

École des Hautes Études Commerciales



Mémoire soumis en vue de l'obtention du Diplôme de Maîtrise ès Sciences en
Gestion
(Spécialisation Ingénierie Financière)

**Mesure de l'importance de risque de défaut dans
les écarts de crédit pour les obligations**

Janvier 2017

Réalisé par: **Ayoub BOUJNEH**

Supervisé par: **Madame Michèle BRETON**

A mes chers parents à qui je dois tout.

Remerciements

Je tiens particulièrement à exprimer ma gratitude au professeur Michèle Breton qui a accepté de me guider durant tout mon parcours de maîtrise. J'ai été vraiment chanceux de figurer parmi ses étudiants et de pouvoir bénéficier de ses précieuses recommandations et de son aide financière.

Ma reconnaissance va également à Axel Yaovi Siliadin pour sa disponibilité et sa collaboration fructueuse dans l'élaboration de ce mémoire.

Merci à mes parents, qui m'ont appris à être patient et courageux et m'ont donné la confiance nécessaire pour continuer à avancer sur le long chemin de la réussite. Merci à ma soeur, Houda, qui m'a toujours soutenu durant mon parcours. J'exprime, enfin, ma gratitude à Mohamed Jabir, analyste du LACED, pour son aide et sa disponibilité.

Sommaire

Introduction	10
1 Revue de la littérature	12
1.1 Les modèles structurels	12
1.2 L'importance de la barrière de défaut	13
1.3 L'importance de l'hétérogénéité	14
1.4 Les approches d'estimation et du calibrage	15
1.4.1 L'algorithme KMV de Moody's	16
1.4.2 Approche de Huang et Huang (2012)	17
1.4.3 Approche de Feldhutter et Schaefer (2015)	18
2 Développement du modèle	21
2.1 La comparaison entre la procédure itérative et l'inversion directe	26
2.2 L'approche d'estimation	27
2.3 Validation théorique	30
3 Données	35
3.1 Les données sur les obligations	35
3.2 Données sur les entreprises	36
3.3 Taux de défaut historique	38
4 Résultats empiriques et analyse	39
Conclusion	47
Annexe	49
Bibliographie	66

Liste des figures

1	Variation de la probabilité de défaut en fonction de α (la barrière de défaut)	23
2	Variation de la volatilité et du ratio d'endettement	26
3	Estimation de la volatilité par la méthode KMV par l'inversion directe et la procédure itérative	27
4	Distribution des valeurs et volatilités des actifs	33
5	Évolution de la valeur des capitaux propres en million dollars US (firme 1)	56
6	Évolution de la valeur faciale des dettes en million dollars US (firme1)	56
7	Taux sans risque 10 ans	57
8	Volatilité estimé par notre approche (firme 1)	57
9	Volatilité estimé par KMV (firme 1)	58
10	Volatilité estimé par FS (firme 1)	58
11	Variation de la valeur de coefficient de α (firme 1)	59
12	Évolution des capitaux propres	59
13	Évolution de la valeur des dettes pour la deuxième entreprise	60
14	Volatilité estimée par notre approche (firme 2)	60
15	Volatilité estimée par KMV (firme 2)	61
16	Volatilité estimée par FS (firme 2)	61
17	Évolution du coefficient α (firme 2)	62
18	Écart générique moyen de l'échantillon	62
19	Évolution du coefficient α de l'échantillon	63
20	Comparaison entre le spread théorique et historique	63
21	Probabilité de défaut estimés pour chaque entreprise	64
22	Ecart de credit moyen de l'échantillon	64
23	Ecart de crédit moyen de chaque entreprise	65

Liste des tableaux

1	Résultats d'estimation par notre approche $Nsim=1000$, $\sigma=0.2$, $\alpha=1$, $\mu=0.05$, $B=10$, $r=0.03$, $V_0=100$	30
2	Résultats d'estimation par notre approche. $Nsim=1000$, $\sigma=0.2$, $\alpha=0.4$, $\mu=0.05$, $B=10$, $r=0.03$, $V_0=100$	30
3	Comparaison des approches α théorique de 0.6. $Nsim=1000$, $\sigma=0.4$, $\alpha=0.6$, $\mu=0.08$, $B=50$, $r=0.02$, $V_0=100$	32
4	Comparaison des approches pour un α théorique de 1 $Nsim=1000$, $\sigma=0.4$, $\alpha=1$, $\mu=0.08$, $B=50$, $r=0.02$, $V_0=100$	32
5	Statistiques du test pour les valeurs d'actifs	33
6	Statistiques du test pour la volatilité	34
7	Résultats d'estimation pour $Nsim=1000$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=1$, $\alpha=1$, $\mu_1=0.05$, $\mu_2=0.05$, $B_1=10$, $B_1=10$, $r=0.03$, $V_{01}=100$, $V_{02}=120$	34
8	Résultats d'estimation pour $Nsim=1000$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.4$, $\alpha=1$, $\mu_1=0.05$, $\mu_2=0.05$, $B_1=10$, $B_1=10$, $r=0.03$, $V_{01}=100$, $V_{02}=120$	35
9	Paramètres de chaque catégorie	35
10	Paramètres de chaque catégorie	36
11	Paramètres de chaque catégorie	36
12	Paramètres de chaque catégorie	38
13	Paramètres de la firme 1	49
14	Paramètres de la firme 2	49
15	Statistiques de l'échantillon étudié (unité: M dollars US)	50
16	Écart de crédit moyen observé pour chaque entreprise de l'échantillon	51
17	Probabilité de défaut estimé pour chaque entreprise	52
18	Volatilités moyennes estimés	53
19	Valeur moyenne des actifs estimés (unité: M dollars US)	54
20	Valeur moyenne des écarts de crédit estimés et risque de défaut	55

Résumé

Ce mémoire porte sur la mesure de la composante de défaut dans les écarts de crédit pour les obligations corporatives. Nous supposons l'hétérogénéité des catégories de classement des entreprises. Ensuite, nous calculons le rapport de l'écart théorique par l'écart de crédit historique. Nous partons du modèle standard de Merton (1974).

Premièrement, nous modifions légèrement ce modèle pour tenir compte de la variation de la barrière de défaut, qui peut être une proportion de la valeur faciale des dettes, et nous l'estimons théoriquement. Deuxièmement, nous élaborons une méthode d'estimation itérative en généralisant l'approche itérative de Barath et Shumway (2008), car nous estimons trois paramètres à la fois au lieu de deux. Nous estimons la barrière de défaut empirique ainsi que la valeur et la volatilité des actifs pour chaque entreprise de l'échantillon étudié.

Notre approche d'estimation se distingue de l'approche standard par le calibrage simultanée des trois équations aux valeurs observées des taux de défaut historiques moyens, à la volatilité et la valeur des capitaux propres et par l'estimation des paramètres de chaque entreprise de la catégorie. Troisièmement, nous validons notre nouvelle approche en recourant à la simulation Monte-Carlo dans le but d'étudier théoriquement sa performance et sa stabilité et nous la comparons au modèle standard.

Dernièrement, nous appliquons nos algorithmes sur des données empiriques réelles afin de calculer le risque de défaut dans les écarts de crédit en utilisant les approches étudiées.

Mots clés: Écart de crédit, composante de défaut, Modèle structurel, hétérogénéité.

Abstract

This thesis focuses on measuring the share of default in credit spreads for corporate bonds. We assume the heterogeneity of rating categories and we compare the average historical spread to the models spread. We start from the Merton standard model (1974), first, we slightly modify the model to reflect the change in the default barrier which can be a percentage of the face value of debts.

Second, we develop an iterative estimation method using the generalization of the iterative approach described in Shumway Barath (2008), because we estimate three parameters at once instead of two parameters. We estimate the empirical default barrier, the volatility and the value of assets for every firm in the sample. Our estimation approach differs from the standard approach as we simultaneously calibrate three equations to three observed quantity. The average historical default rate, equity values and volatility.

Then, we run a validation procedure on our new approach using Monte Carlo simulations in order to study theoretically its performance and stability and compare it to others approaches. Finally, we apply our algorithms to real empirical data in order to measure the share of credit default on observed spreads.

Key words: Credit spread, default spread, structural model, default barrier, heterogeneity.

Introduction

L'écart de crédit, ou spread de crédit, est la différence de rendement entre une dette émise par une entreprise et celle émise par l'État. Cette mesure reflète généralement le niveau de risque associé à une dette par rapport à une dette sans risque de défaut, telle que celle émise par un gouvernement. Plus les spreads s'élargissent, plus le risque de crédit d'une dette est important. Cependant, les spreads ne reflètent pas uniquement le risque de défaut, mais également d'autres primes de risque plus complexes et difficiles à quantifier. Principalement, la prime associée au risque de liquidité, par exemple l'élargissement des écarts de crédit pendant la crise financière de 2008, est due à la fois au risque de défaut et à celui de liquidité. D'autres sources de risque, telles que les taxes, le cycle économique et la transparence comptable, sont aussi incorporées dans les spreads dans des proportions variables. Il est alors crucial de définir la proportion de la composante de défaut dans les spreads de crédit observés sur le marché. La connaissance de cette proportion aidera à mieux utiliser les spreads dans l'étude du risque de crédit, mais aussi à mieux comprendre la relation entre le risque de défaut et la notation.

L'étude de cette problématique débute par une modélisation théorique du risque de crédit. L'approche structurelle de Merton (1974) est l'une des plus utilisées ces dernières décennies. Nous conduisons notre travail dans ce cadre théorique convenant à la mesure de la composante de défaut dans les spreads.

Depuis le travail séminal de Merton (1974), de nombreuses tentatives de recherche ont quantifié le pourcentage de défaut dans les écarts de crédit constatés sur le marché. Pourtant, aucun consensus n'existe jusqu'alors. Par exemple, Jones et al. (1984) montrent que les modèles structurels sous-estiment les spreads de crédit, lorsque d'autres auteurs considèrent que l'extension de ces modèles pour incorporer plus d'hypothèses économiques leur permet de répliquer les spreads de marché.

Dans ce mémoire, nous aborderons cette problématique et examinerons une nouvelle approche de résolution. Nous remplacerons la barrière de défaut du modèle de Merton, fixée à la valeur faciale des dettes, par une barrière de défaut correspondant à une proportion de la valeur faciale des dettes à estimer empiriquement. Elle pourra être, par exemple, égale à 60 % de la valeur faciale des dettes. Nous calibrerons, dans ce contexte, le modèle structurel au taux de défaut historique observé pour chaque classe tout en considérant l'hétérogénéité de l'échantillon des entreprises d'une même notation.

La démarche de ce travail sera la suivante. Dans un premier temps, nous évoquerons la littérature relative, d'une part, au calcul de l'importance de la composante de défaut dans les écarts de crédit, d'autre part, aux approches d'estimation, enfin, aux modèles élaborés pour résoudre la problématique susvisée. Dans un deuxième temps, nous construirons notre modèle tout en expliquant les différences entre ce dernier et le modèle standard. Avant de passer à la partie empirique, nous validerons théoriquement notre méthodologie d'estimation des paramètres et nous la comparerons avec deux approches différentes. Enfin, nous analyserons les résultats des estimations faites sur des données réelles et nous apporterons une conclusion à ce mémoire.

1 Revue de la littérature

Nous entamons cette première partie par un exposé de l'évolution de l'approche structurelle pour la modélisation du risque de crédit, afin de bien introduire notre modèle. Ensuite, nous présentons les principales méthodes d'estimation des fondamentaux des firmes et l'importance du risque de défaut dans les écarts de crédit.

1.1 Les modèles structurels

Le papier de Merton (1974) sur l'évaluation des dettes corporatives est l'une de ses contributions séminales en finance. Dans ce modèle, la valeur des actifs de la firme est un processus stochastique brownien géométrique et la valeur des capitaux propres est considérée comme une option européenne d'achat dont le sous-jacent est la valeur de l'actif et le prix d'exercice, la valeur faciale des dettes. Selon cette spécification, l'entreprise ne fait défaut qu'à la maturité de la dette et lorsque la valeur de l'actif est inférieure à la valeur faciale des dettes. Autrement dit, le défaut est déterminé par une variable extérieure. Le modèle de Merton est, d'ailleurs, connu sous le nom de modèle à barrière de défaut exogène. Son élégance réside dans sa simplicité et dans l'existence de formules fermées pour évaluer la probabilité de défaut et les écarts de crédit.

Bien que révolutionnaires, les hypothèses de relaxation sur lesquelles se base ce modèle, telles que le défaut à la maturité et la barrière de défaut est fixée de manière exogène, sont des limites majeures à cette modélisation. Une première tentative de correction de ces limites est à mettre au crédit de Black et Cox (1976). Dans leur modèle, la valeur des capitaux propres est un call down-and-out et le défaut peut arriver à tout moment quand la valeur de l'actif touche une limite de défaut calculée d'une façon endogène. Plus précisément, cette barrière est calculée par la maximisation de la valeur du capital. Leland (1994) ajoute les taxes et le coût de la faillite et propose, aussi, un modèle de risque de crédit à barrière endogène.

L'incapacité de répliquer la valeur des écarts de crédit observés est une limite majeure commune à tous les modèles. En effet, les écarts de crédit calculés par les modèles structurels à travers les catégories de notation et pour les différentes maturités sont généralement différents des écarts de crédit observés. Ce phénomène est connu sous le nom de "Credit Spread Puzzle". La disparité entre les valeurs théoriques et les valeurs observées peut être due à plusieurs facteurs, tels que l'estimation des paramètres non observables des firmes, la spécification de la limite de défaut et l'hétérogénéité des catégories de notation. Par ailleurs, la mesure de l'écart de crédit contient d'autres primes sans relation directe avec le risque de défaut, principalement la prime de liquidité et

les facteurs macroéconomiques. La question fondamentale est alors de connaître la composante liée au risque de défaut. Nous essaierons de répondre à cette question par une approche d'estimation différente et nous considérerons des éléments cruciaux pour la précision de l'estimation du spread, que sont l'hétérogénéité et une barrière de défaut différente de la valeur faciale des dettes.

1.2 L'importance de la barrière de défaut

La barrière de défaut est la valeur en-dessous de laquelle la firme n'est plus solvable. Eu égard à l'importance de ce paramètre dans le déclenchement du défaut, sa spécification a pris plusieurs formes dans les différentes recherches.

Pour la famille des modèles à défaut exogène, Merton (1974) utilise une barrière égale à la valeur faciale des dettes de l'entreprise. Quant à Ramaswamy et Sundaresan (1993), ils supposent que la firme fait défaut lorsque la valeur des revenus est, pour la première fois, inférieure à la valeur du coupon.

Concernant la famille des modèles à défaut endogène, Black et Cox (1976) maximisent la valeur des capitaux propres et trouvent une barrière de défaut croissante avec la valeur du coupon et inversement proportionnelle à la valeur de la volatilité des actifs. Leland (1996) généralise la barrière de défaut de Black et Cox par la résolution d'un problème à deux étapes. Tout d'abord, il maximise la valeur des capitaux propres pour déterminer la limite de défaut, puis il détermine l'endettement optimal en maximisant la valeur de la firme. D'autres auteurs utilisent une barrière correspondant à un pourcentage de la valeur faciale des dettes. Huang et Huang (2012) considèrent une barrière de défaut égale à 60 % de la valeur nominale des dettes. Quant à Eom et al. (2004), ils démontrent qu'une barrière de défaut équivalant à un tel pourcentage est plus consistante avec les taux de recouvrement historiques.

Davydenko (2012) a rédigé, pour la première fois dans la littérature, une étude empirique sur les données des entreprises faisant défaut. Selon lui, la probabilité de défaut ne dépend que de la valeur de la barrière de défaut, toutes choses égales par ailleurs. La modification de la valeur de la barrière de défaut de 60 % (Huang et Huang 2012) à 73 % (Leland 2004) voire à 100 % (Merton 1974) de la valeur faciale des dettes change la probabilité de défaut estimée pour une firme notée BBB, passant de 2,5 % à 5,1 % voire à 13,8 %. En se basant sur les données au marché des entreprises qui ont fait défaut, Davydenko (2012) aboutit à trois résultats principaux.

Premièrement, la barrière de défaut correspond, empiriquement, à une proportion de la valeur faciale des dettes. Pour cet auteur, la moyenne des barrières de défaut est égale à 66 % de la valeur faciale des dettes et la valeur d'actif des entreprises varie entre 30 % et 122 % de la valeur faciale des dettes au moment du défaut, respectivement au 5e et 95e centile.

Deuxièmement, même si la plupart des firmes font défaut avant ou au moment du paiement du premier coupon, les modèles de risque de crédit (endogène) avec une possibilité de défaut à tout moment avant l'échéance ne surpassent pas les modèles dotés d'une barrière fixe dans l'explication des écarts de crédit observés. Partant, Davydenko étudie l'impact de la spécification de la barrière dans l'explication des spreads (écarts de crédit) et montre qu'une barrière constante égale à la valeur des dettes à court terme à laquelle on ajoute la moitié des dettes à long terme permet de mieux expliquer les spreads observés que le modèle avec barrière endogène de Leland et Toft (1996).

Enfin, un modèle avec une barrière spécifiée empiriquement peut être plus efficace dans l'explication des spreads historiques. En effet, Davydenko compare une barrière fixée à 65 % de la valeur faciale des dettes, une barrière obtenue par régression et négativement corrélée à la volatilité des actifs de l'entreprise, une barrière égale aux dettes à court terme et à la moitié des dettes à long terme et celle de Leland et Toft (1996) dans le cadre du calcul des écarts de crédit. L'erreur moyenne par rapport aux spreads observés est respectivement de 13,3 %, 4 %, 15,1 % et 21,6 %. Ce dernier résultat nous permet de tirer deux importantes conclusions concernant la spécification de la barrière de défaut. Les barrières de défaut estimées empiriquement sont les plus efficaces dans l'estimation des écarts de crédit et l'utilisation d'un modèle simple dont le défaut n'apparaît qu'à l'échéance, mais avec une barrière spécifiée empiriquement, peut permettre de contourner les limites de ces modèles dans le calcul des écarts de crédit.

1.3 L'importance de l'hétérogénéité

L'hétérogénéité correspond aux différences au sein d'une population lorsque l'on prend en compte certains paramètres. L'hétérogénéité au sein d'une catégorie de notation est la différence des valeurs des fondamentaux entre les entreprises d'une même catégorie.

La notion d'hétérogénéité des catégories de notation est très récente. Généralement, la mesure de la performance d'un modèle dans l'estimation des écarts de crédit se fait par la comparaison de l'écart moyen théorique (calculé par le modèle) avec celui observé. Pour ce faire, il est commun de considérer que les catégories de notation sont homogènes et que l'écart de crédit théorique de la catégorie est celui d'une firme représentative. Cependant, le nombre limité de classes rend les catégories hétérogènes (Elkamhi et al. 2012, David 2008, Bhamra et al. 2010).

Des travaux empiriques récents effectués par Feldhutter et Schaefer (2015) montrent que le calcul de l'écart de crédit en utilisant une firme représentative conduit à un biais de convexité, notamment pour les faibles maturités. En cas d'hétérogénéité, le calcul de l'écart de crédit se fait firme par firme, puis l'écart moyen est calculé. Nous supposons, dans notre travail, que les catégories de

notation sont hétérogènes et nous estimons les paramètres pour chaque firme. Ceci complique la résolution, car le nombre de paramètres à estimer est plus élevé.

1.4 Les approches d'estimation et du calibrage

Généralement, la composante de défaut est la composante la plus importante des spreads. Fisher (1959) décompose le risque en une partie de défaut et une autre partie de non-défaut qui englobe les autres sources de risque. Ainsi, il est crucial de mesurer la part de risque de défaut dans les écarts de crédit.

Dans le cadre des modèles structurels, une abondante littérature mesure la composante de défaut, mais aucun consensus n'a été trouvé jusqu'alors. Alors que plusieurs travaux incluant ceux de Jones et al. (1984) et d'Elton et al. (2001) montrent que les écarts de crédit calculés à l'aide du modèle de Merton diffèrent des taux observés, d'autres considèrent que l'extension du modèle de Merton dans le cadre structurel par l'ajout d'hypothèses économiques réelles permet d'expliquer les écarts de crédit observés. Longstaff et Schwartz (1995) utilisent un modèle avec un taux d'intérêt stochastique.

Leland (1994) et Leland et Toft (1996), qui étudient le défaut endogène, prouvent, quant à eux, que les modèles structurels sont capables de générer, dans plusieurs cas, les taux de défaut observés sur le marché. Huang et Huang (2012) calibrent plusieurs modèles aux taux de défaut historiques. Feldhutter et Schaefer (2015) calibrent aussi aux probabilités de défaut moyennes historiques, mais ils prennent en considération l'hétérogénéité des classes de notation et estiment que le modèle de Merton est capable de capter les écarts de crédit.

Les disparités entre les conclusions sont dues principalement aux méthodes d'estimation et du calibrage utilisées pour estimer les fondamentaux des firmes (valeur des actifs et volatilité). En effet, avant de passer au calcul de la différence entre le taux de rendement d'une obligation risquée et celui d'une obligation non risquée de mêmes caractéristiques, il est nécessaire d'estimer la valeur des actifs, des dettes et de la volatilité des actifs de l'émetteur de l'obligation. Ces derniers paramètres ne sont pas observables et plusieurs méthodes d'estimation existent pour résoudre cette problématique.

La méthode la plus simple pour estimer ces deux paramètres est d'égaliser la valeur des actifs à la valeur comptable des dettes cumulée à la valeur au marché des actions multipliée par le nombre d'actions en circulation. Cette approche présente deux limites. Premièrement, la valeur au marché des actions est observée quotidiennement, alors que la valeur comptable des dettes ne l'est que trimestriellement. Deuxièmement, aucune hypothèse ne justifie l'égalité entre la valeur des dettes et leur valeur comptable.

Dans ce contexte, Jones et al. (1984) égalisent les dettes à la valeur au marché des dettes négociées augmentée de la valeur comptable des dettes non négociées multipliée par le ratio comptable de la valeur comptable des dettes négociées. Il est évident que cette solution est beaucoup plus complexe et l'indisponibilité des données limite l'efficacité de cette amélioration. Bien que ces approches soient simples à mettre en oeuvre, le calcul de la valeur des actifs et de la volatilité est imprécis et biaise l'estimation du risque de défaut.

D'autres approches plus sophistiquées existent pour estimer les fondamentaux des firmes à partir de la valeur observée des actions et d'autres paramètres historiques étudiés. Nous présenterons brièvement trois approches d'estimation dans la suite de ce mémoire pour bien introduire notre propre approche d'estimation.

1.4.1 L'algorithme KMV de Moody's

L'algorithme KMV a été développé dans le cadre du modèle de Merton (1974) par la compagnie KMV dans les années 1980. Aujourd'hui, il est connu sous le nom d'algorithme KMV de Moody's depuis son acquisition par Moody's en 2002.

L'approche KMV se fonde sur les hypothèses du modèle de Merton et admet que les valeurs et la volatilité des actifs ne sont pas observables. Ces deux paramètres sont inférés, à partir de la valeur et de la volatilité des capitaux propres, par l'inversion d'un système de deux équations non linéaires. La première équation est décrite par Merton (1974), qui exprime la valeur des capitaux propres comme une option de valeur d'exercice égale à la valeur faciale des dettes et du sous-jacent, la valeur des actifs de l'entreprise. La deuxième équation lie la volatilité des actifs de la firme à la volatilité des capitaux propres.

Dans l'utilisation communément faite du modèle de Black et Sholes-Merton, la valeur non observée de l'option est calculée en fonction des valeurs observées (sous-jacent et prix d'exercice) et de la volatilité des rendements qui est facile à estimer. Dans le cadre de l'approche KMV, c'est la valeur de l'option qui est observée comme la valeur au marché des capitaux propres, tandis que la valeur de la firme n'est pas observable et doit être estimée à partir de la relation entre, d'une part, la valeur et la volatilité des capitaux propres et, d'autre part, la valeur et la volatilité de la firme. Une fois les paramètres estimés, le modèle permet de déterminer la probabilité de défaut à chaque instant. Cette mesure est modélisée par la fonction cumulative de la loi normale de la valeur de distance au défaut (*Z*-score), qui est la probabilité que la valeur des actifs de la firme soit inférieure à la valeur faciale des dettes.

La première étape de l'implémentation de l'algorithme KMV consiste à calculer la volatilité des capitaux propres à partir des valeurs historiques. Il convient, ensuite, de choisir l'horizon et le pas

d'estimation. Par exemple, on peut estimer les valeurs quotidiennement ou mensuellement. Puis on collecte les paramètres nécessaires pour l'estimation, que sont le taux d'intérêt sans risque et la valeur faciale des dettes. Enfin, un système de deux équations non linéaires est résolu pour la valeur et la volatilité des actifs de la firme. Nous présentons dans la partie suivante les équations et les critiques de cette approche d'inversion du système.

Plusieurs auteurs ont examiné la performance de l'algorithme KMV. Malheureusement, les versions numériques de ces papiers ne sont plus disponibles depuis l'acquisition de KMV par Moody's en 2002. Cependant, quelques résultats sont encore consultables. Duffie et Wang (2004) démontrent que le modèle KMV est capable de prédire la variation temporelle de la probabilité de défaut. Bharath et Schumway (2008) concluent que ce modèle ne produit pas des statistiques suffisantes en ce qui concerne la probabilité de défaut et qu'il est possible de construire des statistiques suffisantes sans résolution du système de deux équations.

1.4.2 Approche de Huang et Huang (2012)

Huang et Huang (2012) calculent l'importance de la composante de défaut dans les écarts de crédit avec une nouvelle approche de calibrage de plusieurs modèles structurels. En effet, selon eux, l'importance de leur travail réside dans l'absence d'un consensus sur le pourcentage de la composante de défaut dans les écarts de crédit.

Dans le cadre structurel, ils trouvent des estimations consistantes pour la valeur des écarts de crédit en utilisant plusieurs hypothèses économiques. Ils calibrent des modèles à structure affine, incluant les modèles de Longstaff et Schwartz (1995), qui recourent à un taux d'intérêt stochastique, de Leland et de Toft (1996), qui prennent appui sur une barrière de défaut endogène, d'Anderson et Sundaresan (1996), d'Anderson, Sundarsean et Tychon (1996) et de Mella-Barral et Perraudin (1997), qui se fondent sur le défaut stratégique, ainsi que de Collin-Dufresen et Goldstein (2001), qui envisagent un processus de retour à la moyenne pour le ratio d'endettement.

Selon Huang et Huang, d'autres modèles avec une prime de risque acyclique sont plus adaptés à des états dont l'économie se caractérise par une probabilité de défaut plus élevée. Ces auteurs introduisent deux nouveaux modèles : un modèle avec une prime de risque de marché acyclique pour capturer les effets des cycles économiques sur la prime de risque et un modèle structurel avec saut pour capturer les effets des états futurs d'économie caractérisés par un risque de défaut très élevé.

Malgré l'utilisation d'une panoplie de modèles aux caractéristiques et au niveau de complexité différents, les résultats de la mesure de la composante de défaut dans les écarts de crédit demeurent les mêmes pour tous les modèles. Cela valide notre choix d'un modèle simple pour tester notre

approche plutôt que d'un modèle composé d'hypothèses économiques plus complexes. Cependant, nous n'opterons pas pour une firme représentative avec des paramètres moyens dans le calcul des écarts de crédit théoriques.

Six classes de notation (Aaa, Aa, A, Baa, Ba et B) et une seule firme représentative par classe sont étudiées. Huang et Huang présument que le défaut sur une obligation est le même pour toutes les entreprises d'une même catégorie et déterminent les paramètres de chacun des modèles décrits plus haut par le calibrage aux variables observées. La valeur initiale du ratio d'endettement donné par Standard et Poor's (1999) pour chaque catégorie, chaque prime de capital (equity premium), le taux de défaut, afin de répliquer le comportement de défaut pour chaque catégorie sur un horizon de temps. Tous les modèles admettent une barrière de défaut qui équivaut à 65 % de la valeur faciale des dettes.

Les résultats obtenus par cette approche sont consistants pour les différents modèles structurels utilisés. Le risque de défaut représente une petite fraction des écarts de crédit pour la classe investissement, de 20 % à 30 % pour une obligation à 10 ans notée Baa, et n'explique qu'une fraction minime des dettes à faible maturité. En revanche, il représente une fraction plus importante pour les firmes de la classe spéculative.

L'approche de Huang et Huang (2012) est un point de départ pour notre approche, dans la mesure où nous calibrons aussi notre modèle aux données de défaut historiques. Cependant, ces auteurs considèrent que les classes de notation sont homogènes et calibrent pour une firme représentative. Nous avons expliqué plus haut l'importance de considérer l'hétérogénéité dans l'estimation des écarts de crédit et que l'utilisation d'une firme représentative sous-estime ces derniers, notamment pour les faibles maturités (Voir Bhamra et al. 2010, David 2008, Feldhutter et Schaefer 2015).

1.4.3 Approche de Feldhutter et Schaefer (2015)

Huang et Huang (2012) ignorent l'hétérogénéité des classes de notation et travaillent avec une firme représentative sur l'estimation de l'importance du risque de défaut dans les écarts de crédit. L'hétérogénéité est apparu très récemment dans la littérature du risque de crédit. Feldhutter et Schaefer (2015) ont considéré, pour la première fois, l'hétérogénéité pour étudier la performance du modèle de Merton dans le calcul des écarts de crédit.

En effet, un grand nombre de papiers scientifiques estiment que les modèles structurels standards, plus particulièrement le modèle de Merton, ne génèrent pas les écarts de crédit observés, notamment pour les faibles maturités (Huang et Huang 2012, Chen 2010 et Leland 2006). En contrepartie, Eom, Helwege et Huang (2004) ne sont pas arrivés à trouver des preuves de l'incapacité des modèles structurels à reproduire les écarts de crédit observés. Feldhutter et Schaefer (2015), pour

leur part, soutiennent que les tests utilisés dans les différents papiers sont biaisés et permettent de se réconcilier avec Eom, Helwege et Huang (2004). Selon eux, quoique les écarts de crédit puissent être influencés par d'autres facteurs, comme la liquidité, les probabilités de défaut ne seront pas influencées par ces facteurs. Leland (2004) et McQuade (2013) considèrent que le modèle de Merton sous-estime les probabilités de défaut pour les faibles horizons, ce qui explique la sous-estimation des écarts de crédit.

L'utilisation de paramètres moyens et d'une firme représentative conduit à une sur- ou sous-estimation des écarts de crédit et des probabilités de défaut. Feldhutter et Schaefer critiquent cette approche et comparent les écarts de crédit calculés de la manière traditionnelle, comme l'écart de crédit de la firme représentative de la catégorie, avec l'écart de crédit moyen calculé comme la moyenne des écarts de crédit de tout l'échantillon, afin de quantifier la sévérité de ce biais.

Pour cette raison, ils calculent le rapport de ces deux dernières mesures et en concluent que la première approche souffre de l'inégalité de Jensen et que le biais augmente avec la qualité de la notation et pour les faibles maturités. Les écarts de crédit pour la firme représentative n'équivalent qu'à 39 % de l'écart de crédit moyen de la catégorie pour une obligation d'un horizon de 10 ans notée AAA/AA. Pour les obligations de la classe spéculative, les écarts sont fortement surestimés et représentent 107 % de la valeur correcte. Similairement aux écarts de crédit, les probabilités de défaut sont affectés par le biais de convexité. Quant aux probabilités de défaut et au calcul firme par firme, ils permettent une meilleure estimation de la valeur du taux de défaut.

La contribution majeure de Feldhutter et Schaefer est de considérer l'hétérogénéité par le calcul des écarts de crédit firme par firme et de calibrer le modèle aux taux de défaut historiques dans le but d'inférer une barrière de défaut.

À l'instar des autres approches, avant de calculer les écarts de crédit et la probabilité de défaut, il faut, tout d'abord, estimer la valeur et la volatilité des actifs non observables. La première étape de l'approche de Feldhutter et Schaefer consiste à calculer la valeur de la firme comme la somme de la valeur des capitaux propres et de la valeur des dettes. La volatilité des actifs est la somme pondérée de la volatilité des capitaux propres, la volatilité des dettes et la covariance entre les dettes et les capitaux propres.

Les coefficients de la pondération sont exprimés en fonction du ratio d'endettement. Finalement, puisqu'ils calculent la volatilité d'une approche différente de celle de Huang et Huang (2012), Feldhutter et Schaefer utilisent ces valeurs pour calibrer le modèle aux taux de défaut moyens et infèrent une barrière de défaut pour le modèle. En dépit de ce calibrage, ils aboutissent à la même barrière que celle utilisée dans le modèle standard de Merton, qui est égale à la valeur

faciale des dettes. Nous présentons, dans la suite de ce mémoire, les équations du modèle et nous étudions théoriquement et empiriquement les différences de cette approche avec les autres approches étudiées.

Les données traitées dans ce travail proviennent de la base de données FISD (Fixed Investment Securities Database) et excluent les obligations rachetables, convertibles en actions et vendables. Feldhutter et Schaefer considèrent seulement des échantillons d'obligations zéro coupon ou d'obligations non garanties de première classe. Les données pour les cotations quotidiennes des actions sont fournies par TRACE (Trade Reporting and Compliance Engine) à travers WRDS (Wharton Research Data Services) et FINRA (Financial Industry Regulatory Authority). En raison du faible nombre de firmes notées AAA, ils combinent, dans leurs échantillons, les groupes AAA et AA en un seul. En outre, le nombre des firmes des classes spéculatives est très inférieur au nombre des firmes de bonne qualité.

Cette approche présente quelques limites. Premièrement, dans leur travail, les auteurs ne démontrent pas théoriquement que leur procédure de minimisation est convexe, ce qui explique que leur solution pour la barrière de défaut peut être un minimum local. Deuxièmement, la valeur de la barrière suggérée, qui est la même que celle donnée par Merton, est égale à la valeur principale des dettes. Ceci est en contradiction avec l'hypothèse d'amélioration des valeurs d'estimation en calibrant aux probabilités des défauts historiques.

Troisièmement, dans le calcul de la volatilité, le ratio d'endettement est constant, alors que ce dernier est variable en raison de la variation de la valeur des actifs. Finalement, ils supposent que la valeur des dettes est égale à sa valeur comptable. Ces limites ont certainement un impact sur la valeur de la probabilité de défaut. Dans la réplique de cette approche, nous ne sommes pas obligés d'appliquer la procédure d'optimisation pour calculer la barrière de défaut. Nous recourons seulement aux mêmes équations que celles utilisées pour la valeur et la volatilité des actifs et à une barrière de défaut égale à 100 % de la valeur faciale des dettes.

2 Développement du modèle

Dans cette section, nous introduisons le modèle structurel utilisé et la procédure d'estimation de ses paramètres. D'abord, nous expliquons les principales différences entre, d'une part, notre modèle et notre approche d'estimation et, d'autre part, l'approche KMV-Merton et la méthodologie de Feldhutter et Schaefer (2015), basées sur le modèle de Merton. Ensuite, notre procédure d'estimation étant une généralisation de l'approche itérative utilisée par Bahrat et Shumway (2008), nous la validons théoriquement par simulation, afin d'étudier la stabilité et la précision des estimations par rapport à l'approche KMV-Merton et à la méthodologie de Feldhutter et Schaefer.

Les trois méthodologies d'estimation que nous décrivons dans cette partie se basent sur le modèle structurel de Black et Sholes-Merton (1974). Pour calculer la valeur de la probabilité de défaut et celle de l'écart de crédit d'une entreprise, il faut, tout d'abord, déterminer la valeur et la volatilité des actifs à l'instant t . Au moment où le modèle standard se limite à la résolution de ces deux derniers paramètres à l'aide de deux équations, nous introduisons un troisième paramètre à estimer, la barrière de défaut, et une équation supplémentaire comparant à la méthode standard avec deux équations. Nous expliquons, ensuite, le modèle et l'approche de résolution.

Pour construire notre modèle, nous suivons les hypothèses de Merton (1974). Sur un espace de probabilité Ω muni de la tribu d'information F et sous la probabilité physique P (Ω, F, P), la valeur des actifs de la firme suit un processus brownien géométrique de volatilité σ et de rendement espéré μ .

$$dV_t = \mu V_t dt + \sigma V_t dW_t^P \quad (1)$$

La tarification d'option se fait dans le monde risque neutre muni de la probabilité neutre au risque Q . Dans ce monde, le rendement des actifs est égal au taux sans risque r . Ainsi, sous Q , le processus stochastique décrivant l'évolution de la valeur d'actifs V est le suivant.

$$dV_t = r V_t dt + \sigma V_t dW_t^Q \quad (2)$$

Une des hypothèses du modèle de Merton (1974) est de considérer un taux d'intérêt constant. Nous utilisons aussi cette hypothèse, car notre objectif est de calculer l'importance du risque de défaut dans les écarts de crédit. Longstaff et Schwartz (1995) confirment que l'ajout d'un taux d'intérêt stochastique n'a pas un effet remarquable sur les écarts de crédit calculés par le modèle.

Dans le cadre de ce modèle, la firme émet une seule classe d'obligations prenant la forme d'une obligation zéro coupon d'une valeur faciale B et de maturité T . Le défaut ne se produit qu'à l'échéance, si la valeur des actifs V est inférieure à la valeur faciale des dettes. Ainsi, le payoff des

créditeurs à la date T correspond à la plus basse des valeurs suivantes, la valeur faciale des dettes et la valeur des actifs, lorsque l'on utilise l'équation ci-dessous :

$$D(V_T, T) = \min(V_T, B) = B - (B - V_T)^+ \quad (3)$$

La dernière équation montre que les crédateurs détiennent une position courte, une option de vente de valeur d'exercice B dont le sous-jacent est la valeur d'actifs V . En contrepartie, les emprunteurs, ceux qui détiennent les capitaux propres E , empruntent un montant à la date initiale et possèdent une option de vente. La relation de parité call/put permet de donner la valeur des capitaux propres comme une option d'achat européenne de valeur d'exercice B . Pour une firme i et à la date t , avec une volatilité d'actifs σ_{it} , nous avons :

$$\begin{aligned} E_t(V_{it}, \sigma_{it}, K_{it}) &= V_{it}N(d_1(\lambda_{it})) - B_{it}e^{-r(T-t)}N(d_2(\lambda_{it})) \\ d_1(\lambda_{it}) &= \frac{-\ln(\lambda_{it}) + (r + \frac{\sigma_{it}^2}{2})(T-t)}{\sigma_{it}\sqrt{T-t}} \\ d_2(\lambda_{it}) &= \frac{-\ln(\lambda_{it}) + (r - \frac{\sigma_{it}^2}{2})(T-t)}{\sigma_{it}\sqrt{T-t}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\lambda_{it} = \frac{K_{it}}{V_{it}} \quad (5)$$

$$K_{it} = \alpha B_{it} \quad (6)$$

Dans le modèle de Merton (1974), l'entreprise fait défaut si, à l'échéance, la valeur des actifs est inférieure à une limite de défaut égale à la valeur faciale des dettes. Dans notre modèle, nous changeons la barrière de défaut K en une proportion α de la valeur faciale des dettes et nous estimons ce paramètre empiriquement. Bien que ce paramètre soit égal à 1 dans le modèle standard de Merton et dans celui défendu par Feldhutter et Schaefer (2015), nous pensons que α est variable selon la situation de l'entreprise et nous l'estimons empiriquement pour une catégorie donnée. Ce changement est une nouvelle extension du modèle de Merton motivée par l'importance de la valeur de la barrière de défaut dans le calcul de la probabilité de défaut et les écarts de crédit (Davydenko 2012). Ce léger changement dans les hypothèses du modèle de Merton implique un changement également au niveau de la formule fermée pour la probabilité de défaut en fonction de λ (7) la distance au défaut variable en fonction de la valeur de α :

$$\phi_T(\lambda, \sigma, \mu) = N\left(\frac{-\ln(\lambda) + (\mu + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \quad (7)$$

Le taux de défaut se calcule dans le monde réel. Nous utilisons un prime de risque constante comme Huang et Huang (2012), 6,55%, pour calculer μ . Ainsi, $\mu = r + 6,55\%$ avec r , qui est le

taux sans risque.

Comme nous l'expliquons dans la première partie de ce travail, la valeur de la barrière de défaut a un effet sur la valeur de la probabilité de défaut et l'écart de crédit et peut être différente de la valeur faciale des dettes. De ce fait, l'hypothèse du modèle de Merton et l'approche KMV-Merton sont une des limites majeures du modèle. En effet, la figure (1) illustre le fait que le modèle surestime la probabilité de défaut lorsque la barrière de défaut est inférieure à la valeur faciale des dettes ($\alpha \leq 1$) et sous-estime la probabilité de défaut dans le cas contraire ($\alpha \geq 1$). Nous estimons, ainsi, ce paramètre empiriquement afin d'ajuster le modèle aux taux de défaut historiques. L'ajustement aux taux de défaut historiques impactera aussi la valeur et la volatilité des actifs.

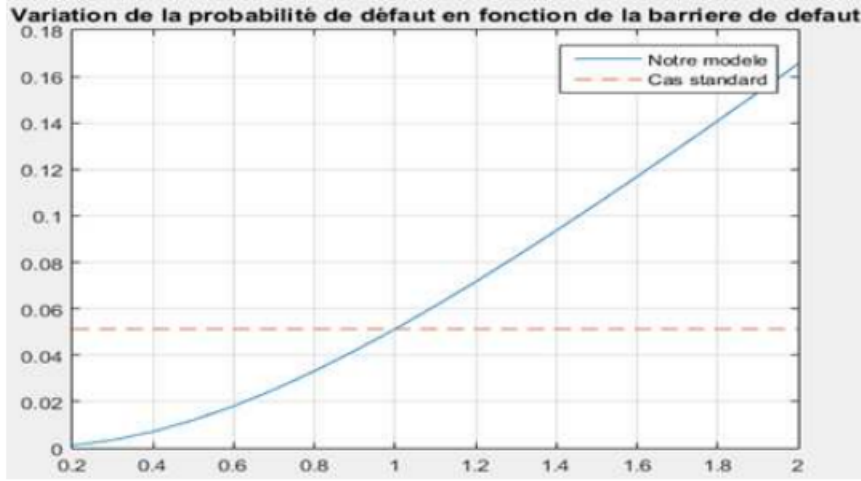


Figure 1: Variation de la probabilité de défaut en fonction de α (la barrière de défaut)

L'algorithme KMV-Merton suppose toujours que la valeur de la barrière corresponde à la valeur faciale des dettes et estime seulement deux paramètres en utilisant deux équations importantes. La première est l'équation (4) et la seconde relie la volatilité d'actifs σ_v à celle des capitaux propres σ_E . Dans les hypothèses de *Merton*, le lemme d'Ito permet d'établir cette relation (8).

$$\sigma_E = \left(\frac{V}{E}\right) \frac{\partial E}{\partial V} \sigma_v \quad (8)$$

Selon le modèle de Merton, il est facile de montrer l'égalité suivante $\frac{\partial E}{\partial V} = N(d_1)$ avec d_1 donné dans (4). Finalement, l'algorithme *KMV* détermine la valeur de la firme V_t et de la volatilité σ_v à la suite de la résolution du système composé de deux équations non linéaires.

$$\begin{cases} E_t = V_t N(d_1) - e^{-r(T-t)} B N(d_2) \\ \sigma_E = \left(\frac{V_t}{E_t}\right) N(d_1) \sigma_v \end{cases} \quad (9)$$

L'algorithme KMV-Merton standard permet uniquement d'ajuster le modèle de manière à répliquer seulement les valeurs aux marchés des capitaux propres. D'autres travaux essayent de calibrer le modèle aux taux de défaut historiques dans une deuxième étape, mais les valeurs des paramètres obtenus dans ce cas ne permettent plus l'ajustement aux valeurs observées des capitaux propres. Pour corriger cette limite, nous proposons de calibrer simultanément aux valeurs des capitaux propres et aux taux de défaut historiques.

Feldhutter et Schaefer (2015) calibrent, eux aussi, aux taux de défaut historiques, mais en adoptant une approche différente.

D'abord, la valeur des actifs V est la somme des capitaux propres E et des dettes D (10).

$$V_t = E_t + D_t \quad (10)$$

L'autre paramètre clé du modèle de Merton, la volatilité des actifs, est déterminé par l'équation (11).

$$\sigma_v^2 = (1 - L)^2 \sigma_E^2 + L^2 \sigma_D^2 + 2L(1 - L)\sigma_{ED} \quad (11)$$

σ_v est la volatilité des actifs, σ_E , la volatilité des capitaux propres, et σ_{ED} , la covariance entre le rendement des dettes et celui des capitaux propres. Étant donné que la volatilité des dettes est nulle, ils calculent une borne inférieure $\sigma_E(1 - L)$. Comme chez Schaefer et Strebulaev (2008), L est le ratio d'endettement. Ensuite, la borne inférieure est multipliée par 1 si $L \leq 0,25$, par 1,05 si $0,25 \leq L \leq 0,35$, par 1,1 si $0,35 \leq L \leq 0,45$, par 1,2 si $0,45 \leq L \leq 0,55$, par 1,4 si $0,55 \leq L \leq 0,75$ et par 1,8 si $0,75 \leq L$.

Le calibrage aux taux de défaut historiques se fait à la fois pour toutes les maturités et pour toutes les classes, afin de calculer un seuil de défaut K à partir de (12).

$$\min_K \sum_{r=AAA}^{BBB} \sum_{t=1}^{20} N_{rt} |\bar{P}_{rt} - P_{rt}(K)| \quad (12)$$

Le calibrage aux taux de défaut historiques selon la théorie de Feldhutter et Schaefer ne donne pas une barrière différente de la valeur standard du modèle de Merton. Nous pensons que la valeur de la barrière de défaut est différente de la valeur faciale.

Dans notre approche, nous calibrons aux taux de défaut historiques, mais d'une façon simultanée, c'est-à-dire que nous déterminons, en une fois, trois paramètres qui résolvent un système de trois équations.

Notre procédure de calibrage et de détermination de la valeur et de la volatilité des actifs ainsi que de la barrière de défaut empirique est beaucoup plus compliquée et permet de s'ajuster à la fois aux valeurs des capitaux propres, mais aussi aux taux de défaut historiques observés.

L'objectif étant de déterminer les trois paramètres, nous construisons donc un système de trois équations. Pour chaque entreprise, nous déterminons la valeur et la volatilité des actifs et nous égalisons, ensuite, aux taux de défaut théoriques moyens par catégorie le taux de défaut moyen observé, parce que nous supposons, dans ce travail de mémoire, l'hétérogénéité des catégories de notation. Nous calculons le taux de défaut moyen par catégorie en utilisant les volatilités et les valeurs des actifs de toutes les entreprises d'un échantillon donné. La procédure reste valide pour une seule entreprise.

Nous montrons, dans la dernière partie, que pour deux entreprises d'une même catégorie, les valeurs des fondamentaux sont différentes et que l'hypothèse d'homogénéité n'est pas valide. Le système (13) contient les trois équations à résoudre. L'hétérogénéité et l'indisponibilité de taux de défaut individuel compliquent la résolution du système et la détermination des paramètres. Si nous connaissions le taux de défaut de chaque entreprise, nous pourrions montrer que notre approche est équivalente au maximum de vraisemblance.

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{it}(V_{it}, \sigma_{it}, K_{it}) = V_{it}N(d_1(\lambda_{it})) - B_{it}e^{-r(T-t)}N(d_2(\lambda_{it})) \\ \sigma_{it}V_{it} = \sigma_{it}^E E_{it} \frac{\partial E_{it}}{\partial V_{it}} \\ \frac{1}{N_{observations}} \sum_{i,t} P(V_{it}, \sigma_{it}, \alpha, B_{it}) = \bar{p} \end{array} \right. \quad (13)$$

$N_{observations}$ est le nombre d'observations dans chaque échantillon. Ainsi, pour $N_{observations}$, on aura $2N_{observations} + 1$ équations à résoudre. B_{it} est la valeur faciale des dettes de l'entreprise i à la date t . La valeur des dettes n'étant pas observable à chaque instant, nous utilisons les dettes à court terme cumulées à la moitié des dettes à long terme comme proxy de la valeur faciale des dettes. \bar{p} est le taux de défaut moyen historique par catégorie de notation.

Une fois la valeur des actifs, la volatilité et le paramètre α déterminés, nous pouvons, dans une deuxième étape, calculer la valeur des dettes et des écarts de crédit selon les formules fermées (14) et (15). Partant, si l'on se fonde sur le modèle de Merton (1974) et l'on introduit le taux de recouvrement ρ comme le préconisent Eom et al. (2004), la valeur des dettes est fixée par :

$$D = Be^{-rT}N(d_2(\lambda)) + V_0N(-d_1(\rho\lambda)) + \rho Be^{-rT}(N(-d_2(\rho\lambda)) - N(-d_1(\lambda))) \quad (14)$$

L'écart de crédit pour un horizon T est donné par l'équation suivante :

$$\psi_T(\lambda, \sigma, \rho, r) = -\frac{1}{T} \ln\left(\frac{D}{B}\right) - r \quad (15)$$

La résolution du système (13) est très compliquée à cause du nombre de paramètres à estimer, de la prise en considération de l'hétérogénéité et de l'obligation de traiter les différentes données avant l'estimation. Nous expliquons, plus loin, notre procédure d'estimation du système (13), qui est une généralisation de la procédure itérative proposée par Bharath et Schumway (2008) pour résoudre le système à deux équations en raison des critiques de la méthode standard par inversion directe formulées dans plusieurs travaux de comparaison.

2.1 La comparaison entre la procédure itérative et l'inversion directe

Si les hypothèses du modèle de Merton sont vérifiées, l'algorithme KMV devrait donner des estimations précises. La résolution du système (9) par l'inversion simultanée de deux équations est, normalement, une tâche facile à réaliser. Cependant, Crosbie et Bohn (2002) critiquent la résolution par inversion directe. Selon eux, dans la pratique, le ratio d'endettement varie beaucoup, si bien que la seconde équation du système ne produit pas des résultats raisonnables.

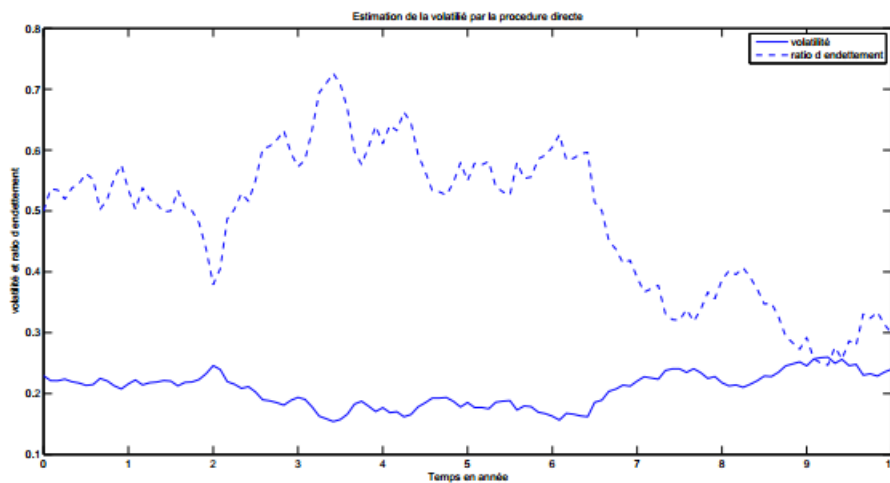


Figure 2: Variation de la volatilité et du ratio d'endettement

Au contraire, l'inversion directe biaise la probabilité de défaut dans le mauvais sens. La figure (2) montre que, si le ratio d'endettement décroît rapidement, la procédure directe de résolution surestime la volatilité et la probabilité de défaut, alors même que, normalement, la situation de la firme s'améliore (Crosbie et Bohn 2002). De plus, il résulte de la figure (3) que, sur une fenêtre d'une année, bien que la volatilité soit constante, la volatilité calculée par l'inversion directe varie beaucoup au cours du temps.

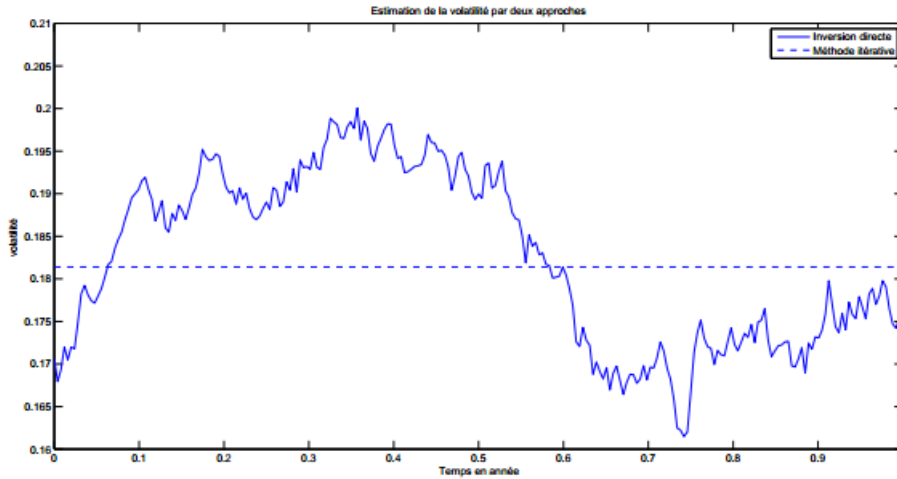


Figure 3: Estimation de la volatilité par la méthode KMV par l'inversion directe et la procédure itérative

Bharath et Shumway suivent l'algorithme KMV dans la résolution du système (9) à l'aide d'une procédure itérative plus compliquée. Premièrement, ils proposent une valeur initiale pour la volatilité des actifs $\sigma_v = \sigma_E E/E + B$ et utilisent cette valeur pour inférer les valeurs quotidiennes des actifs pour l'année précédente par l'intermédiaire de l'équation relative à la valeur des capitaux propres. Deuxièmement, ils calculent le log rendement quotidien des actifs pour générer une nouvelle estimation de la volatilité. Enfin, ils itèrent en σ_v jusqu'à la convergence, de manière à ce que la valeur absolue entre deux valeurs consécutives de σ soit négligeable. Cette procédure est plus efficace. Nous la généralisons dans le but de l'adapter à notre système (13) pour chercher simultanément les trois inconnues.

2.2 L'approche d'estimation

Après l'explication de la différence entre les méthodes directes et les méthodes itératives de résolution, nous exposons, dans cette partie, notre approche d'estimation, qui est une généralisation de la procédure itérative, parce que nous résolvons un système à trois inconnues à partir des observations quotidiennes de la valeur au marché des actions et des taux de défaut historiques par catégorie.

Les valeurs aux marchés des capitaux propres sont égales au nombre des actions en circulation multiplié par la valeur des actions et sont observées sur des intervalles de temps. Nous choisissons une série temporelle de $n + 1$ observations dénotées par $(E_0, E_h, \dots, E_{nh})$. Le nombre d'observations dépend de la longueur de la fenêtre de résolution et de la longueur du pas de temps entre deux observations mesurée en année h . Par exemple, une estimation sur un échantillon de valeurs

quotidiennes sur une fenêtre de quatre années correspond à $h = 1/250$ et $n = 1000$.

En application de la méthode standard, il est possible de déterminer la valeur de la firme non observée une fois que la volatilité est connue. Dans notre approche, la valeur des actifs ne peut être calculée que lorsque la volatilité et la valeur du coefficient α sont connues en même temps, ce qui est possible grâce à l'équation (4), qui relie la valeur des capitaux propres aux deux paramètres selon $E_t = f(V_t, \sigma_v, \alpha)$. Puisque cette fonction est inversible, étant donné une valeur pour la volatilité σ_v et α , nous pouvons exprimer $V_t = f^{-1}(E_t, \sigma_v, \alpha)$. Nous fixons α à une valeur de départ de 1 ou 0,7, par exemple, et $\sigma_v = \sigma_E E/E + B$ comme dans Bharath et Shumway (2008).

L'inversion est facilement réalisée grâce une procédure d'optimisation numérique utilisée pour des équations non linéaires. Les valeurs des actifs V_t sont, ensuite, utilisées pour calculer le log rendement quotidien, dans l'optique d'opérer une nouvelle estimation de la volatilité. Nous itérons pour σ_v jusqu'à la convergence de la volatilité, de telle sorte que la différence entre la valeur absolue de deux valeurs consécutives sera inférieure à 10^{-3} .

Puisque nous supposons l'hétérogénéité, nous reportons la procédure sur toutes les entreprises de l'échantillon et calculons, d'une façon matricielle pour améliorer la rapidité de l'algorithme. Par exemple, pour N entreprises de l'échantillon, nous déterminons V^* une matrice de $n + 1$ lignes et N colonnes et un vecteur σ_v^* des N volatilités de toutes les entreprises. Nous déterminons, ensuite, la valeur du coefficient α , qui égalise le taux moyen de défaut calculé théoriquement par l'équation (7) et les valeurs V^* et σ_v^* au taux de défaut historique observé. Le taux de défaut historique et le taux de recouvrement sont choisis en fonction de la notation et nous déterminons le coefficient selon $\alpha = g^{-1}(V^*, \sigma_v^*)$.

Théoriquement, cette équation admet une seule solution, la probabilité de défaut étant croissante monotone en fonction de α . Nous itérons toutes les étapes précédentes jusqu'à la convergence en α . Nous utilisons une fenêtre roulante dans les estimations. En effet, pour estimer les paramètres à une date t , nous sélectionnons les données des quatre années précédentes et nous appliquons l'algorithme décrit plus haut. Ensuite, nous estimons les paramètres à la date suivante $t + h$ jusqu'à la fin de la période choisie. Si l'on suppose que l'estimation se déroule quotidiennement durant une année entre 2000 et 2001 et concerne une seule entreprise, nous allons estimer 250 valeurs pour σ_v et α ainsi que l'évolution quotidienne de la valeur de la firme sur cette période. À chaque pas, on sélectionne les données des 4 années précédentes. Le nombre de paramètres à estimer est évidemment trop élevé et l'estimation, extrêmement compliquée. Nous utilisons les ressources offertes par HEC Montréal dans le cadre du laboratoire LACED.

Nous énumérons, maintenant, les étapes de la procédure d'estimation pour en simplifier la compréhension :

1. Choisir la période d'estimation. Exemple 2002-2012 et vérifier l'intégrité des données E_t, B
...
2. Choisir le pas du temps h (quotidien:1/252) et la longueur de la fenêtre d'estimations soit 4 années .
3. Fixer une valeur initiale pour α . Soit $\alpha=1$
4. Fixer une valeur initiale pour σ_v comme dans Bharath et Schumway 2008 $\sigma_v = \sigma_E E / E + B$
5. Déterminer V_t sur la fenêtre d'estimation
6. Calculer une nouvelle estimation pour σ_v selon:
 - Calculer le rendement $R=(R_1, \dots, R_n)$, avec $R_j = \ln(V_{jh}/V_{(j-1)h})$
 - $\sigma_v^2 = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n (R_i - \mathbb{E}(R))^2$
7. Répéter les étapes 5 et 6 jusqu'à convergence en σ_v pour toutes les entreprises de la catégorie.
8. Déterminer α qui égalise la probabilité de défaut moyenne de l'échantillon au taux de défaut historique $\frac{1}{N_{observations}} \sum_{i,t} P(V_{it}, \sigma_{it}, \alpha, B_{it}) = \bar{p}$
9. Répéter les étapes 5 à 8 jusqu'à la convergence en α

Après la détermination des paramètres, nous calculons dans une autre étape l'écart de crédit selon l'équation (15) pour chaque entreprise i et chaque date t . Ensuite, nous calculons l'écart de crédit moyen $s^{theorique}$ d'échantillon

$$s^{theorique} = \frac{1}{N_{observations}} \sum_{it} \psi_T(i, t) \quad (16)$$

Après avoir déterminé les paramètres, nous calculons, dans une autre étape, l'écart de crédit, selon l'équation (15) pour chaque entreprise i et chaque date t , puis l'écart de crédit moyen $s^{theorique}$ de l'échantillon selon l'équation (16).

1. Identifier toutes les entreprises dans l'échantillon par la clé CNUM
2. Chercher toutes les obligations émises par les entreprises en question et les identifiés par CUSIP
3. Pour chaque entreprise, vérifier s'il existe un nombre suffisant des observations pour les prix d'obligations pour calculer l'écart de crédit sinon l'éliminer de l'échantillon
4. Calculer le taux actuariel (yield to maturity) pour chaque entreprise, puis l'écart de crédit.
5. Calculer l'écart de crédit moyen $s^{historique}$

6. Calculer la moyenne des écarts de crédit $s^{théorique}$ pour tout l'échantillon
7. Calculer le rapport de $\frac{s^{théorique}}{s^{historique}}$

2.3 Validation théorique

Avant d'entamer la partie empirique et appliquer nos algorithmes d'estimation sur les données réelles, nous effectuons, dans cette partie, une validation théorique de la procédure d'estimation. En premier lieu, nous étudions la stabilité de cette nouvelle approche d'estimation à trois niveaux dans le cadre de l'estimation des paramètres du modèle. En second lieu, nous comparons théoriquement notre approche (NA) à la méthode *KMV* et à l'approche de Feldhutter et Schaefer (2015) (FS), dans la mesure de l'importance du risque de défaut dans les écarts de crédit.

La procédure de validation consiste à supposer une valeur initiale pour la volatilité des actifs de la firme σ_v , la valeur initiale de la firme V_0 , α et les autres paramètres nécessaires pour simuler la variation des actifs selon l'équation (2), puis à calculer la valeur des capitaux propres E_t et le taux de défaut moyen p à l'aide de formules fermées du modèle. E_t et p constituent les entrées de l'algorithme d'estimation. Nous effectuons des simulations Monte-Carlo pour tester la performance des approches en question dans l'estimation des paramètres fixés à l'avance σ_v , α et V_0 , car ce sont les paramètres clés du modèle et parce que la performance d'une approche d'estimation se mesure à sa précision dans l'estimation des variables. Pour chaque simulation, nous estimons la valeur de la firme, la volatilité et la valeur α de nouveau. Nous présentons, dans les tableaux suivants, la moyenne des estimations et les intervalles de confiance en supposant des distributions normales.

Les tableaux (1) et (2) présentent les résultats des estimations pour une volatilité des actifs égale à 20 %, une valeur initiale V_0 de 100 et deux scénarios différents pour la valeur α , respectivement 1 (cas standard) et 0,4.

Statistiques	Moyenne	Intervalle de confiance
α^{estim}	1.013	0.9878-1.0328
σ^{estim}	0.1996	0.1987-0.2005
V_0^{estim}	100	99.9987-100.0013

Table 1: Résultats d'estimation par notre approche $Nsim=1000$, $\sigma=0.2$, $\alpha=1$, $\mu=0.05$, $B=10$, $r=0.03$, $V_0=100$

Statistiques	Moyenne	Intervalle de confiance
α^{estim}	0.4049	0.3986-0.4112
σ^{estim}	0.1999	0.1932-0.2066
V_0^{estim}	100	99.9962-100.0038

Table 2: Résultats d'estimation par notre approche. $Nsim=1000$, $\sigma=0.2$, $\alpha=0.4$, $\mu=0.05$, $B=10$, $r=0.03$, $V_0=100$

Les deux tableaux prouvent la stabilité de la méthode d'estimation malgré l'estimation de trois paramètres à la fois. Cette conclusion valide la performance et le choix d'un modèle qui offre une flexibilité à la valeur de la barrière de défaut. Cela nous permettra, ensuite, de capter et de calibrer le modèle aux données empiriques, afin d'identifier les cas avec une barrière différente de la valeur faciale des dettes. Quoique la valeur du coefficient α soit figée à 1 pour les algorithmes *KMV* et *FS*, nous montrons, plus loin, l'impact de cette hypothèse sur la valeur de la probabilité de défaut et les écarts de crédit. Par exemple, si nous partons d'un scénario initial avec $\alpha=0,4$, les autres approches ont toujours un $\alpha=1$, tandis que notre modèle permet d'identifier des valeurs différentes de 1.

Dans les tableaux (3) et (4), nous comparons théoriquement notre approche avec les approches *KMV* et *FS* dans le cadre de l'estimation de la volatilité, de l'erreur absolue moyenne dans le calcul de la probabilité de défaut, des écarts de crédit et de la réplication des valeurs des capitaux propres après estimation. En effet, nous avons mentionné dans la partie 2 intitulée Le développement du modèle que le fait de calibrer à la fois au taux de défaut historique et à la valeur des capitaux propres aboutit à ce que nos estimations sont consistantes avec ces deux valeurs, alors que les modèles avec une limite de défaut toujours égale à la valeur faciale des dettes manquent de précision dans l'ajustement aux valeurs des capitaux propres et de la probabilité de défaut, dans le cas où la barrière de défaut est autre que la valeur faciale des dettes.

Nous dressons dans les tableaux (3) et (4), pour notre approche, *NA*, *KMV* et *FS*, de gauche à droite : la moyenne (*MV*) et l'intervalle de confiance (*ICV*) de la volatilité des actifs estimés, l'erreur moyenne (*MEP*) dans le calcul de la probabilité, le rapport de l'écart de crédit estimé et l'écart de crédit initial (*MS*) ainsi qu'un intervalle de confiance (*ICS*), l'erreur moyenne dans la réplication des valeurs des capitaux propres après estimation (*MEC*), la valeur du coefficient α initiale et l'intervalle de confiance des estimations (*IC*).

Dans le cadre d'une simulation théorique, la valeur de l'écart de crédit est totalement due au risque de défaut, car ce n'est pas possible de quantifier la prime de liquidité, par exemple avec un modèle purement structurel. Cependant, dans le cas où le spread est dû totalement au défaut, ce rapport nous donne une idée de la capacité de l'approche d'estimation à mesurer la composante de défaut dans le spread.

Dans les tableaux (3) et (4), nous essayons de montrer l'impact de la valeur du coefficient α (barrière de défaut) sur les estimations. Partant, s'agissant des valeurs initiales des volatilités et des actifs, nous considérons deux scénarios différents pour la valeur α 1 (tableau 4) et 0,6 (tableau 3). Dans le cas standard, l'approche *KMV* et notre approche ont la même précision. Notre méthode réplique la valeur initiale avec une moyenne de 1,0008 et les deux méthodes captent la valeur du spread théorique initiale (*MS*) proche de 1.

ME	MV	ICV	MEP	MS	ICS	MEC	α	IC
NA	0.3961	0.3783-0.4139	$4.75 \cdot 10^{-11}$	0.9969	0.9937-1.0001	0.04	0.612	0.5934-0.6306
KMV	0.43491	0.4171-0.4527	0.015	1.1773	1.1760-1.1786	0.33	1	-
FS	0.2957	0.3161-0.2755	0.0018	0.401	0.391-0.411	18	1	-

Table 3: Comparaison des approches α théorique de 0.6. $Nsim=1000$, $\sigma=0.4$, $\alpha=0.6$, $\mu=0.08$, $B=50$, $r=0.02$, $V_0=100$

ME	MV	ICV	MEP	MS	ICS	MEC	α	IC
NA	0.4039	0.40339-0.40373	0.0005	1.0203	1.019-1.021	0.09	1.0083	0.9903-1,0173
KMV	0.4122	0.4171-0.4527	0.0004	1.0256	1.0202-1.02902	0.011	1	-
FS	0.3496	0.3246-0.3746	0.006	0.78	0.48-1.08	12	1	-

Table 4: Comparaison des approches pour un α théorique de 1 $Nsim=1000$, $\sigma=0.4$, $\alpha=1$, $\mu=0.08$, $B=50$, $r=0.02$, $V_0=100$

L'approche FS sous-estime la volatilité et le spread. Nous mentionnons que, pour cette méthode, nous calculons la volatilité comme donnée dans le papier *FS* et la valeur des actifs comme la somme des dettes D et des capitaux propres E . La dette est associée à la valeur faciale des dettes, comme dans les autres approches. La valeur de α est fixée à 1 comme montré dans *FS*. Dans le cas non standard, si on suppose un état de nature avec une barrière de défaut égale à 60 % de la valeur faciale des dettes, la méthode *KMV* surestime le spread et la probabilité de défaut et donne une volatilité non consistante avec la valeur initiale 0, 4. En revanche, notre approche réussit à répliquer les hypothèses de simulation avec plus de précision. Cela prouve qu'elle est la plus adéquate pour estimer les fondamentaux des firmes et que la composante de défaut dans les écarts de crédit (en supposant qu'il existe des états de nature avec une barrière de défaut différentes de la valeur faciale des dettes).

Un deuxième exercice de validation consiste à étudier l'hétérogénéité et à tester si les approches sont capables d'estimer les paramètres du modèle pour chaque firme d'un échantillon. Pour ce faire, nous considérons un échantillon avec une distribution log normale de moyenne 0,4 et de volatilité 0,4 pour la volatilité des actifs et une distribution uniforme entre 100 et 200 pour la valeur des firmes dans l'échantillon. Les autres paramètres sont fixes. Nous comparons, ensuite, la distribution des valeurs estimées avec la distribution initiale à l'aide du test de Kolmogorov Smirnov. Nous présentons, dans les tableaux (5) et (6), l'hypothèse acceptée (oui : on accepte H_0 : les deux échantillons ont la même distribution), le p-value et la valeur de la statistique. Nous considérons une seule distribution pour chaque paramètre, car les résultats sont semblables et n'ajoutent rien concernant la performance des méthodes d'estimation.

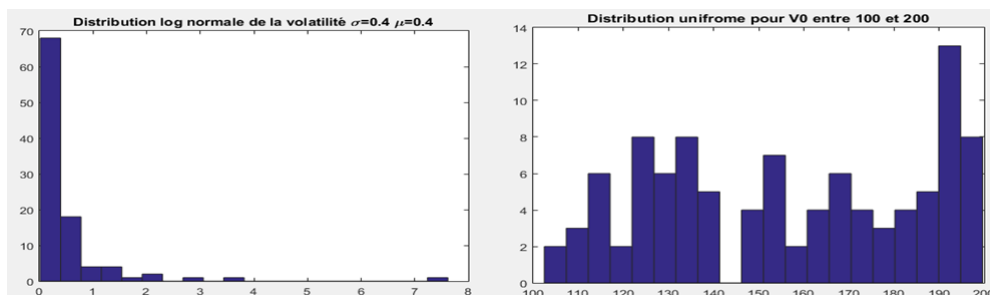


Figure 4: Distribution des valeurs et volatilités des actifs

ME	H	pvalue	KS
NA	Oui	1	0.04
KMV	Oui	0.9921	0.06
FS	Non	0.0004	0.89

Table 5: Statistiques du test pour les valeurs d'actifs

Les résultats du test justifient que, pour les trois approches, les valeurs initiales et estimées aient la même distribution pour la valeur des actifs. Cependant, la méthode FS ne permet pas une meilleure mesure de la volatilité initiale. Cela confirme que nous pouvons appliquer notre approche d'estimation à un échantillon de firmes hétérogènes. Les tableaux (7) et (8) illustrent un cas particulier d'hétérogénéité où nous résolvons le système des trois équations pour deux firmes dont la volatilité et la valeur des actifs sont respectivement de 40 % et 100 pour la firme 1 et de 20 % et 120 pour la firme 2 pour deux valeurs théoriques différentes de la barrière de défaut 100 % et 40 % de la valeur faciale des dettes. Notre approche est capable de répliquer les valeurs initiales pour un cas particulier d'hétérogénéité avec deux entreprises. Nous la comparons, ensuite, aux autres approches.

Dans le second scénario, nous choisissons de montrer un cas particulier d'hétérogénéité, dans le but de valider théoriquement la performance de notre approche dans l'estimation des fondamentaux des firmes individuellement en calibrant au taux moyen par catégorie. Pour ce faire, nous nous plaçons dans un cas particulier avec trois entreprises aux caractéristiques différentes et avec un α de 40 %. Les estimations des tableaux (9) et (10) prouvent que notre approche surperforme les deux autres approches au niveau de l'estimation de la volatilité des actifs.

ME	H	pvalue	KS
NA	Oui	1	0.03
KMV	Oui	1	0.04
FS	Oui	0.34	0.13

Table 6: Statistiques du test pour la volatilité

Paramètres	Moyenne	Intervalle de confiance
α^{estim}	0.9593	0.8983-1.0203
σ_1^{estim}	0.1998	0.1992-0.2004
σ_2^{estim}	0.3996	0.3985-0.4007
V_{01}^{estim}	100	99.9999-100.00001
V_{02}^{estim}	120	119.9999-120.0001

Table 7: Résultats d'estimation pour $Nsim=1000$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=1$, $\alpha=1$, $\mu_1=0.05$, $\mu_2=0.05$, $B_1=10$, $B_2=10$, $r=0.03$, $V_{01}=100$, $V_{02}=120$

La volatilité est un des paramètres clés dans le calcul de la probabilité de défaut pour la firme, puisque, empiriquement, la valeur de la barrière de défaut est liée à la volatilité. Le tableau (11) valide cette constatation. En effet, l'erreur maximale dans l'estimation de la probabilité de défaut pour les trois firmes est, dans notre approche, l'approche FS et l'approche KMV, de 0,0016, 0,32 et 0,57. Une valeur plus élevée de la probabilité de défaut induit des écarts de crédit d'une valeur plus élevée et inversement. Théoriquement, notre approche permet une meilleure estimation des paramètres et moins d'erreurs dans le calcul du taux de défaut de chaque firme.

Paramètres	Moyenne	Intervalle de confiance
α^{estim}	0.4063	0.3989-0.4137
σ_1^{estim}	0.1996	0.19906-2.002
σ_2^{estim}	0.3995	0.3984-0.4006
V_{01}^{estim}	100	99.9999-100.00001
V_{02}^{estim}	120	119.9999-120.0001

Table 8: Résultats d'estimation pour $Nsim=1000$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.4$, $\alpha=1$, $\mu_1=0.05$, $\mu_2=0.05$, $B_1=10$, $B_2=10$, $r=0.03$, $V_{01}=100$, $V_{02}=120$

Valeurs	σ	KMV	NA	FS
Firme 1	0.4	0.7482	0.3852	0.5891
Firme 2	0.3	0.4718	0.2959	0.2834
Firme 3	0.2	0.2	0.1982	0.1994

Table 9: Paramètres de chaque catégorie

3 Données

Dans cette partie, nous livrons un aperçu des données utilisées pour le calcul du spread de crédit historique pour chaque entreprise et des données observables utilisées dans la procédure d'estimation des paramètres de notre modèle : les valeurs au marché des capitaux propres, les taux de défaut moyens, le taux de recouvrement par catégorie et le taux d'intérêt sans risque.

3.1 Les données sur les obligations

Dans le but de calculer le spread de crédit de chaque échantillon étudié, on doit, tout d'abord, commencer par calculer le spread de crédit de chaque firme en soustrayant au taux actuariel des obligations propres à cette firme le taux des bons du Trésor pour la même maturité de dette. Pour ce faire, nous cherchons les cotations des obligations émises par les entreprises de notre échantillon et leurs caractéristiques (coupon et maturité) en procédant à la fusion des bases de données TRACE et FISD.

Depuis le mois de juillet 2002, les membres de la FINRA collectent les transactions des obligations corporatives à travers la base de données TRACE. Pour notre part, nous collectons les données sur les obligations corporatives des sociétés américaines à partir de WRDS. Feldhutter et Schaefer (2013, 2015) ont un échantillon plus large, car ils ont accès à la fois aux données de WRDS et de la FINRA. La limitation des données nous a obligés à relaxer le filtre pour les obligations choisies. En effet, on se limite aux obligations qui sont du premier rang non garanti (senior unsecured) à taux fixe ou zéro coupon et nous éliminons les obligations convertibles, vendables, libellées en devises, perpétuelles ou qui ont des fonds d'amortissement. Notre échantillon contient des obligations

Valeurs	V_0	KMV	NA	FS
Firme 1	97.456	100.0724	100.0724	100
Firme 2	80	78.7179	79.9969	80
Firme 3	70	69.9492	69.9993	70

Table 10: Paramètres de chaque catégorie

Valeurs	Probabilité théorique	KMV	Erreur	NA	Erreur	FS	Erreur
Firme 1	0.039	0.618	0.57	0.037	0.0016	0.3638	0.3248
Firme 2	0.0065	0.3059	0.29	0.0081	0.0015	0.1174	0.1109
Firme 3	$4.73 \cdot 10^{-5}$	0.007	0.007	$8.59 \cdot 10^{-5}$	$3.86 \cdot 10^{-5}$	0.0018	0.0017

Table 11: Paramètres de chaque catégorie

rachetables, car, si nous éliminons ce type d'obligations, nous n'aurons pas de données suffisantes pour le calcul des spreads historiques. Au contraire, Feldhutter et Schaeffer ont une base de données plus riche pour les transactions des obligations à partir de la FINRA.

La base de données TRACE permet de collecter le prix des transactions. Si les prix de fermeture existent, nous les utilisons pour chaque journée. Pour chaque obligation dans la base de données TRACE, nous recherchons les caractéristiques correspondantes dans la base de données FISD. Nous avons besoin de la valeur des coupons et des maturités. Pour le calcul du spread, nous utilisons aussi la valeur de la maturité que nous calculons pour chaque obligation afin de pouvoir classer les obligations par horizon de dettes. Ainsi, les dates d'émission et d'échéance sont disponibles dans la base FISD.

Nous commençons par nettoyer la base de données TRACE en utilisant l'algorithme de Dick Nelson, afin d'éliminer les anomalies, puis nous recherchons les prix de chaque obligation et nous gardons le prix de fermeture pour chaque journée de négociation. L'échantillon TRACE contient 12 000 obligations correspondant à 30 000 firmes. Dans la base FISD, nous cherchons les caractéristiques nécessaires, puis nous appliquons le filtre décrit plus haut. L'échantillon FISD contient 9 454 obligations de 6 000 firmes. La fusion entre les deux bases se fait à l'aide de CUSIP. La clé CUSIP est constituée de 9 caractères (chiffres et lettres) dont les six premiers identifient la firme et les 3 derniers, l'obligation. Par conséquent, il s'agit d'une clé unique. La base de données fusionnée FISD/TRACE contient finalement 12 053 obligations émises par 1 042 firmes différentes. Pour chaque entreprise, nous conservons un seul prix par date de transaction.

3.2 Données sur les entreprises

En plus des données observées sur les prix des obligations, nous avons besoin de la valeur des capitaux propres ainsi que de la valeur faciale des dettes pour les entreprises. La valeur quotidienne des capitaux propres est calculée par la multiplication du nombre d'actions en circulation par le

prix de l'action pour chaque entreprise. La valeur faciale des dettes est considérée comme la somme des dettes à court terme et de la moitié des dettes à long terme.

Ces données sont disponibles dans deux autres bases de données. COMPUSTAT contient les valeurs des dettes à court et à long terme ainsi que la notation de Standard and Poor's (SP) attribuée aux dettes à long terme. Les informations sur les dettes sont disponibles mensuellement. Le cours de clôture journalière et le prix des actions en circulation sont tirés de la base de données CRSP.

La procédure d'estimation des paramètres d'une journée déterminée nécessitant quatre ans de données et les données sur les obligations étant disponibles uniquement depuis 2002, nous conservons les données fusionnées des bases CRSP et COMPUSTAT à partir de 1998. Des nettoyages de données sont nécessaires à chaque étape du calcul pour éliminer les données aberrantes et maintenir la correspondance entre les quatre bases de données et la concordance des dates. Ce point est d'une importance majeure et complique notre travail d'estimation, car, pour chaque tâche, on doit, dans un premier temps, vérifier la disponibilité des prix des obligations et, dans un second temps, s'assurer que les données des capitaux propres, la valeur faciale des dettes et les notations sont accessibles pour la période d'observation disponible pour les obligations. Ceci réduit l'échantillon dans plusieurs cas. L'échantillon de départ pour les cotations et les valeurs de dettes contient 1 854 firmes différentes. Ensuite, nous éliminons les firmes dont le nombre d'observations n'est pas suffisant pour assurer une convergence de l'algorithme d'estimation des paramètres.

Une fois les bases de données CRSP et COMPUSTAT fusionnées, nous cherchons les firmes qui existent à la fois dans CRSP-COMPUSTAT et FISD-TRACE avec la clé CNUM (6 premiers caractères du CUSIP). Cette étape réduit considérablement le nombre des observations. Ainsi, nous ne conservons que 227 firmes et 488 obligations uniques.

La dernière étape de classification des données est la classification en fonction de la notation des firmes et de l'horizon des dettes (par exemple, les firmes de la classe BBB dont les dettes sont d'une maturité de 10 ans). Une entreprise peut figurer plus d'une fois dans les différents échantillons en fonction de la séniorité au court du temps. La procédure de sélection des données vise à choisir, dans la base de données FISD-TRACE, les obligations dont la maturité est comprise entre 3 et 5 ans pour l'horizon d'estimation à moyen terme et entre 9 et 11 ans pour l'horizon à long terme. Ensuite, nous recherchons les firmes qui figurent dans la base de données CRSP-COMPUSTAT. Le tableau suivant résume les nombres de firmes après application de tous les filtres décrits ci-dessus.

Dans la mesure où notre objectif est de valider la procédure d'estimation et d'analyser les résultats, nous choisissons de travailler avec l'échantillon longue maturité de la classe BBB. L'échantillon

Classe	Longue maturité	Maturité moyenne
AAA	1	0
AA	9	4
A	27	7
BBB	48	3
BB	76	4
B	38	5

Table 12: Paramètres de chaque catégorie

de 48 entreprises est finalement réduit à 21 en raison d'anomalies présentes dans les données brutes qui nous obligent à les supprimer des observations.

3.3 Taux de défaut historique

Au niveau de la troisième équation de notre procédure, nous égalisons le taux de défaut théorique moyen donné par le modèle pour l'échantillon aux taux de défaut moyen historiques observés par catégorie et par horizon de dettes. Nous utilisons les taux observés entre 1981 et 2013 présentés dans la table 24 d'un rapport Standard and Poor's (2014). *Feldhutter* et *Schaefer* (2015) utilisent des taux à partir de 1920. Cependant, il faut préciser que l'utilisation de données incluant la Seconde Guerre mondiale et la crise de 1929 induit des taux de défaut plus élevés et, par conséquent, des barrières de défaut également plus élevées.

4 Résultats empiriques et analyse

Dans cette partie, nous appliquons la nouvelle méthode d'estimation sur des données empiriques. La validation théorique nous a donné une idée des résultats attendus et de la différence entre le modèle standard et le modèle avec une barrière de défaut estimée empiriquement. Le but de cette dernière partie est d'appliquer les trois algorithmes, d'estimer les paramètres et de comparer les différentes approches compte tenu de la part du risque de défaut dans les écarts de crédit. Premièrement, nous étudions des échantillons d'une firme individuelle. Deuxièmement, nous considérons un échantillon de même classe de notation et nous appliquons toutes les étapes de mesure du risque de défaut. En outre, nous analysons les résultats à deux niveaux. En premier lieu, nous faisons une analyse transversale des paramètres des firmes de l'échantillon étudié. En second lieu, nous comparons notre approche avec l'approche standard pour mettre en évidence l'impact du changement de modèle sur la quantification du risque de défaut.

L'objectif de ce mémoire n'est pas de comparer les écarts de crédit entre les classes de notation ou par maturité, mais plutôt d'étudier la différence constatée entre l'approche standard et notre approche dans l'estimation du risque de défaut dans les écarts de crédit. Ainsi, nous appliquons les algorithmes sur un unique échantillon d'une seule catégorie de notation et pour un seul horizon de dettes.

Avant d'étudier la totalité de l'échantillon, nous commençons par appliquer l'algorithme à deux entreprises de manière individuelle. Bien que cet exercice ne donne pas de résultats précis pour les écarts de crédit, la validation de l'algorithme pour une seule entreprise est importante. En effet, une fois validée, notre méthode peut être utile dans le cas de la disponibilité de la probabilité de défaut d'une entreprise donnée, car elle permet de calibrer le modèle structurel de manière à répliquer le comportement de défaut.

De plus, la convergence et la récupération des résultats sont plus faciles dans le cas d'une seule entreprise eu égard au nombre très élevé des paramètres à estimer. Ceci nous permet de comprendre la différence entre les méthodes d'estimation. Nous répétons cette tâche à deux reprises pour deux entreprises différentes dans le but d'établir l'hétérogénéité des entreprises d'une même classe de notation.

Nous considérons deux entreprises. La première entreprise est SUNCOO INC, une entreprise américaine du secteur Énergie, selon la classification GICS (Global Industry Classification Standard), notée BBB pendant la période d'estimation selon Standard et Poor's. La deuxième entreprise est SCANA corp, une entreprise spécialisée dans la distribution de l'électricité, notée aussi BBB

par la même compagnie de notation et classée dans "Utilities " aux termes de la classification GICS. L'évolution de la valeur des capitaux propres est donnée par la figure 5 pour la première entreprise et par la figure 12 pour la seconde.

Une analyse rapide de ces dernières figures nous permet de constater que la volatilité et la valeur moyenne des capitaux propres sont totalement différentes pour les deux firmes. En effet, les capitaux propres de la firme 1 varient entre 20 000 et 120 000 millions de dollars américains, alors que, pour la firme 2, la valeur des capitaux propres oscille entre 30 000 et 80 000 millions de dollars américains. Le constat est identique pour la valeur faciale des dettes : entre 700 et 1 400 millions de dollars américains pour la firme 1 (figure 6) et 1 800 et 3 000 millions de dollars américains pour la firme 2 (figure 13).

Les deux entreprises ont reçu la même notation, mais elles possèdent des caractéristiques différentes. Nous calculons l'écart de crédit historique des deux entreprises à un horizon de 10 ans, le taux sans risque à 10 ans étant donné par la figure 7. Ensuite, nous calculons l'écart de crédit théorique avec les paramètres estimés par les trois approches étudiées.

Les figures 8, 9 et 10 contiennent l'estimation de la volatilité des actifs pour la firme 1, respectivement avec notre approche, l'approche KMV et l'approche FS. La figure 11 contient l'estimation du coefficient α de notre approche pour la firme 1.

Les figures 14, 15 et 16 proposent une estimation de la volatilité des actifs pour la firme 2, respectivement avec notre approche, l'approche KMV et l'approche FS. La figure 17 présente l'estimation du coefficient α avec notre approche pour la firme 2.

Premièrement, le coefficient α varie entre 0,7 et 1,3 pour la firme 1 et entre 0,45 et 0,7 pour la firme 2. Ceci s'explique par la différence entre la volatilité des capitaux propres et la volatilité des actifs dans les deux entreprises, le rapport des dettes par les capitaux propres et la valeur faciale des dettes. Bien que l'on calibre à la même valeur de taux de défaut moyen pour les deux entreprises, notre algorithme converge vers des valeurs différentes pour α dans les deux entreprises.

La probabilité de défaut pour le modèle standard de Merton est inversement proportionnelle à la valeur des actifs et croissante en fonction de la valeur faciale des dettes. Ainsi, plus la valeur des actifs est élevée, plus la probabilité de défaut est faible.

Cette relation explique qu'une entreprise qui possède plus de fonds propres sera capable de payer ses dettes. Nous remarquons qu'en moyenne, la firme 1 a une valeur d'actifs plus élevée et malgré un calibrage aux même taux de défaut pour les deux entreprises, notre algorithme ne donne pas la même valeur pour la barrière de défaut et ce, à cause de l'ajustement en fonction de la valeur des

actifs. Pour la même valeur de taux de défaut et des valeurs comparables des valeurs faciales des dettes, l'entreprise avec une valeur d'actifs plus élevée aura un coefficient α plus élevé.

La moyenne des volatilités diffère également d'une entreprise à l'autre. Nous mesurons une volatilité moyenne de 42,2 % pour la firme 1 avec notre méthode (tableau 13) et une moyenne de 23,03 % pour la firme 2 avec cette même approche. Les valeurs moyennes diffèrent dans les deux autres approches en raison de la différence de modèle (tableau 14). Cependant, pour les trois approches, l'évolution temporelle de la volatilité dans les deux entreprises sur la période d'estimation est négativement corrélée à la variation du coefficient α . Ce résultat coïncide avec la justification de Davydenko (2012) et valide notre algorithme pour l'estimation d'une variable supplémentaire par rapport au modèle standard.

Nous présentons aussi, dans le tableau 13, la valeur des écarts de crédit moyenne donnée par le modèle ainsi que la valeur du risque de défaut pour les deux firmes. Alors même que la probabilité de défaut est identique en raison de calibrage aux taux de défaut historique de 4,3 %, la valeur des écarts de crédit diffère, en moyenne, selon l'entreprise concernée. Même dans un secteur identique ou pour des activités similaires, les écarts de crédit ne sont pas les mêmes. Parfois, deux filiales d'une même entreprise peuvent avoir des spreads différents pour des dettes aux caractéristiques identiques.

Nous remarquons que la valeur du risque de défaut donnée respectivement par notre approche, l'approche standard et l'approche FS est de 47 %, 53 % et 39 % pour la première firme et de 39 %, 48 % et 31 % pour la seconde. La valeur de l'écart de crédit théorique moyen et la valeur du risque de défaut sont différentes pour les deux firmes. La valeur du spread moyen donnée par l'approche standard est en générale supérieure de 20 points de base à celle obtenue avec notre approche, tandis que la valeur donnée par l'approche FS est inférieure de 20 points à celle déterminée par notre approche. En moyenne, l'approche à deux niveaux (standard) surestime le spread théorique et l'approche FS le sous-estime par rapport à l'approche que nous proposons.

L'analyse précédente, après l'application des algorithmes sur deux échantillons d'une seule entreprise, valide l'hypothèse de l'hétérogénéité des catégories de notation. Pratiquement, nous avons démontré que, pour deux entreprises d'une même catégorie de notation, les paramètres estimés et observés ne sont pas les mêmes et l'hypothèse d'une firme représentative avec des paramètres moyens n'est pas totalement valide.

Par conséquent, nous prenons, désormais, en considération l'hétérogénéité. Nous estimons les paramètres pour chaque entreprise de l'échantillon afin de calculer un écart de crédit moyen pour l'échantillon. Le but de ce mémoire n'est pas de prouver l'impact de l'hétérogénéité sur la valeur des écarts de crédit pour un échantillon, mais plutôt d'éviter d'utiliser une firme représentative

pour l'échantillon étudié. Dans ce contexte, un nombre élevé d'entreprises n'est pas nécessaire pour comparer les modèles étudiés et pointer du doigt les différences entre notre approche et les deux autres.

En raison des anomalies touchant les données brutes, la complexité de la résolution des algorithmes ($2n+1$ équations pour n entreprises) et le nombre élevé des paramètres à estimer, nous utilisons un échantillon de 21 entreprises de la classe BBB (voir l'explication en partie 3) pour rendre nos algorithmes performants.

Le tableau 15 illustre une analyse descriptive de la variation des capitaux propres des entreprises de l'échantillon. La volatilité moyenne des capitaux propres de l'échantillon est de 37 % et varie entre 7,29 % et 183,76 %. La valeur moyenne des capitaux propres n'est pas la même pour toutes les entreprises : la valeur minimale est d'environ 13 791 millions de dollars américains et la valeur maximale d'environ 62 551 millions de cette même monnaie. La classe BBB est la classe qui contient le plus grand nombre d'entreprises de la catégorie Investissement (voir pourquoi, même pour un échantillon de 21 entreprises, nous remarquons une grande disparité entre les paramètres des entreprises de notre échantillon).

Nous montrons, ci-dessous, que la correction que nous proposons d'apporter au modèle standard jouera un rôle important dans l'ajustement de la probabilité de défaut aux taux de défaut historiques et dans l'estimation des fondamentaux des firmes étudiées.

Premièrement, nous calculons l'évolution des écarts de crédit historiques sur la période d'estimation (où les données sont disponibles) et nous calculons un écart de crédit moyen par nombre d'entreprises et par nombre d'observations. Ensuite, nous calibrons les modèles aux valeurs des capitaux propres et à la valeur du taux de défaut moyen de la classe BBB pour un horizon des dettes à 10 ans.

La procédure d'estimation décrite dans la partie 2 nous a permis de mesurer l'évolution de l'écart de crédit pour chaque entreprise sur les périodes où les données sont disponibles. La figure 4.15 indique la variation de l'écart de crédit moyen de l'échantillon entre 2002 et 2016. On remarque que la courbe possède deux pics : un premier pic de 300 points de base pendant la période du crash financier de 2001-2002 et un second pic, plus important, de 600 points de base, pendant la crise financière à partir de 2007. Durant la crise financière, les spreads enregistrés étaient dus, principalement, à la fois au risque de défaut, mais aussi aux primes de liquidité, un mouvement de masse de vente d'obligations ayant eu lieu à la suite de la dégradation de la qualité des dettes qui changeaient de séniorité pendant une courte période de temps. Cependant, de manière générale, la variation du spread chargé pour une dette quelconque varie selon les interprétations des investisseurs des facteurs macroéconomiques.

Nous avons regroupé dans le tableau 16 les valeurs des écarts de crédit moyens enregistrés pour chaque entreprise de notre échantillon. L'écart de crédit historique moyen n'est pas le même pour toutes les entreprises. La valeur maximale est de 313 points de base et l'écart de crédit le plus faible, de 189 point de base, la moyenne de l'échantillon étant d'un peu plus de 260 points de base. La différence entre la borne inférieure et la borne supérieure du spread est de l'ordre de 150 points de base. Cela démontre que, parfois, la notation d'une entreprise par les compagnies de notation ne reflète pas exactement l'évaluation de la qualité de la dette par le marché et qu'un chevauchement entre les spreads de crédit peut être observé à travers les classes.

La figure 20 traduit l'évolution du coefficient α pour l'échantillon et on remarque que sa valeur est de l'ordre de 70 %. Ainsi, pour des entreprises de la classe BBB et pour un horizon des dettes à 10 ans, la convergence de notre approche vers une valeur de la barrière de défaut inférieure à la valeur faciale des dettes montre que, dans ce cas, l'approche standard surestime le risque de défaut. Le fait de calibrer, dans notre modèle, au taux de défaut moyen a pour conséquence que la valeur de la probabilité de défaut moyenne de l'échantillon est figée à 4,3 % après estimation des paramètres avec notre approche. Cependant, le taux de défaut moyen estimé est différent pour les deux autres approches.

La figure 21 résume les résultats du tableau 17. Les probabilités de défaut moyennes estimées par les trois approches ne sont pas consistantes. En effet, l'approche standard donne une valeur plus élevée que notre approche. Quant à l'approche FS, elle donne une valeur moins élevée que la nôtre. La probabilité de défaut moyenne pour l'approche standard est de 6 %, soit 2 % supérieure à la valeur historique observée. Cependant, pour l'approche FS, on enregistre une valeur de 2,99 %. Il est évident que, dans ce cas, l'approche standard surestime le taux de défaut moyen de l'échantillon et, intuitivement, la probabilité de défaut individuelle de chaque entreprise. L'approche FS sous-estime les variables en question. Les probabilités de défaut individuelles sont calculées après estimation de la valeur et de la volatilité des actifs et du coefficient α .

Nous remarquons que la probabilité de défaut individuelle varie entre 1,29 % et 10,5 % dans notre approche, entre 1,4 % et 17 % avec l'approche KMV standard et entre 1,2 % et 5 % si l'on utilise l'approche FS. Il est évident que la différence entre les approches d'estimation a un impact considérable sur les estimations de la probabilité de défaut moyenne pour les entreprises de l'échantillon.

Une première explication de la différence de probabilité de défaut se situe dans la valeur de la volatilité des actifs estimés. En premier lieu, la volatilité moyenne des actifs varie d'une entreprise à l'autre dans les trois approches. Avec notre approche, la volatilité moyenne de l'échantillon est de 46 %. On constate également une grande variabilité de part et d'autre de cette valeur avec une borne inférieure à 7,4 % et une borne supérieure à 282 %. L'approche standard enregistre une moyenne de 49 % avec une valeur minimale de 7,5 % et une valeur maximale de 317 %. L'approche FS débouche, en général, sur une valeur plus faible pour la volatilité. La valeur moyenne de la volatilité de l'échantillon est de 38 % avec une variabilité similaire aux autres approches, autour de la moyenne. En second lieu, nous remarquons que la volatilité est, en général, plus élevée dans le cas standard et moins élevée dans l'approche FS par rapport à la volatilité estimée dans notre approche. Ceci explique, en partie, la différence des valeurs de probabilité intra-échantillon, car, dans les modèles structurels, plus la volatilité des actifs est élevée, plus la chance de défaut est importante.

En plus de la volatilité, la valeur des actifs aura un impact sur le taux de défaut estimé et la valeur des écarts de crédit. En effet, dans le cas des modèles structurels, pour des valeurs de capitaux propres fixe aux valeurs observées sur le marché. Une valeur différente des actifs signifie une valeur différente pour les dettes estimées aussi.

Toutes choses égales par ailleurs, plus les valeurs d'actifs sont faibles, plus la probabilité de défaut est importante et la prime de défaut chargée par les investisseurs, élevée. À l'égard de la volatilité des actifs, la valeur moyenne des actifs présente une variabilité intra-échantillon. Dans

notre approche, comme montré dans le tableau 8, la moyenne des valeurs d'actifs de l'échantillon est de l'ordre de 98 000 millions de dollars américains, selon les estimations. Une grande variabilité par rapport à la moyenne est aussi observée, de 19 000 à 190 000 millions de dollars américains. La moyenne des valeurs est moins élevée dans l'approche standard et plus élevée avec l'approche FS.

Le tableau 20 contient les écarts de crédit estimés avec les trois approches et la valeur historique de l'écart de crédit moyenne pour chaque entreprise. Le rapport des valeurs estimées par les modèles structurels étudiés pour les écarts historiques observés (colonne 1) donne le pourcentage du risque de défaut dans les spreads. La figure 22 illustre les valeurs moyennes de l'écart de crédit pour chaque entreprise mesurées respectivement à partir des données historiques de notre approche, du modèle KMV standard et de l'approche FS.

Une observation générale de cette figure permet de conclure à la variation des écarts de crédit moyens d'une entreprise à l'autre. La moyenne de la valeur d'écart de crédit historique pour l'échantillon est de 260 points de base et les valeurs fluctuent entre 189 et 313 points de base. Les valeurs théoriques moyennes pour chaque entreprise de l'échantillon diffèrent d'une approche à l'autre. Dans notre approche (colonne 3), la valeur moyenne est de 103 points de base, la valeur minimale, de 52 points de base, et la valeur maximale, de 152 points de base.

L'approche KMV standard donne généralement des écarts de crédit supérieurs aux valeurs estimées par notre modèle. Avec cette approche, la moyenne des valeurs estimées est de l'ordre de 147 points de base, le minimum de l'échantillon, de 101 points de base, et le maximum, de 209 points de base. Contrairement à l'approche standard, les valeurs estimées par l'approche FS sont généralement inférieures aux valeurs de notre méthode. Nous remarquons, ainsi, que la moyenne des valeurs estimées avec l'approche FS est de l'ordre de 80 points de base. La valeur minimale est de 52 points de base et la valeur maximale, de 119 points de base.

Au regard des chiffres enregistrés précédemment pour la valeur et la volatilité des actifs et le coefficient α , la méthode KMV et notre approche ont des valeurs quasiment similaires pour la volatilité, mais la différence au niveau du coefficient α implique une surestimation des écarts de crédit dans la méthode standard. La méthode FS donne des valeurs plus faibles pour la volatilité et des valeurs, en moyenne, plus élevées pour les fonds propres. C'est ce qui explique la présence de valeurs généralement moins faibles pour les écarts de crédit théoriques.

L'hypothèse d'un échantillon hétérogène est d'une importance réelle pour mesurer la valeur du risque de défaut dans l'écart de crédit. En effet, la moyenne du risque de défaut pour l'échantillon étudié est de 39 % avec notre approche, alors que la part de défaut varie de 30 % à 48 % selon les

entreprises. La valeur moyenne (56 %) est plus élevée dans l'approche standard KMV et l'entreprise avec la part de défaut la plus faible enregistre une valeur de 49 %, tandis que l'entreprise avec la part de défaut la plus élevée atteint les 66 %. Quant à l'approche FS, la moyenne du risque de défaut dans les écarts de crédit est de l'ordre de 31 % et les valeurs enregistrées varient entre 27 % et 38 %.

Nous remarquons, ici même, dans un échantillon de 21 entreprises, qu'une seule firme ne représente pas la valeur de l'écart de crédit de l'échantillon.

La figure 20 montre, comme chez Feldhutter et Schaefer (2015), que le modèle structurel est capable de capter l'évolution temporelle des écarts de crédit. En effet, nous dessinons, pour chaque approche, l'évolution de l'écart de crédit moyen observé pour l'échantillon et l'écart de crédit moyen estimé sur le même graphe. Généralement, les trois approches répliquent l'évolution temporelle de l'écart de crédit.

L'analyse précédente montre que la barrière de défaut estimée pour l'échantillon étudié est de l'ordre de 70 % de la valeur faciale des dettes. Ce calibrage permet à la fois de répliquer le taux de défaut observé en fonction de la notation et de l'horizon, mais aussi les valeurs des capitaux propres, ce qui permettra à l'algorithme de converger vers des valeurs plus précises pour les paramètres du modèle. Nous constatons aussi que l'approche utilisée aura un effet sur la valeur mesurée des écarts de crédit et que la part de défaut n'est pas consistante.

Le risque de défaut dans les écarts de crédit n'est pas nul et les investisseurs demandent une prime pour le risque de défaut non diversifiable. Par ailleurs, il ne représente pas 100 % de l'écart de crédit observé. En se basant sur l'échantillon étudié, la figure 23 montre que le risque de défaut est de 39 %, 56 % et 30 %, respectivement pour notre approche, l'approche KMV et l'approche FS. D'autres facteurs peuvent expliquer la prime excédentaire au taux des obligations émises par le gouvernement, comme la liquidité et les taxes.

Conclusion

À ce jour, aucun consensus n'a été trouvé sur la valeur de défaut dans les écarts de crédit et la méthodologie de la mesure. Ce mémoire essaie de traiter la problématique d'une autre façon. Notre travail se différencie de la méthodologie standard sur trois points. Le premier concerne le calibrage simultanée d'un modèle structurel à la fois au taux de défaut historique ainsi qu'à la valeur et à la volatilité des capitaux propres d'une firme. Par conséquent, l'estimation permet de répliquer les taux de défaut moyens et la valeur des capitaux propres.

Le deuxième consiste à supposer l'hétérogénéité des catégories de notation. Ce point est le moins développé et le plus récent dans la littérature. Il implique de calculer les spreads de crédit pour toutes les entreprises, puis leur moyenne, et complique la résolution du système des équations. Le dernier point est l'ajout d'un autre paramètre à estimer, la barrière de défaut empirique. Nous montrons, théoriquement et empiriquement, que la limite de défaut peut être une proportion de la valeur faciale des dettes. Nous aboutissons à une barrière moyenne de 70 % de la valeur faciale des dettes pour l'échantillon d'entreprises BBB étudié. Ce résultat est en harmonie avec les travaux de Davydenko (2012), qui prouve que la moyenne des seuils de défaut est de 65 %, Huang et Huang (2012) utilisant une barrière de 60 % de la valeur faciale des dettes.

Contrairement au modèle standard, notre modèle offre une flexibilité dans l'estimation de la barrière de défaut. Ainsi, toutes choses égales par ailleurs, le modèle standard surestime la probabilité de défaut, d'où des écarts de crédit lorsque la valeur de défaut est soit inférieure à la valeur faciale des dettes soit surestimée dans le cas opposé.

Dans ce mémoire, nous pointons également du doigt, par application de nos algorithmes sur des données réelles, un cas particulier d'hétérogénéité des catégories de notation. En effet, pour deux entreprises de la classe BBB, nous obtenons des paramètres différents pour les fondamentaux. Ce dernier résultat valide le constat que la considération d'une seule firme représentative pour chaque catégorie biaise l'estimation en raison des différences de caractéristiques des entreprises. Finalement, malgré la cohérence de nos résultats avec la littérature existante et la validation de cette approche d'estimation, nous espérons que la méthode sera appliquée avec plus de données propres afin d'en tirer davantage de conclusions sur les spreads de crédit. En outre, bien que les modèles structurels soient simples, leur calibrage aux données réelles peut compenser leurs quelques limites. Une autre utilisation potentielle est d'inférer les paramètres d'un modèle structurel à partir du calibrage aux valeurs observées des écarts de crédit quotidiens. Enfin, les paramètres pourraient être utilisés pour prédire la variation des écarts de crédit par l'intermédiaire de simulations. Les gestionnaires de portefeuille investissent, en effet, beaucoup de temps pour comprendre les tendances

du marché, afin de prédire la variation probable des écarts de crédit.

Annexe

ME	σ_v	$V_{moyenne}$	Spread moyen V	défaut
NA	42.2%	102960	135	47%
KMV	43%	102330	135	53%
FS	29%	11650	112	39%

Table 13: Paramètres de la firme 1

ME	σ_v	$V_{moyenne}$	Spread moyen	défaut
NA	23.25%	94800	72	39%
KMV	23.03%	9200	95	48%
FS	14.03%	98400	61	31%

Table 14: Paramètres de la firme 2

Entreprise	Volatilité des capitaux propres	Capitaux propres
1	10.4%	38088.1195
2	8.88%	60712.46159
3	15.42%	44771.47676
4	22.43%	59818.60973
5	46.52%	40037.64429
6	15.42%	37303.55073
7	74.72%	37303.55073
8	75.05%	51946.85272
9	15.79%	17255.2456
10	63.50%	54328.1236
11	60.95%	34495.07154
12	26.48%	42628.92635
13	77.47%	27791.78431
14	183.73%	17254.83002
15	21.58%	13791.83002
16	15.42%	20717.83002
17	12.69%	39685.99954
18	10.96%	61904.21785
19	9.09%	42674.32399
20	8.33%	40348.28766
21	7.29%	62551.85389
Moyenne	37%	40299.26
Écart type	41.90%	14967.10908

Table 15: Statistiques de l'échantillon étudié (unité: M dollars US)

Entreprise	Spread observé
1	252
2	197
3	276
4	280
5	283
6	301
7	304
8	297
9	199
10	301
11	299
12	284
13	303
14	313
15	269
16	282
17	198
18	255
19	196
20	189
21	196
Moyenne	260,666667

Table 16: Écart de crédit moyen observé pour chaque entreprise de l'échantillon

Entreprise	NA	KMV	FS
1	1,60%	1,80%	1,50%
2	1,50%	1,60%	1,40%
3	1,80%	2,10%	1,70%
4	2,70%	3,20%	2,40%
5	4,60%	6,00%	3,60%
6	5,90%	8,20%	4,20%
7	7,70%	11,70%	4,80%
8	8,70%	13,80%	5,00%
9	3,40%	4,20%	2,80%
10	7,30%	10,90%	4,70%
11	6,10%	8,60%	4,30%
12	5,70%	7,90%	4,10%
13	8,90%	14,20%	5,00%
14	10,50%	17,90%	5,10%
15	4,00%	5,10%	3,20%
16	2,20%	2,50%	1,90%
17	1,80%	2,00%	1,60%
18	1,70%	1,90%	1,60%
19	1,60%	1,70%	1,40%
20	1,30%	1,40%	1,20%
21	1,30%	1,40%	1,20%
Moyenne	4,30%	6,10%	2,99%

Table 17: Probabilité de défaut estimé pour chaque entreprise

Entreprise	NA	KMV	FS
1	10,70%	10,80%	10,50%
2	9,10%	9,20%	8,90%
3	15,10%	15,30%	14,60%
4	16,10%	16,40%	15,60%
5	23,90%	24,40%	22,70%
6	52,80%	55,10%	47,70%
7	91,00%	96,80%	77,90%
8	91,50%	97,30%	78,20%
9	16,50%	16,80%	15,90%
10	75,30%	79,40%	65,80%
11	71,80%	75,60%	63,10%
12	28,50%	29,20%	26,90%
13	95,00%	101,20%	80,90%
14	282,30%	317,10%	202,90%
15	22,90%	23,40%	21,80%
16	16,10%	16,40%	15,60%
17	13,20%	13,30%	12,80%
18	11,30%	11,40%	11,00%
19	9,30%	9,40%	9,10%
20	8,50%	8,60%	8,40%
21	7,40%	7,50%	7,30%
Moyenne	46,10%	49,30%	38,90%

Table 18: Volatilités moyennes estimés

Entreprise	NA	KMV	FS
1	83 925,39	83 545,32	84 068,04
2	177 177,43	175 483,52	177 789,72
3	84 229,87	83 847,05	84 373,55
4	108 106,28	107 475,66	108 340,71
5	172 879,46	171 266,74	173 463,43
6	90 687,32	90 243,54	90 853,44
7	81 271,88	80 915,47	81 405,80
8	137 209,36	136 193,49	137 582,59
9	26 662,91	26 624,55	26 677,64
10	147 586,76	146 411,41	148 016,77
11	72 092,12	71 811,67	72 197,87
12	100 046,97	99 506,86	100 248,39
13	52 196,43	52 049,42	52 252,30
14	26 662,04	26 623,69	26 676,77
15	19 801,95	19 780,80	19 810,10
16	34 279,97	34 216,56	34 304,24
17	89 449,88	89 018,14	89 611,58
18	182 986,36	181 179,56	183 637,90
19	100 214,73	99 672,81	100 416,82
20	91 786,97	91 332,37	91 957,07
21	186 180,75	184 310,32	186 854,35
Moyenne	98 354,04	97 690,90	98 597,10

Table 19: Valeur moyenne des actifs estimés (unité: M dollars US)

Entreprise	S hist.	NA	Défaut NA	KMV	Défaut KMV	FS	Défaut FS
1	252	89	35,32%	129	51,19%	68	26,98%
2	197	76	38,58%	120	60,91%	62	31,47%
3	276	95	34,42%	138	50,00%	75	27,17%
4	280	98	35,00%	144	51,43%	79	28,21%
5	283	107	37,81%	150	53,00%	84	29,68%
6	301	130	43,19%	174	57,81%	97	32,23%
7	304	144	47,37%	202	66,45%	114	37,50%
8	297	126	42,42%	157	52,86%	90	30,30%
9	199	81	40,70%	126	63,32%	66	33,17%
10	301	134	44,52%	179	59,47%	101	33,55%
11	299	128	42,81%	168	56,19%	93	31,10%
12	284	119	41,90%	153	53,87%	87	30,63%
13	303	140	46,20%	184	60,73%	106	34,98%
14	313	152	48,56%	209	66,77%	119	38,02%
15	269	92	34,20%	134	49,81%	73	27,14%
16	282	101	35,82%	147	52,13%	81	28,72%
17	198	79	39,90%	125	63,13%	64	32,32%
18	255	89	34,90%	131	51,37%	71	27,84%
19	196	65	33,16%	115	58,67%	55	28,06%
20	189	56	29,63%	101	53,44%	52	27,51%
21	196	65	33,16%	117	59,69%	58	29,59%
Moyenne	260,66	103,14	39,57%	147,761905	56,69%	80,7142857	30,96%

Table 20: Valeur moyenne des écarts de crédit estimés et risque de défaut

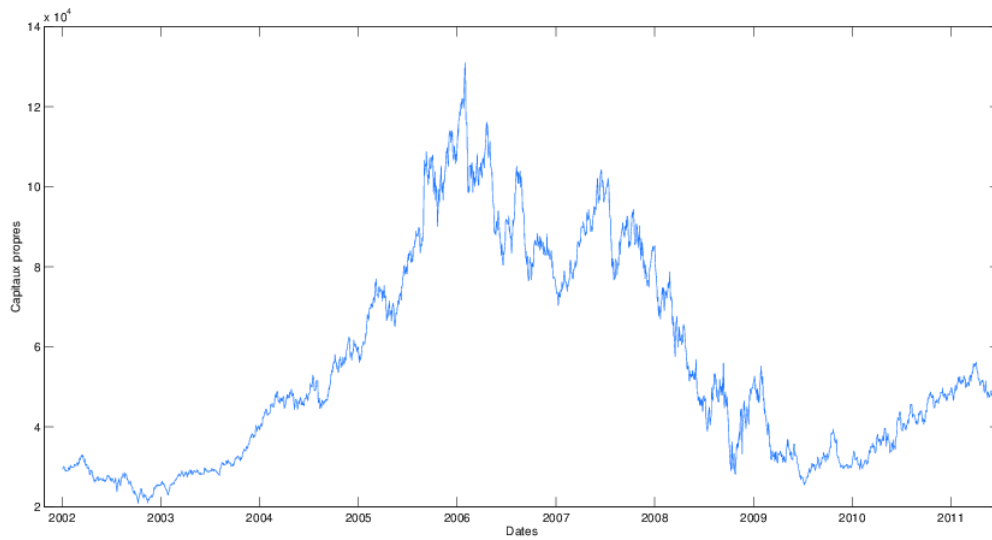


Figure 5: Évolution de la valeur des capitaux propres en million dollars US (firme 1)

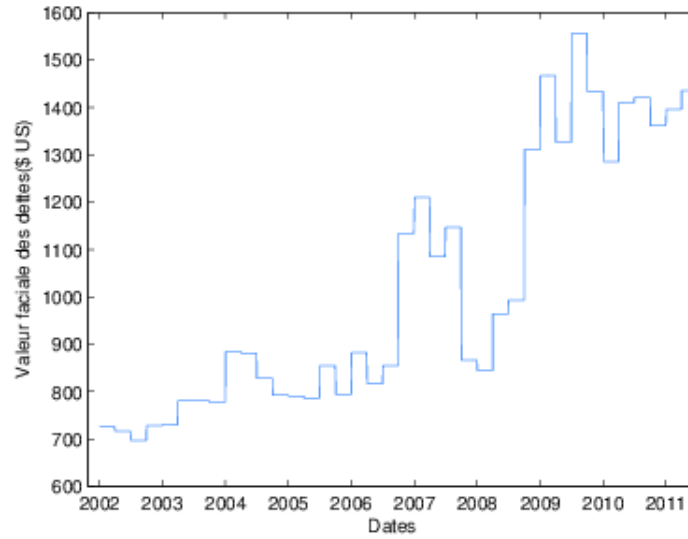


Figure 6: Évolution de la valeur faciale des dettes en million dollars US (firme1)

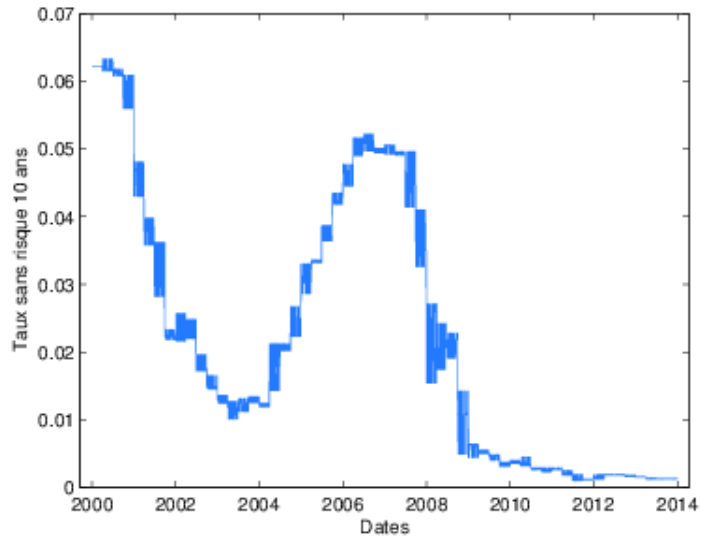


Figure 7: Taux sans risque 10 ans

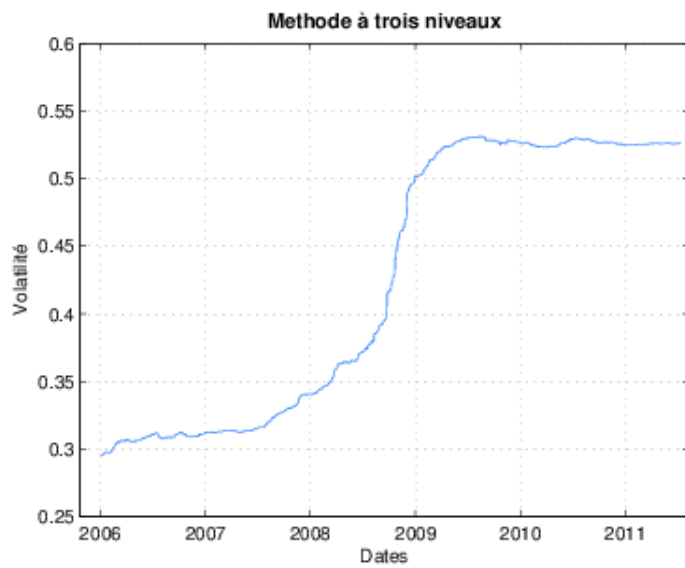


Figure 8: Volatilité estimé par notre approche (firme 1)

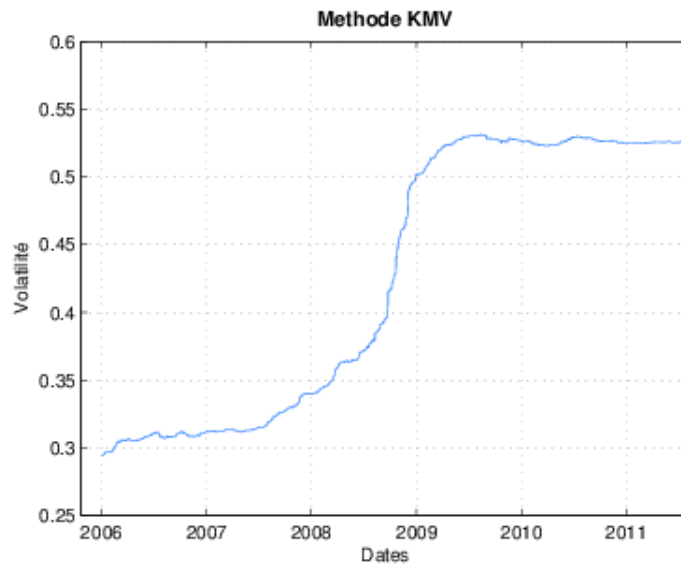


Figure 9: Volatilité estimé par KMV (firme 1)

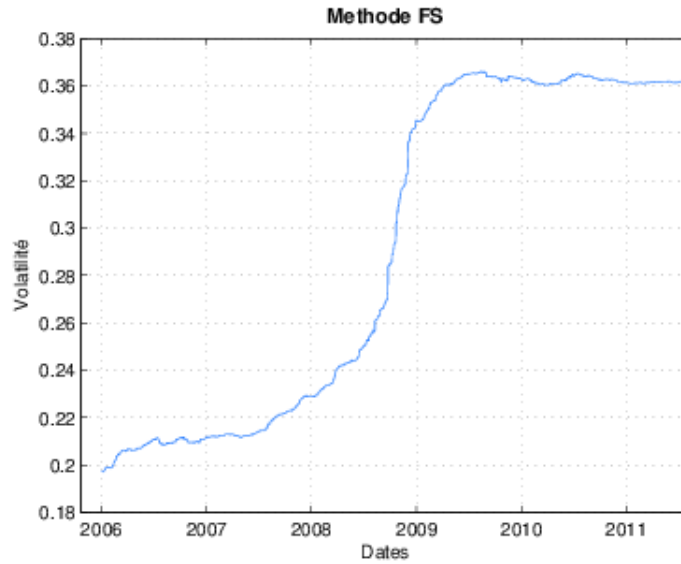


Figure 10: Volatilité estimé par FS (firme 1)

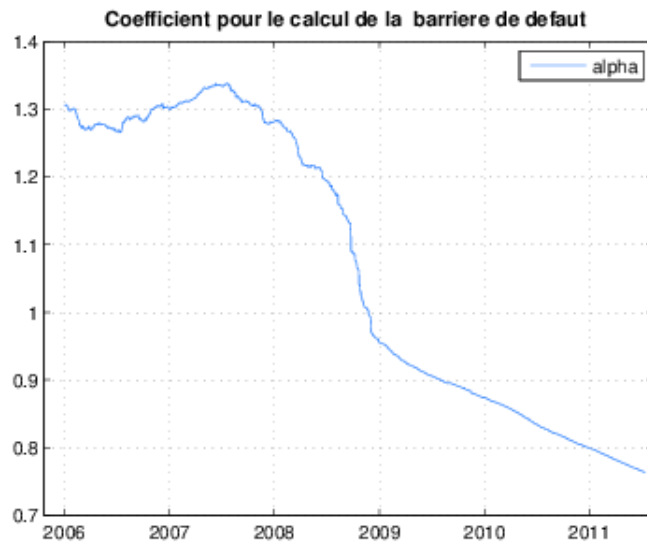


Figure 11: Variation de la valeur de coefficient de α (firme 1)

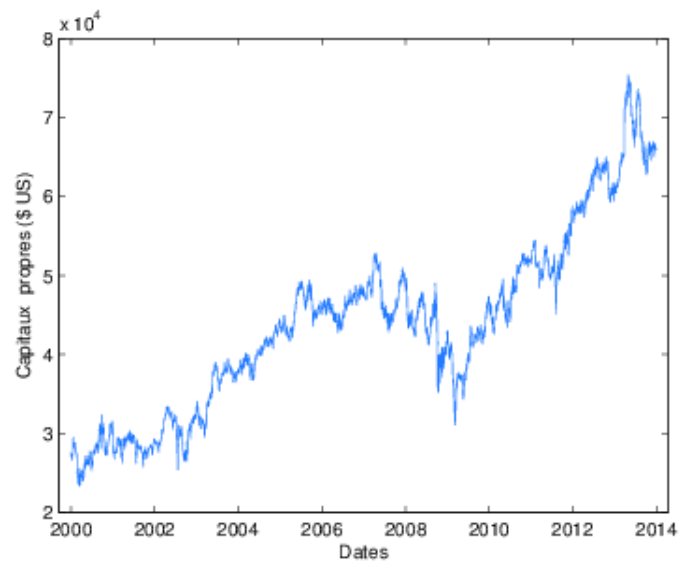


Figure 12: Évolution des capitaux propres

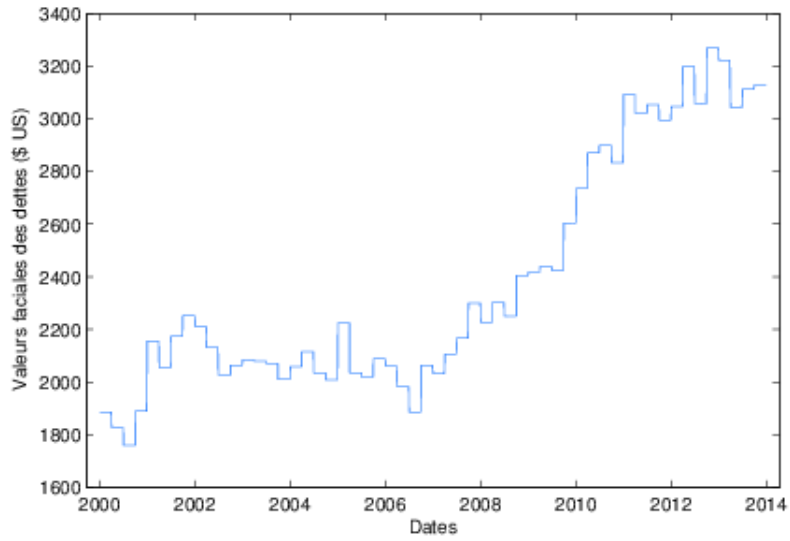


Figure 13: Évolution de la valeur des dettes pour la deuxième entreprise

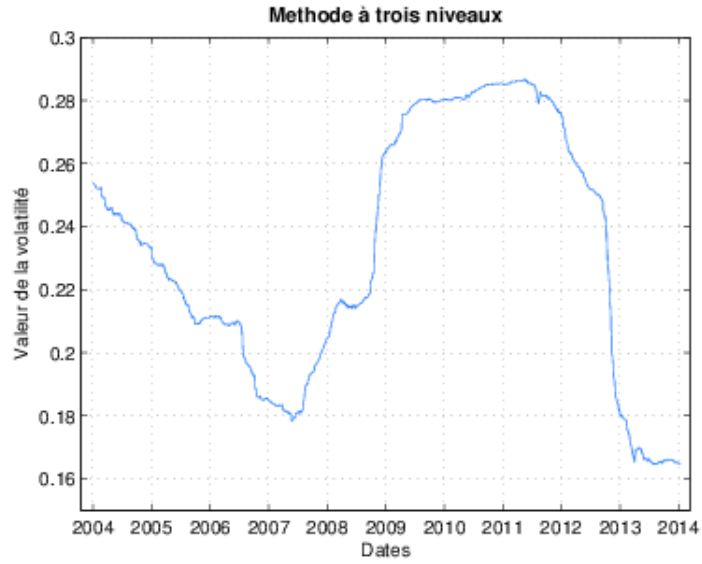


Figure 14: Volatilité estimée par notre approche (firme 2)

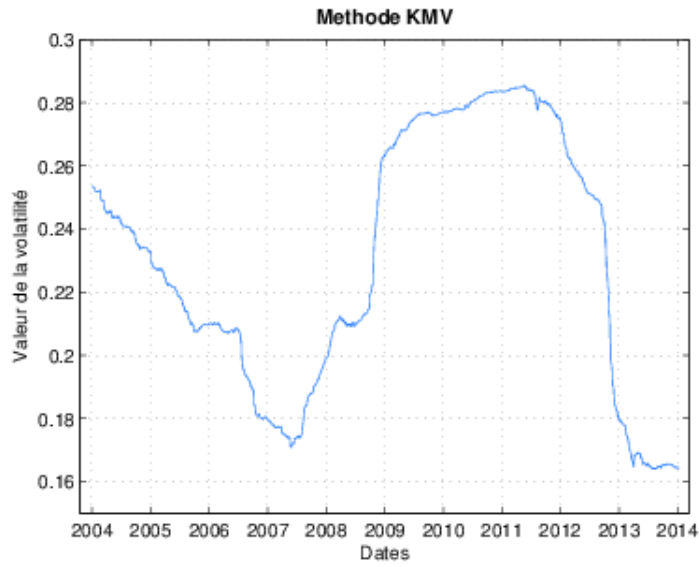


Figure 15: Volatilité estimée par KMV (firme 2)

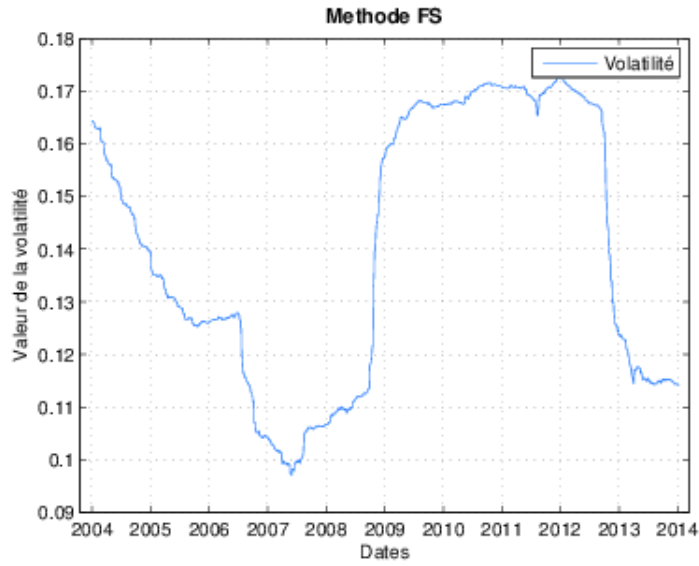


Figure 16: Volatilité estimée par FS (firme 2)

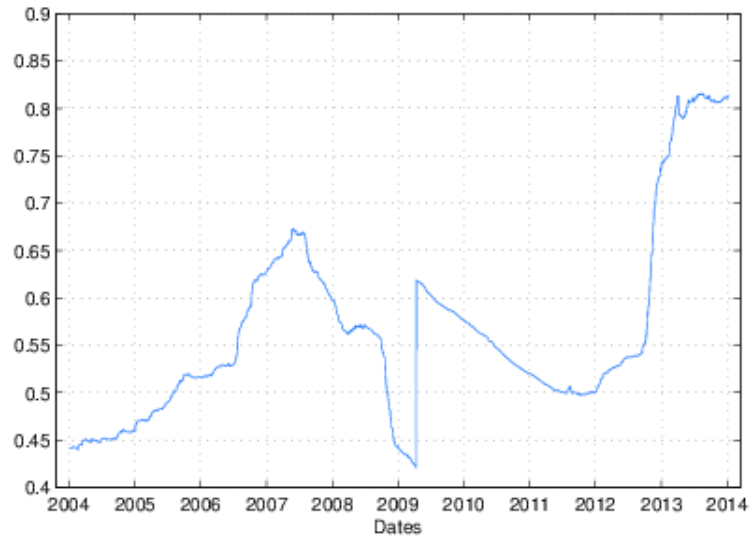


Figure 17: Évolution du coefficient α (firme 2)

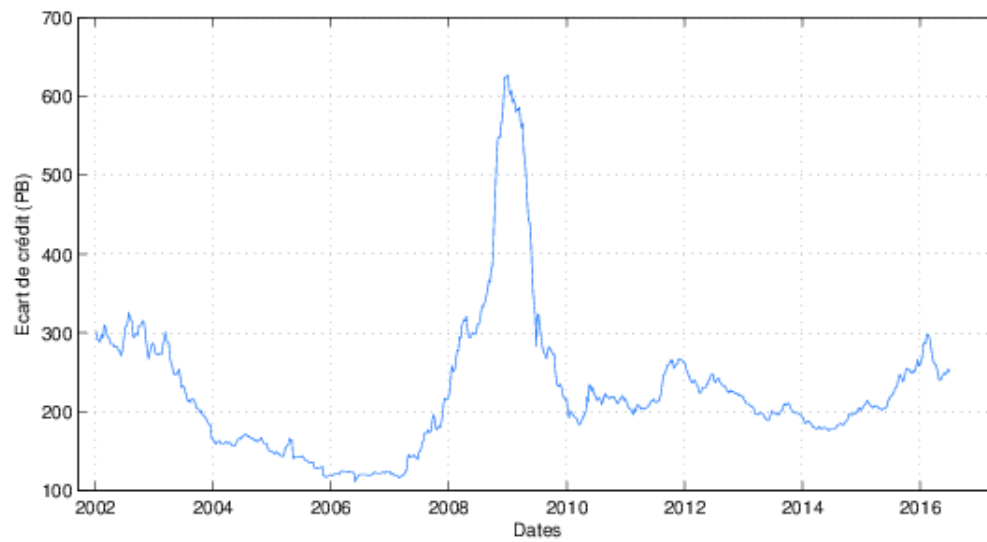


Figure 18: Écart générique moyen de l'échantillon



Figure 19: Évolution du coefficient α de l'échantillon

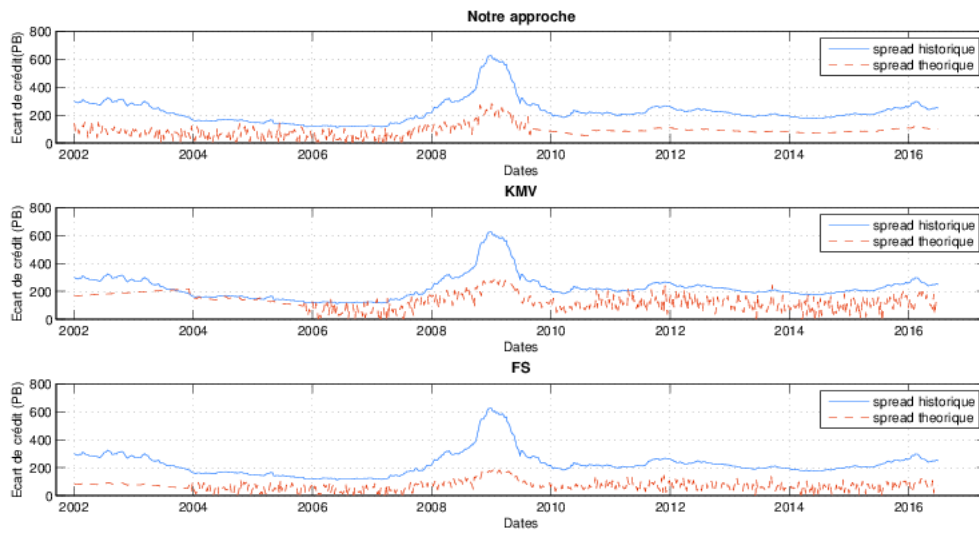


Figure 20: Comparaison entre le spread théorique et historique

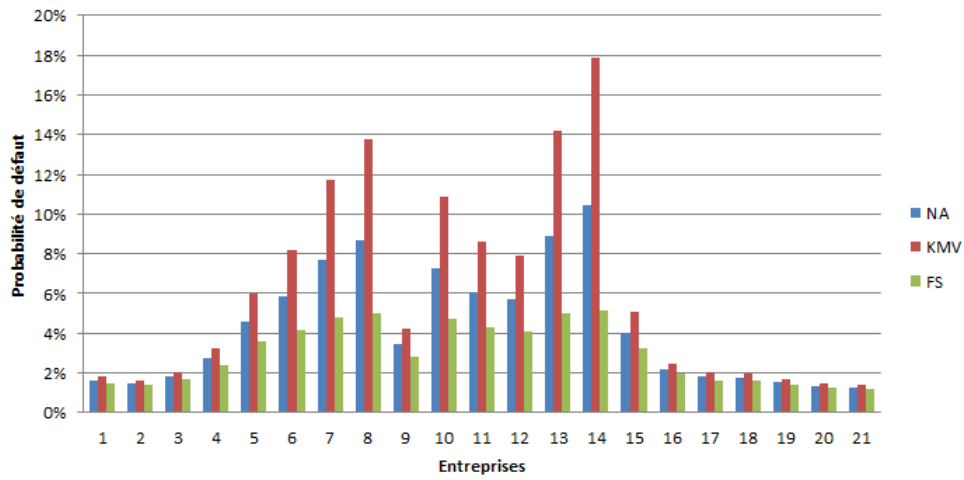


Figure 21: Probabilité de défaut estimés pour chaque entreprise

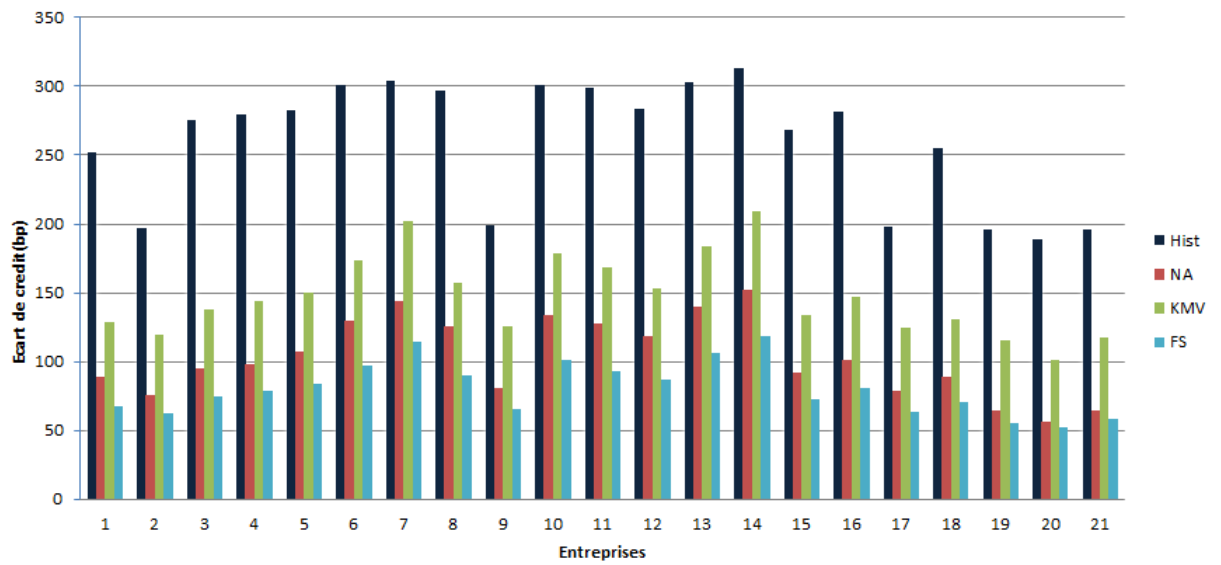


Figure 22: Ecart de credit moyen de l'échantillon

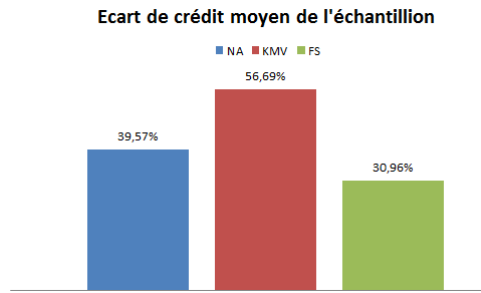


Figure 23: Ecart de crédit moyen de chaque entreprise

Bibliographie

- 1 C.Zhou. The term structure of credit spreads with jump risks. 2015, 25 (11).
- 2 A.David. Inflation uncertainty, asset valuations and the credit spread puzzle. *The Review Of Financial Studies*,2008, 21(6).
- 3 D. Nielson, J. Feldhutter and D.Lando, Corporate bond liquidity before and after the onset of the subprime crisis. *Journal of banking and finance*, 2012, (103).
- 4 F.A Longstaff, S.Mithal and E.Neis. Corporate yield spreads: default risk or liquidity. New evidence from the credit default swap market. *The Journal of finance*,2005, 60.
- 5 G,Delianedis and R,Geske. The components of corporate credit spreads: default, recovery, tax, jumps, illiquidity and market factors. working paper.
- 6 H.Leland and K.Toft. Optimal capital structure, endogenous bankruptcy and the term structure of credit spreads. *The Journal of finance*, 1996, 51(3).
- 7 J. Huang and M.Huang. How much of the corporate treasury yield spread is due to credit risk, *Journal of asset pricing studies*, 2012, (2).
- 8 J.Duan, G.Gouthier and J.Simonato, On the equivalence of the KMV and maximum likelihood methods for structural credit risk models, GERAD, 2005.
- 9 J.Ericsson and O.Renault, Liquidity and credit risk. *The Journal of finance*, 2006, (1).
- 10 L.Fisher. Determinants of risk premiums on corporate bonds, *The journal of political economy* , 1959, 67.
- 11 M.Schaefer and A.Strebulaev, Structural models of credit risk are useful: evidence from hedge ratios on corporate bonds,*Journal of financial economics*,2008, 90.
- 12 Crosbie and J.Bohn. Modeling default risk,KMV LLC,2002.
- 13 P.Dufresne,R. Goldstein and S.Martin, The determinants of credit spread changes, *The Journal of finance*, 2001, 56(6).
- 14 Peter Feldhutter and M Schaefer, The credit spread puzzle myth or reality, working paper,2015.
- 15 R.Chrm and N.Panigirtzoglou, Decomposing credit spreads, working paper.
- 16 R.Merton, On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates ,*The Journal of finance*, 1974, 29(2).

- 17 S.Bharath and T.Shumway.Forecasting default with the Merton distance to default model,The review of financial studies, 2008,21(3).
- 18 S.Davydenko. When do firms default ?A study of default boundary, working paper,20.
- 19 S.Shah and M.KEBEWAR. US corporate bond yield spread a dafault risk deabte,working paper.