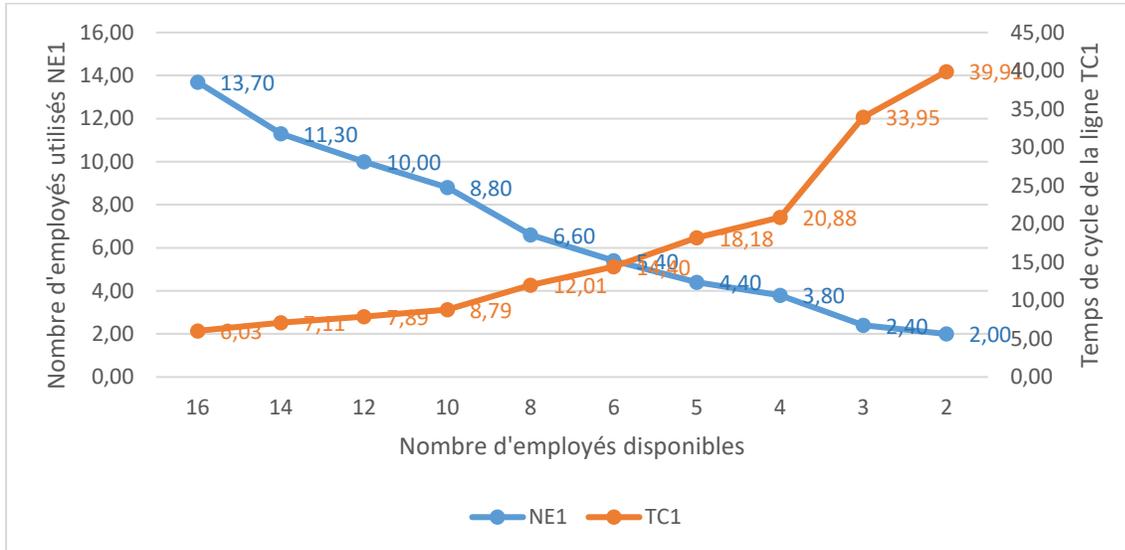


Figure 18 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés en fonction du nombre d'employés NE

Notons également que le modèle n'utilise 100% des employés que lorsque $NE = 2$ (c'est-à-dire dans le seul cas où ce dernier n'a pas d'autre choix car le nombre minimal d'employés par ligne est de 2). Cela nous a amené à supposer que l'utilisation de tous les employés disponibles serait moins avantageuse (coût plus élevé ou égal) que l'utilisation du nombre d'employés proposés par le modèle. Pour vérifier cela, nous avons résolu les mêmes instances en imposant d'utiliser le nombre total d'employés disponibles NE . La figure 19 montre en effet que le coût dans ce cas est plus élevé que lorsqu'on laisse le modèle trouver la solution optimale avec le nombre d'employés de son choix. Ceci s'explique par le fait que le modèle est « obligé » d'utiliser des employés dont l'affectation n'est pas optimale d'un point de vue du coût (l'affectation imposée ne permet pas d'avoir un temps de cycle suffisamment court pour compenser le salaire payé à l'employé supplémentaire). Cette figure montre également que dans ce cas, l'augmentation de NE n'implique pas forcément une diminution du coût : par exemple, imposer 12 employés a conduit à un coût plus élevé qu'en imposer 10.

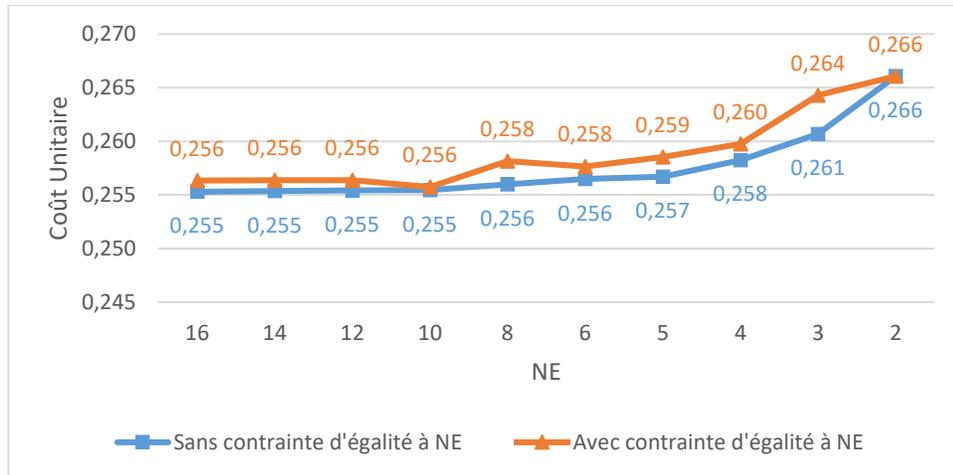


Figure 19 - Comparaison de l'évolution du CU d'une ligne entre le cas où l'utilisation de tous les employés est exigée vs. non exigée

Ci-après, les principales conclusions des analyses de cette section :

- En l'absence de contrainte sur les délais, le modèle compense le manque de flexibilité dû à la diminution de NE par le rallongement du temps de cycle de la ligne TC_1 . Ceci lui permet de limiter la hausse du coût à environ 4% lorsque NE passe de 16 à 2. Cela nous amène à constater que l'optimisation du coût est différente de l'optimisation du temps de cycle d'une ligne;
- Le fait d'imposer l'utilisation de l'ensemble des employés de l'usine implique un coût unitaire plus élevé comparativement au cas où cette contrainte n'est pas imposée;
- Dans le cas où on impose l'utilisation du nombre exact d'employés, la diminution de NE n'implique pas forcément une hausse de coût par rapport à la valeur précédente, ceci peut être le contraire.

4.4.2 Impact du nombre minimal d'employés par ligne NEC_{min}

L'objectif dans cette section est de tester l'impact d'imposer un nombre minimal d'employés par ligne. Nous avons fait varier NEC_{min} de 2 à 12 en sachant que le nombre d'employés disponibles NE est égal à 12. Les instances utilisées sont les instances hétérogènes. Pour NEC_{min} entre 2 et 7, il n'y a pas d'impact sur le coût unitaire car le

modèle proposait pour toutes les répliques un nombre d'employés au moins égal à 7 même pour $NEC_{min} = 2$. Ce n'est qu'à partir d'un nombre minimal d'employés égal à 8 qu'il y'a un impact puisque le système est obligé d'utiliser certains employés de façon non optimale. L'impact sur le coût unitaire est relativement faible puisque le coût augmente de moins de 0,5% dans le cas extrême où on impose un nombre minimal d'employés de 12. La figure 20 montre l'évolution du CU en fonction de NEC_{min} .

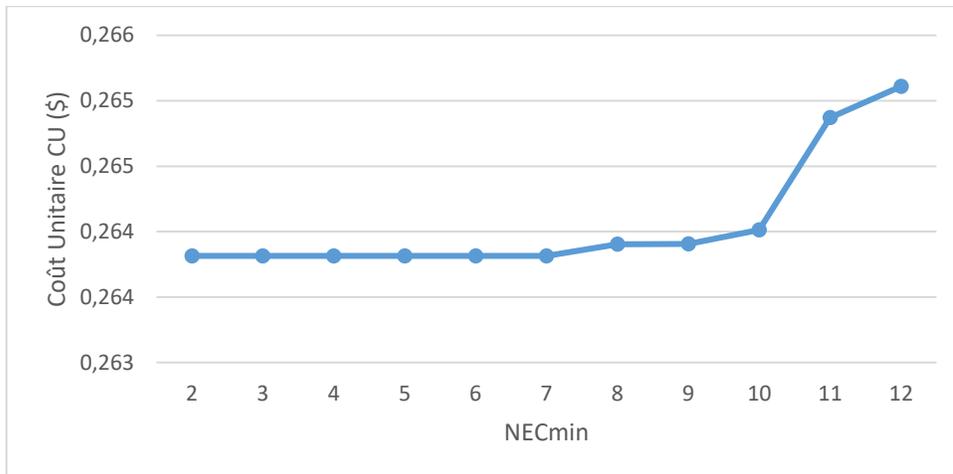


Figure 20 - Évolution du coût unitaire pour une ligne selon la contrainte NEC_{min}

Du point de vue du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés, la figure 21 montre l'évolution de ces deux paramètres en fonction de NEC_{min} . Comme pour le coût, ce n'est qu'à partir de $NEC_{min} = 8$ que le nombre d'employés utilisés NE_1 augmente et le temps de cycle de la ligne TC_1 baisse.

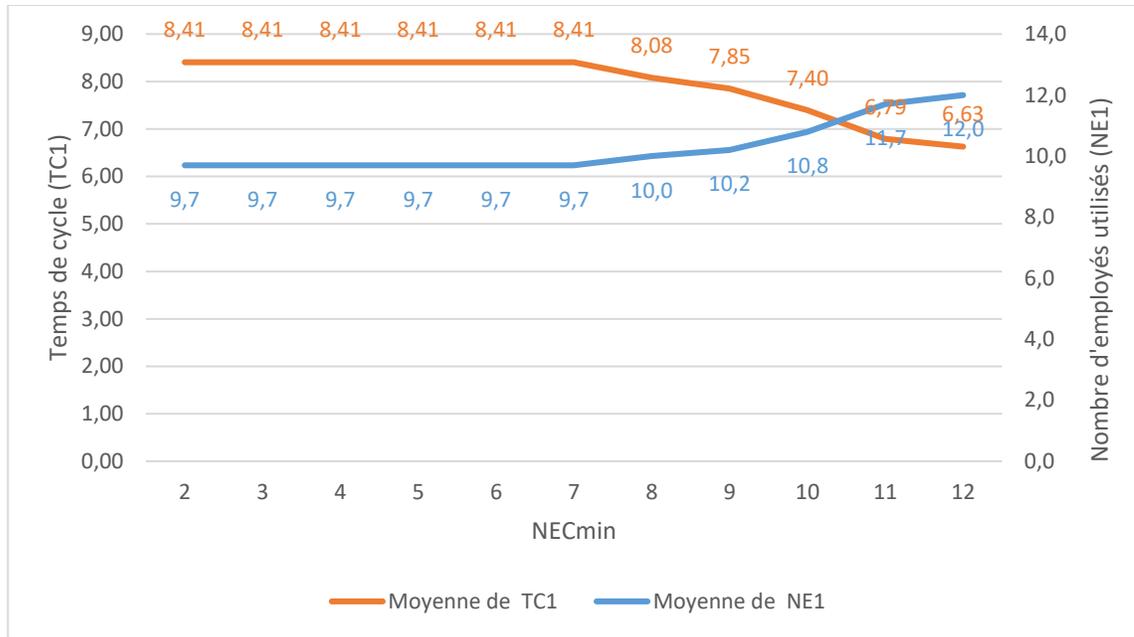


Figure 21 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés pour une ligne en fonction de NEC_{min}

Rappelons que le coût, pour une seule ligne, est proportionnel au produit du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés. En augmentant la contrainte du nombre d'employés à utiliser, le système utilise plus d'employés et compense en baissant le temps de cycle pour garder le coût à son minimum. Le tableau 14 montre le pourcentage d'évolution des indicateurs mentionnés plus haut lorsque NEC_{min} passe de 2 à 12. Ce dernier montre que l'augmentation du nombre d'employés est légèrement plus importante que la diminution du temps de cycle, ce qui explique la faible hausse du coût unitaire (déterminé par le produit de ces deux variables).

	CU	TC1	NE1
$NEC_{min} = 2$	0,26381	8,41	9,7
$NEC_{min} = 12$	0,26511	6,63	12
% d'évolution	+0,49%	-21,16%	23,71%

Tableau 14 - Variation des principaux indicateurs selon NEC_{min}

Les principales conclusions concernant l'effet de NEC_{min} dans le cas d'une seule ligne:

- La hausse du CU est constatée à partir de $NEC_{min} = 8$ et est d'environ 0,5% lorsque $NEC_{min} = 12$ comparativement à $NEC_{min} = 2$;

- Pour compenser le fait de devoir utiliser plus d'employés, le modèle baisse le temps de cycle de la ligne pour maintenir le coût à son plus bas niveau. Le coût étant déterminé par le produit du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés;
- La variation du temps de cycle de la ligne est d'environ 21% tandis que celle du coût est de 0,5% lorsque NEC_{min} passe de 2 à 12. Cela nous amène à constater de nouveau la différence entre optimiser le coût et optimiser le temps de cycle.

4.4.3 Impact du nombre minimal de stations par ligne NS_{min}

La figure 22 montre l'évolution du coût unitaire de la ligne en fonction de NS_{min} . Comme pour NEC_{min} , on observe une augmentation du coût. Par ailleurs, les variations sont beaucoup plus importantes avec une hausse du coût d'environ 48%. L'importance de ces variations par rapport à NEC_{min} s'explique par une plus grande perte en flexibilité. En effet, imposer l'utilisation de 5 stations implique l'utilisation de 5 employés au minimum en plus de la contrainte d'affecter au moins une tâche et un employé à chaque station (la perte de flexibilité s'exerce à l'intérieur de chaque ligne et non pas seulement au niveau du nombre d'employés affecté globalement à chaque ligne). Le système possède moins de choix par rapport à la contrainte NEC_{min} , ce qui explique une hausse plus importante du coût.

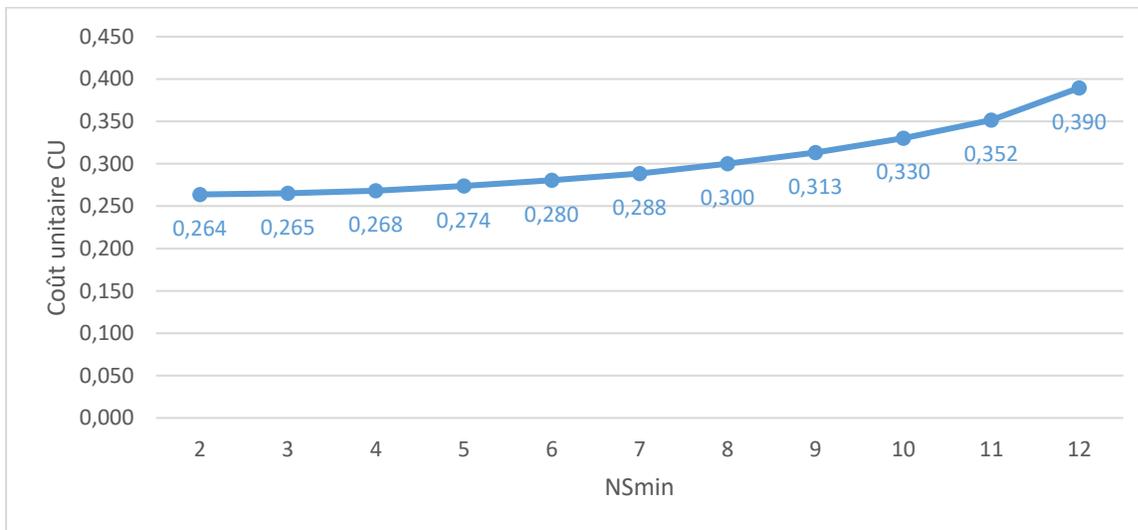


Figure 22 - Évolution du CU pour une ligne en fonction de NS_{min}

Nous avons analysé l'évolution du CU pour deux paliers : Pour les valeurs de NS_{min} entre 2 et 6 et pour NS_{min} entre 6 et 12. Le tableau 15 montre le calcul des pourcentages d'évolution du CU lorsque NS_{min} passe de 2 à 6 puis de 6 à 12. Au premier palier, le coût unitaire augmente de 6% tandis qu'à la seconde, il augmente de 39%.

	CU
$NS_{min} = 2$	0,264
$NS_{min} = 6$	0,280
$NS_{min} = 12$	0,390
% d'évolution pour NS_{min} de 2 à 6	6%
% d'évolution pour NS_{min} de 6 à 12	39%

Tableau 15 - Variations du coût unitaire selon NS_{min}

Afin de comprendre cette différence dans les variations entre les deux paliers de NS_{min} (de 2 à 6 vs. de 6 à 12), nous nous sommes penchés sur l'évolution du temps de cycle de la ligne TC_1 et du nombre d'employés NE_1 utilisés comme composants du calcul du coût unitaire à travers la figure 23.

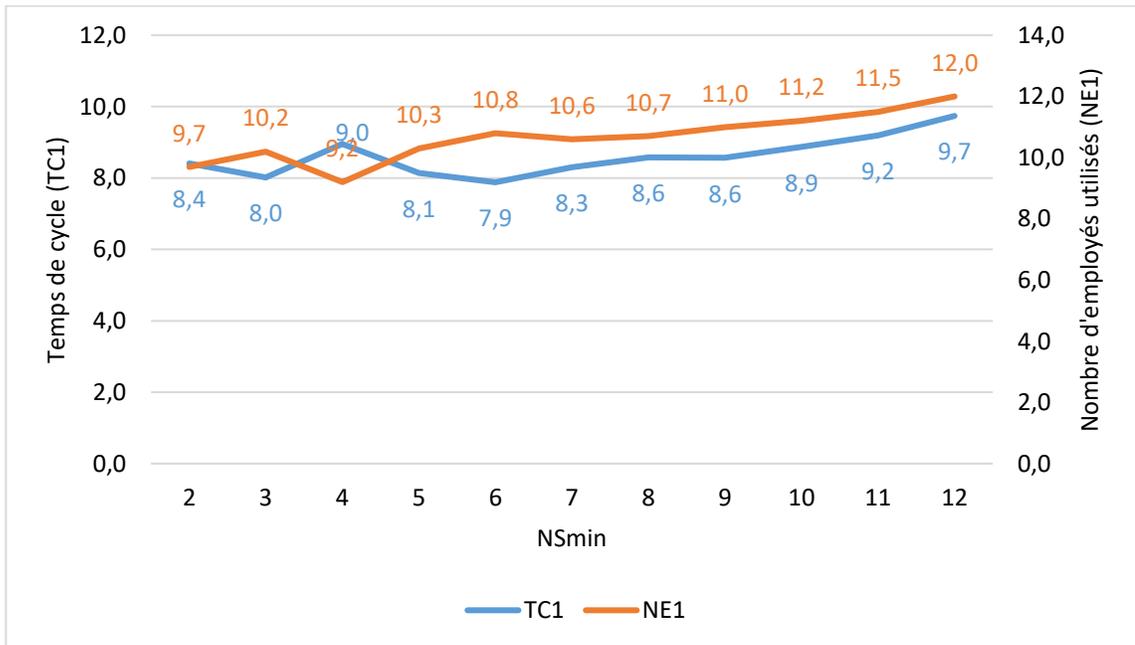


Figure 23 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés selon NS_{min} pour une ligne

Contrairement au cas de NEC_{min} , on constate que le temps de cycle peut augmenter ou diminuer en augmentant la contrainte de NS_{min} . Avant $NS_{min} = 7$, l'arbitrage que fait le système est de compenser la hausse du temps de cycle par la baisse du nombre d'employés

et vice-versa, ce qui permet de contenir la variation du coût. Par exemple le modèle peut proposer, en passant de 3 à 4 stations, une solution utilisant moins d'employés mais permettant d'avoir un temps de cycle plus long ou vice versa. A partir de $NS_{min} = 8$, les deux indicateurs augmentent de façon simultanée ou bien l'un reste stable et l'autre augmente. Cela veut dire que le système n'a plus assez de flexibilité pour faire l'arbitrage précédent (il est limité par un total de 12 employés). Le coût étant déterminé par le produit du temps de cycle et du nombre d'employés, ce dernier augmente alors de façon beaucoup plus importante (39%) lorsque ces deux composantes augmentent simultanément.

Ci-après les principales conclusions des analyses sur l'impact de NS_{min} :

- L'effet de la contrainte NS_{min} sur l'augmentation du coût est beaucoup plus important que celui de NEC_{min} à cause d'une flexibilité plus réduite à l'intérieur de la ligne, c'est-à-dire au niveau des stations;
- Contrairement à NEC_{min} , l'effet de NS_{min} sur le temps de cycle et le nombre d'employés n'est pas toujours le même lorsque la contrainte augmente. Ces variables peuvent augmenter ou baisser lorsque NS_{min} augmente. Le système compense, tant que la flexibilité le permet, la baisse de l'un par la hausse de l'autre pour maintenir le coût à son minimum;
- A partir d'un certain seuil de NS_{min} , par manque de flexibilité, le temps de cycle et le nombre d'employés utilisés augmentent tous les deux. Il n'y a alors plus de compensation entre les deux, ce qui cause des variations plus importantes du CU .

4.4.4 Impact de la contrainte de délai de production $délai_c$

Dans cette section, nous avons introduit la contrainte de délai (18) pour en estimer l'impact. À partir du temps total de production obtenu sans contrainte de délai, nous avons imposé un délai baissant graduellement de -2.5% jusqu'à -25% par rapport au temps total de production initialement observé. La figure 24 montre le nombre d'instances infaisables pour chacun des paliers de la contrainte étudiée. Il est à noter que comme il y a 10 répliquions par palier, le nombre d'instances infaisables indique le nombre parmi 10 instances au total.

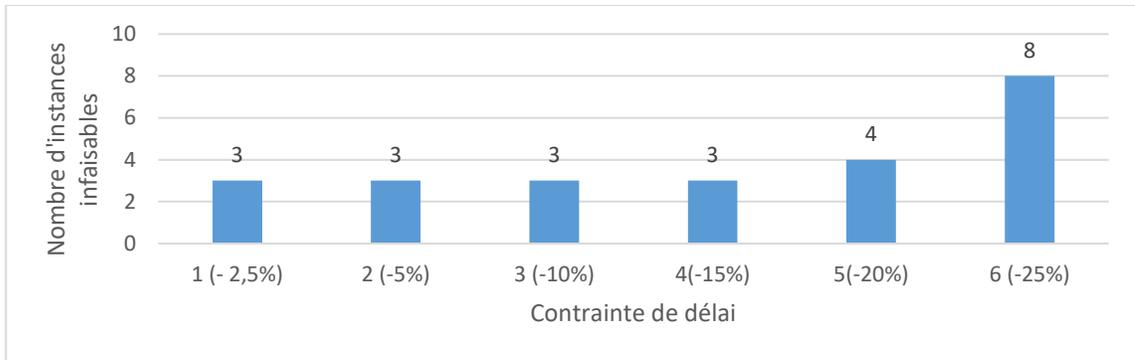


Figure 24 - Nombre de cas non résolus en fonction de la contrainte de délai pour une ligne

Le nombre de cas infaisables est de 3 réplifications (toujours les mêmes) jusqu'au 4^{ème} palier de la contrainte (diminution du délai de 15%). Ce dernier augmente à 4 puis à 8 pour les deux paliers suivants. Par conséquent, l'analyse de sensibilité est faite uniquement pour les 4 premiers paliers (comparaison des 7 réplifications pour lesquelles une solution existe). La figure 25 montre l'impact de la contrainte de délai sur le coût unitaire de la ligne.

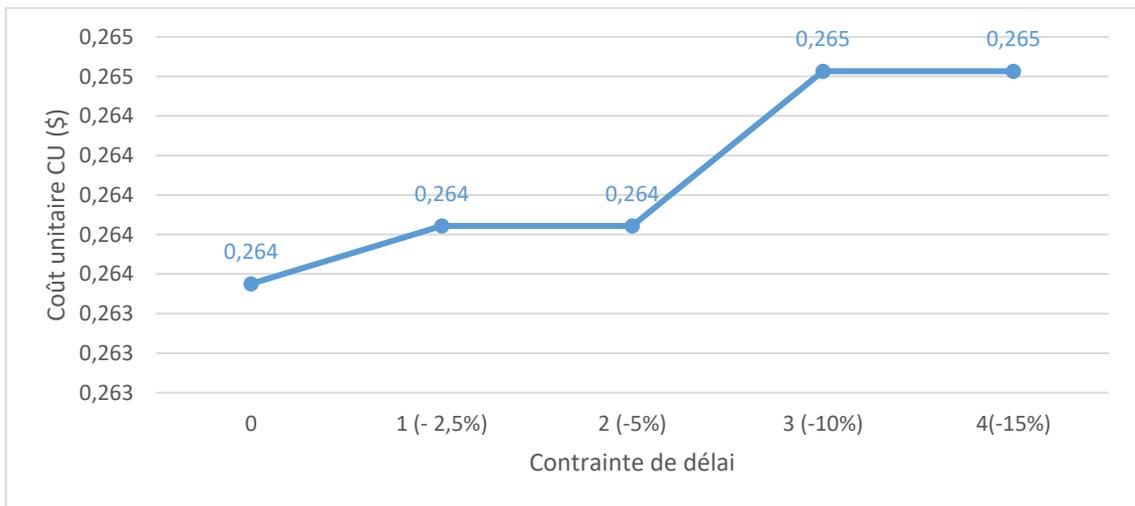


Figure 25 - Évolution du coût unitaire d'une ligne sous la contrainte de délai

L'impact sur le coût unitaire est relativement minime. En effet, la diminution du délai de 15% entraîne une faible hausse du coût de 0,4% par rapport au cas de l'absence de contrainte de délai. Ceci indique que le système arrive, pour les instances faisables, à maintenir le coût à un niveau très proche du minimum malgré la contrainte de délai. La

figure 26 montre l'évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés en fonction de la contrainte de délai.

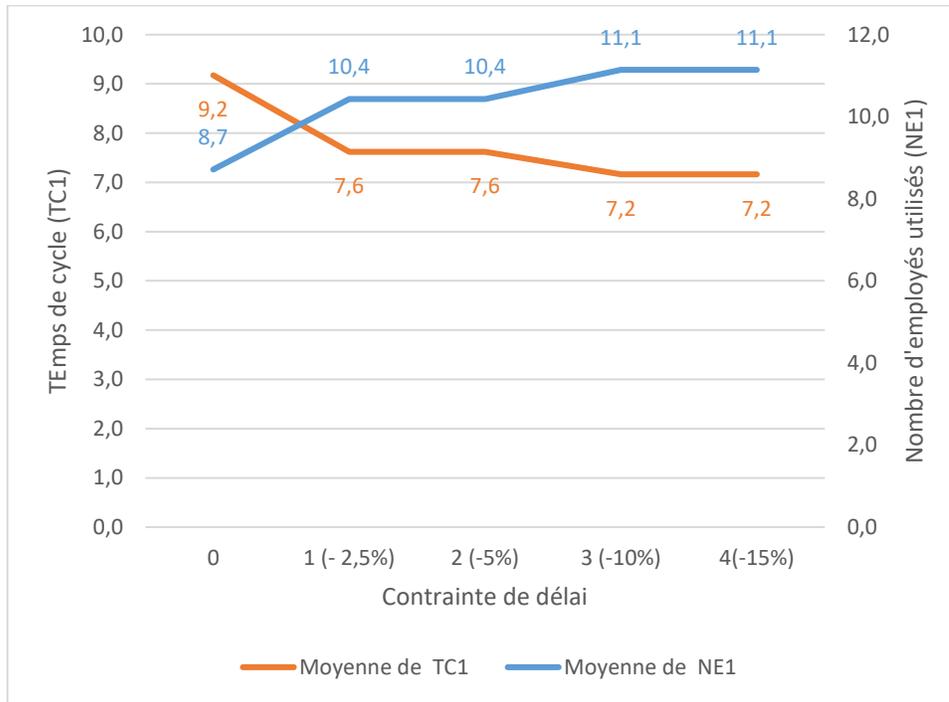


Figure 26 - Évolution du temps de cycle et du nombre d'employés utilisés sous l'effet de la contrainte de délai pour une ligne

Pour satisfaire la contrainte de délai, le système doit diminuer le temps total de production et donc le temps de cycle puisqu'ils sont tous les deux proportionnels. Pour cela, le système utilise plus d'employés pour diminuer le temps de cycle tout en maintenant le coût au plus bas niveau possible. Le mécanisme de compensation « temps de cycle / nombre d'employés utilisés » est confirmé. Par ailleurs, l'augmentation du nombre d'employés utilisés plafonne à partir du 3^{ème} palier de la contrainte (-10%) car il est limité par le nombre d'employés disponibles (12). Ceci explique aussi l'augmentation des cas non résolus aux 5^{ème} et 6^{ème} paliers de la contrainte tel que déjà vu dans la figure 24.

En conclusion, malgré un raccourcissement des délais allant jusqu'à 15%, le modèle arrive à maintenir une très faible augmentation du coût (0,4%) pour les instances faisables en actionnant la compensation entre le nombre d'employés et le temps de cycle. Cependant, il n'y a pas de solution à au moins 40% des cas à partir d'un raccourcissement du délai de 20%.

4.4.5 Impact de la variabilité des temps de tâches $t_{i,c}$

Dans cette section, nous modifions la variabilité des temps de tâches de la ligne par rapport au scénario de référence qui représente des durées de tâches à haute variabilité (HV, c.à.d. entre 0s et 10s). Nous testons donc l'effet de baisser la variabilité des temps de tâches à un niveau moyen (MV, c.à.d. entre 2s et 8s) puis à un niveau faible (LV, c.à.d. entre 4s et 6s) sur les principaux indicateurs. La figure 27 montre l'évolution du coût unitaire en fonction de la variabilité des temps de tâches.

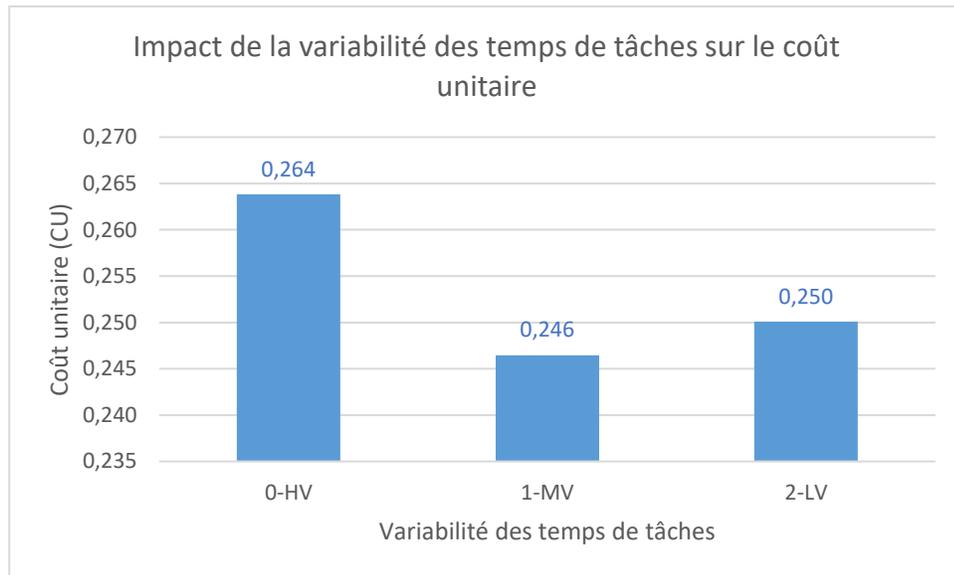


Figure 27 - Impact de la variabilité des temps de tâches pour une ligne sur le coût unitaire

À première vue, nous avons l'impression qu'il n'y a pas de tendance de l'impact de la variabilité sur le CU puisque ce dernier baisse lorsque la variabilité passe de HV à MV mais augmente lorsque la variabilité passe de MV à LV. Cependant, comme la différence entre la moyenne du CU entre les instances MV et LV est moindre, en agrégeant ces dernières on constate, en moyenne, une baisse du coût unitaire lorsque la variabilité baisse par rapport au niveau de référence HV. Par ailleurs, en se penchant sur les différentes répliques, on constate que les évolutions du coût peuvent être différentes pour chacune des répliques en fonction des durées de tâches. En effet, le coût peut augmenter ou baisser selon la réplique lorsque la variabilité baisse. Cela veut dire que l'aléa des temps de tâches (générés selon une loi uniforme) a une forte incidence sur le coût au point que la variabilité de ces derniers peut ne pas avoir d'effet significatif. Cela s'explique par le

fait que la succession et les valeurs des durées de tâches ont un impact sur le temps de cycle de la ligne et donc sur le coût (selon les possibilités offertes par l'affectation des employés). Cela se confirme en observant l'évolution de TC_1 laquelle évolue dans le même sens que le coût comme le montre la figure 28 (baisse puis hausse du temps de cycle). Cette même figure montre que le mécanisme d'arbitrage entre le nombre d'employés et le temps de cycle permettant de baisser le coût unitaire est toujours présent.

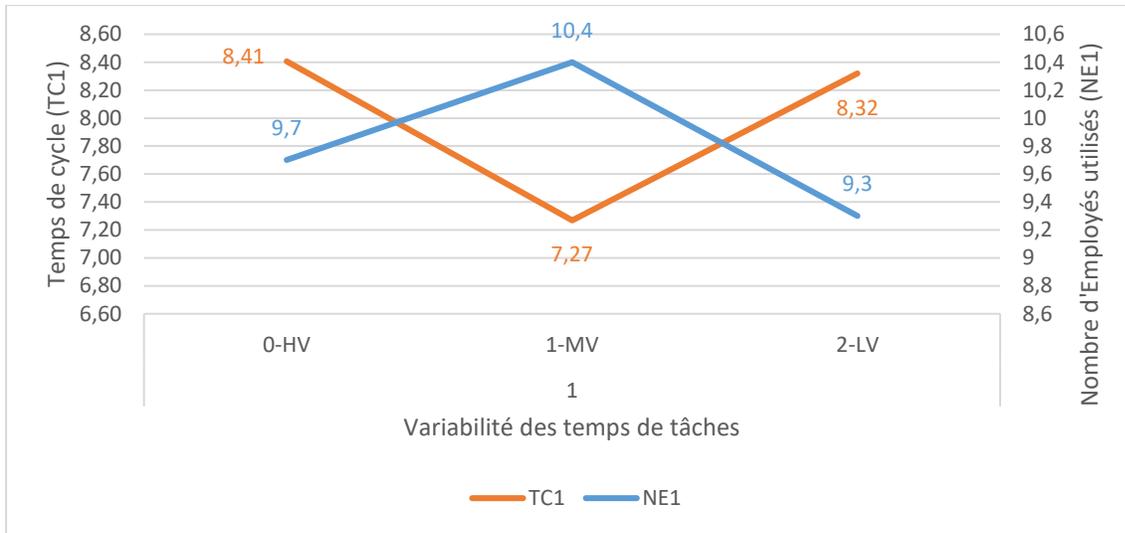


Figure 28 - Impact de la variabilité des temps de tâches sur le temps de cycle et le nombre d'employés utilisés pour une ligne

En conclusion, malgré le fait qu'il n'y ait pas une tendance constante liée à la variabilité des temps de tâches, en agrégeant les instances MV et LV, on constate, en moyenne, une baisse du CU comparativement aux instances HV. Cela laisse supposer qu'avec un nombre plus important d'instances on aurait probablement pu constater une légère baisse de coût lorsque la variabilité baisse pour une seule ligne. En outre, le mécanisme d'arbitrage entre le temps de cycle et le nombre d'employés pour maintenir le coût à son minimum a été observé.

4.4.6 Principales conclusions pour le cas d'une seule ligne

Cette section a pour objectif de récapituler les résultats d'analyse du modèle multi-lignes avec minimisation du coût total (MULTI-C) appliqué au cas d'une seule ligne à travers le tableau 16 présenté ci-dessous.

Fonction objectif : Minimiser le coût total de l'usine → Spécificités du modèle MULTI-C dans le cas d'une seule ligne :	
<ul style="list-style-type: none"> • Le coût total et unitaire sont proportionnels au produit du temps de cycle TC_1 et du nombre d'employés utilisés NE_1; • Le temps de cycle moyen TCM correspond au temps de cycle de la ligne TC_1; • Le nombre moyen d'employés utilisé par chaque ligne $NECM$ correspond au nombre d'employés utilisés par la ligne NE_1. 	
Paramètre	Principales conclusions de l'analyse de sensibilité
Nombre d'employés disponibles NE	<ul style="list-style-type: none"> - Impact relativement faible sur le CU (environ +4% lorsque le nombre d'employés passe de 16 à 2). Cela s'explique par l'effet de compensation observé: la diminution de NE entraîne la diminution du nombre d'employés utilisés, ce qui pousse le système à allonger le temps de cycle; - La variation du temps de cycle de la ligne est beaucoup plus importante que celle du coût (multiplié par 6 vs +4%); - Lorsque l'on exige d'utiliser exactement le nombre d'employés disponibles, le coût augmente par rapport au cas où cette égalité n'est pas imposée. Avec cette contrainte, lorsque NE diminue, on peut observer une diminution du coût ou une augmentation de ce dernier.
Nombre d'employés minimum par ligne NEC_{min}	<ul style="list-style-type: none"> - L'impact sur le coût commence à partir de $NEC_{min} = 7$ car le système utilisait déjà au moins 7 employés en l'absence de contrainte; - L'augmentation du coût est minime (0,5% lorsque NEC_{min} passe de 2 à 12) grâce au mécanisme de compensation précédemment décrit; - La variation du temps de cycle est d'environ -21% tandis que celle du coût est de +0,5% lorsque NEC_{min} passe de 2 à 12.
Nombre de stations minimales par ligne NS_{min}	<ul style="list-style-type: none"> - L'impact de NS_{min} sur le CU (jusqu'à +48%) est plus important que celui de NEC_{min} car il restreint davantage la flexibilité du système; - À partir de $NS_{min} \geq 6$, la variation du CU est plus importante (+39%) : le manque de flexibilité freine le mécanisme de compensation. Le temps de cycle et le nombre d'employés utilisés augmentent tous les deux causant une augmentation plus importante du CU.
Délai minimal par ligne $délai_c$	<ul style="list-style-type: none"> - L'imposition graduelle d'un délai plus court engendre de plus en plus de cas infaisables allant jusqu'à 8 instances sur 10 lorsque le délai est réduit de 25% par rapport à l'absence de contrainte; - Le nombre de cas infaisables s'explique par la limitation qu'a le modèle en termes de nombre d'employés disponibles; - Pour les cas faisables, l'impact de la contrainte de délai sur le CU est très minime (+0,4%). En effet, l'impact se manifeste surtout par le grand nombre de cas sans solution; - La compensation entre le temps de cycle et le nombre d'employés utilisé pour maintenir le coût à son minimum a été observée.
Variabilité des temps de tâches $t_{i,c}$	<ul style="list-style-type: none"> - En agrégeant les instances MV et LV, on peut constater une baisse du CU par rapport aux instances HV lorsque la variabilité baisse.

Tableau 16 - Récapitulatif de l'analyse du modèle MULTI-C appliqué à une seule ligne

4.5 Analyse des résultats du modèle MULTI-C : cas de plusieurs lignes

Cette section s'inscrit dans la continuité de la section précédente. À la lumière des conclusions de cette dernière, nous analyserons l'effet de faire varier les mêmes types de contraintes lorsque le modèle optimise des usines de plusieurs lignes. Aux paramètres précédemment étudiés pour une seule ligne, s'ajouteront d'autres qui sont spécifiques à l'existence de plusieurs lignes parallèles : le nombre de commandes NC , la variabilité du nombre d'unités à produire NU_c entre les lignes et la variabilité du nombre de tâches NT_c entre les lignes. Les indicateurs étudiés demeurent les mêmes, à savoir :

- Le coût unitaire de production CU ;
- Le nombre moyen d'employés utilisés par ligne $NECM$: Pour rappel, $NECM$ correspond au nombre d'employés utilisés en moyenne par chaque ligne indépendamment de la durée pendant laquelle ces employés y sont affectés (c'est-à-dire la durée de fonctionnement de la ligne);
- Le temps de cycle moyen des lignes TCM : moyenne des temps de cycle de toutes les lignes de l'usine. Il révèle, en moyenne, de combien est le temps de cycle pour une ligne donnée de l'usine indépendamment de sa durée de fonctionnement.

4.5.1 Impact du nombre de commandes NC

Dans cette section, nous analysons l'impact du nombre de commandes NC sur les différents indicateurs. Afin de faire cette analyse nous nous sommes basés sur les instances représentant des répétitions d'une même ligne (instances homogènes). De cette sorte, nous avons pu isoler l'effet aléatoire des temps de tâches et ne garder que l'effet de l'augmentation de NC .

En gardant le même nombre d'employés au niveau de l'usine, l'augmentation du nombre de lignes a comme impact d'augmenter le coût unitaire CU comme le montre la figure 29.

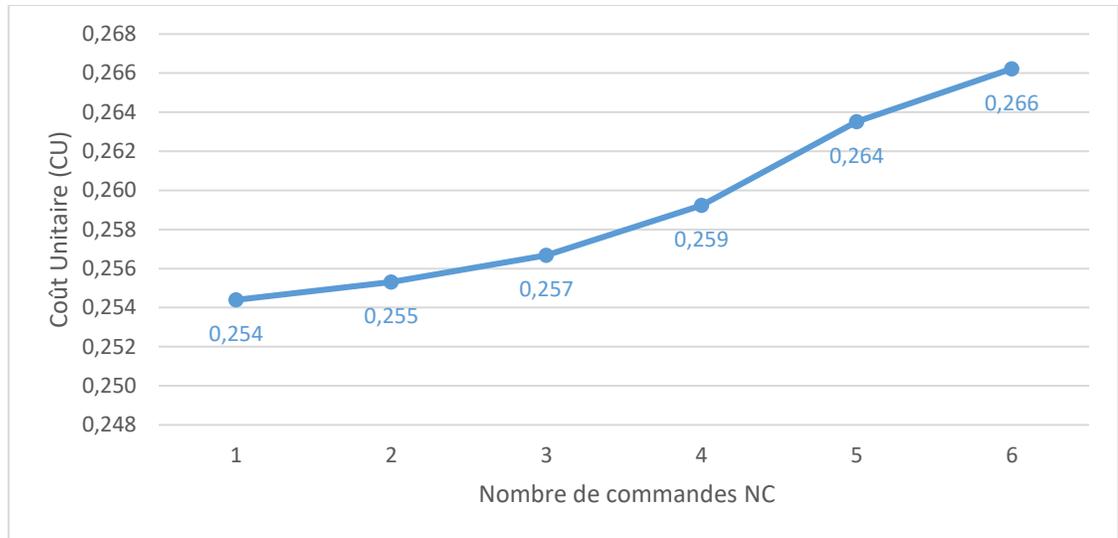


Figure 29 - Impact du nombre de lignes sur le coût unitaire de l'usine

L'augmentation du *CU* est de 4,65% lorsqu'on passe d'une ligne à 6 lignes identiques. Malgré le fait que le cas de 6 lignes représente une flexibilité nulle en termes de nombre d'employés à affecter à chaque ligne (puisque le nombre minimum d'employés par ligne est égal à 2 et un total d'employés disponibles de 12), la hausse du *CU* a été contenue en dessous de 5%. Le système utilise la flexibilité qu'il lui reste à l'intérieur de chaque ligne pour maintenir le coût à son minimum. Par quel mécanisme y parvient-il?

L'augmentation du nombre de lignes sans changer le nombre d'employés diminue le nombre d'employés disponibles pour chaque ligne. Le système utilisera donc de moins en moins d'employés pour chaque ligne. Cela se confirme à travers la figure 30 qui montre que le nombre moyen d'employés utilisés par ligne *NECM* baisse jusqu'à deux employés par ligne dans le cas de 6 lignes. En outre, cette même figure montre que le temps de cycle moyen pour chaque ligne *TCM* augmente d'une façon considérable (multiplié par 4,5) pour maintenir le coût à son minimum. Cela nous rappelle le mécanisme de compensation observé dans le cas d'une seule ligne entre le temps de cycle de la ligne et le nombre d'employés utilisés. Il est par ailleurs intéressant de mentionner que l'ajout de lignes sans la modification du nombre total d'employés disponibles *NE* est très similaire, pour chacune des lignes, à la diminution graduelle de *NE* si cette ligne était toute seule (cas étudié dans les analyses pour une seule ligne).

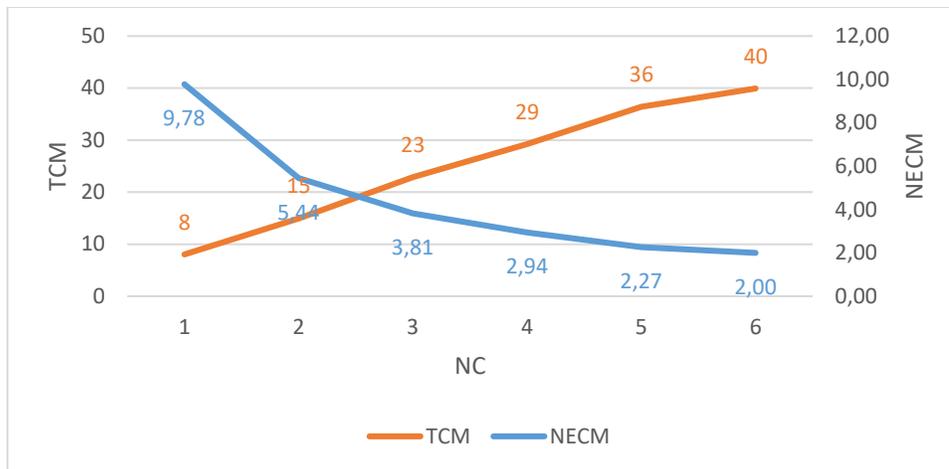


Figure 30 - Impact du nombre de lignes sur le TCM et NECM

Note : En se penchant sur le détail des résultats, on se rend compte que même si les lignes d'une usine sont strictement identiques en termes de tâches et de nombre d'unités à produire, les solutions proposées n'assignent pas toujours le même nombre d'employés aux lignes, il en résulte que chacune des lignes peut potentiellement avoir un coût différent, l'objectif étant que le coût total de l'usine soit minimisé. Cette observation reste vraie même lorsque le modèle a la possibilité d'affecter le même nombre d'employés à toutes les lignes (c.à.d. lorsque NE est multiple de NC). Cela révèle probablement l'asymétrie de l'effet d'enlever un employé à une ligne et de l'affecter à une autre ligne. En effet, il est possible que la soustraction d'un employé à une ligne ait comme effet d'augmenter le coût mais que l'ajout de cet employé à une autre ligne (même si elle est identique en termes de tâches à réaliser) lui permette d'en baisser le coût d'une façon plus importante, faisant en sorte d'améliorer le coût total de l'usine.

Ci-après les principales conclusions concernant l'impact de l'augmentation du nombre de lignes :

- À NE égal, le CU augmente de moins de 5% lorsque NC passe de 1 à 6 (flexibilité d'affectation des employés aux lignes nulle);
- Le TCM s'allonge de façon importante (multiplié par 4,5) lorsque le nombre de lignes passe de 1 à 6 pour compenser la baisse du nombre d'employés qu'il est possible d'allouer à chaque ligne;

- Même lorsque le nombre d'employés le permet, le système n'affecte pas le même nombre d'employés à chacune des lignes identiques, probablement en raison de l'asymétrie entre les effets d'ajouter et de soustraire un employé à une ligne.

4.5.2 Impact du nombre d'employés disponibles NE

L'objectif de cette section est de quantifier l'impact du nombre d'employés disponibles sur les indicateurs décrits précédemment. Pour ce faire, trois valeurs de NE ont été étudiées : 14, 12 et 10 employés pour un nombre de lignes hétérogènes allant de 1 à 5. Il est à noter que pour le nombre d'employés $NE = 14$, nous avons dû augmenter le temps maximal de résolution à 3 heures par instance (au lieu d'une heure) pour obtenir une solution optimale pour toutes les instances. C'est pour cette raison que nous ne sommes pas allés au-delà de cette valeur de NE (se référer à la section sur l'expérience numérique). Intuitivement, nous nous attendons à une hausse de coût lorsque NE diminue car cela restreint les choix du modèle comme cela a été observé dans le cas d'une seule ligne. La figure 31 permet de quantifier cette hausse en présentant le pourcentage de variation du coût unitaire selon la valeur de NE pour les différents NC . On constate que l'impact sur le coût augmente avec le nombre de lignes. Ce dernier reste toutefois minime (maximum de 2 % pour une variation du nombre d'employés d'environ 20% (passage de 12 à 10 employés)). La hausse de coût la plus importante concerne le passage de 12 à 10 employés pour 5 lignes. Cela s'explique par le fait que le modèle, avec une contrainte de 10 employés, a une flexibilité nulle par rapport au nombre d'employés à affecter à chaque ligne (il était forcé d'affecter exactement deux employés à chaque ligne) : la seule flexibilité qui reste est celle au niveau des stations de chaque ligne. La figure 31 montre ces résultats.

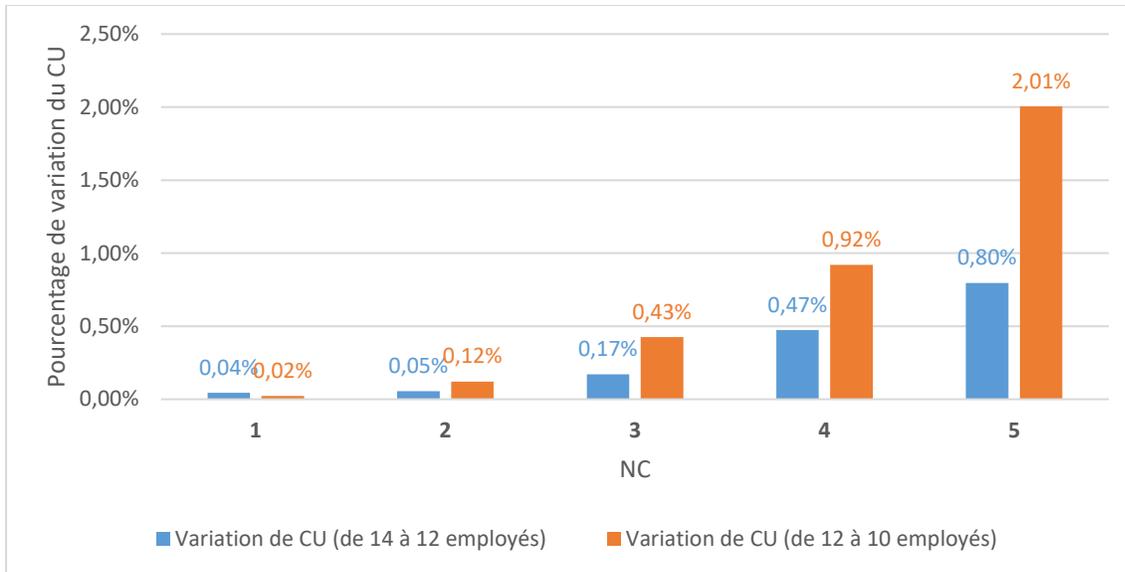


Figure 31 - Variation du coût unitaire en fonction des variations de NE

Nous avons également étudié l'évolution du *TCM* et de *NECM* en fonction de la contrainte *NE* pour tous les nombres de lignes. La figure 32 montre que le *TCM* s'allonge et *NECM* diminue lorsque *NE* diminue et ce, quel que soit le nombre de lignes. L'allongement du temps de cycle moyen *TCM* s'explique par le manque de flexibilité engendré par la baisse du nombre d'employés qu'il est possible d'allouer à chaque ligne. Par ailleurs, l'arbitrage entre le *TCM* et *NECM* fonctionne toujours pour maintenir le coût à son minimum.

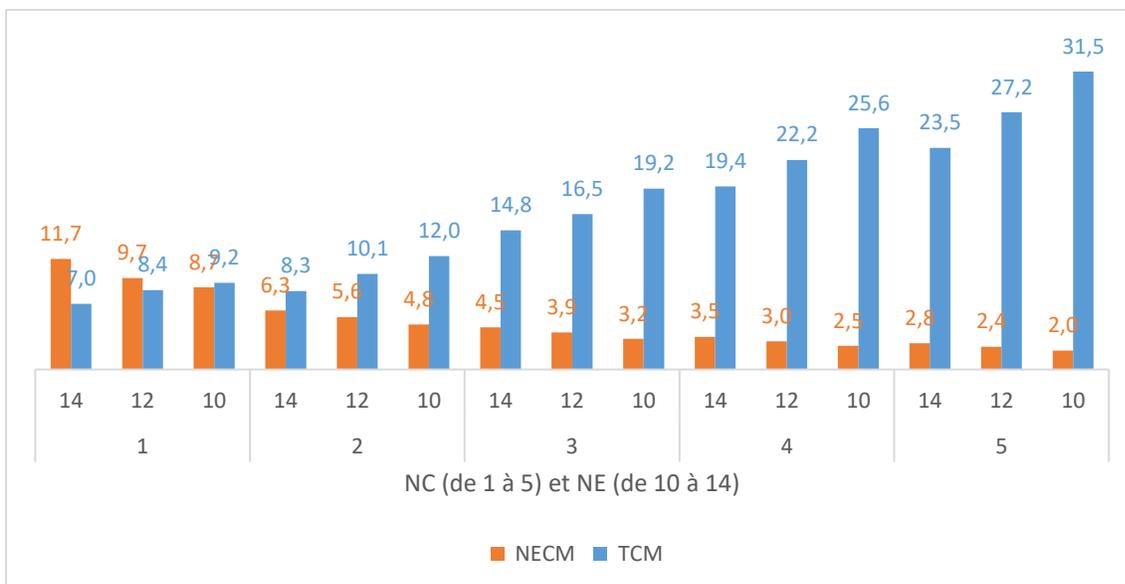


Figure 32 - Évolution du TCM et de NECM en fonction du nombre d'employés et du nombre de commandes

Ci-après les principales conclusions concernant l'impact de la contrainte du nombre d'employés :

- Comme pour le cas d'une seule ligne, la diminution du nombre d'employés engendre une augmentation de CU . Cette augmentation reste toutefois minime (maximum de 2% pour 5 lignes lorsque le nombre d'employés passe de 12 à 10);
- L'impact de la contrainte NE augmente avec le nombre de lignes : plus il y a de lignes plus l'impact sur le CU est important. Ceci est normal parce que le même nombre d'employés est partagé entre l'ensemble des lignes ce qui « pénalise » les usines à nombre élevé de lignes;
- Il est possible d'observer un arbitrage entre le TCM qui s'allonge et le nombre moyen d'employés utilisés par ligne $NECM$ qui diminue lorsque le nombre d'employés disponibles NE diminue.

4.5.3 Impact du nombre minimal d'employés par ligne NEC_{min}

Afin de mesurer la sensibilité au nombre minimal d'employés par ligne, nous avons fait varier le paramètre du nombre minimal d'employés NEC_{min} entre 2 (valeur de référence) et 6 pour les instances hétérogènes le permettant avec un nombre total d'employés de 12 ($NE = 12$).

Dans le cas d'une seule ligne, le coût unitaire n'augmentait pas avec ces valeurs de contrainte puisque, comme nous l'avons vu dans l'analyse de cette contrainte pour une seule ligne, le modèle présentait des solutions avec au moins 7 employés en l'absence de contrainte. Ce n'est qu'à partir de $NEC_{min} = 7$ que le CU avait commencé à augmenter. De même, comme le montre la figure 33, dans le cas de plusieurs lignes, le coût unitaire augmente légèrement à partir d'un certain seuil de NEC_{min} . Ce seuil diminue lorsque le nombre de lignes augmente. Cela s'explique par le fait que pour un nombre de lignes élevé, à nombre d'employés toujours égal à 12, la même valeur de NEC_{min} représente une flexibilité plus restreinte pour les usines à nombre de lignes plus élevés. La figure 33 montre l'évolution du coût unitaire en fonction de la contrainte NEC_{min} pour 2, 3 et 4

lignes. Seules ces trois valeurs sont présentées car pour le cas d'une ligne le CU ne change pas et pour 5 lignes, seule la valeur $NEC_{min} = 2$ est applicable.

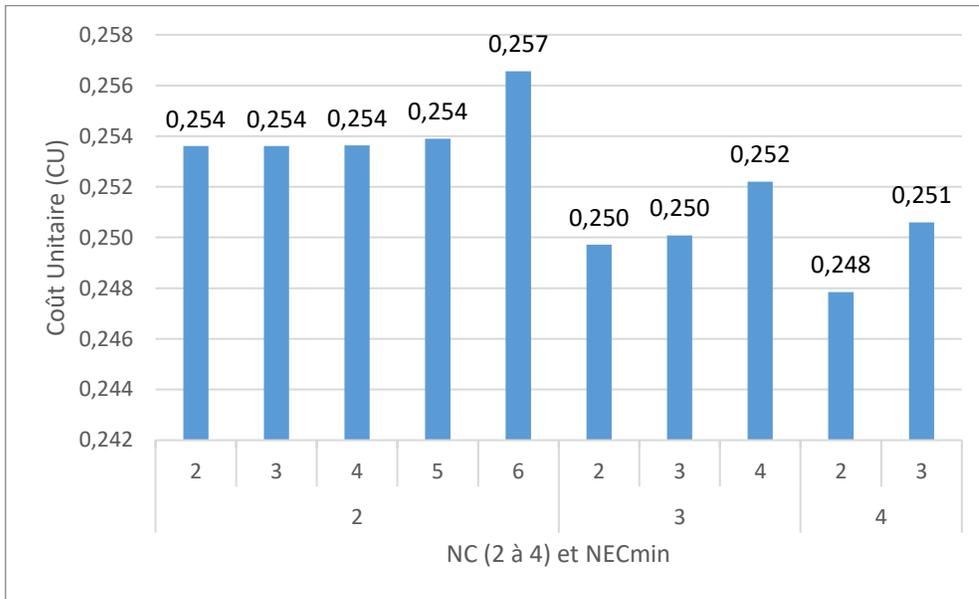


Figure 33 - Impact de NEC_{min} sur le CU pour 2, 3 et 4 lignes

Il est par ailleurs intéressant de noter que la hausse maximale du coût unitaire en augmentant NEC_{min} de 1 est d'environ de 1,1% et est observée dans le cas de 4 lignes lorsque NEC_{min} passe de 2 à 3. Ce dernier cas représentant une flexibilité nulle pour ce qui est du choix du nombre d'employés par ligne. La seule flexibilité restante étant au niveau de chaque ligne pour la composition des stations.

Nous nous sommes penchés par la suite sur l'impact de NEC_{min} sur le temps de cycle moyen TCM . Rappelons que dans le cas d'une ligne nous avons observé une baisse du temps de cycle couplée avec une hausse du nombre d'employés utilisés. Cela avait agi à titre de mécanisme de compensation pour maintenir le coût à son minimum. Il est possible d'observer ce même mécanisme de compensation entre TCM et $NECM$ à travers la figure 34 qui montre l'évolution de ces deux indicateurs pour 2, 3 et 4 lignes (le cas d'une ligne n'est pas représenté car il n'y a aucune évolution pour ces valeurs de NEC_{min}). Notons par ailleurs que dans le cas de 4 lignes $NECM$ n'augmente pas car il est limité par le nombre d'employés disponibles, ce qui explique aussi que ce cas-là représente la plus grande hausse de coût observée dans le paragraphe précédent.

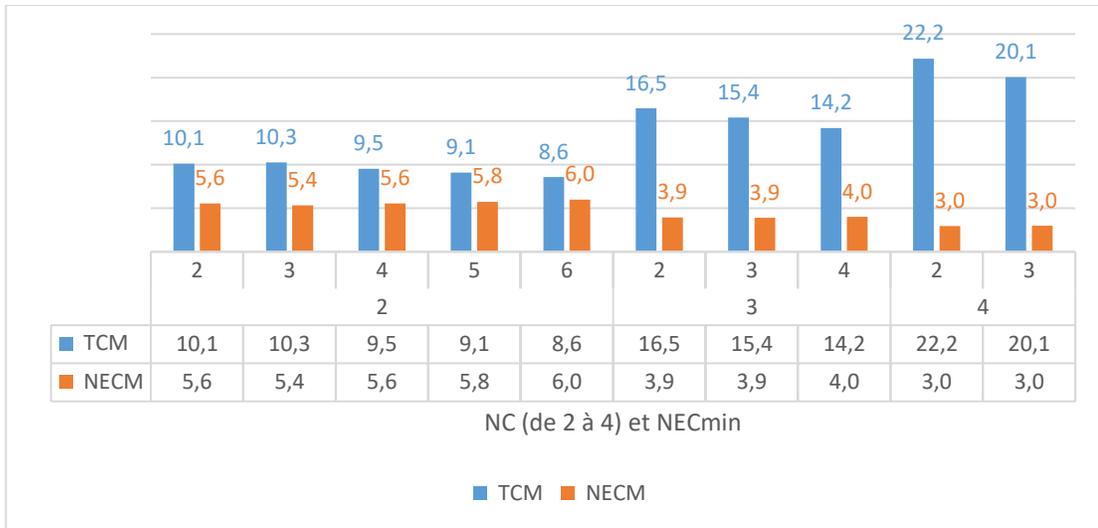


Figure 34 - Évolution du TCM et de NECM en fonction de NEC_{min} pour 2, 3 et 4 lignes

La figure 34 montre aussi que le TCM baisse sous l'effet de la contrainte de NEC_{min} sauf pour le cas de deux lignes lorsque NEC_{min} passe de 2 à 3. Pour $NC = 2$, la hausse du TCM et la baisse de $NECM$ lorsque NEC_{min} passe de 2 à 3 s'explique par le fait que pour une des réplifications de temps de tâches (ici, la réplification 8), seulement 8 employés sur 12 (c'est-à-dire 4 par ligne) sont utilisés pour $NEC_{min} = 3$, alors que pour $NEC_{min} = 2$ le système utilisait 12 employés (8 employés dans une ligne et 4 dans une autre). Rappelons que le coût unitaire pour les scénarios $NEC_{min} = 3$ et $NEC_{min} = 2$ est le même. En effet en divisant par deux le nombre d'employés dans une ligne (passage de 8 à 4 employés), c'est le temps de cycle de la ligne TC qui change (multiplié par 2) et donc le temps total de production. Les solutions sont équivalentes en termes de coût car la division par deux (du nombre d'employés) et la multiplication par 2 du temps de cycle se compensent au niveau de la ligne concernée. Nous pouvons donc conclure que le modèle, en proposant des solutions optimales en termes de coût, ne propose pas forcément les solutions utilisant un minimum d'employés par ligne mais peut proposer des solutions avec un multiple du nombre minimal d'employés permettant l'obtention d'une solution optimale.

Ci-après les principales conclusions concernant l'impact de NEC_{min} :

- Le coût unitaire augmente à partir d'un certain seuil de NEC_{min} , ce seuil diminue en fonction du nombre de lignes;

- L'augmentation maximale du CU lorsqu'on augmente NEC_{min} de 1 est d'environ 1%. Elle est observée dans les cas où le système est obligé d'affecter un nombre précis d'employés à chaque ligne;
- Il existe un mécanisme de compensation entre le TCM et $NECM$ pour maintenir le coût de chaque ligne à un niveau bas;
- Les solutions proposées par le modèle peuvent ne pas être celles qui ont recours au minimum d'employés mais à un multiple du minimum d'employés requis.

4.5.4 Impact du nombre minimal de stations par ligne NS_{min}

Comme observé dans le cas d'une seule ligne et pour les mêmes raisons, l'impact de l'augmentation de NS_{min} sur le CU est plus important que celui de NEC_{min} . Aussi, assistons-nous à une hausse marginale de coût unitaire allant jusqu'à environ 10% alors qu'elle ne dépassait pas 1% pour NEC_{min} à cause d'une restriction plus importante de la flexibilité imposée par la contrainte d'augmentation de NS_{min} . Le pic de variation du CU est observé dans le cas de 3 lignes lorsque NS_{min} passe de 3 à 4 (dans ce cas, la flexibilité d'affectation des employés aux lignes est nulle). La figure 35 montre l'évolution du CU dans les cas de 1 à 4 lignes.

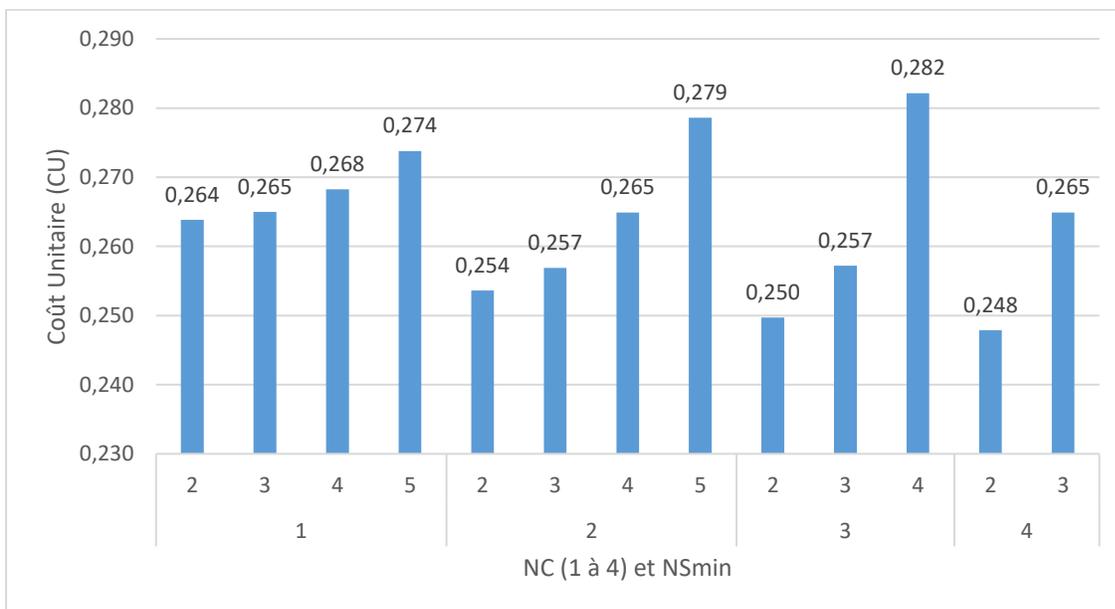


Figure 35 - Impact de NS_{min} sur le coût unitaire CU

Tel que déjà vu dans le cas d'une seule ligne, le fait que l'impact de NS_{min} soit plus fort que celui de NEC_{min} s'explique par le fait que la contrainte du nombre de stations est plus forte que celle du nombre d'employés. En imposant un nombre de stations, non seulement on impose un nombre d'employés, mais on impose également l'affectation d'au moins un employé et une tâche à chaque station. Ceci veut dire qu'aussi bien la flexibilité d'affectation des employés aux stations que celle de regroupement de tâches s'en trouvent affectées. Dans le cas de NEC_{min} , seule la flexibilité d'affectation des employés aux lignes (et non aux stations) était impactée. La figure 36 permet de mieux visualiser la différence d'impact sur le coût unitaire entre les contraintes NS_{min} et NEC_{min} .

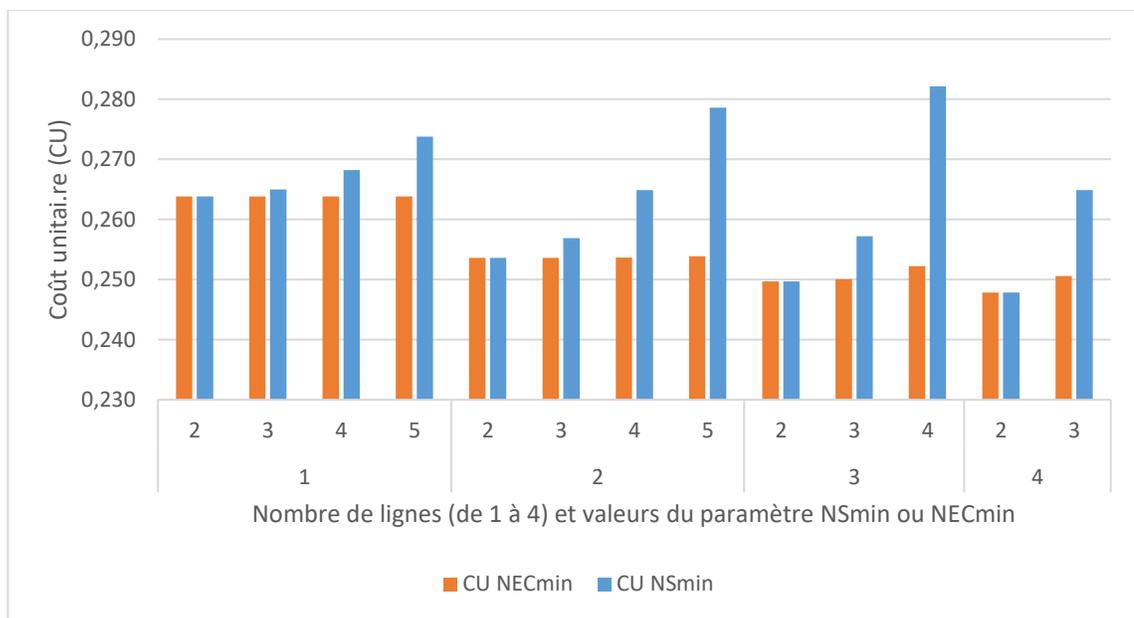


Figure 36 - Comparaison du CU pour les mêmes contraintes de NS_{min} et NEC_{min}

Pour ce qui est de l'impact sur le temps de cycle moyen TCM , rappelons-nous que pour le cas d'une seule ligne, il n'y avait pas de tendance significative du TCM en fonction de NS_{min} . Ce dernier pouvait augmenter ou diminuer en fonction des répliques. Cette observation est confirmée dans le cas de plusieurs lignes. Nous avons également constaté pour une ligne qu'à partir d'un certain seuil, le mécanisme de compensation entre TCM et $NECM$ ne fonctionnait plus, les deux ayant été sujet à des hausses causant ainsi une augmentation plus importante du CU . La figure 37 décrit l'évolution du temps de cycle moyen TCM et de $NECM$ selon les valeurs de NS_{min} de 1 à 4 lignes. Nous pouvons y

observer l'absence de tendance d'évolution du TCM ainsi que quelques cas où la compensation n'est plus faite entre TCM et $NECM$ (ex : $NC=2$ et NS_{min} passe de 4 à 5).

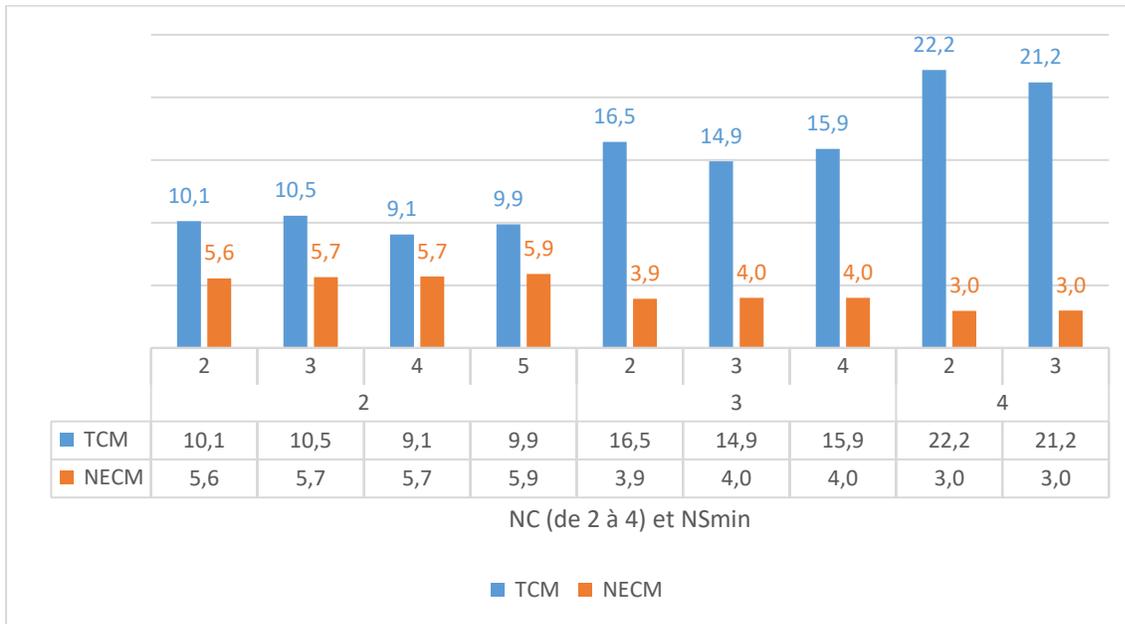


Figure 37 - Évolution du TCM et de $NECM$ en fonction de NS_{min}

En résumé, ci-après les principales conclusions sur les impacts de NS_{min} :

- Comme pour une seule ligne, l'impact de l'augmentation de NS_{min} sur le CU est plus important que celui de NEC_{min} . L'augmentation marginale du CU peut atteindre environ 10%. Cela est dû au fait de la limitation de la flexibilité du système non seulement au niveau de l'affectation des employés aux lignes mais également au niveau de l'affectation de ces derniers ainsi que des tâches aux stations;
- Avec un nombre d'employés disponibles constant (12), l'impact de l'augmentation de NS_{min} sur le CU augmente avec le nombre de lignes;
- Pour un nombre de lignes donné, il n'y a pas de tendance constante de l'évolution du TCM en fonction de NS_{min} , ce dernier peut augmenter ou baisser;
- A partir d'un certain seuil, le mécanisme de compensation entre TCM et $NECM$ ne fonctionne plus, ce seuil est plus bas pour plusieurs lignes que pour une seule

ligne. Par exemple, pour 2 lignes, ce seuil est égal à $NS_{min} = 3$ vs. $NS_{min} = 8$ pour une ligne.

4.5.5 Impact des délais de production $délai_c$

Rappelons que pour le cas d'une seule ligne, il nous a été possible de vérifier l'impact de la contrainte de délai en diminuant graduellement le délai de production de 2,5% à 15%. Au-delà de 15%, le nombre de répliques infaisables est devenu trop important.

Dans le cas de plusieurs lignes, nous avons essayé de poser la contrainte de délai en se basant sur la ligne qui avait le temps de production total le plus long. Nous avons alors imposé un même délai à toutes les lignes en diminuant ce temps de production maximal graduellement de 2,5% jusqu'à 25%. Les résultats montrent que le nombre de cas infaisables augmente avec le nombre de lignes à partir de $NC = 2$. Par ailleurs, le cas d'une seule ligne représente celui où il y'a le plus de cas infaisables tandis que pour $NC = 2$, il n'y a pas de cas infaisables comme le montre la figure 38. Il est à noter que seuls sont montrés sur la figure 38 les cas où il y'a au moins une instance infaisable (c'est pour cela que l'on ne voit pas le cas de $NC = 2$ par exemple).

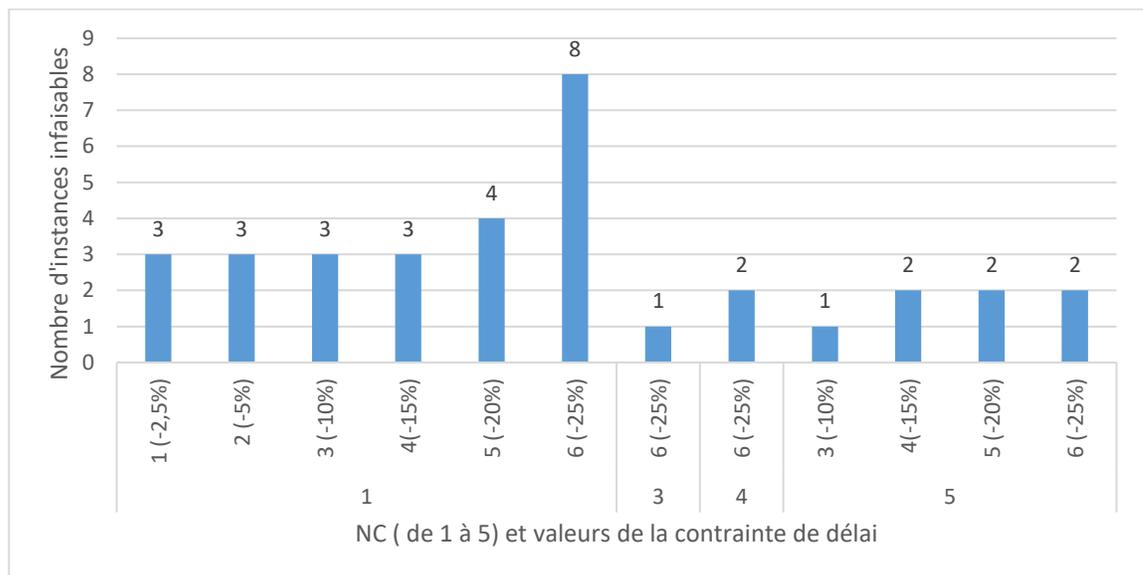


Figure 38 - Nombre d'instances infaisables en fonction de la contrainte de délai et du nombre de lignes

Le nombre plus élevé de cas infaisables dans le cadre d'une seule ligne pourrait s'expliquer par l'absence de possibilités de compensation avec d'autres lignes. En effet,

dans le cas de plusieurs lignes, le fait d'imposer la contrainte de délai en se basant sur la ligne ayant le temps de cycle le plus long fait en sorte, que même en diminuant le délai, les autres lignes ont de la marge pour pouvoir allonger leur temps total de production tout en le maintenant en dessous du délai imposé. Cette flexibilité est probablement utilisée pour « donner » des employés à la ligne ayant le temps de production le plus long pour qu'elle rencontre la contrainte de délai.

En termes d'impact sur le coût unitaire et en se basant sur la comparaison des moyennes calculées sur les 6 réplifications résolues, on se rend compte que la diminution du délai de 25% a un impact faible sur le *CU*. En effet, le *CU* augmente de moins de 1% lorsque l'on impose à toutes les lignes un délai inférieur de 25% au délai de la ligne la plus « lente ». La figure 39 montre l'évolution du coût en fonction de la contrainte de délai.

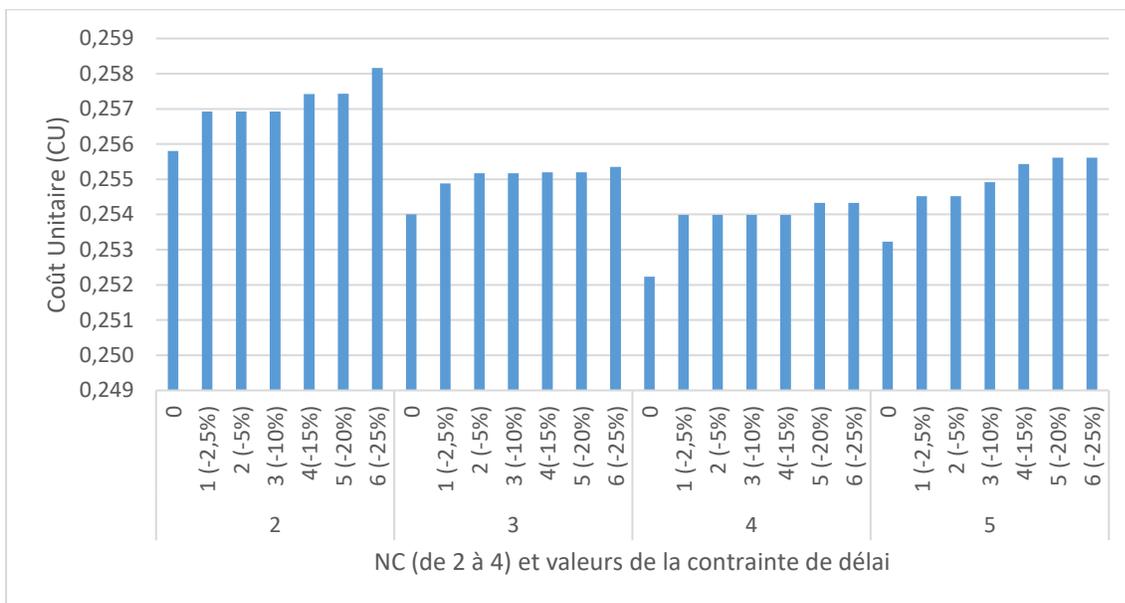


Figure 39 - Évolution du CU pour plusieurs lignes en fonction de la contrainte de délai

Pour ce qui est du *TCM* et de *NECM*, nous constatons qu'en général, le *TCM* baisse lorsque le délai diminue. Ceci est tout à fait compréhensible puisque baisser le délai d'une ligne revient à baisser le temps de production total et donc son temps de cycle. Les quelques cas où le *TCM* augmente alors que le délai diminue s'expliquent par le fait que, pour satisfaire la contrainte de délai pour chacune des lignes, le temps de cycle de certaines lignes est augmenté (mais tout en restant en dessous de la limite). Si cette

augmentation est plus importante que la diminution réalisée pour les autres lignes, cela peut faire que le temps de cycle moyen *TCM* augmente légèrement. Le *NECM* a tendance quant à lui à augmenter pour pallier la baisse du *TCM*. Ceci est observé dans la figure 40 sauf dans le cas où le système manque de flexibilité et n'a pas le choix que d'utiliser la totalité des employés (nombre élevé de lignes).

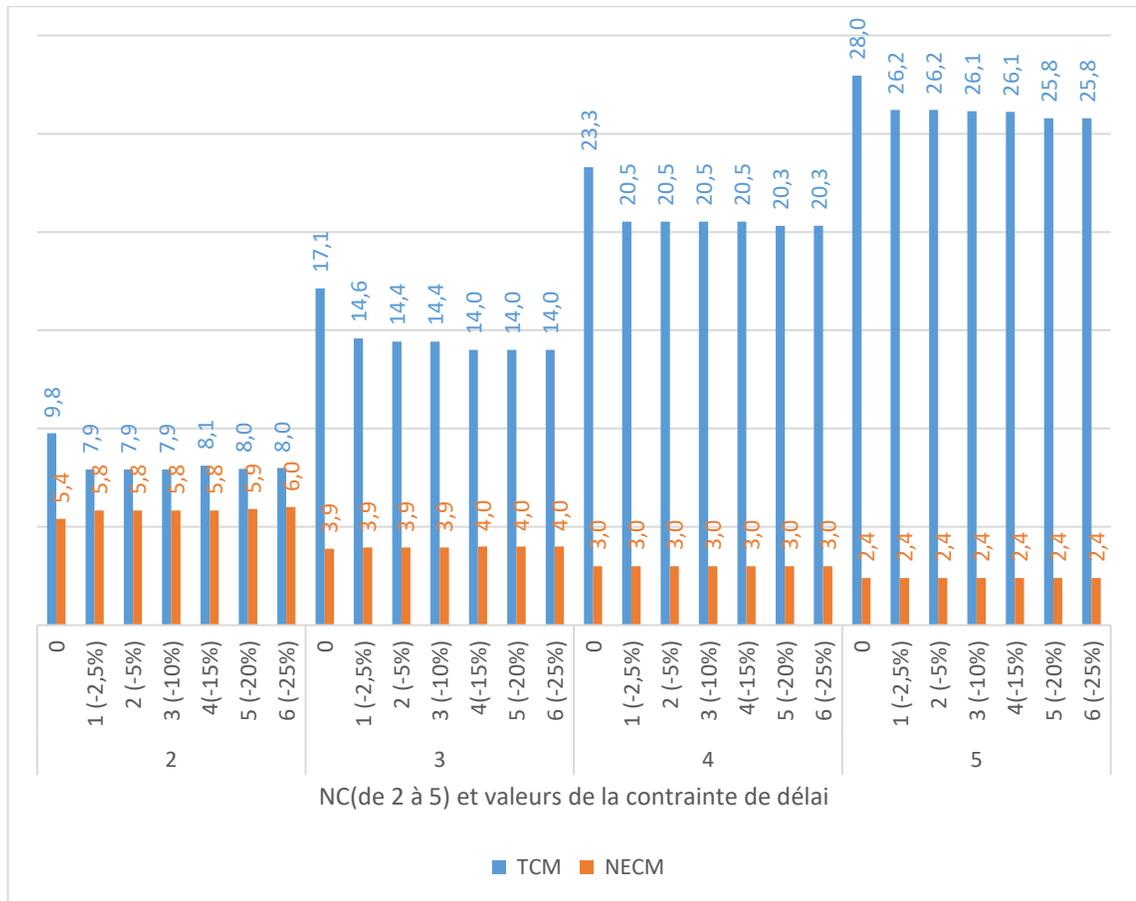


Figure 40 - Évolution du TCM et de NECM sous la contrainte de délai pour plusieurs lignes

En conclusion, ci-après les principales observations reliées à l'imposition de contraintes de délai sur chacune des lignes :

- Il y'a plus de cas infaisables dans le cas d'une seule ligne vs. les cas de plusieurs lignes à cause de l'absence de possibilités de compensation avec d'autres lignes;

- À partir de $NC = 2$, le nombre de cas non résolus augmente avec le nombre de lignes par manque de flexibilité du système et ce, à cause du nombre d'employés constant à partager entre les différentes lignes;
- L'impact de la diminution du délai de 25% occasionne une hausse du coût de moins de 1% pour les instances résolues;
- Le $NECM$ augmente dans la limite du possible et le TCM a une tendance générale à baisser. Cependant, dans certains cas on observe une légère augmentation lorsque le délai imposé baisse;

4.5.6 Impact de la variabilité des temps de tâches $t_{i,c}$

Malgré l'absence d'une tendance à première vue, nous avons constaté dans le cas d'une seule ligne qu'en agrégeant les instances MV et LV, on pouvait observer une diminution du coût lorsque la variabilité baisse (c'est-à-dire passe de HV à MV/LV agrégés). Rappelons par ailleurs que nous avons défini trois niveaux de variabilité : HV (haute variabilité) pour les tâches dont la durée varie entre 0s et 10s, MV (variabilité moyenne) pour les tâches dont la durée varie entre 2s et 8s et LV (basse variabilité) pour les tâches dont la durée varie entre 4s et 6s. La figure 41 montre l'évolution du CU en fonction de la variabilité des temps de tâches des lignes.

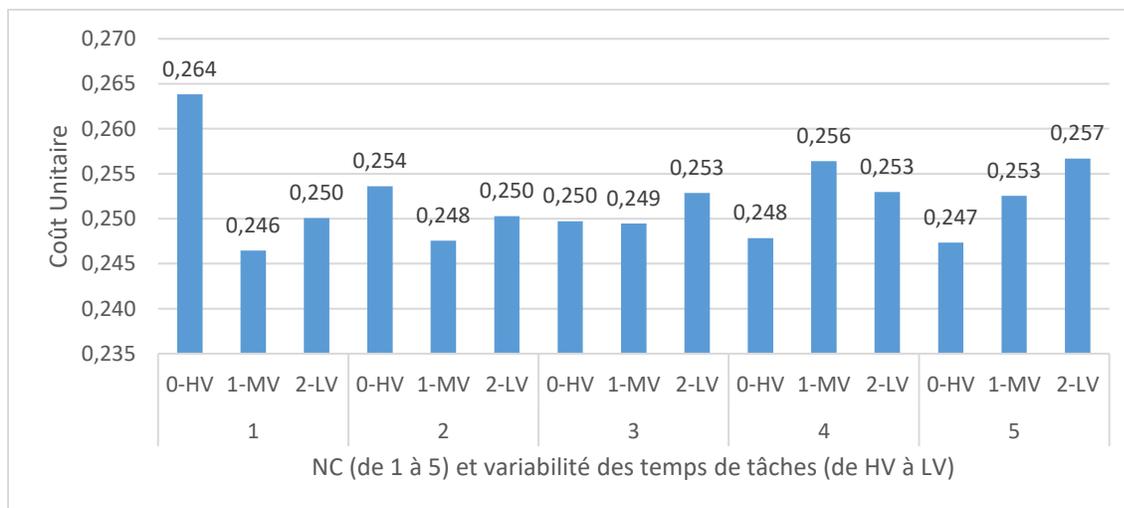


Figure 41 - Impact de la variabilité des temps de tâches sur le coût unitaire

Afin de vérifier si l'agrégation des instances MV/LV permettrait de dégager une tendance, nous avons calculé la variation en pourcentage du *CU* lorsque la variabilité des temps tâches augmente (de MV/LV agrégés à HV en prenant en compte la moyenne du *CU* pour instances MV et LV). Les résultats de ce calcul sont présentés par la figure 42.

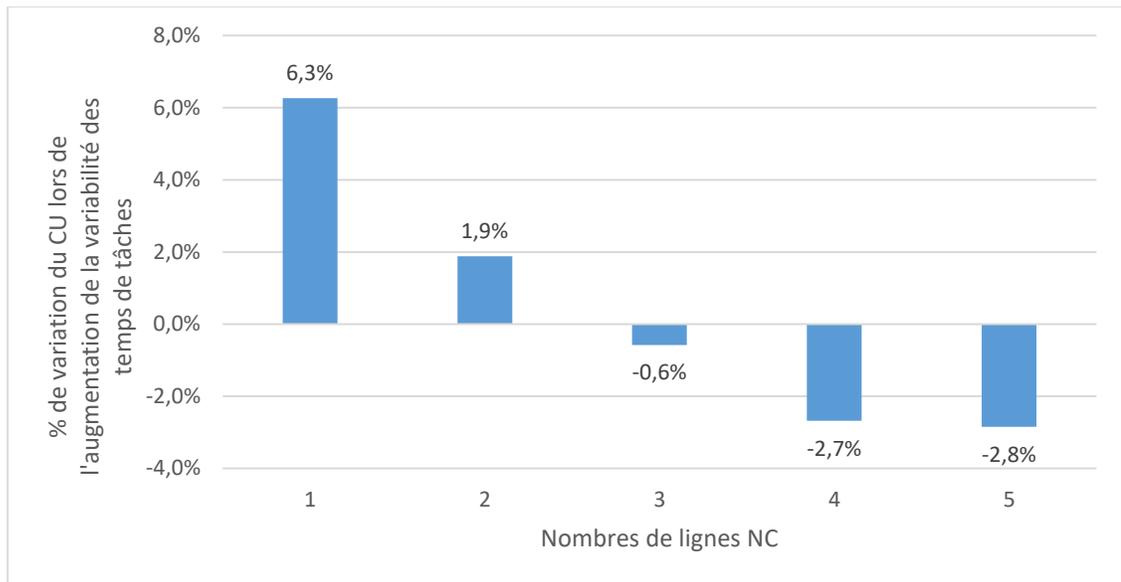


Figure 42 - % de variation du *CU* lors de l'augmentation de la variabilité des temps de tâches de MV/LV agrégés à HV

Pour une ligne, une haute variabilité des temps de tâches rend la ligne plus difficile à optimiser puisque cela augmente le coût. Cet effet négatif s'amointrit au fur et à mesure que le nombre de lignes augmente. La tendance est même inversée pour un grand nombre de lignes. Il semblerait donc qu'avec un plus grand nombre de lignes, le système peut profiter de la plus grande variabilité des temps de tâches pour affecter les employés aux différentes lignes de sorte à baisser le coût total. Cela nous amène à supposer que la grande variabilité des temps de tâches au niveau de chaque ligne permet d'avoir des temps de cycle tellement différenciés entre les lignes, qu'une bonne allocation des employés à chaque ligne permet de profiter des différences entre les lignes en les pondérant chacune d'elles par le nombre d'employés qui fait en sorte de baisser le coût total.

Finalement, nous avons analysé l'impact de la variabilité du temps de tâches sur le *TCM* et *NECM*. Aucune tendance claire ne se dégage comme le montre la figure 43. De plus, le nombre moyen d'employés utilisés reste relativement stable pour un nombre de lignes

donné quel que soit la variabilité des temps de tâches à partir de 2 lignes, ce qui indique que l'on ne peut pas observer de compensation claire entre *TCM* et *NECM*. Cette absence de compensation peut s'expliquer par le fait que dans le cas de cette analyse de sensibilité, contrairement aux analyses précédentes, ce n'est pas un seul paramètre affectant la flexibilité du modèle qui est analysé alors que tout le reste demeure inchangé. On analyse en effet des instances en régénérant de nouveau des temps de tâches pour chaque niveau de variabilité, ce qui rend la compensation difficile à observer.

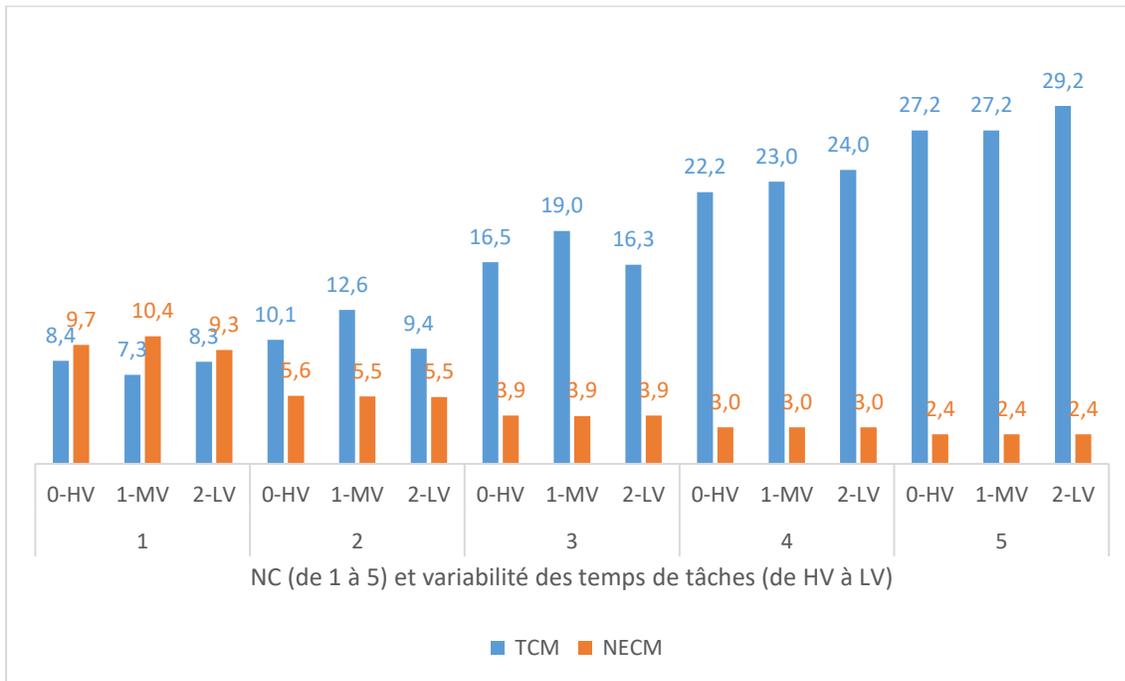


Figure 43 - Impact de la variabilité des temps de tâches sur *TCM* et *NECM*

En conclusion, il semblerait que pour un nombre élevé des lignes, une plus grande variabilité des temps tâches soit bénéfique à l'optimisation du coût qui baisse tandis que c'est le contraire pour un plus petit nombre de lignes. L'aléa des temps de tâches générés pour chaque niveau de variabilité fait en sorte qu'il est difficile d'observer une compensation entre le *TCM* et *NECM*.

4.5.7 Impact de la variabilité du nombre de tâches NT_c entre les lignes

Dans cette section, nous nous intéressons à l'impact potentiel de la variabilité du nombre de tâches NT_c entre les lignes sur les principaux indicateurs. Pour ce faire nous comparons

les résultats des instances hétérogènes qui ont une grande variabilité HV (les lignes ont de 5 à 25 tâches pour une moyenne de 15 tâches par ligne) à un ensemble d'instances comportant des lignes ayant toutes le même nombre de tâches (15 tâches par ligne pour toutes les lignes), ce qui veut dire une variabilité nulle NV. L'exercice a été fait pour un nombre de lignes allant de 2 à 5 lignes. La figure 44 décrit l'évolution du coût unitaire en fonction de la variabilité du nombre de tâches entre les lignes. Pour 2 et 3 lignes l'augmentation de la variabilité du nombre de tâches entraîne une légère hausse du coût. Inversement, pour un nombre de lignes égal à 4 ou 5, l'augmentation de la variabilité du nombre de tâches entraîne une baisse du coût unitaire.

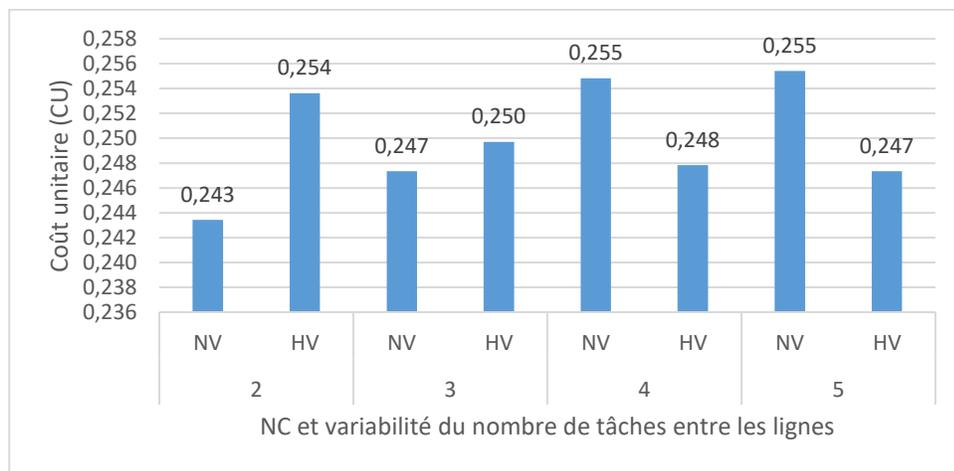


Figure 44 - Impact de variabilité du nombre de tâches sur le coût unitaire

Afin de quantifier la variation du coût unitaire, nous avons calculé ces dernières en pourcentage lorsque la variabilité du nombre de tâches passe de NV à HV. La figure 45 montre ces pourcentages d'évolution.

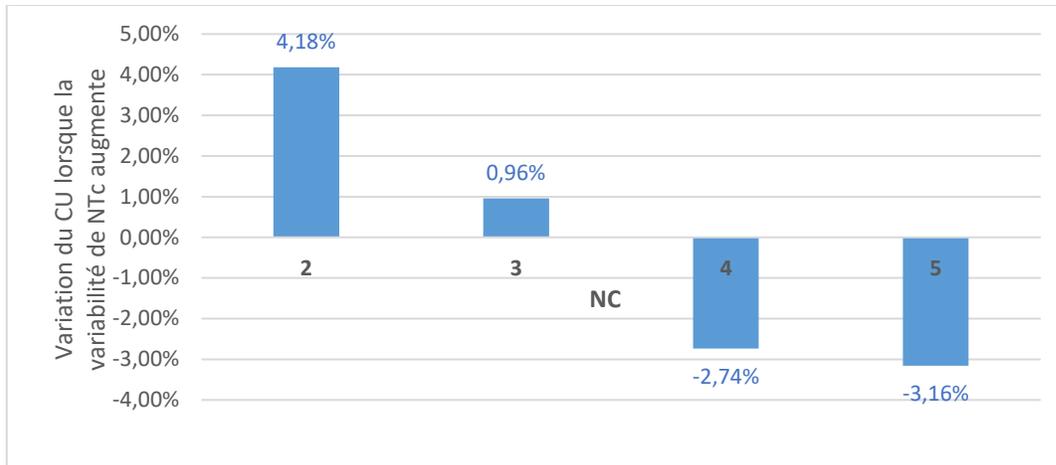


Figure 45 - Évolution du CU lorsque la variabilité du nombre de tâches augmente

Il est intéressant de noter les faits suivants :

- Lorsque la variabilité du nombre de tâches NT_c augmente (de NV à HV), les variations du CU passent graduellement d'environ +4% à -3% lorsqu'on passe de 2 à 5 lignes;
- L'impact sur le CU est inversé pour 2 et 3 lignes vs. pour 4 et 5 lignes. Pourquoi donc, sous l'effet de l'augmentation de la variabilité du nombre de tâches entre les lignes le coût augmente pour 2 et 3 lignes et baisse pour 4 et 5 lignes? Une explication possible au fait qu'on arrive à réaliser des économies de coût pour 4 et 5 lignes lorsque la variabilité de NT_c augmente résiderait dans le fait que la flexibilité en termes d'affectation des employés est très faible dans ces cas-là puisque le nombre total d'employés est fixé à 12. Lorsque les 4 ou 5 lignes ont un nombre de tâches identiques (NV), cela ne laisse pas beaucoup de marge de manœuvre pour optimiser de façon différenciée certaines lignes au détriment des autres (celles dont les temps de tâches seraient plus adéquats pour lui affecter plus ou moins d'employés et faire ainsi une économie de coût globalement). Ceci devient possible lorsque les lignes sont très différentes (HV). Ce qui expliquerait la baisse de CU lorsque la variabilité de NT_c augmente pour les cas de 4 et 5 lignes. Autrement dit, le manque de flexibilité couplé avec la « différenciation des

lignes » est plus bénéfique que le manque de flexibilité couplé à la « ressemblance des lignes ».

Nous avons également analysé l'impact de la variabilité du nombre de tâches sur *TCM* et *NECM*. La figure 46 montre les valeurs du *TCM* et de *NECM* pour chaque nombre de lignes et pour les deux niveaux de variabilité de NT_c . On n'y voit pas de tendance claire du *TCM* sous l'effet de l'augmentation de la variabilité du nombre de tâches car en dehors du cas de 2 lignes où il diminue de près de 9%, son niveau de variation est faible pour les autres nombres de lignes. En ce qui concerne *NECM*, ce dernier est relativement stable pour chaque valeur de *NC*. Par ailleurs, la compensation entre *NEC* et *TCM* n'est pas observée, probablement à cause de l'aléa des temps de tâches générés pour représenter chacune des niveau variabilités du nombre. En effet, comme la comparaison ne se fait pas sur la base des mêmes tâches, cela laisse de la place à l'influence des temps de tâches et de leur ordre de succession sur l'ensemble des indicateurs.

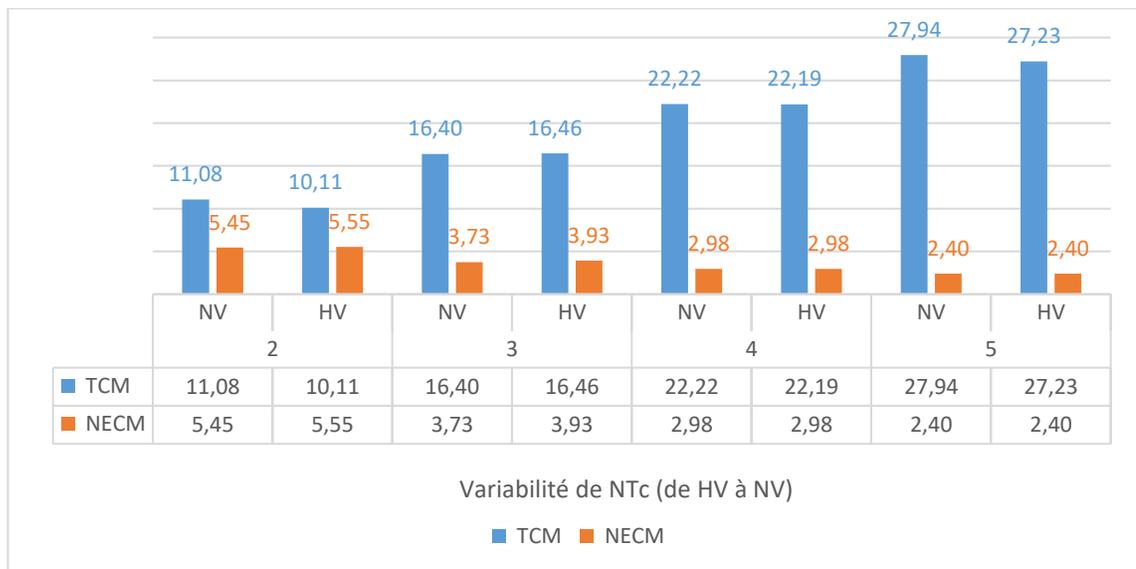


Figure 46 - Impact de la variabilité du nombre de tâches NT_c sur le *TCM* et *NECM*

En conclusion, comme pour la variabilité des temps de tâches, nous avons remarqué qu'un nombre plus élevé de lignes fait en sorte qu'une plus grande variabilité des nombres de tâches devienne bénéfique à l'optimisation du coût. Il est aussi difficile d'observer une compensation entre le *TCM* et *NECM* lorsque la variabilité du nombre de tâche change.

4.5.8 Impact de la variabilité du nombre d'unités à produire NU_c

Pour étudier l'impact de la variabilité du nombre d'unités entre les lignes, nous avons utilisé comme référence les instances homogènes composées de lignes identiques afin de se prémunir contre l'effet aléatoire d'affecter plus ou moins d'unités aux lignes plus ou moins longues. Rappelons la désignation des différents degrés de variabilité : la variabilité nulle NV indique que toutes les lignes ont 1000 unités, MV pour une variabilité moyenne (NU_c peut prendre la valeur 600 ou 1400 en plus de la valeur 1000 pour les nombres impairs de lignes) et HV pour une variabilité haute (NU_c peut prendre la valeur 200 ou 1800 en plus de la valeur 1000 pour les nombres impairs de lignes). La moyenne du nombre d'unités par ligne est toujours de 1000.

Tout d'abord, mentionnons que le coût unitaire ne peut pas augmenter lorsqu'on modifie la variabilité du nombre d'unités entre des lignes identiques. En effet, il suffit au système de garder exactement les mêmes assignations d'employés et de tâches aux stations pour chacune des lignes. Ceci lui permettrait de maintenir le même temps de cycle et le même nombre d'employés pour chaque ligne et par conséquent garder le coût unitaire de chaque ligne inchangé. Le coût unitaire au niveau de l'usine resterait alors le même. En analysant l'évolution du CU , on remarque qu'une hausse de la variabilité du nombre d'unités provoque une faible baisse du coût unitaire allant jusqu'à -0,37% comme le montre la figure 47.

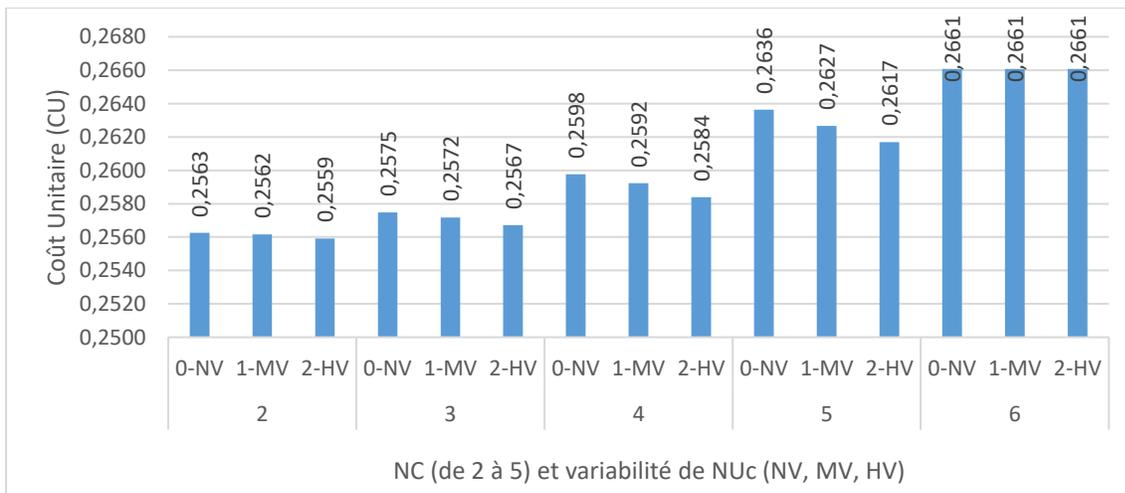


Figure 47 - Impact de la variabilité de NU_c sur le coût unitaire

L'impact de la variabilité du nombre de produits sur le coût pourrait s'expliquer par le fait que ce dernier est la somme-produit du temps de cycle, du nombre d'employés et du nombre d'unités pour chaque ligne. Le système aurait donc tendance à baisser le produit temps de cycle * nombre d'employés pour les lignes dont le nombre d'unités est élevé. La baisse du coût global est rendue possible par cette différenciation par le nombre d'unités entre les lignes en faisant en sorte que les lignes ayant la plus forte pondération en termes de NU_c aient un coût unitaire moindre. Cette différenciation est moins possible dans le cas où toutes les lignes ont le même nombre d'unités surtout que ce sont, rappelons-le, des lignes identiques en termes de nombre et de temps de tâches. La baisse de coût est également plus grande pour un nombre plus élevé de lignes pour les raisons expliquées dans les sections précédentes. Par ailleurs, il est intéressant de constater que pour $NC = 6$, il n'y a pas de changement au niveau du coût puisqu'il n'y a pas de flexibilité par rapport à l'octroi des employés aux lignes (le système doit affecter exactement 2 employés à chaque ligne) pour tous les niveaux de variabilité. Le coût s'en trouve inchangé.

La figure 48 montre l'évolution du TCM et $NECM$ en fonction de la variabilité de NU_c . Il est difficile d'observer des tendances claires pour ces indicateurs. Ceci est probablement dû au fait que ces derniers sont des moyennes non pondérées par le nombre d'unités par ligne, qui dans ce cas, varie d'une ligne à l'autre.

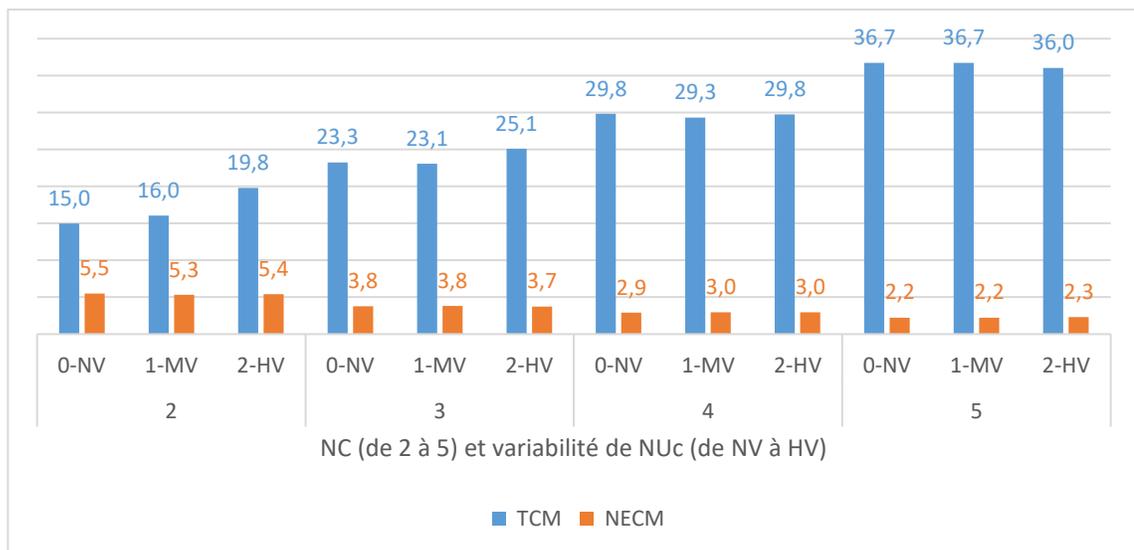


Figure 48 - Impact de la variabilité de NU_c sur le TCM et $NECM$

En résumé, le CU baisse légèrement lorsque la variabilité de NU_c augmente (variation maximale de 0,4% environ). Cette baisse s'explique par le fait que le système tire profit de la différenciation des lignes en termes de NU_c pour optimiser davantage celles qui ont un nombre élevé d'unités à fabriquer. Par ailleurs, on n'observe pas de compensation constante entre le TCM et $NECM$.

4.6 Expérience numérique – Analyse des temps de résolution

Dans cette section, nous nous intéressons aux paramètres qui influencent le temps de résolution du modèle. Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'impact des paramètres qui changent la flexibilité du modèle ($NC, NE, NEC_{min}, NS_{min}$, et $délai_c$). Dans un second temps, seront étudiés les paramètres reliés à la modification de la variabilité de certains intrants ($NU_c, t_{i,c}, NT_c$).

4.6.1 Impact des paramètres influençant la flexibilité

4.6.1.1 Impact du type et du nombre de lignes

La figure 49 montre le temps de résolution du modèle en fonction du nombre de lignes pour chacun des types d'instances (homogènes et hétérogènes). La figure montre un pic de temps de résolution pour 3 lignes et 4 lignes (dans une moindre mesure). Ce sont en effet les cas où les possibilités d'affectation des employés aux lignes sont les plus élevées. En effet, aux extrémités du graphique, le cas de 1 ou 2 lignes représentent moins de possibilités à cause du nombre peu élevé de lignes (un employé peut être affecté à l'une ou l'autre des deux lignes seulement) tandis que le cas de 5 lignes a moins de possibilités d'affectation à cause du nombre restreint d'employés (12) en sachant qu'il faut affecter au moins 2 employés par ligne. Cette restriction dans le nombre de combinaisons possibles explique la baisse du temps de résolution pour ces cas. Notons par ailleurs que le temps de résolution est environ 640 fois plus élevé dans le cas de 3 lignes vs. le cas d'une seule ligne pour les instances homogènes, ce qui indique une grande sensibilité du modèle par rapport à ce paramètre. Finalement, le temps de résolution pour les instances homogènes peut être jusqu'à 3 fois plus élevé que pour les instances hétérogènes. Le fait que les lignes soient identiques dans le cas des instances homogènes fait probablement en sorte que le système doive tester plus d'alternatives à cause de la similarité des lignes

avant d'identifier la solution optimale. La différenciation des lignes étant plus difficile, le système explore plus de possibilités comparativement au cas des instances hétérogènes.

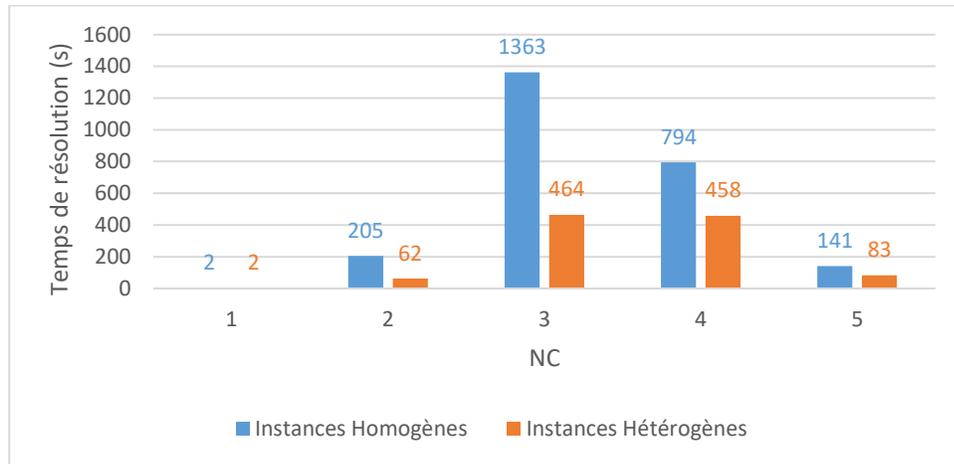


Figure 49 - Temps de résolution en fonction du nombre de commandes et du type d'instances

4.6.1.2 Impact du nombre d'employés NE

En essayant d'augmenter le nombre d'employés, nous nous sommes vite heurtés à la limite numérique du modèle. En effet, dès $NE = 14$, nous avons eu des cas non résolus à l'intérieur de la limite de temps de résolution de 60 minutes. Ainsi 6 cas sur 50 n'ont pas pu être résolus dans le temps imparti comme le montre la figure 50.

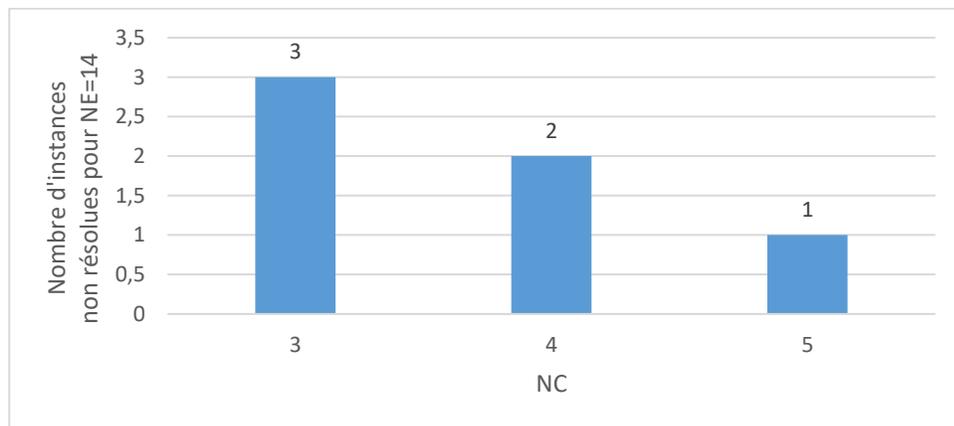


Figure 50 - Nombre d'instances non résolues en 60 min pour $NE=14$ (instances hétérogènes)

En augmentant le temps maximal de résolution à 3 heures pour ces instances et en les intégrant à l'analyse, nous remarquons que le temps de résolution augmente de façon

exponentielle lorsque le nombre d'employés passe de 10 à 14 pour 3, 4 et 5 lignes comme le montre la figure 51.

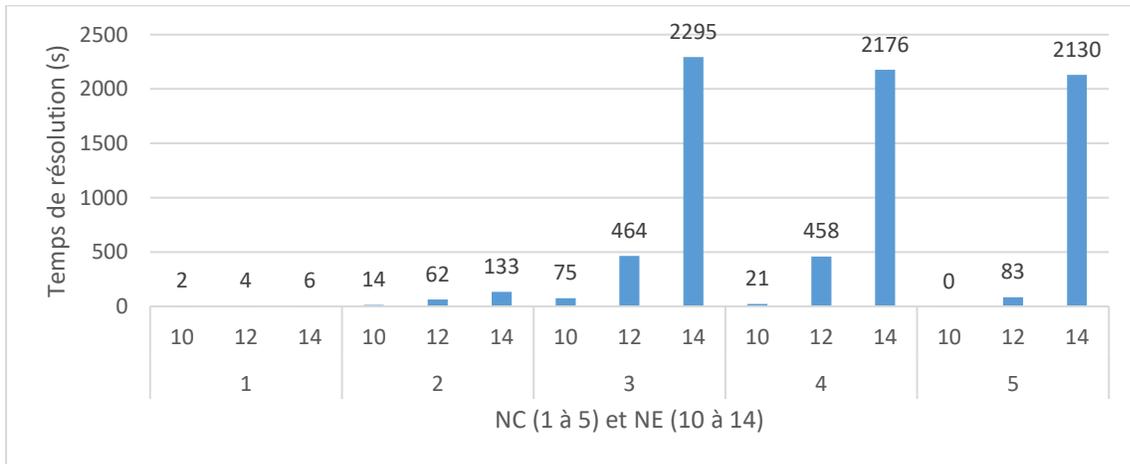


Figure 51 - Temps de résolution en fonction de NE et NC (instances hétérogènes)

C'est à cause de ces limites numériques que nous avons maintenu le nombre de lignes maximal à 5 et le nombre d'employés à 12 pour l'ensemble des analyses dans ce document.

4.6.1.3 Impact de NEC_{min} , NS_{min} et $délai_c$

Tel qu'attendu pour les paramètres cités en titre, plus on diminue la flexibilité du système, moins il y'a de possibilités d'affectation des employés et plus le temps de résolution est court. Les figures 52 et 53 le démontrent lorsque les valeurs de NEC_{min} , NS_{min} changent de sorte à restreindre la flexibilité du système. Étonnement, l'impact de NEC_{min} et NS_{min} sont très similaires même si ce dernier restreint plus la flexibilité que le premier tel qu'expliqué dans la section de l'analyse de l'impact sur le coût.

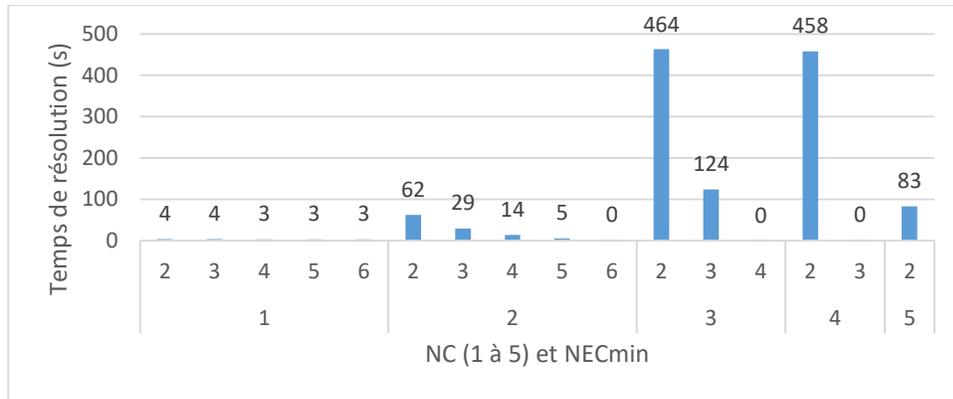


Figure 52 - Temps de résolution en fonction de NECmin (instances hétérogènes)

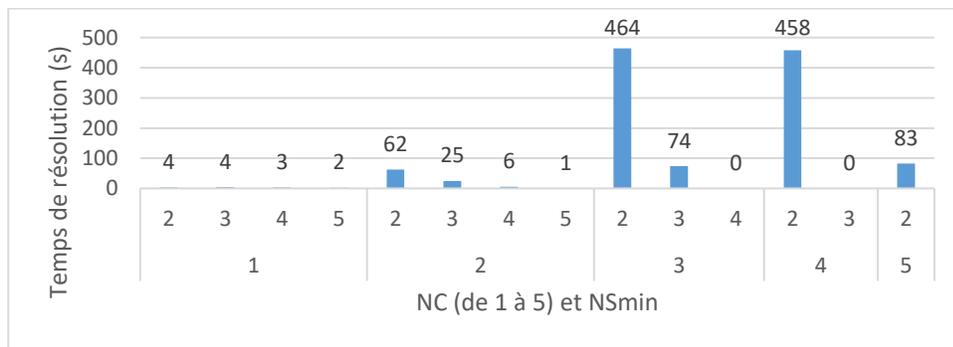


Figure 53 - Temps de résolution en fonction de NSmin (instances hétérogènes)

En ce qui concerne la contrainte de délai, nous constatons que le temps de résolution pour les instances résolues est divisé par 2 à 4 fois lorsqu'on baisse de 2,5% le délai. Après cette diminution, les autres valeurs de la contrainte de délai ont moins d'effet sur le temps de résolution qui reste relativement stable comme le montre la figure 54.

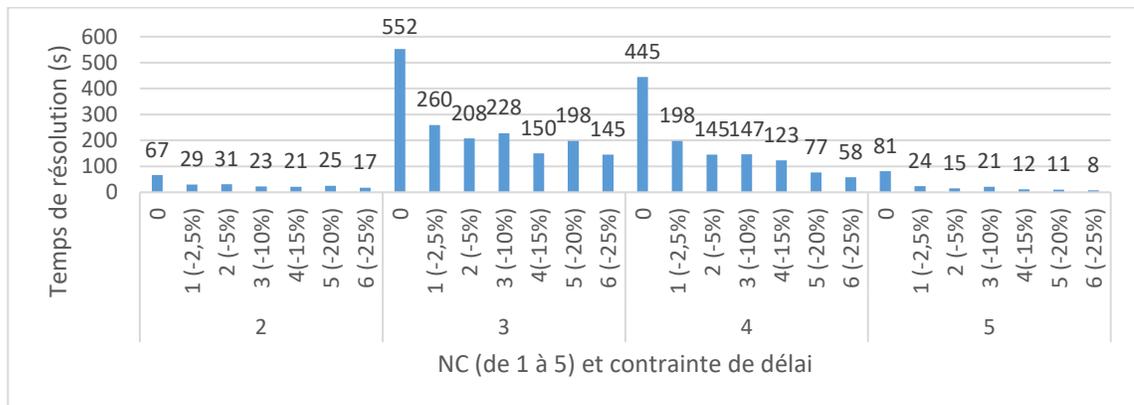


Figure 54 - Temps de résolution pour les instances résolues sous la contrainte de délai (instances hétérogènes)

4.6.2 Impact des paramètres influençant la variabilité de certains intrants

Dans cette section, nous analysons l'impact de la variabilité de certains paramètres sur le temps de résolution. En ce qui concerne la variabilité du nombre d'unités NU_c , nous constatons que diminuer leur variabilité entre les lignes a comme impact d'augmenter le temps de résolution. C'est exactement le même effet que nous avons observé sur le CU . Comme pour le coût, cela pourrait s'expliquer par le fait que la pondération différenciée de chaque ligne (par un nombre d'unités différent) facilite l'optimisation, dans le sens où les gains sont plus faciles à chercher globalement grâce à l'existence de lignes ayant un nombre beaucoup plus élevé d'unités par rapport à d'autres. La figure 55 montre le temps de résolution en fonction de la variabilité de NU_c .

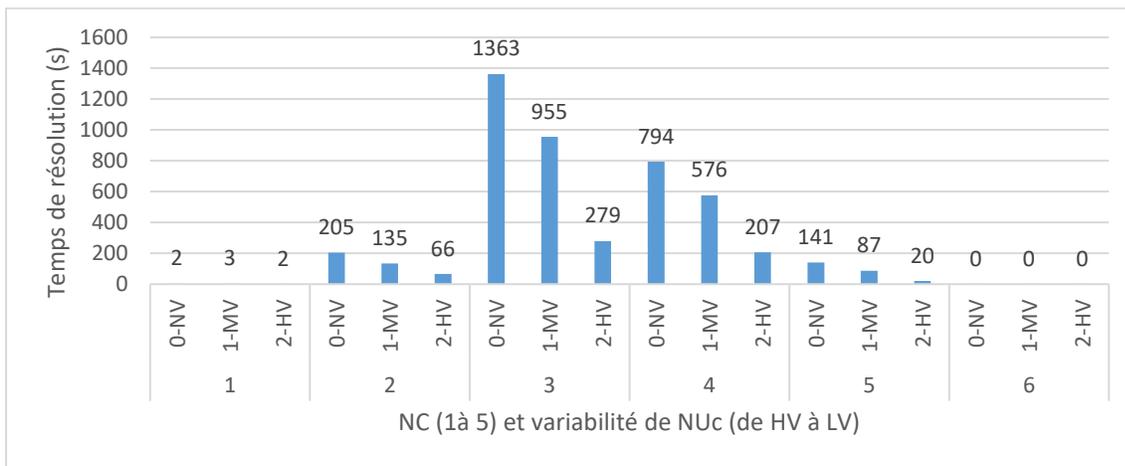


Figure 55 - Temps de résolution en fonction de la variabilité de NU_c (instances homogènes)

En ce qui concerne la variabilité du nombre de tâches NT_c , on observe la même tendance que pour NU_c . En effet le temps de résolution est plus bas pour des usines ayant des lignes différentes (en termes de nombre de tâches) que pour des usines ayant des lignes identiques. Comme pour la variabilité de NU_c , ceci pourrait s'expliquer par le fait que la différence entre les lignes (Cas HV) permet au modèle de trouver des solutions plus rapidement en capitalisant sur les différences entre les nombres de tâches des lignes. La figure 56 montre le temps de résolution en fonction de la variabilité de NT_c .

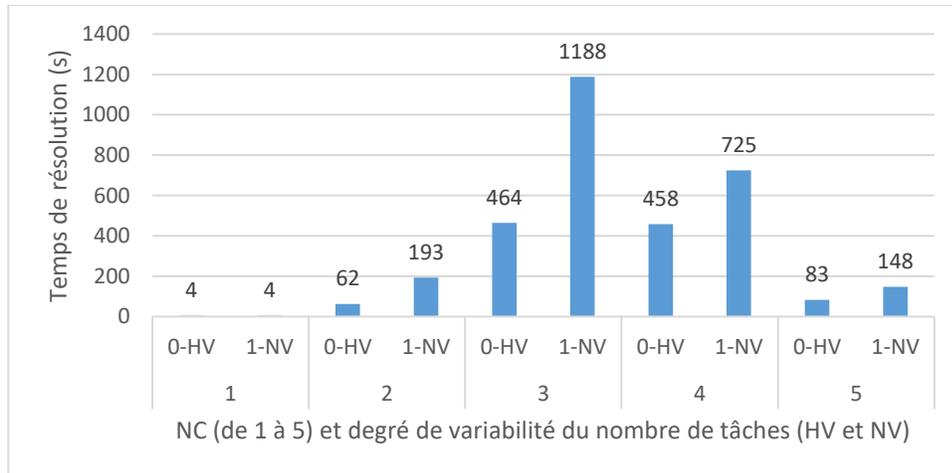


Figure 56 - Temps de résolution en fonction de la variabilité de NT_c (instances hétérogènes)

Pour la variabilité des temps de tâches $t_{i,c}$, il ne semble pas y avoir d'impact significatif sur le temps de résolution bien que celui-ci ait une légère tendance à la baisse si on agrège les instances MV et LV comme le montre la figure 57. Ceci est probablement dû au fait que la variabilité des temps de tâches s'applique à l'intérieur de chaque ligne et non pas entre les différentes lignes. Ce qui ne permet pas d'appliquer le raisonnement de différenciation entre les lignes expliqué pour les variabilités de NU_c et NT_c .

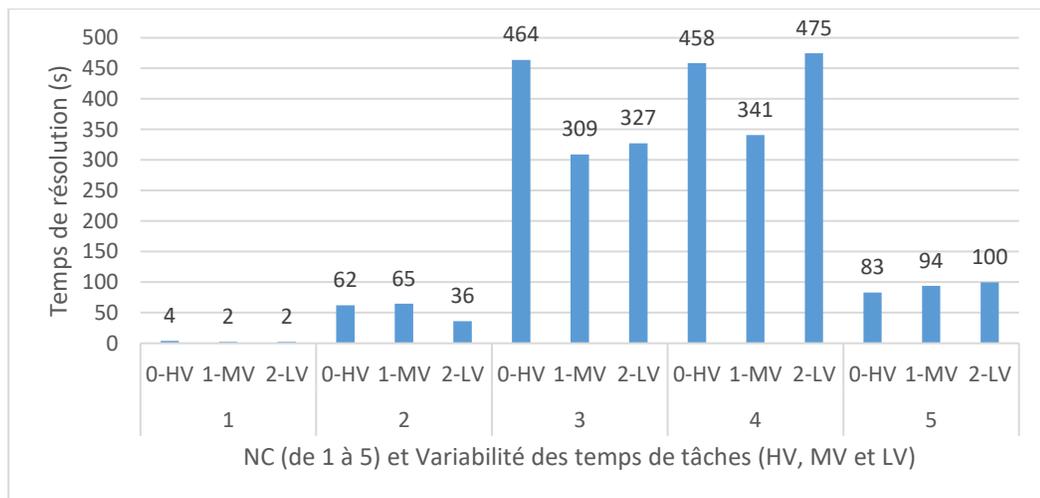


Figure 57 - Temps de résolution en fonction de la variabilité du temps de tâches (instances hétérogènes)

4.6.3 Principales conclusions sur l'analyse des temps de résolution

En analysant les temps de résolution en fonction des différents paramètres il en ressort ce qui suit :

- L'augmentation du nombre d'employés à 14, combinée avec certaines valeurs de NC , a engendré une augmentation exponentielle du temps de résolution et 10% de cas non résolus dans le temps imparti de 60 minutes par instance. Ceci a limité notre recherche à $NE = 12$ et à 5 lignes au maximum;
- Avec un nombre d'employés $NE = 12$, les temps de résolution les plus élevés sont ceux des usines à taille moyenne ($NC = 3$ puis $NC = 4$). Aux extrémités ($NC = 1, NC = 2, NC = 5$), les temps de résolutions baissent drastiquement;
- La restriction de la flexibilité du système à travers les valeurs de NE , NEC_{min} , NS_{min} ou $délai_c$ fait baisser le temps de résolution de 2 à 10 fois par rapport au cas de référence;
- La différenciation des lignes est favorable au temps de résolution : lorsque les lignes sont hétérogènes, différentes en termes de nombre d'unités NU_c ou de nombre de tâches NT_c , le temps de résolution diminue;
- La variabilité des temps de tâches à l'intérieur de chaque ligne ne permet pas d'observer des tendances claires au niveau du temps de résolution.

5 Conclusions

5.1 Résumé des principaux constats

Quelles sont les principales conclusions de l'étude et comment les 3PLs pourraient en tirer bénéfice?

Le modèle uni-ligne avec minimisation du temps de cycle (UNI-TC) nous a permis d'apprivoiser le problème des lignes d'assemblage des 3PLs en adressant la possibilité d'avoir plusieurs employés dans une même station. À travers un grand nombre d'instances, nous avons pu y effectuer une fine analyse. Nous avons observé que le temps de cycle augmentait avec l'ajout de stations dans la ligne. Cette augmentation reste minimale (maximum de 2% pour chaque station ajoutée) tant que le système a assez de flexibilité en termes de nombre de tâches et de nombre d'employés par rapport au nombre de stations imposé. Cela signifie que l'entreprise peut bénéficier de l'effet de spécialisation sans trop perdre en termes de temps de cycle.

Il a été également intéressant de constater qu'une plus grande variabilité des temps de tâches impliquait un temps de cycle plus grand et un écart plus élevé entre le temps de cycle des stations goulots et celui des stations les plus rapides. Dans ce sens, il pourrait être pertinent pour l'entreprise de prendre en compte la variabilité des temps de tâches des commandes à effectuer pour en fixer le délai de livraison et le prix. Finalement, nous avons été étonnés de constater un pourcentage de lignes élevé ayant plus qu'une station goulot (jusqu'à environ 30% pour 15 stations). Cela pourrait être un indicateur pour l'entreprise du nombre de stations de la ligne où une augmentation de capacité serait pertinente.

En ce qui concerne le temps de résolution du modèle, il augmente pour le nombre de stations où le système dispose d'un nombre élevé de possibilités d'affectation. Le problème devient également plus long à résoudre lorsqu'on augmente le nombre d'employés ou le nombre de tâches. Cependant, cela reste en moyenne en-dessous de 15s pour les nombres de tâches et d'employés les plus élevés et atteint un maximum de 66s.

Pour ce qui est du modèle multi-lignes avec minimisation du coût (MULTI-C), vu sa complexité, il nous a été nécessaire – et très bénéfique pour la compréhension – d’analyser d’abord les résultats du modèle en l’appliquant au cas d’une seule ligne. Cette première analyse nous a permis de constater que pour certains des paramètres étudiés (NE , NEC_{min} et $délai_c$), le modèle parvenait à contenir l’augmentation du coût unitaire de sorte qu’elle reste très proche du coût minimal sans contrainte. C’est comme cela que nous avons compris le mécanisme de compensation qui existe, au niveau de la ligne, entre le temps de cycle et le nombre d’employés utilisés. Ainsi, le système compense l’augmentation de l’un par la baisse de l’autre en fonction de la contrainte imposée. Ce mécanisme nous a confirmé la différence palpable entre l’optimisation du temps de cycle et celle du coût total. Il a également pu être vérifié dans le cas de plusieurs lignes à travers l’analyse de deux indicateurs : le temps de cycle moyen par ligne TCM et le nombre moyen d’employés par ligne $NECM$. Nous avons en effet observé un mécanisme de compensation entre ces deux variables tant que le nombre d’employés disponibles NE le permettait. D’un point de vue pratique, cela veut dire que l’entreprise peut s’adapter aux différentes contraintes en régulant l’une ou l’autre des deux variables tout en maintenant le coût à un niveau proche du coût optimal : elle pourra soit augmenter le délai de livraison soit avoir recours à des employés supplémentaires. Cette dernière mesure est très pertinente dans un contexte de 3PL puisqu’il est fréquent de faire appel à des employés intérimaires dans leur modèle d’affaires.

Le recours aux employés intérimaires est d’autant plus approprié que nous avons remarqué qu’imposer l’utilisation de l’ensemble des employés disponibles était moins bénéfique pour le coût que de laisser le système choisir le nombre d’employés à utiliser. L’entreprise devra alors être prudente dans l’utilisation du modèle de sorte à laisser ce dernier déterminer le nombre d’employés optimal pour minimiser le coût.

Une autre bonne nouvelle pour les entreprises est celle reliée à la contrainte de délai. En effet, une diminution de 25% du délai de la ligne ayant le délai de production le plus long, appliqué à toutes les lignes n’affecte que de 1% le coût unitaire. Cela est un bon indicateur de la flexibilité dont dispose l’entreprise pour réduire ses délais à un moindre coût mais

demeure cependant conditionnel au fait d'avoir un nombre suffisant d'employés pour ne pas avoir trop de cas non résolus.

Grâce au mécanisme de compensation ci-dessus mentionné, le coût demeure peu sensible à la majorité des paramètres testés. Toutefois, parmi les paramètres ayant une plus forte incidence sur le coût, il y'a le nombre minimal de stations qui peut occasionner une augmentation marginale du coût unitaire allant jusqu'à 10%. Cela indique qu'une division du travail trop fine augmentera le coût de production de façon significative pour l'entreprise.

Par ailleurs, même si cela n'était pas intuitivement prédictible, il a été intéressant de constater qu'une plus grande variabilité des temps de tâches, de nombres d'unités à produire ou de nombre de tâches était bénéfique au coût pour un nombre élevé de lignes. En effet, le modèle profite alors de la différence prononcée entre les lignes pour baisser davantage le coût. L'entreprise ne doit donc pas hésiter à paralléliser plusieurs commandes complètement hétérogènes, car cela est susceptible de baisser le coût total.

Au niveau des facteurs qui influencent le temps de résolution, nous avons constaté dès les premières analyses que ce dernier était très sensible à la combinaison « Nombre d'employés – Nombre de lignes ». En effet, lorsqu'il y a trop de possibilités d'affectation, le modèle n'arrive pas à résoudre une partie des instances dans le temps imparti. Nous avons aussi confirmé que l'évolution des paramètres dans un sens qui limitait la flexibilité du système réduisait considérablement le temps de résolution. En outre, la différenciation des lignes est favorable au temps de résolution : lorsque les lignes sont très différentes en termes de nombre d'unités à produire ou de nombre de tâches, le temps de résolution diminue.

Comme nous l'avons relevé dans la revue de littérature des 3PLs, la sous-traitance des activités de production à valeur ajoutée aux 3PLs est encore peu répandue comparativement aux autres activités comme le transport et l'entreposage, ce qui explique le peu d'études qui y a été consacré. La littérature existante sur les lignes de production, quant à elle, répond davantage aux besoins des entreprises manufacturières lesquels sont différents de ceux des 3PLs.

A travers cette étude, nous avons adressé, par de nouvelles formulations mathématiques, la réalité des 3PLs qui réalisent des activités à valeur ajoutée via des lignes d'assemblage.

D'un point de vue pratique, ce modèle pourra être utilisé par les 3PLs qui souhaitent configurer leurs lignes de sorte à minimiser leur coût de production, critère important pour ces dernières puisque les commandes ne sont pas récurrentes et concernent un nombre limité d'unités. D'un point de vue théorique, cette étude, première dans son genre à notre connaissance, pourra servir comme base pour de futures recherches visant à approfondir la connaissance et à améliorer la performance des lignes d'assemblage telles qu'utilisées par les 3PLs. L'objectif de la prochaine section est d'adresser les limites et d'aiguiller vers les pistes des futures recherches.

5.2 Limitations de l'étude et futures recherches

La plus grande limite de la présente étude est, à notre sens, celle qui nous a été imposée par des temps de résolution trop longs lorsque nous avons voulu explorer des valeurs plus grandes pour le nombre de commandes NC et le nombre d'employés NE . Cette contrainte a fait en sorte que nous maintenions le même nombre d'employés (12) pour toutes les tailles d'usine étudiées. Sans cette contrainte, il aurait été possible de comparer de plus grandes usines sans que ces dernières aient moins de flexibilité par rapport aux usines de plus petites tailles, ce qui aurait fort probablement influencé les résultats.

D'autres limites sont liées à certaines hypothèses simplificatrices du modèle telles que la non prise en compte de la possibilité d'avoir des stations parallèles, de contraintes de précedence plus complexes, ou encore d'intégrer quelques ressources machines. Cette dernière possibilité est toutefois faisable avec quelques modifications au modèle.

Il serait intéressant lors des futures recherches, non seulement de pallier ces limitations, mais d'envisager également de nouvelles pistes à explorer. La première consisterait à étendre l'horizon d'observation de sorte à pouvoir traiter d'autres commandes subséquentes via une planification globale. Cela impliquerait un ordonnancement des commandes sur les différentes lignes et permettrait d'envisager le coût de production sur une période plus longue : hebdomadaire ou mensuelle par exemple. Allant dans ce même

sens, il serait également pertinent d'introduire de nouvelles contraintes telles que les différences maximales permises entre les temps de production des différentes lignes afin d'en synchroniser la fin.

Finalement, les futures recherches gagneraient à être complétées par des études de cas approfondies permettant d'utiliser des données réelles et de s'approcher encore plus des réalités des 3PLs.

6 Bibliographie

- 22nd Annual Third-Party Logistics Study (2017).
- 23rd Annual Third-Party Logistics Study (2018).
- Battaïa, Olga et Alexandre Dolgui (2013). « A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches », *International Journal of Production Economics*, vol. 142, no 2, p. 259-277.
- Baybars, Ilker (1986). « A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem », *Management Science*, vol. 32, no 8, p. 909-932.
- Berglund, Magnus, Peter van Laarhoven, Graham Sharman, Sten Wandel, Logistik, institutionen Ekonomiska, *et al.* (1999). « Third-Party Logistics: Is There a Future? », *The International Journal of Logistics Management*, vol. 10, no 1, p. 59-70.
- Chiang, Wen-Chyuan, Panagiotis Kouvelis et Timothy L. Urban (2007). « Line balancing in a just-in-time production environment: balancing multiple U-lines », *IIE Transactions*, vol. 39, no 4, p. 347-359.
- Chopra, S. et P. Meindl (2007). *Supply Chain Management: Strategy, Planning and Operation (3rd edition)*, Upper Saddle River, N.J: Pearson Prentice Hall., 427-427 p.
- Corominas, Albert, Alberto Garcia-Villoria et Rafael Pastor (2016). « Improving the resolution of the simple assembly line balancing problem type E », *Sort: statistics and operations research transactions*, vol. 40, no 2, p. 227-242.
- Dolgui, Alexandre et Jean-Marie Proth (2010). *Supply Chain Engineering, Useful Methods and Techniques*, London, Springer Science & Business Media, 237-324 p.
- Esmailbeigi, Rasul, Bahman Naderi et Parisa Charkhgard (2015). « The type E simple assembly line balancing problem: A mixed integer linear programming formulation », *Computers & Operations Research*, vol. 64, p. 168-177.
- Gökçen, Hadi, Kürşad Ağpak et Recep Benzer (2006). « Balancing of parallel assembly lines », *International Journal of Production Economics*, vol. 103, no 2, p. 600-609.
- Hemig, Claas, Julia Rieck et Jürgen Zimmermann (2014). « Integrated production and staff planning for heterogeneous, parallel assembly lines: an application in the automotive industry », *International Journal of Production Research*, vol. 52, no 13, p. 3966-3985.
- Hoek, Remko I. (2000). « The Purchasing and Control of Supplementary Third-Party Logistics Services », *Journal of Supply Chain Management*, vol. 36, no 4, p. 14-26.
- Kara, Yakup, Hadi Gökçen et Yakup Atasagun (2010). « Balancing parallel assembly lines with precise and fuzzy goals », *International Journal of Production Research*, vol. 48, no 6, p. 1685-1703.
- KD Services (2019). *Site Web de KD Services*. Récupéré le 24 mars 2019 de <https://www.kdservices.ca/>
- Kucukkoc, Ibrahim et David Z. Zhang (2015). « Type-E parallel two-sided assembly line balancing problem: Mathematical model and ant colony optimisation based

- approach with optimised parameters », *Computers & Industrial Engineering*, vol. 84, p. 56-69.
- Lieb, Robert C. et Hugh L. Randall (1996). « A comparison of the use of third-party logistics services by large American manufacturers, 1991, 1994, and 1995 », *Journal of Business Logistics*, vol. 17, no 1, p. 305.
- Lusa, Amaia (2008). « A survey of the literature on the multiple or parallel assembly line balancing problem », *European Journal of Industrial Engineering*, vol. 2, no 1, p. 1751-5254.
- Marasco, Alessandra (2008). « Third-party logistics: A literature review », *International Journal of Production Economics*, vol. 113, no 1, p. 127-147.
- Miltenburg, John (1998). « Balancing U-lines in a multiple U-line facility », *European Journal of Operational Research*, vol. 109, no 1, p. 1-23.
- Özcan, Uğur (2018). « Balancing stochastic parallel assembly lines », *Computers & Operations Research*, vol. 99, p. 109-122.
- Paquette, Julie (2019). *KD Services Montage*. Récupéré le 02 mars 2019 de https://tintin.hec.ca/audiovisuel/opal_vis/visionnement.cfm?idM=4049_1344827_046
- Pinnoi, A. et W. E. Wilhelm (1997). « A family of hierarchical models for the design of deterministic assembly systems », *International Journal of Production Research*, vol. 35, no 1, p. 253-280.
- Roy, Jacques (2004). « L'impartition de services logistiques : une pratique de plus en plus répandue à travers le monde », *Gestion*, vol. 29, no 2.
- Roy, Sudipendra Nath et Tuhin Sengupta (2018). « Quintessence of third party (3PL) logistics », *Journal of Global Operations and Strategic Sourcing*, vol. 11, no 2, p. 146-173.
- Selviaridis, Konstantinos et Martin Spring (2007). « Third party logistics: a literature review and research agenda », *The International Journal of Logistics Management*, vol. 18, no 1, p. 125-150.
- Simchi-Levi, David, Philip Kaminsky et Edith Simchi-Levi (2008). *Designing and managing the supply chain: concepts, strategies, and case studies*, 3rd^e éd., Boston, Mass, Irwin McGraw-Hill.
- Sparling, David (1998). « Balancing Just-In-Time Production Units: The N U-Line Balancing Problem », *INFOR: Information Systems and Operational Research*, vol. 36, no 4, p. 215-237.
- Süer (1998). « Designing parallel assembly lines », *Computers & Industrial Engineering*, vol. 35, no 3, p. 467-470.
- Süer et Dagli (1994). 'A knowledge-based system for selection of resource allocation rules and algorithms', , coll. A. Mital and S. Anand (Eds.) *Handbook of Expert System Applications in Manufacturing: Structures and Rules*, 108-129 p.
- Who's who in Logistics? Armstrong's Guide to 3PLs & Global Logistics Services* (2001).

