HEC MONTRÉAL

La gestion stratégique du risque de change dans le contexte d'un portefeuille international

Par

Chad Amine Abounadi

Sciences de la gestion
Option finance

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de maîtrise ès sciences (M. Sc.)

Septembre 2007

Sommaire

L'intérêt grandissant pour la diversification internationale dans un portefeuille témoigne des avantages d'une telle pratique. Cependant, les investissements internationaux sont liés au risque de change causé par les fluctuations importantes dans la valeur des devises. La gestion du risque de change est alors une question cruciale quand il s'agit d'étudier les investissements internationaux. Cette question peut être traitée du point de vue tactique (à court terme) et du point de vue stratégique (plutôt à long terme). La littérature concernant la gestion stratégique du risque de change reste très partagée avec des ratios de couverture différents qui vont de la non couverture à la couverture totale des positions internationales.

Dans ce mémoire, nous nous sommes concentrés sur le volet stratégique afin de savoir s'il faut couvrir les positions internationales à long terme et avec quel ratio de couverture. Nous avons pris le cas d'un investisseur canadien ayant un portefeuille composé d'actifs domestiques et américains. Nous avons considéré trois portefeuilles : portefeuille mixte d'actions et d'obligations, portefeuille d'actions seulement, et portefeuille d'obligations seulement. Notons que la décision de couverture a été traitée conjointement avec la décision d'investissement à l'international.

Dans un premier lieu, nous avons utilisé l'approche historique en considérant des données historiques sur 315 mois pour trouver la composition du portefeuille optimal et le ratio de couverture qui en découle. Nous avons utilisé deux objectifs d'investisseur: la minimisation de la variance et la maximisation du ratio de Sharpe. Par la suite, nous avons utilisé l'approche factorielle inspirée de Terhaar, Staub et Singer (2002) avec les mêmes portefeuilles et les mêmes objectifs d'investisseur afin de trouver des compositions de portefeuille dans une perspective de long terme, puisque les résultats issus de l'approche historique dépendent de la période retenue. Nous avons retenu la différence entre l'inflation américaine et canadienne, la production industrielle américaine, et la différence des taux d'intérêt américains et canadiens comme facteurs de risque. Finalement, pour avoir une meilleure idée sur les valeurs ajoutées des différentes stratégies de couverture et de la pertinence même de la décision de la couverture stratégique, nous avons utilisé une approche de simulation par ré-échantillonnage inspirée de Kritzman et Page (2003) et Assoé, l'Her et Plante (2006). Nous avons utilisé cette approche pour analyser la sensibilité des stratégies de couverture à l'horizon de placement et pour simuler plusieurs ratios de couverture et extraire les meilleurs.

En utilisant l'approche historique avec l'objectif de minimisation de la variance, le ratio de couverture optimal est de 100% dans les portefeuilles d'actions seulement et d'obligations seulement. Quand il s'agit de l'objectif de maximisation du ratio de Sharpe selon la même approche, ce ratio de couverture est de 53,91% pour le portefeuille d'obligations seulement et de 50% pour le portefeuille d'actions seulement. Ces résultats montrent l'intérêt d'intégrer des positions internationales non couvertes lorsqu'il s'agit de tenir compte du compromis entre le rendement et le risque. En ce qui concerne l'approche factorielle, les ratios de couverture sont moins extrêmes et plus conformes à une logique de long terme. Le ratio de couverture tant des actions que des obligations est proche de 50% et ce, aussi bien avec l'objectif de minimisation de la variance que'avec celui de la maximisation du ratio de Sharpe.

L'approche de simulation par ré-échantillonnage nous a permis d'avoir une meilleure idée sur la question de couverture du portefeuille international. Nous n'avons pas trouvé de différence significative entre les valeurs ajoutées des différentes stratégies de couverture. De plus, la valeur ajoutée des stratégies de couverture tend à diminuer avec l'horizon de placement. Ces résultats suggèrent de prendre la question de couverture de façon relative face à d'autres décisions du processus d'allocation de portefeuille. La décision de couverture s'avère moins importante comparée avec la décision de l'allocation internationale. La simulation des ratios de couverture suggère une couverture partielle des positions internationales et une couverture plus importante des obligations comparées aux actions.

Mots clés : risque de change, portefeuille international, ratio de couverture, allocation d'actifs, portefeuille optimal, modèle factoriel, simulation par ré-échantillonnage.

Table des matières

Liste des tableaux

Remerciements

Je tiens à remercier mon directeur de mémoire Monsieur Kodjovi Assoé pour sa disponibilité et ses conseils avisés. Monsieur Assoé est en grande partie à l'origine de mon intérêt pour le risque de change et la finance internationale.

Je remercie également tous les professeurs du service de l'enseignement de la finance de HEC Montréal, qui ont réussi à créer un environnement propice à un enseigment de grande qualité.

Merci enfin à ma famille et mes amis qui m'ont soutenu tout au long de mes études et ma rédaction de mémoire.

1. Introduction

Visant la diversification internationale, un portefeuille institutionnel comporte généralement une proportion d'actifs étrangers. L'intérêt grandissant pour la diversification internationale est dû à plusieurs facteurs. Par exemple, les marchés étrangers peuvent présenter des rendements espérés plus grands que ceux du marché local (Solnik, 2003). La diversification internationale présente aussi une importante possibilité de diversification du risque (Conover, Friday et Sirmans, 2002; Harrington, 2003). Cette diversification est encore plus désirable avec une volatilité croissante des différents marchés boursiers (Solnik; 2003).

Cependant, la diversification internationale ajoute une importante composante de risque au portefeuille : le risque de change. Pour illustrer cela, prenons le cas d'un investisseur canadien qui a investit dans le marché américain durant l'année 1998 où le dollar américain s'est apprécié de 7,4% par rapport au dollar canadien. S'il avait investit dans le S&P 500 durant cette année, il aurait réalisé un rendement de 26,07% sur le marché américain mais son rendement en monnaie canadienne serait de 35,40%. Par contre un investisseur qui aurait investi toujours dans le S&P 500 pendant l'année 2003, où le dollar américain s'est déprécié de 17,93% par rapport au dollar canadien, aurait obtenu un rendement de 22,32% en dollar américain, mais son « vrai » rendement en devise canadienne ne serait que de 0,39%![1]

Ce risque de change est dû aux fluctuations importantes de la valeur des devises des différents pays et de la difficulté de les prévoir dans le futur. Par exemple, si l'investisseur qui a investi en 2003 avait prévu un changement défavorable de la devise, il aurait dû simplement couvrir son exposition. La question de la prévision des taux de change a fait l'objet de plusieurs études. En effet, plusieurs modèles théoriques de prévision basés sur des

---

[1] Pour obtenir ces données nous avons utilisé le S&P 500 (taux de fermeture ajusté) et le taux de change CAD/USD du 1-1-1998 au 31-12-1998 et de 1-1-2003 au 31-12-2003.

facteurs fondamentaux ont été développés mais aucun ne permet d'expliquer les variations constatées en réalité (Clarke et Kritzman, 1996; Neely et Sarno, 2002).

Pour se prémunir contre ce risque de change, apparaît naturellement l'idée de la couverture. Cette couverture consiste généralement à transiger des produits dérivés sur les taux de change pour ne pas subir les variations indésirables de ces derniers et aussi pour réduire l'incertitude et donc le risque lié à la valeur finale de l'investissement. Les produits dérivés utilisés en général sont les contrats à terme boursiers (*futures*), les contrats à terme de gré à gré (*forwards*) et les options de change. Dans la littérature financière, on retrouve deux types de stratégies de couverture du risque de change: la couverture tactique, qui est plutôt à court terme et la couverture stratégique qui est plutôt à long terme. Les stratégies tactiques reposent sur l'exploitation de certaines imperfections du marché de change à court terme pour couvrir les positions prises sur les marchés internationaux. La plupart des travaux qui traitent de cette stratégie exploitent l'information connue sur la prime à terme au début d'une période déterminée pour prévoir le mouvement des taux de change et prendre des positions adéquates dans les dérivés de change pour réaliser des gains. Plusieurs études montrent la supériorité de cette stratégie par rapport à la non-couverture : on peut citer Eaker et Grant (1990), Glen et Jorion (1993), Eun et Resnik (1997), Clarke et Tullis (1999) et Reinert (2000).

En ce qui concerne la couverture stratégique, elle se préoccupe de la pertinence même de la couverture ainsi que du ratio de couverture à long terme. Dans un portefeuille institutionnel, est ce qu'il faut couvrir les positions prises en achetant des actifs internationaux, et s'il faut les couvrir, dans quelle proportion? Solnik (1998), Lindenhovius et de Vrij (2001) montrent qu'à long terme, la volatilité des actifs étrangers non couverts baisse considérablement du fait que les rendements sur les devises ont tendance à suivre un processus de retour à la moyenne (*mean reverting*) pour une période de temps suffisamment longue. Ce constat remet en question la décision de couverture à long terme et la distingue de la décision de couverture à court terme.

Jusqu'à présent, il n'existe pas un consensus dans la littérature sur le ratio optimal de couverture du risque de change d'un portefeuille international, le ratio de couverture étant la proportion couverte (par contrat à terme) de l'exposition totale au risque de change. D'une part, Perold et Schulman (1988) recommandent une couverture à 100% car elle engendre une très grande réduction de la volatilité avec une petite réduction des revenus espérés dans un univers moyenne-variance. D'autre part, Froot (1993) recommande un ratio de couverture nul en concluant que les effets de la couverture ont tendance à disparaître dans une période moyenne de 8 ans et que la couverture engendre des coûts inutiles. Black (1989) opte pour un seul ratio de couverture (ratio universel) adapté à toutes les positions internationales en l'absence d'informations spécifiques. Selon lui, ce ratio se situe autour de 75%. Gastineau (1995) suggère un ratio de couverture d'environ 50% en le considérant comme un «bon départ » pour un investisseur actif. Clarke et Tullis (1999) proposent un ratio optimal d'exposition (non couverture) entre 20% et 30%. Finalement Lindenhovius et de Vrij (2001) concluent qu'il n'existe pas de ratio de couverture optimal à long terme du fait qu'il dépend de l'aversion au risque de l'investisseur et de ses prévisions de la corrélation entre le marché financier et le taux de change à long terme.

Dans une perspective d'optimisation de l'utilité de l'investisseur concerné par des actifs étrangers, on trouve généralement trois approches dans la littérature. La première considère deux classes d'actifs dans une première étape (domestiques et étrangers), puis traite la décision de couverture dans une deuxième étape. Par exemple Eaker et Grant (1990) considèrent une partie de portefeuille allouée aux actifs étrangers puis trouvent le ratio de couverture optimal. Une deuxième approche consiste à déterminer un ratio de couverture dès le départ puis optimiser pour trouver une allocation des actifs domestiques et étrangers (Clarke et Tullis, 1999). Une troisième approche considère trois classes d'actifs puis réparti le capital entre ces trois classes dans une optimisation conjointe. Les trois classes d'actifs sont les actifs domestiques, les actifs étrangers couverts complètement et les actifs étrangers non couverts. Cette dernière approche est la plus utilisée dans la littérature.

Dans notre cas, nous nous intéressons à des investisseurs institutionnels (fonds de pension par exemple) qui sont typiquement concernés par des horizons de placement à long terme. Nous allons étudier la couverture stratégique du risque de change lié aux investissements à l'étranger. Notre travail traitera le contexte spécifique d'un investisseur institutionnel canadien qui s'intéresse à une diversification sur le marché américain. Nous allons étudier la décision de l'allocation stratégique des actifs au Canada et aux États-Unis ainsi que celle du ratio de couverture du risque de change qui en découle. Nous avons considéré un seul marché étranger pour des raisons de simplification. Le choix du marché américain est dû à son importance au niveau mondial et aux relations économiques privilégiées entre les États-Unis et le Canada.

En utilisant les données historiques, on est généralement confronté au fait que les stratégies de couverture adéquates varient en fonction des périodes historiques choisies. Pour une certaine période plus ou moins longue, on peut trouver une stratégie de couverture optimale tandis que cette même stratégie ne sera plus optimale si on change simplement de période d'étude (Abken et Shrikhande, 1997). L'approche historique est alors discutable si les données historiques retenues ne représentent pas d'une façon adéquate la période future à prévoir.

Pour faire face à ce problème, nous allons utiliser une approche factorielle comme celle de Terhaar, Staub et Singer (2002) dans l'allocation conjointe des différentes classes d'actifs (actifs canadiens, actifs américains couverts, actifs américains non couverts). Pour cela nous allons extraire des facteurs qui expliquent aussi bien l'évolution des marchés boursiers canadiens et américains que l'évolution du taux de change USD/CAD. De plus, nous allons distinguer l'investissement dans les actions et dans les obligations vu le comportement différent de leurs rendements combinés avec le risque de change aussi bien à court terme qu'à long terme (Black, 1995; Lindenhovius et de Vrij, 2001). Finalement, nous allons explorer la question de la gestion du risque de change à l'aide de la méthode normative inspirée de Kritzman et Page (2003) et Assoé, l'Her et Plante (2006). Cela nous aidera à identifier la stratégie de gestion du risque de change qui est susceptible de donner une plus grande valeur ajoutée au travail du gestionnaire du portefeuille. Nous allons essayer de relativiser l'importance de la gestion stratégique du risque de change face à d'autres décisions concernant le portefeuille et aussi d'identifier des tendances de couverture stratégique susceptibles d'optimiser la valeur du portefeuille étudié.

2. Revue de littérature

La couverture du risque de change lié à un portefeuille international est un problème complexe qui englobe plusieurs paramètres et nécessite un important approfondissement théorique. Plusieurs stratégies de gestion du risque de change sont proposées. La complexité de la question laisse toutefois les résultats de cette littérature très partagée lorsqu'il s'agit de couvrir le risque de change, d'adopter une stratégie de couverture, ou d'adopter une approche d'allocation.

Pour faire le tour de la question nous allons en premier lieu exposer la littérature sur la prévision des taux de change. Par la suite nous allons évoquer les travaux traitant des stratégies de couverture à adopter ainsi que les ratios de couverture proposés. Nous allons insister principalement sur la couverture stratégique mais nous allons aussi évoquer la couverture tactique. Après, nous allons faire le tour des différentes approches d'allocation d'actifs et les différentes méthodes d'optimisation. Finalement, nous allons explorer les travaux pouvant aider au traitement du problème que présentent les données historiques dans notre contexte. Ces travaux concernent l'approche factorielle et l'approche normative (par simulation).

2.1. Prévision à long terme du taux de change

Dans une approche de diversification internationale de portefeuille, on est confronté au problème du risque de change. Ce problème est lié particulièrement à la difficulté de prévoir les variations du taux de change tant à court terme qu'à long terme. Dans la littérature, il existe plusieurs modèles de prévision qui se basent sur la prime à terme, les relations de parité, la balance des paiements, les politiques monétaires, et sur l'évolution passée du taux de change (modèles d'analyse technique).

La parité des pouvoirs d'achat (PPA) stipule que le taux de change est une fonction du niveau relatif des prix domestiques et étrangers. Plus précisément la parité relative des pouvoirs d'achat (PRPA) indique que la variation en pourcentage du taux de change nominal reflète la différence entre les taux d'inflation domestique et étranger. Des limites de cette théorie (qui peuvent expliquer en grande partie son échec dans la pratique) peuvent être résumées dans le fait que les prix des biens sont plus stables comparés aux prix des actifs financiers et aux taux d'inflation, l'impact des mouvements de capitaux sur l'offre et la demande de devises (et donc variation de leurs cours) est ignoré, le rôle véhiculaire de certaines devises est aussi ignoré (USD), et la difficulté pratique de mesurer et de comparer l'inflation domestique et celle étrangère (comment calculer l'indice approprié?).

La prévision avec la prime à terme (différence entre le prix futur d'une devise et son prix à terme) stipule que le taux de change à terme prévu par le marché est un bon indicateur du taux de change comptant futur respectant la loi des anticipations sans biais (les acteurs économiques ne font pas d'erreurs systématiques dans leurs prévisions). Or la littérature a souvent rejeté cette hypothèse. Ce rejet peut être expliqué par les problèmes économétriques, l'existence d'une prime de risque de change, et l'irrationalité des investisseurs.

En ce qui concerne les autres variables macro-économiques utilisées dans la prévision des taux de change (à part les taux d'inflation et les taux d'intérêt utilisés dans la PPA), l'approche par balance des paiements indique que le taux de change est le produit de la confrontation de l'offre et de la demande de devises sur les marchés de change. Les importations et les investissements directs à l'étranger engendrent une demande de la devise étrangère et une offre de la monnaie locale, les exportations et les investissements étrangers engendrent l'effet inverse. Ainsi une partie des variations des taux de change peut être expliquée par le fait que la variation du solde de la balance des paiements est positive ou négative. L'approche monétaire, quand à elle, stipule qu'une hausse de l'offre de monnaie domestique supérieure à l'offre de monnaie dans le pays étranger entraîne une dépréciation de la monnaie domestique.

En se basant sur ces variables macro-économiques, les modèles fondamentaux essaient de prévoir les variations des taux de change. Ces modèles de prévision englobent entre autre des variables monétaires (différentiel de l'inflation, des taux d'intérêt domestiques et étrangers, masse monétaire), et des variables de la balance des paiements (commerce et investissement international). Comme exemples de ces modèles, on peut citer le modèle de Meese et Rogoff (1983), Mark (1995), Lafrance et van Norden (1995), et Xu (2003).

Plusieurs études empiriques ont démontré la faible efficacité de ces modèles fondamentaux en ce qui concerne leur pouvoir explicatif des variations du taux de change. Ainsi les tests empiriques de Clarke et Kritzman (1996) portant sur la parité des pouvoirs d'achat, l'effet Fisher international, l'approche monétaire, et le modèle de la balance des paiements, montrent qu'aucun modèle n'est capable d'expliquer de façon significative le comportement des taux de change.

Rogoff (1996) étudie la question de la parité des pouvoirs d'achats (PPA). En effet, les niveaux des prix dans différents pays devraient s'égaler si on les convertit aux différentes devises. En pratique, on observe que les taux de change réels ne convergent vers la PPA qu'à long terme, et que cette convergence est très lente. À court terme il y a d'importantes déviations à cette PPA. Selon Rogoff (1996), aucune explication satisfaisante aux déviations par rapport à la PPA ne peut être donnée. Seule l'hypothèse d'une segmentation des marchés des produits et services (imperfections de marchés) peut être avancée, malgré la croissance de l'intégration des marchés internationaux.

Wu et Zhang (1997) ont testé si la prime à terme (différence entre le prix à terme d'une devise et son prix comptant) est un bon indicateur du taux de change futur. Pour contourner les problèmes économétriques pouvant causer le biais de la prime à terme, ils ont plutôt examiné si cette prime peut prédire le signe de la variation du taux de change. La conclusion est que cette prime à terme ne donne aucune information ou au contraire, donne une information erronée de l'évolution du prix comptant futur!

Neely et Sarno (2002) quant à eux examinent précisément si les modèles monétaires peuvent prévoir une partie de la variation des taux de change. Leurs tests ont montré que ces modèles monétaires ne peuvent pas prévoir la variation des taux de change. Comme conclusion, on peut dire que les modèles fondamentaux semblent théoriquement corrects mais les études empiriques démontrent leur grande inefficacité. Ainsi, les facteurs qui peuvent expliquer les variations des taux de change sont toujours mal connus.

2.2. Stratégies de gestion du risque de change et ratios de couverture proposés

Dans un contexte de portefeuille international, l'incertitude liée aux variations futures des taux de change constitue une partie non négligeable du risque des portefeuilles. Dans ce qui suit, nous allons faire le tour des différentes stratégies de gestion de ce risque traitées dans la littérature. Cette littérature diverge largement en ce qui concerne le principe de la couverture ou non, ainsi qu'au niveau du ratio de cette couverture et la pertinence de l'inclusion d'une couverture conditionnelle. Nous allons voir en premier lieu les différents points de vue dans la littérature sur le principe de couverture du risque de change, ensuite nous allons analyser les travaux qui prônent la couverture et exposer leurs propositions au niveau des ratios à adopter. Finalement nous allons présenter brièvement la littérature qui traite de la couverture conditionnelle sachant que cette couverture est plutôt tactique alors que notre travail analyse principalement la couverture stratégique.

Froot (1993) montre que les rendements sur les devises suivent un processus de retour vers la moyenne (*mean reverting*). Les effets de la couverture ont tendance à disparaître dans une période moyenne de 8 ans et donc selon lui, la couverture ne fait qu'engendrer des coûts inutiles à long terme. Solnik (1998) partage cet avis mais pour un horizon de placement à très long terme (plus de 50 ans). Il précise qu'à long terme, l'impact des devises diminue sachant qu'à cet horizon les taux de change convergent vers les facteurs fondamentaux. Cependant cet impact ne disparaît pas complètement.

La volatilité des actifs étrangers non couverts baisse considérablement dans le temps puisque les rendements sur les devises ont tendance à suivre un processus de retour vers la moyenne dans une période suffisamment longue (Froot, 1993 ; Solnik, 1998 ; Lindenhovius et de Vrij, 2001). À court terme les devises augmentent le rendement espéré et la volatilité. Cet effet est plus grand pour les obligations que pour les actions. Mais le risque d'un portefeuille international totalement couvert reste moindre que celui d'un portefeuille domestique (le marché des États-Unis dans l'étude de solnik, 1998). Dans le cas des obligations étrangères, Black (1995) propose une stratégie de couverture de 100% pour des obligations internationales à court terme. À long terme il propose de couvrir les obligations internationales plus que les autres actifs étrangers en se basant sur l'approche qui conduit à la formule du taux universel de couverture.

Pour leur part, Lindenhovius et de Vrij (2001) confirment les conclusions de Black (1995) et Solnik (1998) en étudiant des actifs américains du point de vue d'un investisseur européen. En effet la volatilité des actifs américains non couverts (en Euro) est très grande à court terme et s'estompe progressivement à long terme. À très long terme on remarque même une plus grande volatilité du portefeuille couvert! On remarque aussi que le risque de change est plus grand pour les titres à revenus fixes que pour les actions (ce qui confirme les résultats de Solnik, 1998).

Perold et Schulman (1988) avancent que la couverture complète (à 100%) est optimale puisqu'elle engendre une très grande réduction de la volatilité avec une petite réduction des rendements espérés. Dans un monde moyenne-variance, la couverture totale est optimale si la parité non couverte des taux d'intérêt est respectée (donc les rendements issus de la couverture sont les mêmes s'il n'y a pas de couverture) et s'il n'y a pas de covariance entre les changements des taux de change et les rendements des actifs étrangers (donc les fluctuations des taux de change augmentent systématiquement la volatilité du portefeuille). Ce qui veut dire que la couverture totale réduit le risque sans toucher au rendement. Cependant on peut noter que les deux hypothèses avancées par les auteurs semblent assez fortes et non vérifiables dans la réalité. En effet, selon Solnik (1998), la couverture totale minimise le risque de la partie internationale du portefeuille seulement, ce qui n'est pas une bonne stratégie car l'existence des devises étrangères dans un portefeuille améliore le risque en diversifiant internationalement. Aussi, la corrélation entre le risque de devise et celui des actifs internationaux minimise le risque total.

Entre la couverture totale et la non-couverture du risque de change des actifs internationaux, il existe beaucoup de littérature qui propose une couverture partielle. Black (1995) expose les avantages de la couverture et de la non-couverture d'un portefeuille international. La couverture pour lui est justifiée pas le fait qu'elle est un *« Jeu à somme nulle »* : Si l'investisseur japonais couvre contre le risque de change lié à ses investissements américains et si l'investisseur américain fait la même chose concernant ses investissements japonais, lorsque l'un gagne, l'autre perd. De cette manière le risque diminue considérablement pour les deux (diminution de la volatilité). Mais si la couverture réduit le risque, pourquoi ne pas couvrir à 100%? La réponse réside dans le fait que les investisseurs augmentent leurs rendements espérés en ayant une exposition aux devises dans leur portefeuille. Pour illustrer cela Black (1995) donne l'exemple de deux pays, chaque pays n'ayant qu'un produit consommable : l'orange ou la pomme. Supposons que l'échange aujourd'hui est une pomme pour une orange, et que l'année prochaine cet échange sera 1 pour 2 ou 2 pour 1. Si le marché mondial contient autant de pommes que d'oranges, pour un consommateur de pomme le fait d'avoir des oranges est risqué (car il ne va jamais les consommer) et vice versa. Cependant, la valeur espérée d'une orange pour un consommateur de pomme est de (0,5+2)/2= 1,25 (ou 1,25 pomme pour une orange), ce qui dépasse la valeur d'une pomme (valeur d'échange actuelle). Donc il a intérêt à acheter des oranges. La même logique s'applique pour le consommateur d'orange. Cela est connu sous le nom du "paradoxe de Siegel ". Selon ce paradoxe, sur le marché de change, le gain sur une devise dépasse la perte sur l'autre devise pour chaque période, d'où l'intérêt d'une exposition au risque de devises dans un portefeuille.

En ce qui concerne la couverture universelle de Black (1995), dont le ratio est estimé entre 30% et 77% selon sa formule, les avantages de la diversification internationale (en termes de réduction de risque et d'augmentation du rendement) font que chaque investisseur voudra avoir le portefeuille le plus diversifié incluant donc les devises. Notons que cela est consistant avec l'IAPM (*International Asset Pricing Model*) de Solnik (1974). En l'absence des barrières à l'investissement et sans l'intervention des gouvernements dans les marchés de change, on aura les prix d'équilibre puisque chaque investisseur veut avoir accès à chaque action et à chaque contrat de change. Dans le cas de deux investisseurs A et B de pays différents, A veut augmenter son rendement et B veut baisser son risque, A et B vont couvrir de la même manière. Dans ce cas, le ratio de couverture dépend du revenu espéré du marché international, de la volatilité du marché mondial et de la moyenne de la volatilité du taux de change. La formule du ratio de couverture selon Black (1989, 1995) respecte trois règles : couvrir les actifs étrangers, couvrir d'une façon égale tous les pays, et ne pas couvrir à 100%.

Comme critique à la logique de Black (1989, 1995), Gastineau (1995) estime que le taux de couverture universel est instable pour qu'il soit utilisé. Il propose par ailleurs un taux de couverture de 50% des positions internationales en le considérant comme un « bon point de départ » pour le gestionnaire de portefeuille et ses clients. Il est à noter, selon lui, que n'importe quelle suggestion par rapport au sujet ne peut donner une réponse exacte. Cependant, il est intéressant pour les praticiens de bien évaluer les forces et les faiblesses de chaque approche pour les aider dans la prise de décision.

De leur coté Clarke et Tullis (1999) ont trouvé à l'aide d'une étude historique (l'indice S&P 500 comme actif domestique et EAFE, *Europ Asia and Far East Index*, comme actif international entre décembre 1990 et septembre 1997) un ratio optimal d'exposition de 20% à 30% (cela équivaut à un ratio de couverture de 70% à 80%). Il est à noter que ce taux varie selon la prime à terme supposée.

Glen et Jorion (1993) ont composé le portefeuille optimal comme celui qui maximise le ratio de Sharpe (rendement excédentaire par rapport au taux sans risque divisé par l'écart-type) pour avoir un ratio de couverture précis. Cette stratégie inconditionnelle de couverture (couverture stratégique) permet d'améliorer significativement la performance d'un portefeuille international d'obligations par rapport à la non-couverture et à la couverture complète. Cependant, quand il s'agit d'intégrer les actions au portefeuille, peu d'évidence indique sa supériorité. Eun et Resnick (1997) ont pour leur part construit deux portefeuilles optimaux dans une perspective de long terme en utilisant les contrats à termes et les options respectivement. Avec les ratios de couverture qu'ils ont trouvé, leurs deux stratégies passives ont dominé la non-couverture et la couverture totale. Celle utilisant les options sur devises à encore mieux performé que celle avec des contrats à terme.

De leur part Eaker et Grant (1990) supportent l'idée d'une couverture partielle. Leurs résultats montrent que la couverture donne une meilleure performance que la non-couverture.

Aussi, le portefeuille avec une plus grande fraction d'actifs étrangers donne une meilleure performance du fait que les bénéfices potentiels de la diversification sont larges. Certains auteurs ne sont pas d'accord sur l'existence d'un ratio optimal de couverture. Selon eux cela dépend de beaucoup de paramètres dont l'aversion au risque de l'investisseur et de ses prévisions de la corrélation entre le marché financier et le taux de change à long terme (Lindenhovius et de Vrij, 2001). Cela suppose qu'une stratégie uniforme à long terme n'existe pas.

D'autre part, si les prix à terme (*forwards*) représentent une bonne estimation des prix comptant futurs alors le débat sur la couverture n'existerait même pas. La parité des taux d'intérêt aurait rendu la question de la couverture non nécessaire. Mais dans la réalité, les prix à terme ne prévoient pas les prix comptants futurs (Gastineau 1995). Ce biais dans les marchés financiers a fait l'objet de plusieurs stratégies qui essaient de réaliser des profits en l'exploitant. Ainsi les investisseurs peuvent gagner en achetant les devises à haut taux d'intérêt et vendre celles à bas taux d'intérêt par exemple. Ces stratégies ont été adoptées dans la littérature sur la couverture pour implémenter des couvertures conditionnelles.

Plusieurs stratégies conditionnelles qui consistent à faire varier le ratio de couverture dans le temps ont été explorées par la littérature. On a pu identifier la prime à terme comme indicateur des rendements futurs sur les contrats à terme (par exemple Glen et Jorion, 1993). Ainsi la stratégie conditionnelle la plus simple consiste à vendre des contrats à terme sur devises quand la prime à terme est positive et inversement : acheter ces derniers quand la prime est négative. Le montant acheté (ou vendu) est égal à la position initiale dans le sous-jacent. Cette stratégie a dominé les stratégies passives dans plusieurs études, par exemple Eaker et Grant (1990), Glen et Jorion (1993), Eun et Resnik (1997), et Clarke et Tullis (1999).

Par la parité des taux d'intérêt, la prime à terme peut être aussi exprimée par le différentiel du taux d'intérêt domestique et celui étranger. DeRoon, Nijman et Werker (2001) prouvent la performance d'une approche basée directement sur le calcul du différentiel des taux d'intérêt pour prendre la décision de couverture. D'autres stratégies tactiques plus sophistiquées ont été développées. Ces stratégies se basent généralement sur des filtres composés d'une ou de plusieurs règles de décision. On peut citer ici Reinert (2000) qui s'est basé sur des indicateurs de persistance pour prédire les mouvements de la devise à court terme.

En général ces stratégies tactiques se basent sur l'introduction des contrats à terme pour couvrir contre le risque de change à court terme. Cependant, l'utilisation d'options est aussi envisagée. Black (1995) met l'accent sur l'importance des options dans la couverture du risque de change de portefeuille. De cette manière, la couverture effective change avec les mouvements des taux de change. Eun et Resnik (1997) prouvent que les stratégies tactiques utilisant les options sur devise améliorent la performance du portefeuille international comparée à l'utilisation des contrats à terme sur devises.

Des stratégies tactiques ont été aussi développées pour un portefeuille international multidevise. Ces stratégies sont sélectives dans la mesure où la décision de couverture est traitée pour chaque devise indépendamment des autres. Ainsi on peut couvrir des actifs d'un pays et ne pas couvrir ceux d'un autre pays ou encore on peut appliquer des ratios de couverture différents pour les actifs de chaque pays. Gagnon et al (1998), Topaloglou, Vladimirou et Zenios (2002) prouvent la supériorité de cette stratégie et son moindre coût par rapport à la couverture non sélective.

Malgré le fait que l'application de simples règles de couverture pour n'importe quel actif reste questionnable, car la structure de corrélation est complexe entre les prix des actions, les taux d'intérêt et les taux de change (Solnik, 1998), les différentes stratégies de couverture tactique se sont avérées supérieures aux couvertures passives pour toutes les classes d'actifs dans la littérature. Cependant, leur problème majeur reste le coût de leur implantation vu qu'elles nécessitent beaucoup de transactions. La baisse des coûts de transaction dans le futur devrait rendre ces stratégies de couverture conditionnelle de plus en plus attractives (Gastineau, 1995).

2.3. Approches d'allocation d'actifs dans un portefeuille international

Dans la pratique, la couverture est généralement supposée une affaire secondaire qui n'intègre pas la décision de l'allocation primaire des actifs dans un portefeuille (allocation entre les différentes classes d'actifs). L'explication souvent donnée derrière ce traitement secondaire de la question de couverture est la complexité de l'intégrer dans le processus d'allocation. Cela revient évidemment à sous estimer cette couverture en optant pour la simplicité selon Gastineau (1995). Dans ce qui suit nous allons voir les différentes approches d'allocations d'actifs, leur comparaison, les différentes méthodes d'optimisation et finalement le cas particulier d'un portefeuille multidevise.

Dans un portefeuille international, la politique d'allocation stratégique consiste à trouver la proportion d'actifs étrangers et domestiques dans le portefeuille ainsi que le taux de couverture des actifs étrangers afin de maximiser l'utilité de l'investisseur. Nous avons pu distinguer deux approches d'allocation stratégique dans un portefeuille international : allocation en deux étapes, primaire et secondaire et allocation d'actifs avec une optimisation conjointe.

Lors de l'allocation à deux étapes, on procède par une allocation primaire et ensuite secondaire. Les deux étapes consistent à rechercher la proportion d'actifs étrangers et du ratio de couverture. Ainsi plusieurs auteurs essaient de déterminer la proportion d'actifs étrangers en premier lieu puis le ratio de couverture de ces actifs comme problème secondaire (Eaker et Grant (1990) par exemple). Par contre, pour d'autres comme Clarke et Tullis (1999), le ratio de couverture est prédéterminé et c'est la proportion optimale des actifs étrangers qu'ils essaient de déterminer.

En ce qui concerne l'approche d'allocation conjointe, on considère trois classes d'actif et on procède à la répartition du capital entre ces classes d'actifs : Portefeuille d'actifs domestiques, portefeuille couvert d'actifs étrangers (couverture complète) et portefeuille non couvert d'actifs étrangers (considération de la devise comme classe d'actif). Cela peut être vu d'une autre manière en considérant le portefeuille d'actifs domestiques, le portefeuille non couvert d'actifs étrangers et le portefeuille de contrats à termes sur devises. Les deux méthodes donnent les mêmes résultats lors de l'optimisation. Cette approche d'allocation conjointe a fait l'objet des travaux de Glen et Jorion (1993) et Clarke et Tullis (1999) entre autres.

Selon l'objectif de l'investisseur, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Soit $E(R_p)$ et σ_p le rendement espéré et l'écart-type des rendements du portefeuille p respectivement. L'optimisation moyenne-variance est la méthode la plus utilisée (Glen et Jorion (1993) par exemple). Elle consiste à maximiser l'utilité $U=E(R_p)-\lambda\sigma^2_p$ où λ représente la pénalité liée au niveau de risque reflètant ainsi l'aversion au risque de l'investisseur. La minimisation du risque peut être aussi utilisée comme critère d'allocation. Ainsi, l'allocation qui minimise la variance est celle qui est retenue (Clarke et Tullis, 1999). On peut trouver d'autres méthodes dans la littérature : DeRoon, Nijman et Werker (2001) ont maximisé une fonction d'utilité puissance. Eun et Resnick (1997) ont utilisé quant à eux une allocation moyenne-variance, sauf que pour calculer l'espérance des rendements $E(R_p)$, ils ne se basent pas directement sur la moyenne historique des rendements[1].

Eaker et Grant (1990) ont utilisé la maximisation du ratio de Sharpe comme critère d'allocation optimale. Selon Levy (1972), le ratio de Sharpe ne peut pas être interprété séparément de l'horizon d'investissement puisqu'il n'est valable que si l'horizon de placement est égal à la période de détention des actifs utilisés pour calculer le rendement (une période). Hodges, Taylor et Yoder (1997) ont avancé que le ratio de Sharpe classique est biaisé à long terme parce que l'écart type augmente plus rapidement que le rendement espéré dans le temps.

La littérature sur la couverture du risque de taux de change des actifs internationaux ne traite généralement qu'une seule devise à la fois; or un portefeuille peut contenir plusieurs actifs de pays différents. Ainsi, l'investisseur se trouve confronté à un risque de change lié à plusieurs devises. Dans ce cadre, le nombre de contrats à terme sur une devise à acheter pour couvrir les positions internationales ne doit pas dépendre uniquement de la covariance de ces contrats à terme avec les positions dans la même devise mais doit aussi prendre en compte la

[1] Pour plus de détail sur la méthodologie de Eun et Resnick voir l'annexe 2.

covariance avec les positions dans les autres devises ainsi que la covariance avec les contrats à terme les concernant.

Pour traiter la question d'allocation dans ce contexte particulier Gagnon, Gregory et McCurdy (1998) ont procédé à l'utilisation de la version multivariée du modèle GARCH. Cela leur a permis de détecter un effet portefeuille dans le processus d'allocation en tenant compte de la covariance entre les différentes devises et les différents contrats à terme qui y sont liés. En effet, les positions optimales prises dans les contrats à terme s'avèrent moins importantes si on ne tient pas compte de ces covariances et on se trouve alors avec des coûts de couverture beaucoup moins importants.

Topaloglou, Vladimirou et Zenios (2002) ont appliqué une simulation basée sur une analyse à composante principale pour trouver la distribution discrète jointe des rendements et des taux de change. Ils ont ensuite développé des modèles qui optimisent la mesure CVaR (*Conditional Value at Risk*). Beltratti, Laurant et Zenios (2004) ont utilisé une approche d'optimisation basée sur des scénarios pour la détermination conjointe de la composition du portefeuille et de la stratégie de couverture dans chaque devise. Cette approche d'optimisation par scénarios ne suppose pas de contrainte de loi de distribution (contrainte de normalité pour l'optimisation moyenne-variance).

2.4. Instabilité de la performance des stratégies de couverture: la méthode des facteurs

Dans le traitement du problème d'allocation d'actifs et de gestion du risque de change dans le contexte d'un portefeuille international, la grande majorité de la littérature opte pour l'approche historique. Cette approche consiste à utiliser des données chronologiques concernant les actifs et les taux de change. La question qui se pose concerne la pertinence de l'utilisation de cette méthode lorsqu'on cherche à trouver un ratio de couverture stratégique (à long terme) pour une période future. En fait, cela revient à se demander si le comportement futur (en terme statistique) des variables étudiées sera similaire au comportement passé. Si ce n'est pas le cas, alors un ratio de couverture *ex-post* (qui se base sur des données passées) ne sera pas pertinent pour couvrir le risque de change dans une période future.

Plusieurs études démontrent qu'effectivement la couverture optimale du risque de change est en fonction des données historiques retenues dans les calculs. Ainsi selon Abken et Shrikhande (1997), les frontières d'efficience d'un portefeuille international sont instables dans le temps. Dans le cas d'un investisseur américain avec des actions et des obligations des sept pays industrialisés, la couverture est la meilleure stratégie entre 1980 et 1985, la non-couverture est la stratégie optimale entre 1986 et 1990, entre 1990 et 1996 ainsi que sur toute la période 1986 et 1996. Par exemple, si l'investisseur considéré s'était basé sur les données de 1980 à 1985 pour mettre en place une stratégie de couverture pour la période de 1986-1990 il aurait eu un manque à gagner car la couverture est la stratégie la plus rentable pour la première période alors que c'est tout à fait le contraire pour la deuxième période.

Pour Terhaar, Staub et Singer (2002), l'utilisation de la méthode factorielle permet de contrer l'effet de l'inconsistance des données historiques à travers le temps. L'approche factorielle se base sur une estimation de l'exposition au risque à long terme. Selon Swensen (2000), les actifs ayant les mêmes déterminants fondamentaux et économiques ont des caractéristiques de risque similaires. Par conséquent, il est important de considérer des caractéristiques de risque de chaque actif du portefeuille.

Techniquement, l'implantation de l'approche factorielle passe par la construction d'une nouvelle matrice des covariances basée sur les caractéristiques du risque au lieu d'une matrice des covariances classique basée sur des données historiques. Terhaar, Staub et Singer (2002) ont utilisé l'approche factorielle pour faire face à l'énorme poids accordé aux investissements alternatifs en utilisant l'approche historique à cause de leur manque de données fréquentes. Pour générer leur nouvelle matrice des covariances, ils ont considéré douze facteurs de risque systématique. Ces facteurs sont considérés comme étant les mêmes déterminants de risque des actifs de leur portefeuille. Ils ont construit une matrice de covariances historiques F de ces différents facteurs de risque considérés plus stables dans le temps. La nouvelle matrice de corrélation V est donnée par la relation : $V = LFL' + R^2$, où L est la matrice des expositions aux facteurs de risque des actifs, et R la matrice des risques résiduels. Les résultats trouvés par les auteurs selon cette approche diffèrent de ce qu'ils ont trouvé en utilisant l'approche historique, puisque le poids de chaque actif n'est pas le même selon les deux approches. L'approche factorielle donne un poids raisonnable aux investissements alternatifs comparé à l'énorme poids donné par l'approche historique.

2.5. Approche de simulation par ré-échantillonnage

L'autre approche que nous allons utiliser est l'approche de simulation par ré-échantillonnage qui consistere principalement à simuler différentes stratégies de couverture et à comparer leurs valeurs ajoutées.

Kritzman et Page (2003) et Assoé, l'Her et Plante (2006) ont procédé à une simulation normative afin de hiérarchiser les décisions concernant la construction d'un portefeuille. Cette approche permet d'avoir une composition du portefeuille basée sur les données historiques d'une façon aléatoire. Autrement dit, elle permet d'avoir une composition optimale qui n'est pas dépendante de l'historique des rendements comme dans l'approche historique citée avant.

L'approche normative diffère de la simulation Monte-Carlo, dans la mesure où elle permet d'avoir des données aléatoirement à partir d'un échantillon empirique, alors que la simulation Monte-Carlo permet d'avoir ces données aléatoirement à partir d'une distribution théorique des rendements.

Cette approche est intéressante pour notre recherche dans la mesure où elle va nous permettre de déterminer la valeur ajoutée de plusieurs stratégies de couverture. On va aussi s'en inspirer pour comparer des ratios de couverture à long terme et pour analyser la sensibilité de la décision de couverture face à l'horizon de placement.

3. Méthodologie et données

Nous présentons dans cette section les différentes approches utilisées pour étudier la question de la couverture stratégique. Les trois approches que nous allons utiliser sont : l'approche historique, l'approche factorielle, et l'approche normative par ré-échantillonnage. Les deux premières approches vont nous permettre de trouver des ratios de couverture stratégique, tandis que la troisième approche va nous aider à étudier les différentes stratégies de couverture à long terme.

Dans cette partie, nous allons aussi présenter les facteurs pouvant déterminer les taux de change et ceux pouvant déterminer la valeur des actifs. Nous allons par la suite identifier les facteurs qui peuvent être considérés à la fois comme déterminants des taux de change et déterminants de la valeur des actifs. Nous allons finalement identifier les facteurs qui peuvent être pertinents pour le modèle factoriel.

Nous allons enfin présenter les différentes données utilisées dans ce mémoire ainsi que leurs statistiques descriptives. Les données utilisées sont les séries temporelles des actifs du portefeuille étudié ainsi que celles des facteurs qui seront retenus pour l'approche factorielle.

3.1. Présentation des approches utilisées

3.1.1. Approche historique

L'approche historique est utilisée dans la grande majorité de la littérature qui porte sur la couverture du risque de change d'un portefeuille international. Généralement, cette approche consiste à trouver les poids optimaux des actifs au sein d'un portefeuille en se basant sur le comportement passé de ces actifs. Ainsi, les rendements historiques, les variances, et les covariances de ces rendements sont considérés pour trouver la composition de portefeuille optimal.

Comme nous l'avons mentionné dans la revue de littérature, les portefeuilles considérés optimaux sont souvent ceux qui ont la variance minimale ou le ratio de Sharpe maximal. La variance du portefeuille est calculée à l'aide de la matrice historique des covariances des actifs qui le composent[1]. Le ratio de Sharpe est le rendement[2] excédentaire (rendement du portefeuille moins le taux d'intérêt sans risque) divisé par l'écart-type de ce portefeuille. L'idée derrière la minimisation de la variance est le fait de choisir le portefeuille le moins risqué selon son historique. La maximisation du ratio de Sharpe intègre le rendement espéré du portefeuille en même temps que le risque espéré de manière à choisir le compromis optimal entre ces deux variables.

Dans notre cas, nous allons nous mettre à la place d'un investisseur canadien qui désir investir dans des actifs américains afin de diversifier son risque, et qui cherche en parallèle le meilleur ratio de couverture pour ses investissements à l'étranger. Les actifs considérés seront : les actions et les obligations canadiennes, les actions et les obligations américaines couvertes contre le risque de change, et les actions et les obligations américaines non couvertes contre le risque de change. La couverture du risque de change se fait à l'aide des contrats à terme sur le taux de change CAD/USD d'un mois. Les rendements non couverts sont calculés à l'aide des taux comptant CAD/USD.

Nous allons d'abord considérer un portefeuille mixte incluant les obligations et les actions tant canadiennes qu'américaines. Le ratio de couverture des obligations est la proportion des obligations américaines couvertes divisée par la proportion des obligations américaines (couvertes et non couvertes). De la même manière, le ratio de couverture des actions américaines est la proportion des actions américaines couvertes divisée par la proportion totale des actions américaines. Nous allons ensuite considérer un portefeuille

---

[1] Plus précisément, la variance du portefeuille s'écrit sous la forme : $Vpf = w' V w$, où w est le vecteur colonne des poids des actifs dans le portefeuille, V est la matrice des covariances des rendements des actifs.

[2] Le rendement d'un portefeuille $Rpf = w' R$, où R est le vecteur colonne des rendement des actifs qui composent le portefeuille

constitué d'obligations seulement pour trouver le ratio de couverture des obligations américaines. Enfin, la même analyse sera faite pour un portefeuille constitué d'actions seulement.

3.1.2. Approche factorielle

L'approche factorielle est une approche basée sur la sensibilité des actifs constituant le portefeuille à certains facteurs économiques considérés dans leur ensemble plus stables dans le temps. Les actifs constituant le portefeuille seront les mêmes que ceux utilisés dans l'approche historique, à savoir : les actions et les obligations canadiennes, les actions et les obligations américaines couvertes, et les actions et obligations américaines non couvertes. Nous allons rechercher dans la littérature les facteurs susceptibles d'avoir un impact tant sur le taux de change que sur les actifs financiers canadiens et américains.

Nous allons utiliser l'approche factorielle telle que proposée par Terhaar, Staub et Singer (2002). Cette approche consiste à trouver les sensibilités en régressant les différentes classes d'actifs du portefeuille sur les facteurs retenus. En utilisant la matrice des covariances des facteurs et les sensibilités des actifs du portefeuille aux facteurs, nous pouvons construire une nouvelle matrice des covariances et un nouveau vecteur des rendements espérés qui sera utilisé pour trouver le portefeuille optimal, et donc le ratio de couverture à long terme.

Considérons L comme la matrice de sensibilité des actifs aux facteurs de risque. Cette matrice est obtenue à l'aide d'une régression linéaire de chaque actif du portefeuille sur tous les facteurs retenus. Le vecteur des rendements selon la méthode factorielle s'écrit sous la forme : $Rf = L\ E{+}A$, où E représente le vecteur des rendements historiques des différents facteurs, et A représente le vecteur colonne des ordonnées à l'origine (les alphas) issues de la régression. La nouvelle matrice des covariances s'écrit sous la forme : $V = L\ F\ L' + R^2$, où F est la matrice des covariances historiques des différents facteurs de risque et R^2 est le risque résiduel représenté par la matrice diagonale des variances des résidus de la régression. Plus spécifiquement, l'élément de la i^{ème} colonne et la i^{ème} ligne de R^2 (puisque R^2 est une matrice diagonale) peut être écrit sous la forme : $\sum_{j=1}^{n}(res_{i,j}^2)/n-2$, où $res_{i,j}$ est le résidu de la régression de l'actif i du portefeuille sur le facteur j.

Pour trouver les poids optimaux des actifs de notre portefeuille et donc le ratio de couverture optimal, nous allons considérer les deux objectifs courants de l'investisseur : la minimisation de la variance et la maximisation du ratio de Sharpe du portefeuille. La différence par rapport à l'approche historique sera au niveau de la matrice des covariances et du vecteur des rendements que nous allons utiliser. Comme dans l'approche historique nous allons considérer un portefeuille mixte entre les actions et les obligations, un portefeuille constitué uniquement d'obligations, et un portefeuille constitué d'actions uniquement. Cela va nous permettre d'avoir le ratio de couverture optimale (selon la méthode utilisée) et ainsi comparer les résultats obtenus.

3.1.3. Approche de simulation par ré-échantillonnage

La troisième approche que nous allons utiliser est une approche de simulation par ré-échantillonnage inspirée de celle utilisée par Kritzman et Page (2003) et par Assoé, l'Her et Plante (2006) dans la hiérarchisation des décisions du processus d'investissement. Cette approche permet d'avoir une composition optimale du portefeuille en utilisant les données historiques de façon aléatoire. Cela permet d'éviter la dépendance des résultats par rapport à l'historique des rendements retenus comme dans l'approche historique.

L'approche normative diffère de la simulation Monte-Carlo, dans la mesure où elle permet d'avoir des données aléatoirement à partir d'un échantillon empirique, alors que la simulation Monte-Carlo permet d'avoir ces données aléatoirement à partir d'une distribution théorique.

En utilisant l'approche de simulation par ré-échantillonnage, nous allons comparer la valeur ajoutée de différentes stratégies de couverture. Nous allons aussi analyser la sensibilité de ces différentes stratégies par rapport à l'horizon de placement. Ensuite, nous allons comparer la valeur ajoutée des différentes stratégies de couverture avec la valeur ajoutée des stratégies de diversification internationale pour avoir une idée sur la pertinence de la décision de couverture. Finalement nous allons simuler différentes compositions de ratios de couverture à l'aide de l'approche de simulation par ré-échantillonnage.

a. Les étapes de la simulation et la définition des différentes stratégies de couverture

Pour notre simulation, nous allons suivre les étapes suivantes :

Étape 1 : Définir une allocation stratégique du portefeuille de l'investisseur canadien. Nous avons retenu l'allocation la plus répandue des investisseurs institutionnels, à savoir 30% d'actions canadiennes (Aca), 25% d'obligations canadiennes (Bca), 25% d'actions américaines (Aus), et 20% d'obligations américaines (Bus). Cette répartition équivaut à 55% actions et 45% obligations, ou encore 55% de titres domestiques et 45% de titres étrangers et n'intègre pas la vente à découvert. Nous allons examiner plus tard la sensibilité des résultats à l'allocation stratégique retenue.

Étape 2 : Choisir au hasard, avec remises, 100 dates (mois) dans notre échantillon. Pour chaque date (ou mois) choisie, nous retenons les rendements des actions canadiennes (Aca), obligations canadiennes (Bca), actions américaines couvertes (AusC), obligations américaines couvertes (BusC), actions américaines non-couvertes (AusNC), obligations américaines non-couvertes (BusNC). Dans une autre simulation, nous allons examiner l'impact de l'horizon de placement, dans ce cas, nous retiendrons les rendements du mois choisis au hasard mais aussi des mois suivants qui entrent dans l'horizon de placement retenu (exemple : 3 mois, 6 mois, 1 ans, et 3 ans).

Étape 3 : Calculer le rendement relatif à chaque décision stratégique de gestion du risque de change en considérant les stratégies suivantes:

- Stratégie A, Non couverture;
- Stratégie B, Couverture complète des actions et des obligations;
- Stratégie C, Couverture complète des actions et non couverture des obligations;

- Stratégie D, Non couverture des actions et couverture complète des obligations;
- Stratégie E, Gestion active de couverture des actions et non couverture des obligations;
- Stratégie F, Non couverture des actions et gestion active de couverture des obligations;
- Stratégie G, Gestion active simultanée de la couverture des actions et des obligations,
- Stratégie H, Gestion active indépendante de la couverture des actions et des obligations.

Étape 4 : Répéter 10 000 fois les étapes 1, 2, 3 et examiner la dispersion des rendements issus des différentes stratégies.

Étape 5 : Examiner l'importance de chaque décision stratégique de gestion du risque de change. L'importance de chaque décision sera évaluée sur la base de la dispersion des rendements des portefeuilles issus de chaque stratégie. Pour cela, nous allons calculer les 99ème, 95ème, 5ème, et 1er percentiles des rendements et faire les différences entre le 1er et le 99ème et aussi entre le 5ème et le 95ème. L'idée ici est que la différence entre les percentiles extrêmes permet d'évaluer la différence entre les gestionnaires qui ont le plus performé et ceux qui ont le moins performé en adoptant la même stratégie. Plus la différence est grande plus la stratégie est intéressante de manière à ce qu'on gagnerait plus en faisant plus d'effort de gestion de cette stratégie. Les stratégies A et B serviront comme base de comparaison puisque les différences des percentiles issues de ces deux stratégies passives n'ont aucune relation avec l'effort du gestionnaire et relèvent plutôt du choix aléatoire des dates dans la simulation.

Dans l'étape 3, le calcul des rendements dépend de chacune des stratégies énumérées. À titre d'exemple, nous allons illustrer ci-après ce que représenteraient les simulations de trois stratégies complexes, soit la stratégie G et la stratégie H, ainsi que la stratégie E.

Les étapes du calcul des rendements selon la stratégie G (gestion active simultanée de la couverture actions de des obligations) se présentent comme suit :

- Choisir au hasard un nombre entier entre 0 et 100% : c'est le ratio de couverture autant du portefeuille d'actions américaines que d'obligations américaines;

- Avec les données des 100 dates de l'étape 2 (donc les 100 rendements), calculer le rendement du portefeuille d'actions américaines en tenant compte de la couverture d'une partie (ratio tiré ci-dessus) et du portefeuille d'obligations américaines (avec le même ratio de couverture);

- Calculer le rendement du portefeuille qui en résulte. Ce portefeuille est composé à partir de l'allocation stratégique (les poids de l'étape 1) en tenant compte de la couverture d'une partie (ratio tiré ci-dessus) des actions américaines et des obligations américaines.

Pour la stratégie H (gestion active indépendante de la couverture des actions et des obligations), le calcul des rendements suit les étapes suivantes :

- Choisir au hasard un nombre entier entre 0 et 100% : c'est le ratio de couverture du portefeuille d'actions américaines;

- Choisir au hasard un autre nombre entier entre 0 et 100% : c'est le ratio de couverture du portefeuille d'obligations américaines;

- Avec les données des 100 dates de l'étape 2 (donc les 100 rendements), calculer le rendement du portefeuille d'actions américaines en tenant compte de la couverture d'une partie (ratio tiré ci-dessus) et du portefeuille d'obligations américaines (avec le deuxième ratio de couverture, soit celui des obligations);

- Calculer le rendement du portefeuille qui en résulte. Ce portefeuille est composé à partir de l'allocation stratégique (les poids de l'étape 1) en tenant compte de la couverture d'une partie (ratio tiré ci-dessus) des actions américaines et des obligations américaines.

Pour la stratégie E (gestion active de couverture des actions et non couverture des obligations), il faut suivre les étapes suivantes :

- Choisir au hasard un nombre entier entre 0 et 100% : c'est le ratio de couverture du portefeuille d'actions américaines;

- Avec les données des 100 dates de l'étape 2 (donc les 100 rendements), calculer le rendement du portefeuille d'actions américaines en tenant compte de la couverture d'une partie (ratio tiré ci-dessus). Notons ici que le portefeuille obligataire n'est pas couvert;

- Calculer le rendement du portefeuille qui en résulte. Ce portefeuille est composé à partir de l'allocation stratégique (les poids de l'étape 1) en tenant compte de la couverture d'une partie (ratio tiré ci-dessus) des actions américaines. Pour les autres stratégies, l'approche est identique mais plus simple. Nous n'avons pas besoin d'un choix au hasard du ratio de couverture (ce ratio étant soit de 0%, soit de 100%).

b. Analyse de sensibilité

Nous allons par la suite analyser la sensibilité des différentes stratégies par rapport à l'horizon de placement. Pour cela, nous allons simplement calculer pour chaque observation les rendements cumulés des différentes stratégies pour un horizon de 6 mois, 1 an, et 3 ans. Cela va nous permettre de voir si les stratégies de couverture analysées se comportent différemment avec l'horizon de placement.

Ensuite, nous allons examiner si l'influence de la stratégie de couverture dépend de l'importance des actifs étrangers dans le portefeuille. Cela consistera à refaire une simulation avec deux répartitions alternatives entre les actifs domestiques et les actifs étrangers. Ces deux répartitions incluent respectivement 25% et 75% d'actifs américains. Rappelons que la simulation décrite dans le point *a.* de cette section a été réalisée avec 45% d'actifs américains.

Pour relativiser l'importance de la politique de gestion du risque de change face à la décision stratégique d'allocation internationale du portefeuille, nous allons analyser la dispersion des rendements issus de la simulation des poids des actifs américains dans le portefeuille tout en tenant compte de trois stratégies de couverture, à savoir : la couverture partielle (ratio de couverture de 50%), la couverture totale, et la non couverture. Si la différence des percentiles extrêmes pour la décision de diversification internationale issue de cette dernière simulation s'avère plus importante que la différence des percentiles extrêmes concernant la couverture, cette dernière devra être considérée comme « secondaire » d'un point de vue stratégique, puisque la décision de diversification internationale sera susceptible de donner plus de valeur ajoutée au portefeuille.

Finalement, nous allons tester les couvertures stratégiques les plus performantes à long terme selon le même principe de l'approche normative. La méthode consiste à considérer des portefeuilles avec des ratios de couverture des obligations et des actions, soit Couv(x,y) avec x et y allant de 0% à 100% par des incréments de 5% (0%, 5%, 10%... 95%, 100%). Par exemple, la stratégie Couv(30%,85%) est celle où les obligations américaines sont couvertes à hauteur de 30% et les actions à hauteur de 85%. Cela va nous permettre de détecter les meilleures stratégies selon le ratio de Sharpe.

3.2. Déterminants du taux de change et de la valeur des actifs

3.2.1. Déterminants du taux de change

Plusieurs concepts théoriques et empiriques ont été présentés par la littérature quant à la détermination du prix d'équilibre à long terme d'une devise. La théorie la plus connue est celle de la parité des pouvoirs d'achats (PPA). D'autres théories macro-économiques on été développées comme alternative à la PPA. Ces théories essaient de trouver une valeur de référence à long terme d'une devise en fonction de variables fondamentales. Dans ce qui suit sont énumérés les principaux déterminants des taux de change trouvés dans la littérature[1] :

- Les taux d'inflation domestiques et étrangers;
- Les taux d'intérêt domestiques et étrangers;
- La production domestique et étrangère;
- Les besoins d'investissement ;

[1] Les justifications de chaque déterminant cité sont présentées dans l'annexe 3.

- Les variations d'épargne;
- La masse monétaire domestique et étrangère;
- Les termes d'échange ;
- Le ratio des prix des biens non échangeables à ceux échangeables ;
- Les investissements nets étrangers;
- La prime de risque des actions;
- La productivité du capital domestique;
- La préférence temporelle domestique et étrangère (l'inverse de l'épargne);
- Le taux d'intérêt mondial;
- Le prix réel des produits de base non énergétiques;
- Le prix réel des produits énergétiques.

3.2.2. Modèles factoriels d'évaluation d'actifs

Les modèles factoriels d'évaluation d'actifs ont été introduits afin de capter d'autres facteurs de risque, autres que celui systématique de marché, qui puissent influencer les actifs financiers. Ces modèles ont été utilisés aussi pour des fins d'allocation de portefeuille (Terhaar, Staub et Singer, 2002). Nous allons nous intéresser aux facteurs macroéconomiques puisque notre analyse se fait dans un contexte de long terme et que nous ne considérons pas de titres individuels.

Parmi les facteurs macroéconomiques utilisés dans la littérature (Chen, Roll et Ross, 1986; Fama et French, 1988, 1989; Ferson et Harvey, 1991) nous trouvons le taux de croissance économique, la prime de défaut et la prime à terme. Burmeister, Ibbotson, Ross et

Roll (1997) proposent un modèle à quatre facteurs de risques macroéconomiques en plus du risque de marché. Ces facteurs sont : la confiance des investisseurs, l'horizon temporel de l'investissement, le taux d'inflation, et le cycle économique capté généralement par la croissance du PIB.

Le modèle RAM (*Risk Attribute Model*) de Salomon Smith Barney identifie six facteurs macroéconomiques: la variation du taux de croissance économique à long terme anticipé, le cycle des affaires à court terme, le taux d'intérêt de long terme, le taux d'intérêt de court terme, le taux d'inflation non-anticipé et la variation de la valeur du dollar par rapport aux monnaies des principaux partenaires économiques.

3.2.3. Choix des facteurs

Notre objectif ici est de choisir les facteurs explicatifs de la performance des actions et obligations canadiennes, des actions et obligations américaines couvertes et des actions et obligations américaines non-couvertes. Pour ce faire, Nous avons identifié des facteurs communs à ces classes d'actifs, puis nous avons ajouté quelques facteurs qui nous paraissent pertinents. Les facteurs communs sont : le taux d'inflation domestique et étranger, et le taux d'intérêt domestique et étranger.

Les autres facteurs que nous avons ajoutés sont :

- ***Le prix des produits énergétiques :*** Cette variable influence autant le taux de change CAD/USD que les rendements des firmes. En effet, la valeur des exportations canadiennes aux États-Unis est liée au prix de l'énergie, vu la proportion des produits énergétiques dans le total des exportations. En se référant à l'approche de la balance de paiement, cette variable aurait un effet sur le taux de change. De plus, le fait que les firmes reliées au secteur de l'énergie constituent une composante principale de l'économie canadienne laisse envisager une relation positive entre le prix de l'énergie et l'indice des actions canadiennes.

- ***La production industrielle :*** C'est un indicateur qui peut bien influencer les rendements des actifs mais aussi les taux de change puisqu'il reflète la vigueur de l'économie nationale. Pour capter le cycle économique, nous avons opté pour l'indice de la production industrielle qui est disponible sur une base mensuelle, contrairement au taux de croissance du PIB dont la disponibilité n'est que trimestrielle.

3.3. Données

Nous avons deux catégories de données : les actifs de notre portefeuille et les facteurs. Le portefeuille est celui d'un investisseur canadien avec des actions et des obligations américaines à cotés de ses investissements locaux. Ainsi, ce portefeuille se compose des actions canadiennes, des obligations canadiennes, des actions américaines couvertes, des obligations américaines couvertes, des actions américaines non-couvertes et des obligations américaines non-couvertes.

Nous avons retenu des données mensuelles sur la période allant de mars 1980 à mai 2006 (315 mois). Pour les actions canadiennes, nous avons utilisé l'indice *S&P/TSX* de la bourse de Toronto. Pour les obligations canadiennes, l'indice *Scotia Capital Overall Universe*[1] est retenu. Nous avons retenu l'indice *S&P 500*[2] pour les actions américaines et l'indice *Citigroup US BIG*[3] pour les obligations américaines. Ces différents indices ont été extraits de la base de données DATASTREAM.

Nous avons transformé les données mensuelles des indices en rendements logarithmiques[4]. Pour calculer les rendements des investissements américains non couverts contre le risque de change, nous avons utilisé le taux de change CAD/USD comptant. Pour les rendements des investissements couverts contre le risque de change, nous avons utilisé le

[1] Voir la description de l'indice sur le site de Scotia Capital:
http://www.scotiabank.com/cda/content/0,1608,CID701_LIDen,00.html
[2] Pour voir la composition de l'indice S&P 500 voir: www2.standardandpoors.com
[3] Citigroup US Broad Investment Grade (BIG) index: www.citigroup.com
[4] $R_t = Ln(S_t/S_{t-1})$, où R_t est le rendement de la série de données, et S_t est la valeur de la série à la date t.

taux de change CAD/USD à terme d'un mois. Les taux de change sont extraits de DATASTREAM.

Les tableaux 1 et 2 présentent des statistiques descriptives concernant les six composantes de notre portefeuille.

Tableau 1 : Moyennes et écart types des rendements mensuels des actifs du portefeuille

	Aca	Bca	AusC	BusC	AusNC	BusNC
Moyenne des rendements mensuels en pourcentage	0,59 %	0,83 %	0,76 %	0,71 %	0,77 %	0,71 %
Écart type des rendements mensuels	4,71	1,99	4,46	2,20	4,45	2,20

Aca: actions canadiennes, Bca: obligations canadiennes, AusC: actions américaines couvertes, BusC: obligations américaines couvertes, AusNC: actions américaines non couvertes, BusNC: obligations américaine non couvertes.

On peut déduire du tableau 1 que la volatilité des actions est plus importante que celle des obligations sans pour autant présenter un avantage en terme de rendement, surtout en ce qui concerne le marché canadien. On remarque aussi la grande ressemblance entre les caractéristiques des actifs américains couverts et non-couverts, ce qui laisse entendre une grande ressemblance dans la composition du portefeuille optimal surtout en utilisant la méthode historique.

Tableau 2 : Matrice des corrélations des rendements mensuels des six actifs du portefeuille

	Aca	Bca	AusC	BusC	AusNC	BusNC
Aca	1	0,25	0,7	0,09	0,7	0,08
Bca	0,25	1	0,23	0,64	0,23	0,63
AusC	0,7	0,23	1	0,37	0,99	0,36
BusC	0,09	0,64	0,37	1	0,37	0,99
AusNC	0,7	0,23	0,99	0,37	1	0,37
BusNC	0,08	0,63	0,36	0,99	0,37	1

Aca: actions canadiennes, Bca: obligations canadiennes, AusC: actions américaines couvertes, BusC: obligations américaines couvertes, AusNC: actions américaines non couvertes, BusNC: obligations américaine non couvertes.

Le tableau ci-dessus fait ressortir une corrélation quasi-parfaite entre les actifs américains couverts et non-couverts, ce qui confirme les similitudes de leurs différentes caractéristiques statistiques présentées dans le tableau 1. On peut aussi mentionner la forte corrélation entre les actions canadiennes et les actions américaines tant couvertes que non couvertes.

En ce qui concerne les facteurs, nous avons utilisé des données mensuelles de la même période que celle utilisée pour les actifs du portefeuille (i.e. de mars 1980 à mai 2006). Nous avons retenu l'indice des prix à la consommation pour l'inflation et les taux trimestriels des billets de trésorerie du gouvernement pour les taux d'intérêt. Nous avons aussi utilisé les séries chronologiques des productions industrielles des États-Unis et du Canada ainsi que l'indice des prix des produits énergétiques de la banque du Canada[1]. Ces différentes séries ont été extraites de la base de données CANSIM-2[2].

À l'instar des séries des actifs, nous avons retenu le taux de croissance mensuelle des différents facteurs. Le tableau 3 présente les moyennes et les écart-types des taux de variations mensuelles des facteurs. La matrice des corrélations de ces différentes séries est présentée au tableau 4.

Tableau 3 : Moyennes et écart types des taux de variations mensuelles des facteurs

	InfUS	InfCA	ProdUS	ProdCA	Energie	TbillUS	TbillCA
Moyenne mensuelle	0,30 %	0,30 %	0,21 %	0,17 %	0,34 %	-0,28 %	-0,36 %
Écart type mensuel	0,31	0,38	0,63	1,22	7,33	6,67	7,64

InfUS: inflation américaine, InfCA: inflation canadienne, ProdUS: production industrielle des États-Unis, ProdCA: production industrielle canadienne, Energie: indice de l'énergie, TbillUS: taux d'intérêt américains, TbillCA: taux d'intérêt canadiens, DiffInf: différence de l'inflation américaine et canadienne, DiffTbill: différence des taux d'intérêt américain et canadien.

Dans cette table, nous remarquons la similitude des moyennes mensuelles des inflations américaines et canadiennes avec une volatilité plus importante dans le cas du Canada. Nous remarquons aussi, que la production industrielle américaine a dépassé en

[1] Voir le site de la banque du Canada pour les détails sur la composition de l'indice: http://www.bankofcanada.ca/en/rates/commod.html

[2] http://dc2.chass.utoronto.ca/cansim2/

moyenne celle du Canada durant la période étudiée. Les taux d'intérêt ont baissé en moyenne durant la période étudiée avec une baisse plus importante au Canada qu'aux États-Unis. Nous notons aussi l'importante volatilité de l'indice des prix des produits énergétiques. Enfin, nous pouvons signaler la volatilité des indicateurs canadiens qui est plus importante comparée à celle des indicateurs américains.

Tableau 4 : Matrice des corrélations des taux de variations mensuelles des facteurs

	InfUS	InfCA	ProdUS	ProdCA	Energie	TbillUS	TbillCA
InfUS	1	0,55	-0,1	-0,11	0,38	0,07	0,14
InfCA	0,55	1	-0,15	-0,09	0,2	-0,03	0,03
ProdUS	-0,10	-0,15	1	0,31	0,04	0,35	0,26
ProdCA	-0,11	-0,09	0,31	1	0,04	0,14	0,13
Energie	0,38	0,2	0,04	0,04	1	0,08	0,08
TbillUS	0,07	-0,026	0,35	0,14	0,08	1	0,46
TbillCA	0,14	0,03	0,26	0,13	0,08	0,46	1

InfUS: inflation américaine, InfCA: inflation canadienne, ProdUS: production industrielle des États-Unis, ProdCA: production industrielle canadienne, Energie: indice de l'énergie, TbillUS: taux d'intérêt américains, TbillCA: taux d'intérêt canadiens, DiffInf: différence de l'inflation américaine et canadienne, DiffTbill: différence des taux d'intérêt américain et canadien.

Du tableau 4, nous pouvons déduire une grande corrélation entre les inflations américaine et canadienne (0,5462), mais aussi entre les taux d'intérêt canadiens et américains (0,4617). On peut aussi signaler des corrélations positives importantes entre les taux d'intérêt américains et la production industrielle des États-Unis (0,3461), entre les productions industrielles américaine et canadienne (0,3105), ainsi qu'entre l'indice des produits énergétiques et l'inflation américaine (0,3792). De telles corrélations peuvent nous donner une idée sur le grand degré d'intégration des économies américaine et canadienne ainsi que sur l'influence de certaines variables, notamment l'inflation et les taux d'intérêt. Ces différentes corrélations vont nous aider dans le choix des variables qui entreront dans notre modèle factoriel.

4. Présentation et analyse des résultats

Dans cette section nous allons d'abord présenter la composition de notre portefeuille selon l'approche historique et extraire les ratios de couverture ainsi que d'autres informations (proportion d'actions, proportion d'obligations, proportion à l'international, moyenne, et écart-type). Rappelons que deux objectifs d'investisseur sont utilisées : la minimisation de la variance, et la maximisation du ratio de Sharpe, et que trois portefeuilles sont considérés : portefeuille d'actions et d'obligations, portefeuille d'actions seulement, portefeuille d'obligations seulement. Rappelons que la vente à découvert n'est pas permise.

La deuxième approche que nous allons utiliser est l'approche factorielle. Nous allons présenter les mêmes informations que celles présentées dans l'approche historique. Une analyse des facteurs à inclure dans le modèle sera réalisée afin d'augmenter sa pertinence (moins de facteurs pour plus d'explication).

Finalement, la troisième partie sera consacrée aux résultats de l'approche des simulations par ré-échantillonnage. Au fur et à mesure de la présentation des résultats, nous allons les analyser, les commenter, et soulever le lien avec la littérature pour tirer des conclusions.

4.1. Approche historique

4.1.1. Objectif de minimisation de la variance

Pour trouver notre portefeuille optimal, nous avons besoin des matrices des covariances et des rendements espérés (ici, les moyennes historiques). Les tableaux 1 et 2 présentent ces statistiques. À partir des données historiques, nous avons déterminé la composition du portefeuille de l'investisseur canadien dont l'objectif serait la minimisation du risque total. Nous avons considéré un portefeuille mixte composé d'actions et d'obligations, un portefeuille d'actions seulement et un portefeuille d'obligations seulement.

Compte tenu des poids extrêmes que peuvent susciter les ventes à découvert, nous avons décidé d'imposer des restrictions sur cette pratique. Le résultat est présenté au tableau 5

Tableau 5 : Portefeuilles à variance minimale selon l'approche historique

Panel A : Composition des portefeuilles

Actifs	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Aca	0,08	0,41	-
Bca	0,54	-	0,63
AusNC	0	0	-
BusNC	0	-	0
AusC	0	0,59	-
BusC	0,38	-	0,37

Aca: actions canadiennes, Bca: obligations canadiennes, AusC: actions américaines couvertes, BusC: obligations américaines couvertes, AusNC: actions américaines non couvertes, BusNC: obligations américaine non couvertes.

Panel B : Statistiques

Statistiques	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Pourcentage d'actions	8,09	-	-
Pourcentage d'obligations	91,91	-	-
Pourcentage à l'international	37,52	59,33	36,69
* Actions	0,00	-	-
* Obligations	40,82	-	-
Ratio de couverture	100,00	100,00	100,00
* Actions	-	-	-
* Obligations	100,00	-	-
Moyenne	0,77	0,70	0,79
Écart-type	1,85	4,21	1,89

Ratio de couverture = (AusC + BusC)/(AusC + BusC + AusNC + BusNC)

Ratio de couverture des actions = AusC / (AusC + AusNC)

Ratio de couverture des obligations = BusC / (BusC + BusNC)

Nous remarquons la prédominance des obligations dans le portefeuille mixte (91,91%), ce qui confirme leur caractère moins risqué, puisqu'on est dans une logique de minimisation de variance. D'autre part, 40,82% des obligations sont américaines alors que ce chiffre est de 0% en ce qui concerne les actions. Cela confirme le caractère risqué des actions internationales malgré leur couverture.

Un résultat important qui concerne le portefeuille mixte et le portefeuille d'obligations réside dans la couverture totale des obligations dans une perspective d'élimination du risque lié au taux de change. Cela signifie que les obligations internationales couvertes sont moins risquées que celles non couvertes comme la littérature le montre (Glen et Jorion, 1993; Froot, 1993). La couverture totale est consistante avec Perold et Schulman (1988), et avec la recommandation de Black (1995) de couvrir les obligations à 100%. Cependant, ce résultat est en contradiction avec la non couverture totale recommandée par une partie de la littérature.

Pour le portefeuille d'actions, on trouve un ratio de couverture de 100%. Cependant, le fait d'avoir plus de la moitié du portefeuille d'actions à l'international montre qu'il y a bien un important effet de diversification associé aux positions internationales dans les actions (Solnik, 1998).

4.1.2. Objectif de maximisation du ratio de Sharpe

À partir des données historiques concernant les rendements et les variances (tableau 1 et 2), nous avons déterminé la composition du portefeuille de l'investisseur canadien dont l'objectif serait la maximisation du ratio de Sharpe. Nous avons considéré un portefeuille mixte composé d'actions et d'obligations, un portefeuille d'actions seulement et un portefeuille d'obligations seulement. Une restriction de la vente à découvert est introduite afin d'éviter les poids extrêmes qui peuvent découler en la permettant. Le résultat est présenté au tableau 6.

Tableau 6 : Portefeuilles au ratio de Sharpe maximal selon l'approche historique

Panel A : Composition des portefeuilles

Actifs	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Aca	0,00	0,00	-
Bca	0,93	-	0,98
AusNC	0,04	0,50	-
BusNC	0,00	-	0,01
AusC	0,03	0,50	-
BusC	0,00	-	0,01

Aca: actions canadiennes, Bca: obligations canadiennes, AusC: actions américaines couvertes, BusC: obligations américaines couvertes, AusNC: actions américaines non couvertes, BusNC: obligations américaine non couvertes.

Panel B : Statistiques

Statistiques	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Pourcentage d'actions	6,86	-	-
Pourcentage d'obligations	93,14	-	-
Pourcentage à l'international	6,86	100,00	1,35
*** Actions**	100,00	-	-
*** Obligations**	0,00	-	-
Ratio de couverture	48,67	50,00	53,91
*** Actions**	48,67	-	-
*** Obligations**	-	-	-
Moyenne	0,83	0,77	0,83
Écart-type	1,95	4,45	1,99

Ratio de couverture = (AusC + BusC)/(AusC + BusC + AusNC + BusNC)

Ratio de couverture des actions = AusC / (AusC + AusNC)

Ratio de couverture des obligations = BusC / (BusC + BusNC)

D'après le tableau 6, la part des obligations domestiques est prépondérante (93,14%) alors que celle des actions reste minime (6,86%) dans le portefeuille mixte. La partie internationale des actions est de 100%, ce qui est complètement l'opposé du résultat obtenu en minimisant la variance. Cela nous montre que ces actions américaines sont plus risquées pour un investisseur canadien, mais apportent une meilleure opportunité de rendement, ce qui est consistant avec la littérature (Gastineau, 1995).

Le ratio de couverture des actions est de 48,67% dans le portefeuille mixte et de 50% dans le portefeuille d'actions pour un investissement total dans les actions américaines. En ce qui concerne le portefeuille d'obligations, la part investie à l'international est minime par rapport aux obligations domestiques (1,35%) et le ratio de couverture est un peu plus que la moitié (53,91%). Ces deux ratios de couverture sont consistants avec le ratio de couverture universel de Black (entre 30% et 77%) et avec la littérature qui indique des ratios de couverture stratégique qui performent la non couverture et la couverture totale.

4.2. Approche factorielle

4.2.1. Choix du modèle factoriel

Nous allons choisir un modèle factoriel qui comprend des variables susceptibles d'influencer notre portefeuille parmi celles que nous avons identifié à la section 3.2. Notre objectif consiste à minimiser le nombre de facteurs qu'on retiendra dans notre modèle en se basant sur les relations statistiques entre les facteurs et notre portefeuille, ainsi qu'entre les différents facteurs choisis.

En premier lieu, nous allons analyser les corrélations entre les facteurs. Deux facteurs ayant une corrélation proche ou supérieure à 0,5 sont considérés comme très corrélés et ne doivent pas figurer dans le même modèle. Ensuite, nous allons analyser les modèles en commençant par celui qui regroupera tous les facteurs. Notre analyse reposera sur le seuil expérimental[1] (*p-value*) du modèle complet ainsi que sur les *p-values* des différents facteurs pour chacun des actifs de notre portefeuille. Un seuil de significativité[2] de 10% sera retenu. Un facteur non significatif par rapport à tous les actifs de notre portefeuille ne sera pas inclus

[1] Le seuil expérimental (*p-value*) associé à une variable est la probabilité qu'elle soit égale à zéro. Plus le seuil expérimental est petit, plus la variable est significativement différente de zéro.
[2] Le seuil expérimental associé à une variable est comparé avec le seuil de significativité, dans le cas où il est plus petit, l'hypothèse nulle selon laquelle la variable est égale à zéro est alors rejetée.

dans notre modèle. Les différences entre les mêmes variables pour les États-Unis et le Canada (différence des taux d'inflation par exemple) seront considérées dans nos modèles.

a. Les corrélations entre les différents facteurs.

Les sept facteurs retenus sont: l'inflation américaine (InfUS), l'inflation canadienne (InfCA), la production industrielle des États-Unis (ProdUS), la production industrielle canadienne (ProdCA), l'indice de l'énergie (Energie), le taux d'intérêt américain (TbillUS), et le taux d'intérêt canadien (TbillCA). Nous avons également retenu les différences d'inflation (DiffInf), des taux d'intérêt (DiffTbill), et des productions industrielles (DiffProd). La matrice de corrélation de ces facteurs se présente comme suit:

Tableau 7 : Matrice des corrélations des facteurs

	InfUS	InfCA	ProdUS	ProdCA	Energie	TbillUS	TbillCA	DiffInf	DiffTbill	DiffProd
InfUS	1,00	**0,55**	-0,10	-0,11	**0,38**	0,07	0,14	0,29	-0,08	0,06
InfCA	**0,55**	1,00	-0,15	-0,09	**0,20**	-0,03	0,03	-0,64	-0,05	0,01
ProdUS	-0,10	-0,15	1,00	**0,31**	0,04	**0,35**	**0,26**	0,09	0,05	0,21
ProdCA	-0,11	-0,09	**0,31**	1,00	0,04	0,14	0,13	0,00	0,00	-0,86
Energie	**0,38**	**0,20**	0,04	0,04	1,00	0,08	0,08	0,12	-0,01	-0,03
TbillUS	0,07	-0,03	**0,35**	0,14	0,08	1,00	**0,46**	0,09	0,42	0,04
TbillCA	0,14	0,03	**0,26**	0,13	0,08	**0,46**	1,00	0,09	-0,61	0,01
DiffInf	0,29	-0,64	0,09	0,00	0,12	0,09	0,09	1,00	-0,01	0,04
DiffTbill	-0,08	-0,05	0,05	0,00	-0,01	0,42	-0,61	-0,01	1,00	0,03
DiffProd	0,06	0,01	0,21	-0,86	-0,03	0,04	0,01	0,04	0,03	1,00

InfUS: inflation américaine, InfCA: inflation canadienne, ProdUS: production industrielle des États-Unis, ProdCA: production industrielle canadienne, Energie: indice de l'énergie, TbillUS: taux d'intérêt américains, TbillCA: taux d'intérêt canadiens, DiffInf: différence de l'inflation américaine et canadienne, DiffTbill: différence des taux d'intérêt américain et canadien.

Nous remarquons ici la grande corrélation entre l'inflation canadienne et celle américaine ainsi qu'entre les taux d'intérêt canadiens et américains. Des corrélations importantes sont aussi observées entre les productions industrielles américaine et canadienne, entre la production industrielle américaine et les taux d'intérêt, ainsi qu'entre l'indice de l'énergie et l'inflation. On remarque que ces corrélations paraissent aussi logiques d'un point de vue économique. En effet, les économies américaine et canadienne sont très intégrées, la variation du PIB influence la politique monétaire de la banque centrale, et les prix des produits énergétiques influencent le niveau général des prix. Ici, nous n'avons pas souligné les corrélations entre les différences et leurs composantes vu qu'elles ne seront jamais utilisées dans le même modèle.

b. Les différents modèles

Notre premier modèle qui englobe tous les facteurs sélectionnés se présente comme suit :

Modèle 1: $Actif = \beta_0 + \beta_1\, InfUS + \beta_2\, InfCA + \beta_3\, ProdUS + \beta_4\, ProdCA + \beta_5\, Energie + \beta_6\, TbillUS + \beta_7\, TbillCA$

Les *p-values*[1] de ce modèle se présentent ainsi:

Tableau 8 : *p-values* du modèle à facteurs 1

Actif	β_0	InfUS	InfCA	ProdUS	ProdCA	Energie	TbillUS	TbillCA	modèle
Aca	0,58	0,17	0,38	0,42	0,25	0,50	**0,02**	0,15	**0,05**
AusC	0,07	0,84	0,96	0,16	0,88	0,15	0,35	0,96	**0,00**
AusNC	0,07	0,84	0,95	0,16	0,90	0,15	0,30	0,92	0,39
Bca	0,00	**0,09**	0,45	0,30	0,67	0,58	**0,00**	0,44	**0,00**
BusC	0,00	**0,05**	**0,09**	0,70	0,73	0,53	**0,00**	**0,05**	0,41
BusNC	0,00	**0,05**	**0,08**	0,71	0,77	0,52	**0,00**	**0,10**	**0,00**

Dans ce qui suit, un facteur est considéré significatif pour un actif dans le cas où la *p-value* associée est inférieure à 10%. L'inflation et les taux d'intérêt influencent significativement certains actifs de notre portefeuille. Par contre, la production industrielle et l'indice de l'énergie ne sont pas significatifs pour tous les actifs.

À partir des *p-values* présentés au teblau 8, on note la relation entre l'inflation américaine et les obligations américaines et canadiennes, la relation entre l'inflation canadienne et les obligations américaines, et la relation entre les taux d'intérêt canadiens et les obligations américaines. Ces résultats peuvent être expliqués globalement par la forte

[1] Les *p-values* des facteurs sont calculées à l'aide de la statistique t, celles du modèle en entier sont calculées à l'aide de la statistique F. Un seuil de 10% est retenu. Si la statistique (t ou F) est inférieure à 10%, l'hypothèse selon laquelle la variable (ici, le β) égale à zéro est rejetée.

intégration des économies américaines et canadiennes. Cela peut être remarqué à partir de la matric des correlation des facteurs américains et canadiens (tableau 7)

Dans le deuxième modèle nous avons éliminé les facteurs corrélés et nous les avons remplacés par leur différence. C'est le cas des inflations américaine et canadienne et aussi des taux américains et canadiens. Le modèle se présente comme suit :

Modèle 2: $Actif = \beta_0 + \beta_1\, DiffInf + \beta_2\, ProdUS + \beta_3\, ProdCA$
$+ \beta_4\, Energie + \beta_5\, DiffTbill$

Les *p-values* du troisième modèle sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau 9 : *p-values* du modèle à facteurs 2

Actif	β_0	DiffInf	ProdUS	ProdCA	Energie	DiffTbill	modèle
Aca	0,13	0,22	0,24	0,26	0,25	**0,03**	**0,03**
AusC	0,02	0,97	**0,06**	0,94	0,12	0,67	**0,00**
AusNC	0,02	0,97	**0,06**	0,95	0,12	0,56	0,26
Bca	0,00	0,13	**0,00**	0,56	0,71	**0,06**	**0,00**
BusC	0,00	**0,02**	0,11	0,65	0,21	**0,00**	0,28
BusNC	0,00	**0,02**	0,11	0,69	0,20	**0,00**	**0,00**

On remarque que le modèle est globalement significatif (pour quatre actifs sur six). La différence d'inflation influence significativement les obligations américaines tant couvertes que non couvertes. La différence des taux d'intérêt influence significativement les obligations américaines et canadiennes mais aussi les actions canadiennes. La production industrielle des États-Unis influence significativement les actions américaines et les obligations canadiennes. Comme mentionné dans le modèle 1 (page 47), ces résultats peuvent être expliqués par la forte intégration économique entre la canada et les état-unis.

Dans le modèle précédent, on remarque que l'indice de l'énergie ainsi que la production industrielle du Canada n'ont aucun impact significatif sur les actifs de notre portefeuille. Dans notre troisième modèle, nous allons tout simplement les éliminer pour ne garder que les facteurs présentant une certaine significativité dans le deuxième modèle. Notre troisième modèle se présente comme suit :

Modèle 3: $Actif = \beta_0 + \beta_1\, DiffInf + \beta_2\, ProdUS + \beta_3\, DiffTbill$

Les *p-values* du troisième modèle sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau 10 : *p-values* du modèle à facteurs 3

Actif	β_0	DiffInf	ProdUS	DiffTbill	modèle
Aca	0,11	0,18	**0,10**	**0,04**	**0,02**
AusC	0,02	0,83	**0,06**	0,66	**0,00**
AusNC	0,02	0,82	**0,06**	0,55	0,25
Bca	0,00	0,12	**0,00**	**0,06**	**0,00**
BusC	0,00	**0,02**	**0,06**	**0,00**	0,28
BusNC	0,00	**0,02**	**0,07**	**0,00**	**0,00**

Le modèle est globalement significatif (pour quatre actifs sur six). Tous les facteurs influencent significativement au moins deux actifs du portefeuille. La production américaine est significative pour tous les actifs. La différence des taux d'intérêt est significative pour quatre actifs. La différence des inflations est significative pour deux actifs. On peut aussi noter la très faible corrélation entre ces trois facteurs (entre 0,09 et -0,01). Ce dernier modèle à trois facteurs nous parait donc adéquat pour notre modèle factoriel.

4.2.2. Caractéristiques du modèle factoriel

Il convient ici de rappeler que la base de ce modèle factoriel réside dans la construction d'une nouvelle matrice des covariances et d'un nouveau vecteur des rendements à partir de la sensibilité des différents actifs de notre portefeuille aux facteurs utilisés dans le modèle. La nouvelle matrice des covariances s'écrit sous la forme : $V = L\,F\,L' + R^2$, où F est la matrice des covariances historiques de ces différents facteurs de risque, L est la matrice de l'exposition des actifs aux différents facteurs de risque, R^2 représente le risque résiduel. Le vecteur des rendements selon la méthode factorielle s'écrit : $Rf = L\,E + A$, où E est le vecteur des rendements des différents facteurs, L est la matrice de l'exposition des actifs aux facteurs de risque, et A est le vecteur colonne des ordonnées à l'origine (*Alphas*). Le tableau 11 contient les nouvelles matrices des covariances et des rendements ainsi que leurs composantes :

Tableau 11 : Nouvelles matrices des covariances et des rendements du modèle factoriel et leurs composantes

Panel A : Matrice de l'exposition des actifs aux différents facteurs de risque *(matrice des bêtas : L)*

	Aca	Bca	AusNC	BusNC	AusC	BusC
β_0	0,44	0,96	0,61	0,79	0,61	0,79
DiffInf	1,05	-0,51	-0,17	-0,87	-0,16	-0,86
ProdUS	0,69	-0,57	0,76	-0,35	0,76	-0,36
DiffTbill	0,07	-0,03	0,02	-0,06	0,01	-0,06

Panel B : Statistiques du modèle factoriel retenu

	R^2	Statistique F	p value du modèle
Aca	0,03	3,19	0,02
Bca	0,05	6,06	0,00
AusNC	0,01	1,37	0,25
BusNC	0,07	7,77	0,00
AusC	0,01	1,29	0,28
BusC	0,08	8,66	0,00

Panel C : Matrice diagonale des résidus au carré *(R^2)*

	Aca	Bca	AusNC	BusNC	AusC	BusC
Aca	21,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Bca	0,00	3,78	0,00	0,00	0,00	0,00
AusNC	0,00	0,00	19,67	0,00	0,00	0,00
BusNC	0,00	0,00	0,00	4,53	0,00	0,00
AusC	0,00	0,00	0,00	0,00	19,63	0,00
BusC	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,50

Panel D : Covariance des facteurs *(F)*

	DiffInf	ProdUS	DiffTbill
DiffInf	0,11	0,02	-0,03
ProdUS	0,02	0,40	0,21
DiffTbill	-0,03	0,21	55,96

Tableau 11 (Suite)

Panel E : Covariance calculée des actifs *($V = L\,F\,L' + R^2$)*

	Aca	Bca	AusNC	BusNC	AusC	BusC
Aca	22,27	-0,36	0,30	-0,46	0,27	-0,49
Bca	-0,36	4,00	-0,21	0,24	-0,20	0,25
AusNC	0,30	-0,21	19,92	-0,18	0,25	-0,18
BusNC	-0,46	0,24	-0,18	4,86	-0,16	0,35
AusC	0,27	-0,20	0,25	-0,16	19,87	-0,16
BusC	-0,49	0,25	-0,18	0,35	-0,16	4,87

Panel F : Rendement moyen des facteurs *(E)*

Facteur	DiffInf	ProdUS	DiffTbill
Rendement moyen	0,00	0,21	0,07

Panel G : Rendements moyens calculés des actifs *(Rf)*

Actif	Aca	Bca	AusNC	BusNC	AusC	BusC
Rendement moyen calculé	0,59	0,83	0,76	0,71	0,77	0,71

En comparant les matrices de variance et de rendement découlant de l'approche factorielle (tableau 11) avec les matrices de correlation et de rendement découlant de l'approche historique (tableau 1 et 2), la différence fondamentale reste dans les covariances entre les actifs qui sont toutes positives dans la méthode historique (le signe des covariances peut être déduit de celui des correlations dans le tableau 2) alors que beaucoup de covariances de la méthode factorielle peuvent être négatives. Les rendements moyens ne changent pas de façon radicale et restent très proches dans les deux approches (Tableaux 1 et 11).

4.2.3. Objectif de minimisation de la variance

En utilisant les données de la table 11, nous avons déterminé la composition du portefeuille de l'investisseur canadien dont l'objectif serait la minimisation du risque total à l'aide de la méthode factorielle. Nous avons considéré un portefeuille mixte composé d'actions et d'obligations, un portefeuille d'actions seulement et un portefeuille d'obligations seulement sans vente à découvert. Le résultat est présenté au tableau 12.

Tableau 12 : Portefeuilles à variance minimale selon l'approche factorielle

Panel A : Composition des portefeuilles

Actifs	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Aca	0,07	0,31	-
Bca	0,30	-	0,39
AusNC	0,07	0,35	-
BusNC	0,24	-	0,31
AusC	0,07	0,35	-
BusC	0,24	-	0,31

Aca: actions canadiennes, Bca: obligations canadiennes, AusC: actions américaines couvertes, BusC: obligations américaines couvertes, AusNC: actions américaines non couvertes, BusNC: obligations américaine non couvertes.

Panel B : Statistiques

Statistiques	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Pourcentage d'actions	21,07	-	-
Pourcentage d'obligations	78,93	-	-
Pourcentage à l'international	62,46	69,19	61,37
*** Actions**	66,25	-	-
*** Obligations**	61,44	-	-
Ratio de couverture	**49,91**	**50,09**	**49,86**
*** Actions**	**49,87**	-	-
*** Obligations**	**49,92**	-	-
Moyenne	0,75	0,71	0,76
Écart-type	1,13	2,66	1,30

Ratio de couverture = (AusC + BusC)/(AusC + BusC + AusNC + BusNC)

Ratio de couverture des actions = AusC / (AusC + AusNC)

Ratio de couverture des obligations = BusC / (BusC + BusNC)

En comparant le tableau 12 avec le tableau 5 concernant le portefeuille mixte à variance minimale selon l'approche historique, on remarque que le poids des actions est passé de 8,09% à 21,07% avec une proportion à l'international qui est passée de 0% à

66,25% pour les actions et de 40,82% à 61,44% pour les obligations sans ventes à découvert. Le ratio de couverture se situe quant à lui autours de 50% pour les actions et les obligations.

On remarque que les résultats selon la méthode factorielle sont moins extrêmes et concordent plus avec ceux de la littérature. En effet le ratio de couverture trouvé (50%) est celui proposé par Gastineau (1995), et ce ratio se situe aussi dans l'intervalle recommandé par Black (1995) et Solnik (1998). Cependant ce ratio de couverture contredit les résultats de Perold et Schulman (1998) et de Froot (1993) préconisant respectivement des taux de couverture de 100% et 0% des actifs internationaux.

En ce qui concerne la différence entre les actions et les obligations, le ratio de couverture des deux classes d'actif est presque le même. Cela est en contradiction avec la littérature qui recommande une plus grande couverture pour les obligations que pour les actions à long terme (Black, 1995; Lindenhovius et de Vrij, 2001).

Pour le portefeuille d'action, le ratio de couverture reste autour de 50% alors que la partie des actions américaines est de 69,19%. Ces résultats sont différents de ceux trouvés par l'approche historique pour le portefeuille d'actions surtout en ce qui concerne le taux de couverture qui est de 100% pour l'approche historique (tableau 5).

En ce qui concerne le portefeuille d'obligations, le taux de couverture est aussi proche de 50% pour 61,37% d'obligations internationales. Ce ratio de couverture reste très différent de la couverture totale (100%) trouvé avec l'approche historique pour 36,69% d'obligations internationales (tableau 5).

4.2.4. Objectif de maximisation du ratio de Sharpe

En utilisant les données du tableau 11, nous avons déterminé la composition du portefeuille de l'investisseur canadien dont l'objectif serait la maximisation du ratio de Sharpe à l'aide de la méthode factorielle. Nous avons considéré un portefeuille mixte composé d'actions et d'obligations, un portefeuille d'actions seulement et un portefeuille d'obligations seulement. Une restriction de la vente à découvert est introduite afin d'éviter les poids extrêmes qui peuvent découler en la permettant. Le résultat est présenté au tableau 13.

Tableau 13 : Portefeuilles à ratio de Sharpe maximal selon l'approche factorielle

Panel A : Composition des portefeuilles

Actifs	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Aca	0,04	0,18	-
Bca	0,39	-	0,48
AusNC	0,07	0,41	-
BusNC	0,21	-	0,26
AusC	0,07	0,41	-
BusC	0,21	-	0,26

Aca: actions canadiennes, Bca: obligations canadiennes, AusC: actions américaines couvertes, BusC: obligations américaines couvertes, AusNC: actions américaines non couvertes, BusNC: obligations américaine non couvertes.

Panel B : Statistiques

Statistiques	Portefeuille mixte	Portefeuille d'actions seulement	Portefeuille d'obligations seulement
Pourcentage d'actions	19,32	-	-
Pourcentage d'obligations	80,68	-	-
Pourcentage à l'international	56,84	81,99	51,67
*** Actions**	76,84	-	-
*** Obligations**	52,04	-	-
Ratio de couverture	**49,86**	**50,03**	**49,79**
*** Actions**	**49,90**	-	-
*** Obligations**	**49,85**	-	-
Moyenne	0,76	0,74	0,77
Écart-type	1,16	2,75	1,32

Ratio de couverture = (AusC + BusC)/(AusC + BusC + AusNC + BusNC)

Ratio de couverture des actions = AusC / (AusC + AusNC)

Ratio de couverture des obligations = BusC / (BusC + BusNC)

En maximisant le ratio de Sharpe, la composition du portefeuille ne change pas fondamentalement de celle trouvée par la minimisation de la variance pour l'approche factorielle. Mais en comparaison avec l'approche historique, nous remarquons de très grandes différences. Dans le portefeuille mixte, la part des actions passe de 6,86% à 19,32%, la partie internationale passe de 100% à 76,84% pour les actions et de 0% à 52,04% pour les obligations. Le ratio de couverture reste proche de 50% selon l'approche factorielle.

Pour le portefeuille d'actions seulement, le ratio de couverture reste autours de 50% pour 81,99% d'actions américaines, alors que le ratio trouvé selon l'approche historique est de 50% pour 100% des actions à l'internationales. Le ratio de couverture pour le portefeuille d'obligations selon l'approche factorielle est semblable à tous les ratios trouvés auparavant à l'aide de la même approche (50%). La partie internationale dans un portefeuille d'obligations est de 51,67% ce qui est sensiblement équivalent à celle trouvée pour un portefeuille mixte en maximisant le ratio de Sharpe. Remarquons aussi que ce chiffre n'est pas très différent de celui trouvé à l'aide de la méthode historique pour le même portefeuille (53,91%), en revanche la partie internationale des obligations n'était que de 1,35%.

En général, ces résultats montrent l'importance de la diversification internationale et de la couverture partielle en utilisant l'approche factorielle pour trouver le ratio de couverture. Cela est vrai autant pour les actions que pour les obligations dans le portefeuille mixte, le portefeuille d'actions, et le portefeuille d'obligations.

On peut résumer les résultats de l'approche factorielle comme étant moins extrêmes (couverture partielle) et plus stables par rapport à l'objectif de l'investisseur. Le ratio de couverture tourne autour de 50% (Gastineau, 1995) pour des positions internationales plus équilibrées. Les résultats découlant de l'approche factorielle semblent plus cohérents avec une perspective future de long terme comparés par ceux de l'approche historique.

4.3. Approche de simulation par ré-échantillonnage

4.3.1. Comparaison des différentes stratégies de couverture

Avant de présenter les statistiques qui découlent de notre première simulation, il convient de rappeler les huit stratégies simulées :

Tableau 14 : Liste des différentes stratégies simulées

Stratégie	Description
A	Non couverture
B	Couverture complète des actions et des obligations
C	Couverture complète des actions et non couverture des obligations
D	Non couverture des actions et couverture complète des obligations
E	Gestion active de couverture des actions et non couverture des obligations
F	Non couverture des actions et gestion active de couverture des obligations
G	Gestion active simultanée de la couverture des actions et des obligations
H	Gestion active indépendante de la couverture des actions et des obligations

Rappelons qu'il s'agit ici de simuler ces différentes stratégies en tenant compte des rendements mensuels choisis aléatoirement de la façon décrite dans la méthodologie. Le tableau 15 présente les différentes statistiques relatives aux différentes stratégies de couverture.

Pour voir la valeur ajoutée de chaque stratégie, nous avons calculé la différence entre le $5^{\text{ème}}$ et le $95^{\text{ème}}$ percentile ainsi que la différence entre le 1^{er} et le $99^{\text{ème}}$ percentile. Cette mesure est similaire à celle utilisée par Kritzman et Page (2003). La différence entre les percentiles extrêmes pour une stratégie autre que les stratégies A et B peut être définie comme étant la valeur ajoutée qu'un gestionnaire dégage avec une bonne gestion de cette stratégie comparée au résultat de sa mauvaise gestion. Pour les deux premières stratégies, cette différence entre les percentiles ne peut pas donner une idée sur la valeur ajoutée du gestionnaire de portefeuille puisque ces stratégies sont passives. Elle sert alors comme base de comparaison avec les différences des percentiles issues des autres stratégies.

Tableau 15 : Statistiques des différentes stratégies de couverture

Stratégie	A	B	C	D	E	F	G	H
rendement minimum	-0,09	-0,09	-0,13	-0,15	-0,15	-0,11	-0,03	-0,16
rendement maximum	1,53	1,50	1,50	1,54	1,58	1,48	1,63	1,55
Moyenne des rendements	0,72	0,72	0,73	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
écart-type des rendements	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
95ème percentile	1,08	1,09	1,09	1,09	1,08	1,09	1,08	1,09
5ème percentile	0,36	0,35	0,36	0,35	0,36	0,36	0,36	0,35
99ème percentile	1,22	1,24	1,23	1,23	1,23	1,23	1,23	1,24
1er percentile	0,21	0,20	0,20	0,20	0,19	0,21	0,21	0,20
diff_95_5	**0,72**	**0,74**	**0,73**	**0,73**	**0,73**	**0,73**	**0,72**	**0,73**
diff_99_1	**1,01**	**1,03**	**1,03**	**1,03**	**1,04**	**1,02**	**1,02**	**1,04**
diff_95_5 / moyenne	**1,00**	**1,02**	**1,01**	**1,02**	**1,01**	**1,01**	**1,00**	**1,02**
diff_99_1 / moyenne	**1,40**	**1,43**	**1,43**	**1,43**	**1,44**	**1,41**	**1,42**	**1,44**

diff_95_5: différence entre le 95ème et le 5ème percentile

diff_99_1: différence ente le 99ème et le 1er percentile

D'après les résultats de la première simulation, on peut remarquer qu'il n'existe pas de grande différence entre les valeurs ajoutées des différentes stratégies. On peut noter tout de même une très légère supériorité des stratégies E et H ainsi qu'une légère infériorité de la stratégie A.

On peut noter aussi la similitude des caractéristiques de distribution des rendements des différentes stratégies (moyennes, écarts-types). Cela confirme le fait qu'il n'y a pas de différence significative au niveau de la valeur ajoutée de chaque stratégie de couverture. Signalons aussi que nous avons introduit l'indicateur de la différence entre les percentiles extrêmes divisé par le rendement moyen pour avoir une base de comparaison avec d'autres horizons de placement et d'autres décisions de placement.

4.3.2. Analyse de sensibilité par rapport à l'horizon de placement

Dans cette partie, nous avons repris la même simulation en prenant les rendements cumulatifs de 6 mois, 1 an, et 3 ans afin de comparer la sensibilité de la valeur ajoutée des différentes stratégies par rapport à l'horizon de placement. Le tableau 16 résume les résultats de cette simulation.

Les résultats de l'analyse de sensibilité par rapport à l'horizon de placement indiquent qu'il n'y a pas de différence significative entre les différentes stratégies de couverture en fonction de l'horizon de placement. De plus, lorsqu'il y a une légère supériorité d'une stratégie pour un horizon de placement donné, cela ne signifie en aucun cas que cette stratégie est supérieure pour un autre horizon. Cela peut indiquer que les légères différences entre les stratégies ne sont pas consistantes.

Tableau 16 : Statistiques de l'analyse de sensibilité par rapport à l'horizon de placement

Stratégie	A	B	C	D	E	F	G	H
Rendements d'un mois								
diff_95_5	0,72	0,74	0,73	0,73	0,73	0,73	0,72	0,73
diff_99_1	1,01	1,03	1,03	1,03	1,04	1,02	1,02	1,04
diff_95_5/moyenne	**1**	**1,02**	**1,01**	**1,02**	**1,01**	**1,01**	**1**	**1,02**
diff_99_1/moyenne	**1,4**	**1,43**	**1,43**	**1,43**	**1,44**	**1,41**	**1,42**	**1,44**
Rendements de six mois								
diff_95_5	1,68	1,69	1,66	1,69	1,67	1,68	1,69	1,69
diff_99_1	2,37	2,36	2,38	2,41	2,35	2,38	2,39	2,39
diff_95_5/moyenne	**0,53**	**0,54**	**0,53**	**0,54**	**0,53**	**0,53**	**0,53**	**0,54**
diff_99_1/moyenne	**0,75**	**0,75**	**0,75**	**0,76**	**0,75**	**0,75**	**0,76**	**0,76**
Rendements d'un an								
diff_95_5	2,87	2,84	2,85	2,81	2,88	2,9	2,89	2,86
diff_99_1	4,01	3,96	4,02	4	4,11	4,1	4,07	3,97
diff_95_5/moyenne	**0,31**	**0,31**	**0,31**	**0,31**	**0,31**	**0,32**	**0,32**	**0,31**
diff_99_1/moyenne	**0,44**	**0,43**	**0,44**	**0,44**	**0,45**	**0,45**	**0,44**	**0,43**
Rendements de trois ans								
diff_95_5	5,47	5,52	5,44	5,51	5,58	5,61	5,54	5,5
diff_99_1	7,71	7,87	7,76	7,94	7,82	7,88	7,84	7,71
diff_95_5/moyenne	**0,18**	**0,18**	**0,17**	**0,18**	**0,18**	**0,18**	**0,18**	**0,18**
diff_99_1/moyenne	**0,25**	**0,25**	**0,25**	**0,26**	**0,25**	**0,25**	**0,25**	**0,25**

diff_95_5: différence entre le 95ème et le 5ème percentile

diff_99_1: différence ente le 99ème et le 1er percentile

Un autre résultat important que nous pouvons déduire est le fait que les valeurs ajoutées des différentes stratégies ainsi que les différences entre ces valeurs ajoutées tendent à diminuer avec l'horizon de placement. Cela indique que la valeur ajoutée de n'importe quelle stratégie de couverture diminue d'importance avec l'horizon de placement laissant penser qu'à long terme, la question de couverture n'est pas importante. Ce résultat confirme les travaux de Froot (1993) sur la non pertinence de la couverture à long terme puisqu'elle ne fait qu'engendrer des coûts inutiles.

4.3.3. Analyse de sensibilité par rapport à la diversification internationale

Dans les deux premières simulations, le portefeuille se compose de 55% de titres domestiques et 45% de titres étrangers, ou encore de 55% d'actions et 45% d'obligations comme expliqué dans la méthodologie. Dans cette simulation, nous allons considérer deux autres répartitions entre actifs domestiques et étrangers pour analyser la sensibilité des différentes stratégies par rapport à la diversification internationale. Notons que nous allons garder les mêmes proportions en ce qui concerne la répartition entre les actions et les obligations. Nous considérons aussi les rendements mensuels pour cette simulation. Les statistiques se rapportant à cette simulation sont présentées dans le tableau 17.

Il y a bien effet de diversification internationale, car les caractéristiques de risque augmentent avec les deux dernières allocations. Par exemple, les valeurs ajoutées des différentes stratégies augmentent de façon générale avec les deux dernières compositions de portefeuille.

En ce qui concerne les différentes stratégies de couverture, on peut noter qu'il n'existe pas de différence entre elles. En effet, quand une stratégie se distingue légèrement pour une composition donnée en termes de valeur ajoutée, cela ne se répète pas nécessairement pour les autres compositions.

Tableau 17 : Statistiques de l'analyse de sensibilité par rapport à la diversification internationale

Stratégie	A	B	C	D	E	F	G	H
55% Canada - 45% US								
diff_95_5	0,72	0,74	0,73	0,73	0,73	0,73	0,72	0,73
diff_99_1	1,01	1,03	1,03	1,03	1,04	1,02	1,02	1,04
diff_95_5 / moyenne	0,52	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,52	0,53
diff_99_1 / moyenne	1,4	1,43	1,43	1,43	1,44	1,41	1,42	1,44
75%Canada - 25%US								
diff_95_5	0,76	0,75	0,76	0,75	0,74	0,75	0,76	0,75
diff_99_1	1,07	1,05	1,08	1,08	1,06	1,06	1,06	1,07
diff_95_5 / moyenne	0,54	0,53	0,54	0,53	0,53	0,54	0,54	0,53
diff_99_1 / moyenne	1,5	1,47	1,52	1,52	1,48	1,49	1,49	1,5
25%Canada - 75%US								
diff_95_5	0,76	0,77	0,76	0,76	0,77	0,75	0,75	0,75
diff_99_1	1,08	1,07	1,09	1,07	1,06	1,06	1,07	1,06
diff_95_5 / moyenne	0,56	0,56	0,56	0,55	0,56	0,55	0,55	0,55
diff_99_1 / moyenne	1,47	1,47	1,49	1,47	1,45	1,44	1,46	1,46

diff_95_5: différence entre le 95ème et le 5ème percentile

diff_99_1: différence ente le 99ème et le 1er percentile

4.3.4. Analyse de la décision de diversification internationale

Dans cette partie, nous allons comparer la décision de la stratégie de couverture avec la décision de la stratégie de diversification internationale. Le même principe concernant la stratégie de couverture (voir section 3.1.3) s'applique ici avec la simulation de la proportion à investir à l'international tout en fixant la stratégie de couverture. Plus précisément, nous allons fixer les ratios de couverture et nous allons simuler aléatoirement 10000 portefeuilles en faisant varier la proportion des investissements internationaux dans chacune des deux classes d'actifs (actions et obligations). Après, nous allons présenter les caractéristiques de dispersion des rendements issues de ces portefeuilles simulés comme expliqué dans la section 3.1.3 concernant la stratégie de couverture.

Pour avoir une idée sur la valeur ajoutée d'une telle stratégie (diversification internationale), nous allons prendre une proportion de 40% d'actions et 60% d'obligations et fixer trois stratégies de couverture comme suit :

- Stratégie X de couverture partielle : 50% couvert et 50% non couvert;
- Stratégie Y de non couverture totale : 0% couvert;
- Stratégie Z de couverture totale : 100% couvert.

Le tableau 18 présente les statistiques relatives à l'analyse de la décision de diversification internationale.

Tableau 18 : Statistiques de l'analyse de la décision de diversification internationale

Stratégie	X	Y	Z
Rendement minimum	-0,22	-0,21	-0,15
Rendement maximum	1,66	1,58	1,66
Moyenne des rendements	0,72	0,72	0,72
Écart-type des rendements	0,24	0,24	0,24
95ème percentile	1,11	1,12	1,11
5ème percentile	0,32	0,31	0,32
99ème percentile	1,29	1,29	1,28
1er percentile	0,15	0,15	0,15
diff_95_5	**0,79**	**0,81**	**0,79**
diff_99_1	**1,14**	**1,14**	**1,12**
diff_95_5 / moyenne	**1,11**	**1,12**	**1,10**
diff_99_1 / moyenne	**1,58**	**1,58**	**1,55**

diff_95_5: différence entre le 95ème et le 5ème percentile
diff_99_1: différence ente le 99ème et le 1er percentile

En comparant les valeurs ajoutées des différentes stratégies de couverture, il s'avère que la décision de l'allocation internationale est plus importante que celle de la stratégie de couverture. En effet, les différences entre le 95ème et le 5ème percentiles divisés par la moyenne des rendements sont entre 1,00 et 1,02 pour les différentes stratégies de couverture alors que ce même indicateur est entre 1,10 et 1,12 pour les différentes stratégies de diversification internationale. La même remarque concerne la différence entre le 99ème et le

1er percentile divisée par la moyenne des rendements. Dans la première simulation, cet indicateur est entre 1,40 et 1,44 selon les différentes stratégies de couverture, alors qu'il est entre 1,55 et 1,58 selon les différentes stratégies de diversification internationale

4.3.5. Simulation des ratios de couverture

Selon le même principe de l'approche de simulation par ré-échantillonnage expliquée précédemment, nous allons tester les couvertures stratégiques les plus performantes à long terme en procédant à la comparaison des ratios de Sharpe obtenus avec chaque ratio de couverture. Nous retenons la même composition de portefeuille que celle décrite dans la méthodologie et relative à la comparaison des différentes stratégies de couverture (sections 4.3.1 et 4.3.2), à savoir 30% d'actions canadiennes, 25% d'obligations canadiennes, 25% d'actions américaines, et 20% d'obligations américaines. Cette répartition équivaut à 55% d'actions et 45% d'obligations, ou encore 55% de titres domestiques et 45% de titres étrangers et n'intègre pas la vente à découvert.

La méthode utilisée consiste à considérer des portefeuilles avec des ratios de couverture des obligations et des actions, soit Couv(x,y) avec x et y appartenant à [0%, 5%, 10%, 15%,.... 95%, 100%]. Par exemple la stratégie Couv(30%,85%) où les obligations américaines sont couvertes à 30% et les actions à hauteur de 85%. Nous allons utiliser des rendements mensuels d'une façon identique à la première simulation et nous allons présenter les vingt meilleures stratégies selon le ratio de Sharpe (tableau 19).

Parmi les 400 combinaisons de ratios de couverture que nous avons simulées, il s'avère que la meilleure composition est celle qui équivaut à un ratio de couverture de 65% d'obligations et 15% d'actions étrangères selon le critère du ratio de Sharpe. D'une façon générale, on peut remarquer que les 20 meilleures stratégies de couverture ne sont ni des stratégies de couverture totale, ni de non couverture.

Tableau 19: Statistiques relatives aux meilleures stratégies de couverture simulées selon le ratio de Sharpe

Classement	Stratégie	Rendement minimum	Rendement maximum	Rendement moyen	Écart-type	Ratio de Sharpe
1	Couv(65%,15%)	-0,17	1,60	0,73	0,22	1,05
2	Couv(35%,70%)	-0,08	1,68	0,73	0,22	1,04
3	Couv(20%,45%)	-0,06	1,59	0,73	0,22	1,03
4	Couv(30%,75%)	-0,33	1,61	0,73	0,22	1,03
5	Couv(80%,85%)	-0,43	1,62	0,73	0,22	1,03
6	Couv(30%,25%)	-0,13	1,74	0,73	0,22	1,03
7	Couv(45%,10%)	-0,07	1,67	0,73	0,22	1,03
8	Couv(40%,25%)	-0,15	1,52	0,73	0,22	1,03
9	Couv(60%,0%)	-0,11	1,60	0,73	0,22	1,03
10	Couv(65%,5%)	-0,07	1,56	0,73	0,22	1,03
11	Couv(80%,30%)	-0,01	1,73	0,73	0,22	1,03
12	Couv(35%,20%)	-0,15	1,55	0,73	0,22	1,03
13	Couv(50%,35%)	-0,13	1,62	0,73	0,22	1,02
14	Couv(10%,5%)	-0,16	1,53	0,73	0,22	1,02
15	Couv(40%,50%)	-0,09	1,51	0,73	0,22	1,02
16	Couv(90%,10%)	-0,22	1,72	0,72	0,22	1,02
17	Couv(70%,40%)	-0,09	1,50	0,73	0,22	1,02
18	Couv(55%,10%)	-0,12	1,63	0,72	0,22	1,02
19	Couv(20%,30%)	-0,23	1,51	0,73	0,22	1,02
20	Couv(100%,25%)	-0,16	1,48	0,73	0,22	1,02

Couv(x%,y%): les obligations américaines sont couvertes à x% et les actions à hauteur de y%

Aussi, on remarque que la couverture totale (Couv(100%,100%)) se classe au 136$^{\text{ème}}$ rang, ce qui n'est pas consistant avec Perold et Schuman (1988) qui recommandent une couverture complète. De la même façon, la non couverture (Couv(0%,0%)) vient à la 131$^{\text{ème}}$ position, ce qui contredit les recommandations de Froot (1993).

Nous notons aussi que 15 des 20 premières compositions couvrent plus les obligations que les actions. D'autre part, 3 compositions sur 20 seulement ont une couverture d'actions supérieure à 50% alors que 10 compositions requièrent une couverture des obligations de plus de 50%. Ces deux résultats sont consistants avec Black (1990) et Solnik (1998) entre autres.

5. Conclusion

La gestion du risque de change dans un portefeuille est une question complexe, tant du point de vue tactique que stratégique. Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à la question du point de vue stratégique. La littérature reste très partagée dans le traitement de la question de couverture, ce qui donne des ratios de couverture à long terme très différents.

Nous avons essayé d'étudier la couverture stratégique du risque de change lié à un portefeuille international. Nous avons trouvé des ratios de couverture par différentes méthodes et nous les avons comparés à ceux présentés dans la littérature. Nous avons aussi étudié la valeur ajoutée de différentes stratégies de couverture d'un portefeuille international. Cela nous a donné une meilleure idée sur la décision de couverture et son importance.

Pour traiter le sujet, nous avons pris le cas d'un investisseur canadien ayant un portefeuille composé d'actifs domestiques et américains. Nous avons utilisé des données historiques sur 315 mois pour trouver la composition du portefeuille optimal et le ratio de couverture qui en découle. Nous avons utilisé deux objectifs d'investisseur: la minimisation de la variance et la maximisation du ratio de Sharpe. Nous avons considéré trois portefeuilles : portefeuille mixte d'actions et d'obligations, portefeuille d'actions seulement, et portefeuille d'obligations seulement. Notons que la décision de couverture a été traitée conjointement avec la décision d'investissement à l'international.

Nous avons aussi utilisé l'approche factorielle avec les mêmes portefeuilles et les mêmes objectifs d'investisseur afin de trouver des compositions de portefeuille dans une perspective de long terme puisque les résultats issus de l'approche historique sont dépendants de la période retenue. Finalement, pour avoir une meilleure idée sur la pertinence de la décision de la couverture stratégique, nous avons utilisé une approche de simulation par ré-échantillonnage.

Lors de la minimisation de la variance dans l'approche historique, nous avons obtenu un ratio de couverture de 100% des obligations dans le portefeuille d'obligations et dans le portefeuille mixte (où prédominent les obligations). En ce qui concerne les actions, nous avons obtenu un ratio de 100% dans le cas du portefeuille d'actions seulement.

Lorsque nous avons maximisé le ratio de Sharpe en utilisant les mêmes données historiques, nous avons obtenu des ratios de couverture moins extrêmes. Le ratio de couverture des obligations est de 53,91% dans le portefeuille d'obligations seulement. Dans le portefeuille mixte, les obligations restent prédominantes. Par contre, la partie internationale des obligations est nulle. En ce qui concerne les actions, le ratio de couverture est de 48,67% dans le portefeuille mixte et de 50% dans le portefeuille d'actions seulement. Signalons que lors de la maximisation du ratio de Sharpe dans le portefeuille mixte, toutes les actions sont américaines. Ces résultats montrent bien la valeur ajoutée de l'intégration des positions internationales non couvertes lorsqu'il s'agit de tenir compte du compromis entre le rendement et le risque.

Pour notre approche factorielle, nous avons retenu la différence entre l'inflation américaine et canadienne, la production industrielle américaine, et la différence des taux d'intérêt américains et canadiens comme facteurs de risque des portefeuilles. Les résultats issus de cette approche sont moins extrêmes et sont plus conformes à une logique de long terme orientée vers le futur. En effet, le ratio de couverture tant des actions que des obligations est proche de 50% et ce, aussi bien dans l'objectif de minimisation de la variance que dans celui de la maximisation du ratio de Sharpe. Nous avons toujours, mais dans une moindre mesure, une prédominance des obligations dans le portefeuille. Notons aussi que la partie internationale est plus grande dans les actions que dans les obligations.

Notre approche de simulation inspirée de Kritzman et Page (2003) nous a donné plus d'éclaircissement sur le sujet. Nous avons comparé les valeurs ajoutées des différentes stratégies de couverture allant de la non couverture à la couverture active indépendante des actions et des obligations. Nous n'avons pas trouvé de différences significatives entre elles. De plus, les valeurs ajoutées des différentes stratégies ainsi que les différences entre ces valeurs ajoutées tendent à diminuer avec l'horizon de placement, ce qui signifie la diminution de l'importance de la décision de couverture avec l'horizon de placement. Ces résultats suggèrent d'aborder la question de couverture de façon relative face aux autres décisions du processus d'allocation de portefeuille. Comparée avec la décision de l'allocation internationale, la décision de couverture s'avère moins importante.

D'après les résultats de la simulation des ratios de couverture, le meilleur ratio de couverture est de 65% pour les obligations et 15% pour les actions selon le critère du ratio de Sharpe. Les meilleures stratégies de couverture consistent à couvrir partiellement les positions internationales. De plus, la plupart des meilleures stratégies couvrent plus les obligations que les actions.

En général, ces conclusions viennent confirmer la grande partie de la littérature en ce qui concerne le bénéfice de la diversification internationale avec des couvertures partielles. Cependant, l'importance du choix de la stratégie de couverture est à considérer d'une manière relative quand il s'agit d'investissements à long terme. D'autres décisions peuvent être plus importantes à ce niveau. D'autre part, le taux de couverture à long terme que nous avons trouvé à l'aide de l'approche factorielle pour les actions et les obligations coïncide avec le taux de couverture de 50% proposé par Gastineau (1995). L'approche historique et les différentes simulations confirment quand à elles la conclusion de Lindenhovius et de Vrij (2001) concernant la non pertinence de l'idée d'un ratio de couverture optimal. Ce dernier est en fonction des caractéristiques de chaque investisseur (horizon de placement, aversion au risque...) et de ses prévisions concernant la corrélation entre le marché financier et le taux de change à long terme.

Concrètement, pour un investisseur canadien ayant des placements aux état-unis, les résultats de ce mémoire suggèrent plusieurs ratios de couverture selon son objectif d'investissement (minimisation du risque ou maximisation du compromis entre le risque et le rendement) et l'approche utilisée. Ainsi, une couverture complète est indiquée pour minimiser le risque selon la l'approche historique. Un ratio de couverture proche de 50% est suggéré pour maximiser le compromis entre le risque et le rendement (utilisation du ratio de Sharpe) selon l'approche historique. Ce ratio de 50% est aussi suggéré par l'approche factorielle quelque soit l'objectif de l'investisseur. L'approche de simulation (en utilisant le compromis entre le risque et le rendement) recommande une couverture partielle plus importante pour les obligations comparée à celle des actions.

Dans ce présent mémoire, nous avons obtenu des résultats qui confirment une partie de la littérature sur la couverture du risque de change et qui permettent aussi une meilleure compréhension de la problématique. Cependant, plusieurs améliorations peuvent être apportées afin d'approfondir l'analyse.

En effet, nous nous sommes limités à la situation simple d'un investisseur ayant des positions dans un seul marché étranger. En pratique, les portefeuilles internationaux sont composés de plusieurs positions dans différents marchés étrangers. Une approche multivariée (ou approche portefeuille) peut être utilisée dans ce cas, comme dans le travail de Gagnon et al (1998). L'approche portefeuille présente non seulement une amélioration de la performance (compromis entre le risque et le rendement) mais permet aussi de réduire considérablement les positions, et donc les coûts de transaction des instruments de couverture utilisés.

De plus, ce mémoire n'intègre que les contrats à terme pour couvrir les positions internationales. Un autre approfondissement du sujet peut émaner de l'introduction d'autres instruments de couverture, et notamment les options de change (comme dans Eun et Resnik, 1997). Cela nous paraît intéressant puisqu'on peut tenir compte des variations non linéaires des comportements des actifs et des devises.

Finalement, nous proposons d'étudier la question d'un coté stratégique, mais aussi tactique afin d'explorer l'effet de l'appariement de l'actif et du passif sur la gestion du risque de change lié à des positions internationales. Dans ce cas, l'investisseur doit garder une partie de ses actifs étrangers toujours couverte dans la perspective de son éventuelle transformation en liquidités à court terme. Une couverture tactique à court terme peut être utilisée en parallèle avec la couverture stratégique à long terme, en notant que cette couverture tactique (conditionnelle) ne concerne que la partie considérée « liquide » dans le portefeuille.

Bibliographie

Abken, P.A. and M.M. Shrikhande, "The role of currency derivatives in internationally diversified portfolios", *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*, Third Quarter, 1997, 34–59.

Assoé, K., " Notes de cours : Gestion des investissements internationaux", *M.Sc. Finance, HEC Montréal*, 2006.

Assoé, K., J.F. L'Her, and J.F. Plante, "The Relative Importance of Asset Allocation and Security Selection", *Journal of Portfolio Management*, 33 (1), Fall 2006, 46-55.

Beltratti, A., A. Laurant and S.A. Zenios. "Scenario modelling for selective hedging strategies", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28 (5), 2004, 955-974.

Black, F., "Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios", *Financial Analysts Journal*, 45, 1995, 161-167.

Black, F., "Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios", *Financial Analysts Journal*, 8, 1989, 16-22.

Burmeister, E., R. Roll and S.A. Ross, "Using Macroeconomic Factors to Control Portfolio Risk", *The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts*, 1997.

Chen, N.-F., R. Roll and S. A. Ross, "Economic Forces and the Stock Market", *Journal of Business*, 59, 1986, 383-403.

Clark, P.B. & R.. MacDonald, "Filtering the BEER: A permanent and transitory decomposition", *IMF working paper*, 2000.

Clarke R.G. & M. Kritzman, "Structural models of exchange rate determination", 1996, 113-120.

Clarke, R.G. & R. M. Tullis, "How Much International Exposure is Advantageous in a Domestic Portfolio?", *Journal of Portfolio Management*, winter 1999, 33-44.

Conover, M.C., H.S. Friday & G.S. Sirmans, "Diversification benefits from foreign real estate investments", *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 8, 2002, 17-25.

DeRoon, F.A., T.E. Nijman and B.J.M. Werker (2001), "Testing for Mean-Variance Spanning with Short Sales Constraints and Transaction Costs: The Case of Emerging Markets", *Journal of Finance*, 56, 723-744.

Dornbusch, R. "Expectations and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy*, 84, 1976, 1161-1176.

Eaker, M. & D. Grant, "Currency Hedging Strategies for Internationally Diversified Equity Portfolios", *Journal of Portfolio Management*, fall 1990, 30-32.

Eun,C. & B. Resnick, "International equity investment with selective hedging Strategies", *Journal of International Financial Markets, Institutions, and Money*, 7, 1997, 21-42.

Fama, E. F., "Stock Returns, Expected Returns and Real Activity", *Journal of Finance* 45, 1990, 1089-1108.

Ferson, W., Harvey C., "Sources of Predictability in Portfolio Returns", *Financial Analysts Journal, May/June*, 1991, 49-56.

Frenkel, J., "A Monetary Approach to the Exchange Rate: Doctrinal Aspects and Empirical Evidence", *Scandinavian Journal of Economics*, 78, 1976, 200-224.

Froot, K., "Currency Hedging over Long Horizons", *NBER Working Paper*, No. 4355, May 1993.

Gagnon, L. et al., "Hedging foreign currency portfolios", *Journal of Empirical Finance*, 5, 1998, 197-220.

Gastineau, L., "The Currency Hedging Decision: A Search for Synthesis in Asset Allocation", *Financial Analysts Journal*, 51, 1995, 8-17.

Glen, J. & P. Jorion, "Currency Hedging for International Portfolios", *Journal of Finance*, 48, 1993, 1865-1886.

Harrington, C., "Going global", *CFA Magazine*, July/August 2003, 40-43.

Hodges, C., W. Taylor, and J. Yoder. "Stocks, Bonds, the Sharpe Ratio, and the Investment Horizon", *Financial Analysts Journal*, 53, 1997, 74-80.

Kritzman, M. & S. Page. "The Hierarchy of Investment Choice", *Journal of Portfolio Management*, 29, Summer 2003, 11-23.

Levy, H., "Portfolio Performance and the Investment Horizon", *Management Science*, 18(12), 1972, 645-653.

L'Her, J.F., O. Sy and M.Y. Tnani, "Country, Industry, and Risk Factor loadings in Portfolio Management", *Journal of Portfolio Management*, Summer 2002, 1-10.

Lafrance, R. & S. van Norden, "Les déterminants fondamentaux du taux de change et le dollar canadien", *Revue de la Banque du Canada*, Printemps 1995, 17-33.

Lindenhovius, B. & G. de Vrij, "The search for a balanced hedge ratio policy", *Journal of Asset Management*, 2, 2001, 35-46.

Mark, N.C., "Exchange Rates and Fundamentals: Evidence on Long-Horizon Predictability", *American Economic Review*, 85, 1995, 201-18.

Meese, R. & K. Rogoff, "Empirical Exchange Rate Models of the 1970's: Do They Fit Out of Sample?", *Journal of International Economics*, 14, 1983, 3-24.

Neely, C. J. & L. Sarno, "How well do monetary fundamentals forecast exchange rates*?",* *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 2002, September, 51-74.

Perold, A. & E. Schulman, "The free lunch in currency hedging: Implications for investment policy and peformance standards", *Financial Analyst Journal*, 44(3), 1988, 45-52.

Reinert, T., "Practical active currency management for global equity portfolios", *Journal of Portfolio Management*, Summer 2000, 41-48.

Robert, L. & S. van Norden, "Exchange rate fundamentals and the Canadian dollar", *Bank of Canada Review, Bank of Canada*, 127, Spring 1995, 17-33.

Rogoff, K., "The Purchasing Power Parity Puzzle", *Journal of Economic Literature*, June 1996, 647-668.

Solnik, B., "Global Asset Management", *Journal of Portfolio Management*, 24(4), 1998, 43-51.

Solnik, B., "Why not diversify internationally?", *Financial Analyst Journal*, 30, 1974, 48-54.

Solnik, B., "Have the benefits of international diversification disappeared?", *CFA Magazine*, July/August 2003, 5.

Stein, J.L., "The evolution of the real value of the US Dollar relative to the G7 currencies, in Equilibrium exchange rates", edited by MacDonald, R. and J.L. Stein, *Kluwer Academic Press*, London, 1999.

Swensen, D. F., "Pioneering Portfolio Management – An Unconventional Approach to Institutional Investment", *The Free Press New York*, 2000.

Terhaar, K., R. Staub and B. Singer, "An Appropriate Policy Allocation for Alternative Investments", *UBS Global Asset Management Working Paper*, 2002.

Topaloglou, N., H. Vladimirou and S. A. Zenios, "CVaR Models With Selective Hedging For International Asset Allocation", *Journal of Banking and Finance*, 26, 2002, 1535-1561.

VanderLinden, D., C. Jiang and M. Hu, "Conditional Hedging and Portfolio Performance", *Financial Analysts Journal*, July/August 2002, 72-82.

Williamson, J., "Estimating Equilibrium Exchange Rates", *Institute for International Economics*, Washington, 1994.

Wu, Y. & H. Zhang, "Forward Premiums As Unbiased Predictors Of Futures Currency Depreciation: A Non-Parametric Analysis", *Journal of International Money and Finance*, 16, 1997, 609-623.

Xu, Z., "Purchasing Power Parity, Price Indices, And Exchange Rate Forecasts", *Journal of Internation Money and Finance*, 22, 2003, 105-130.

Annexes

Annexe 1. Gagnon, Gregory et McCurdy (1998) : Couverture d'un portefeuille incluant des positions dans plusieurs devises

Dans le cadre d'un portefeuille exposé à plusieurs devises on va travailler avec les matrices. Ainsi, posons S_{t-1} le vecteur des prix comptant initiaux des N devises, θ_{t-1} celui des positions dans les différentes devises, γ_{t-1} celui des positions dans les contrats à terme sur les devises concernées. C'est ce dernier vecteur qu'on cherchera à trouver. La valeur du portefeuille initial s'écrit alors comme suit :

$$\boldsymbol{P_{t-1} = S'_{t-1}\,\theta_{t-1}}$$

Posons ensuite s_t et f_t respectivement les vecteurs des logarithmes des prix comptant et à terme respectivement. Le rendement du portefeuille est alors :

$$\boldsymbol{HR_t = (P_t - P_{t-1}) - (s_t - f_t)'\,\gamma_{t-1}}$$

La structure de covariance entre les rendements comptant du portefeuille et la première différence des logarithmes des prix à terme sachant l'information en t-1, Ω_{t-1} s'écrit comme suit :

$$\Sigma \mid \Omega_{t-1} = \begin{bmatrix} \sigma_p{}^2 & \Sigma_{pf} \\ \Sigma'_{pf} & \Sigma_{ff} \end{bmatrix}$$

Où σ^2_p est la variance conditionnelle des rendements comptant des portefeuilles, Σ_{ff} est une matrice covariance n x n des changements dans les prix futurs des devises, et Σ_{pf} est un vecteur 1 x n des covariances conditionnelles entre les prix comptant du portefeuille et les changements dans les prix futurs des devises.

Après optimisation moyenne – variance, les positions dans les contrats à terme sur les devises concernées s'écrit comme suit :

$$\gamma^*_{t-1} = \Sigma^{-1}_{ff}\Sigma_{pf}$$

Annexe 2. Eun et Resnick (1997): Méthode d'allocation de portefeuille

Eun et Resnick (1997) ont utilisé une allocation moyenne-variance, leur méthode se base directement sur la moyenne historique des rendements *ex post*. En effet, les espérances de rendements *ex ante* sont données par : $E(R) = (1 - \hat{w})\, Y + \hat{w} 1 Y_0$, où Y est le vecteur des rendements historiques de des actifs du portefeuille, 1 est le vecteur unité et Y_0 est le vecteur des rendements du portefeuille à variance minimale *ex post* et $\hat{w}$ est le facteur de fléchissement qui amène Y vers Y_0. *Leur première technique* dans la construction de E(R) est la *classique* qui considère $\hat{w}=0$. *La deuxième technique* utilisée est celle de MVP (*minimum variance portfolio*) qui considère $\hat{w}=1$. *La troisième technique* est celle Bayes-Stein (BST) développée par Jorion qui consiste à calculer le facteur de fléchissement comme suit :

$$\hat{w} = \frac{(N+2)(L-1)}{(N+2)(L-1) + (Y - Y_0 I)' L V^{-1} (L - N - 2)(Y - Y_0 I)'}$$

Où L est la longueur de la série temporelle de l'échantillon, V est la matrice de variance-covariance du portefeuille. *La quatrième technique* consiste simplement à construire un portefeuille également pondérée (*equal-weighted portfolio, EQW*).

Annexe 3. Déterminants des taux de change

- ***Les taux d'inflation domestiques et étrangers***

La relation de parité relative des pouvoirs d'achat (PRPA) stipule que la variation de la valeur de la devise est approximativement égale au différentiel du taux d'inflation domestique et étranger.

- ***Les taux d'intérêt domestiques et étrangers***

La relation de parité non couverte des taux d'intérêt connue aussi sous le nom de la généralisation internationale de l'effet Fisher permet d'exprimer le taux de change espéré en fonction du taux de change réel courant S_T et des taux d'intérêt domestique r et étranger r^* comme suit :

$$E(S_T) = \frac{S_t(1+r)}{(1+r^*)}$$

Dans l'approche de la balance des paiements, le différentiel des taux d'intérêt domestique et étranger est utilisé pour expliquer la balance des capitaux (Clarke et Kritzman, 1996 par exemple). Toute chose étant égale par ailleurs, la balance de capitaux augmente avec le taux de change réel et avec le différentiel du taux d'intérêt domestique et étranger. En effet, quand le différentiel du taux d'intérêt domestique et étranger augmente, la demande de la monnaie nationale augmente aussi du fait de l'augmentation de la demande des actifs domestiques et de la baisse de celle des actifs étrangers menant à une appréciation de la monnaie locale. Le différentiel des taux d'intérêt domestique et étranger a aussi été utilisé dans d'autres modèles de taux de change (Stein, 1999).

- ***La production domestique et étrangère***

Selon l'approche de la balance des paiements, l'équilibre macroéconomique nécessite que la somme de la balance courante (CA) et de la balance des capitaux (KA) soit nulle : $CA + KA = 0$

La balance courante (CA) est principalement expliquée par la production domestique (Y), la production étrangère (Y*), et le taux de change réel (R). Toute chose étant égale par ailleurs, la balance des paiements baisse avec la production domestique et le taux de change réel et augmente avec la production étrangère :

$$CA=CA(R,Y,Y^*)$$

Où $CA(R)<0$, $CA(Y)<0$, et $CA(Y^*)>0$

D'autres modèles de prévision des taux de change ont intégré le différentiel de la production domestique et étrangère pour expliquer les variations des taux de change (Mark, 1995).

- ***Les besoins d'investissement***

Cet indicateur a été introduit par Williamson (1994) dans son modèle FEER (Fundamental Equilibrium Exchange Rate) afin d'expliquer les variations dans la balance des capitaux.

- ***Les variations de l'épargne***

La balance des capitaux peut être expliquée par les besoins d'investissement (*I*) et les variations d'épargne (*S*) (Williamson, 1994). Toute chose étant égale par ailleurs, la balance des capitaux (*KA*) augmente avec les besoins d'investissement et baisse avec les variations de l'épargne :

$$KA=KA(I,S)$$

Où $KA_I>0$, $KA_S>0$

- ***La masse monétaire domestique et étrangère***

Selon l'approche monétaire, le taux de change est le prix relatif de deux devises. Ce prix relatif est déterminé selon l'offre et la demande de ces devises. Cette approche monétaire peut être expliquée par deux modèles. Le modèle monétaire des prix flexibles (Frenkel, 1976) stipule que les niveaux des revenus et des taux d'intérêt influencent la demande de la monnaie dans un pays. L'offre de monnaie quant à elle affecte directement le niveau des prix en faisant varier le taux de change en considérant la PPA.

Le modèle monétaire des prix rigides (Dornbusch, 1976) stipule que la variation de la masse monétaire engendre une variation des taux d'intérêt (prix des actifs financiers) à court terme entrainant une variation des flux de capitaux. Les prix des produits étant plus rigides que ceux des actifs financiers, ils ne s'ajustent pas à court terme faisant en sorte que les variations des taux de change à court terme sont exagérées. Ce n'est qu'à long terme que les taux de change convergent vers les niveaux prévus par la PPA.

Des modèles économétriques basés sur l'approche monétaire ont été utilisés dans la littérature. Par exemple le modèle de Mark (1995) se présente comme suit:

$$(S_{t+k} - S_t) = \alpha + \beta\,(f_{t+k} - S_t) + \varepsilon_{t+k} \quad \text{avec} \quad f_t = (m_t - m_t^*) - (y_t - y_t^*)$$

Où m et m^* désignent la masse monétaire domestique et étrangère, y et y* le revenu domestique et étranger, et S le taux de change.

- ***Le prix réel des produits de base non énergétiques***

Sous forme d'indice, cette variable a été introduite dans le modèle de la banque de Canada[1] pour expliquer les variations du taux de change entre le dollar canadien et celui américain (Lafrance et van Norden, 1995).

---

[1] Le modèle s'écrit comme suit :

$$\Delta RFX_t = \alpha_0 + \alpha_1 RFX_t - 1 + \alpha_2 COM_t - 1 + \alpha_3 ENE_t - 1 + \beta_1 RDIF_t - 1 + \gamma(\Delta RFX_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Où $\Delta RFX_t (RFX_t - RFX_{t-1})$ est la variation du taux de change réel, COM_t est le prix réel (indice) des produits de base non énergétiques, ENE_t est le prix réel des produits énergétiques (indice du prix de pétrole brut en dollar américain), et $RDIF_t$ désigne l'écart entre les taux d'intérêt de court terme entre le Canada et les Etats-Unis.

- ***Le prix réel des produits énergétiques***

Indice du prix de pétrole brut en dollar américain utilisé dans le modèle de la banque du Canada.

- ***Termes d'échange***

Variable de long terme utilisée dans le modèle BEER[1] (*Equilibrium Exchange Rate*) de Clark et MacDonald (2000) qui tente d'expliquer les variations du taux de change à l'aide de variables macroéconomiques dans une perspective de long terme. Cette variable a été aussi utilisée par le modèle NATREX[2] (*Natural Real Exchange Rate*) de Stein (1994, 1999).

Les autres variables de long terme utilisées dans le modèles BEER :

- ***Le ratio des prix des biens non échangeables à ceux échangeables***

- ***Les investissements nets étrangers***

- ***La prime de risque des actions***

Les autres variables de long terme utilisées dans le modèles NATREX:

- ***La productivité du capital domestique***

- ***La préférence temporelle domestique et étrangère (l'inverse de l'épargne)***

- ***Le taux d'intérêt mondial***

---

[1] Le modèle BEER se présente comme suit :

$$R_t = \alpha Z_{1t} + \beta Z_{2t} + \gamma T_t + \varepsilon_t$$

Où Z_{1t} est le vecteur des variables fondamentales à long terme, il comprend les termes d'échange (*tot*), le ratio des prix des biens non échangeables à ceux échangeables (*tnt*), et les investissements nets étrangers (*nfa*). Z_{2t} est le vecteur des variables de moyen terme qui comprend la différence des taux d'intérêt de long terme (*int*) et du différentiel de la prime de risque(λ). T représente les variables à court terme qui ne sont pas considérés ici vu que c'est un modèle à long terme. Le taux de change réel d'équilibre peut être écrit comme suit : $R = f(tot, tnt, nfa, int, \lambda)$

[2] Modèle basé sur l'approche de la balance de paiement. Les variables fondamentales à long terme comprennent la productivité du capital domestique et étrangère, la préférence temporelle domestique et étrangère (l'inverse de l'épargne), les termes d'échange, et le taux d'intérêt mondial. Le modèle comprend aussi le différentiel de taux d'intérêt considéré comme étant une variable fondamentale à court terme.

Annexe 4. Codes Matlab : Optimisations de portefeuille et simulations

Fonction de minimisation de la variance

```
function M = min_var (W0, mean_a, V)

% La fonction de variance à minimiser
M = W0'* V * W0
```

Fonction de maximisation du ratio de Sharpe

```
function SR = max_sharpe (W0, mean_a, V, rf)

VAR = W0'* V * W0;
Er = W0'*mean_a

% La fonction du ratio de sharpe à maximiser

SR = -((Er-rf)/sqrt(VAR));
```

Statistiques descriptives des facteurs et des actifs du portefeuille

```
clear;
clc;

[facteurs_1]  = xlsread('actifs_facteurs.xls','Feuil1');

facteurs = (facteurs_1*100); % rendements en %tage
[a,b]= size(facteurs);

% Données
a_ca = facteurs(:,1);
b_ca = facteurs(:,2);
a_us_nc = facteurs(:,3);
b_us_nc = facteurs(:,4);
a_us_c = facteurs(:,5);
b_us_c = facteurs(:,6);
inf_us = facteurs(:,7);
inf_ca = facteurs(:,8);
prod_us = facteurs(:,9);
prod_ca = facteurs(:,10);
energie = facteurs(:,11);
tbill_us = facteurs(:,12);
tbill_ca = facteurs(:,13);
diff_inf = inf_us - inf_ca;
diff_tbill = tbill_us - tbill_ca;
diff_prod = prod_us - prod_ca;

% Statistiques descriptives

actifs = [a_ca b_ca a_us_nc b_us_nc a_us_c b_us_c];
factors = [inf_us inf_ca prod_us prod_ca energie tbill_us tbill_ca];

  %Actifs du portefeuille: moyennes, écarts-types, corrélations
  mean_actifs = mean(actifs)
  std_actifs = std(actifs)
  corr_actifs = corr(actifs)


  %Facteurs: moyennes, écarts-types, corrélations
  mean_factors = mean(factors)
  std_factors = std(factors)
  corr_factors = corr(factors)
  corr_fact_diff = corr( [factors diff_inf diff_tbill diff_prod])
  corr_final = corr([diff_inf prod_us diff_tbill])
```

Approche historique: portefeuille mixte

```
clear;
clc;

[facteurs_1]  = xlsread('actifs_facteurs.xls','Feuil1');

% éliminer les données manquantes
[a,b] = size(facteurs_1);
facteurs = (facteurs_1(3:a,:)*100); % rendements en %tage

% Données
a_ca = facteurs(:,1);
b_ca = facteurs(:,2);
a_us_nc = facteurs(:,3);
b_us_nc = facteurs(:,4);
a_us_c = facteurs(:,5);
b_us_c = facteurs(:,6);

% Matrice de covariance
Y = [ a_ca b_ca a_us_nc b_us_nc a_us_c b_us_c];
V = cov(Y);
mean_a = mean(Y)';

% taux sans risque mensuelisé pour un taux annuel de 5%
rf = (((1.05)^(1/12)) - 1) * 100;

%% MINIMISATION DE LA VARIANCE

  % MIN VAR SANS SHORT SALE

  % Valeurs de départ et contraintes: A*X0 <= B, C*X0 = D; DN < X0 < UP;

  epsilon = 1e-20;      % pour approximer le 0;
  W0 = 1/6 * ones(6,1);    % Valeurs de départ
  UP = ones(6,1);
  DN = epsilon*ones(6,1);
  UP2 = ones(6,1);
  DN2 = -1*ones(6,1);
  C = ones(1,6);
  D = 1;

  % Options et fonction d'optimisation;

  Options = optimset('fmincon');
  Options = optimset(Options , 'Display', 'iter');
  Options = optimset(Options , 'Diagnostics' , 'on');
  Options = optimset(Options , 'TolFun'    , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'TolX'      , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'LargeScale' , 'off');

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance sans short sell:\n')
```

```
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'   * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'   * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [W]
  table_2 = [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]

pause

  % MIN VAR AVEC SHORT SALE

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'   * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'   * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]]

pause
```

```
% MIN VAR AVEC SHORT SALE ET AVEC RESTRICTION

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN2,UP2,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell et avec
restriction:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'    * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'    * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]]

pause


%% MAXIMISATION DU RATIO DE SHARPE

  % MAX SR SANS SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe sans short sell:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'    * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'    * Obligations: %g %% :\n', B)
```

```
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [W]
  table_4 = [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]

pause

  % MAX SR AVEC SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'   * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'   * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [table_3 W]
  table_4 = [table_4 [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]]

  pause

  % MAX SR AVEC SHORT SELL ET RESTRICTION

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN2,UP2,[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell et restriction:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
```

```
fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
fprintf(1,'    * Actions: %g %% :\n', A)
fprintf(1,'    * Obligations: %g %% :\n', B)
Er = W'*mean_a;
STD = sqrt(W'* V * W);
fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

table_3 = [table_3 W]
table_4 = [table_4 [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]]
```

Approche historique: portefeuille d'actions

```
clear;
clc;

[facteurs_1]  = xlsread('actifs_facteurs.xls','Feuil1');

% éliminer les données manquantes
[a,b] = size(facteurs_1);
facteurs = (facteurs_1(3:a,:)*100); % rendements en %tage

% Données
a_ca = facteurs(:,1);
b_ca = facteurs(:,2);
a_us_nc = facteurs(:,3);
b_us_nc = facteurs(:,4);
a_us_c = facteurs(:,5);
b_us_c = facteurs(:,6);

% Matrice de covariance
Y = [ a_ca a_us_nc a_us_c ];
V = cov(Y);
mean_a = mean(Y)';

% taux sans risque mensuelisé pour un taux annuel de 5%
rf = (((1.05)^(1/12)) - 1) * 100;

%% MINIMISATION DE LA VARIANCE

  % MIN VAR SANS SHORT SALE

  % Valeurs de départ et contraintes: A*X0 <= B, C*X0 = D; DN < X0 < UP;

  epsilon = 1e-20;      % pour approximer le 0;
  W0 = 1/3 * ones(3,1);   % Valeurs de départ
  UP = ones(3,1);
  DN = epsilon*ones(3,1);
  UP2 = ones(6,1);
  DN2 = -1*ones(6,1);
  C = ones(1,3);
  D = 1;

  % Options et fonction d'optimisation;

  Options = optimset('fmincon');
  Options = optimset(Options , 'Display', 'iter');
  Options = optimset(Options , 'Diagnostics' , 'on');
  Options = optimset(Options , 'TolFun'   , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'TolX'    , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'LargeScale' , 'off');

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance sans short sell:\n')
```

```
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [W]
  table_2 = [E; R; Er; STD]

pause

  % MIN VAR AVEC SHORT SALE

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [E; R; Er; STD]]

pause

 % MIN VAR AVEC SHORT SALE ET AVEC RESTRICTION

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN2,UP2,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell et avec
restriction:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [E; R; Er; STD]]

pause

%% MAXIMISATION DU RATIO DE SHARPE

  % MAX SR SANS SHORT SELL
```

```
  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe sans short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [W]
  table_4 = [E; R; Er; STD]

pause

  % MAX SR AVEC SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [table_3 W]
  table_4 = [table_4 [E; R; Er; STD]]

pause

 % MAX SR AVEC SHORT SELL ET AVEC RESTRICTION

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN2,UP2,[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell et avec
restriction:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [table_3 W]
  table_4 = [table_4 [E; R; Er; STD]]
```

Approche historique: portefeuille d'obligations

```
clear;
clc;

[facteurs_1]  = xlsread('actifs_facteurs.xls','Feuil1');

% éliminer les données manquantes
[a,b] = size(facteurs_1);
facteurs = (facteurs_1(3:a,:)*100); % rendements en %tage

% Données
a_ca = facteurs(:,1);
b_ca = facteurs(:,2);
a_us_nc = facteurs(:,3);
b_us_nc = facteurs(:,4);
a_us_c = facteurs(:,5);
b_us_c = facteurs(:,6);

% Matrice de covariance
Y = [ b_ca b_us_nc b_us_c ];
V = cov(Y);
mean_a = mean(Y)';

% taux sans risque mensuelisé pour un taux annuel de 5%
rf = (((1.05)^(1/12)) - 1) * 100;

%% MINIMISATION DE LA VARIANCE

  % MIN VAR SANS SHORT SALE

  % Valeurs de départ et contraintes: A*X0 <= B, C*X0 = D; DN < X0 < UP;

  epsilon = 1e-20;       % pour approximer le 0;
  W0 = 1/3 * ones(3,1);    % Valeurs de départ
  UP = ones(3,1);
  DN = epsilon*ones(3,1);
  UP2 = ones(6,1);
  DN2 = -1*ones(6,1);
  C = ones(1,3);
  D = 1;

  % Options et fonction d'optimisation;

  Options = optimset('fmincon');
  Options = optimset(Options , 'Display', 'iter');
  Options = optimset(Options , 'Diagnostics' , 'on');
  Options = optimset(Options , 'TolFun'    , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'TolX'      , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'LargeScale' , 'off');

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance sans short sell:\n')
  W
```

```
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [W]
  table_2 = [E; R; Er; STD]

pause

  % MIN VAR AVEC SHORT SALE

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [E; R; Er; STD]]

pause

  % MIN VAR AVEC SHORT SALE ET AVEC RESTRICTION

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN2,UP2,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell et avec
restriction:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [E; R; Er; STD]]

pause

%% MAXIMISATION DU RATIO DE SHARPE

  % MAX SR SANS SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V, rf);
```

```
  fprintf(1,'max du ratio de sharpe sans short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [W]
  table_4 = [E; R; Er; STD]

pause

  % MAX SR AVEC SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [table_3 W]
  table_4 = [table_4 [E; R; Er; STD]]

pause


% MAX SR AVEC SHORT SELL ET AVEC RESTRICTION

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell et avec
restriction:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [table_3 W]
  table_4 = [table_4 [E; R; Er; STD]]
```

Approche factorielle: portefeuille mixte.

```
clear;
clc;

[facteurs_1]  = xlsread('actifs_facteurs.xls','Feuil1');

facteurs = (facteurs_1*100); % rendements en %tage
[a,b]= size(facteurs);

% Données
a_ca = facteurs(:,1);
b_ca = facteurs(:,2);
a_us_nc = facteurs(:,3);
b_us_nc = facteurs(:,4);
a_us_c = facteurs(:,5);
b_us_c = facteurs(:,6);
inf_us = facteurs(:,7);
inf_ca = facteurs(:,8);
prod_us = facteurs(:,9);
prod_ca = facteurs(:,10);
energie = facteurs(:,11);
tbill_us = facteurs(:,12);
tbill_ca = facteurs(:,13);
diff_inf = inf_us - inf_ca;
diff_tbill = tbill_us - tbill_ca;
diff_prod = prod_us - prod_ca;
I = ones(a,1);

% Regression et calcul des Bêtas
  X = [ I diff_inf prod_us diff_tbill];
  [z,t] = size(X);
  X2= X(:,2:t);
  Y = [ a_ca b_ca a_us_nc b_us_nc a_us_c b_us_c];
  B=[]; % initialiser la matrice des betas
  R=[]; % le vécteur des variances des résidus
  S=[]; % le vecteur des statistiques
  for j = 1:6
    [b,bint,res,rint,stats] = regress(Y(:,j),X);
    r = sum(res.*res)/(a-2);
    B = [B, b];
    R = [R,r];
    S = [S;stats];
  end
  B
  S % [R-square, F statistic, p value (full model), estimate of the error
variance]
  R2 = diag(R,0) % matrice diagonale des variances de résidus
  B2 = B(2:t,:); % matrice des betas des facteurs (les Alpha exclus)
  A = B(1,:);  % vecteur des Alphas

% matrice de covariance et matrice des facteurs
```

```
VF = cov(X2)
V = B2' * VF * B2 + R2 % nouvelle matrice


% Moyennes à l'aide des Betas
mean_f = mean(X2)'      % Moyenne des facteurs
mean_a = (B2' * mean_f) + A'  % Moyenne calculée des titres

% taux sans risque mensuelisé pour un taux annuel de 5%
rf = (((1.05)^(1/12)) - 1) * 100;


%% MINIMISATION DE LA VARIANCE

  % MIN VAR SANS SHORT SALE

  % Valeurs de départ et contraintes: A*X0 <= B, C*X0 = D; DN < X0 < UP;

  epsilon = 1e-20;      % pour approximer le 0;
  W0 = 1/6 * ones(6,1);   % Valeurs de départ
  UP = ones(6,1);
  DN = epsilon*ones(6,1);
  C = ones(1,6);
  D = 1;

  % Options et fonction d'optimisation;

  Options = optimset('fmincon');
  Options = optimset(Options , 'Display', 'iter');
  Options = optimset(Options , 'Diagnostics' , 'on');
  Options = optimset(Options , 'TolFun'    , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'TolX'     , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'LargeScale' , 'off');

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance sans short sell:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'   * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'   * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)
```

```
  table_1 = [W]
  table_2 = [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]

pause

  % MIN VAR AVEC SHORT SALE

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'   * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'   * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]]

pause

%% MAXIMISATION DU RATIO DE SHARPE

  % MAX SR SANS SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe sans short sell:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
```

```
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'    * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'    * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [W]
  table_4 = [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]


pause

  % MAX SR AVEC SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell:\n')
  W
  FA = (W(1)+W(3)+W(5))*100/sum(W);
  FB = 100 - FA;
  fprintf(1,' - fraction des Actions: %g %% \n', FA)
  fprintf(1,' - fraction des Obligations: %g %% \n', FB)
  E = sum(W(3:6))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  IA = (W(3)+W(5))*100 / (W(1)+W(3)+W(5));
  IB = (W(4)+W(6))*100 / (W(2)+W(4)+W(6));
  fprintf(1,'  * Actions: %g %% \n', IA)
  fprintf(1,'  * Obligations: %g %% \n', IB)
  R = sum(W(5:6))*100/sum(W(3:6));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  A = W(5)*100 / (W(3)+W(5));
  B = W(6)*100 / (W(4)+W(6));
  fprintf(1,'    * Actions: %g %% :\n', A)
  fprintf(1,'    * Obligations: %g %% :\n', B)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [table_3 W]
  table_4 = [table_4 [FA; FB; E; IA; IB; R; A; B; Er; STD]]
```

Approche factorielle: portefeuille d'actions

```
clear;
clc;

[facteurs_1]  = xlsread('actifs_facteurs.xls','Feuil1');

facteurs = (facteurs_1*100); % rendements en %tage
[a,b]= size(facteurs);

% Données
a_ca = facteurs(:,1);
b_ca = facteurs(:,2);
a_us_nc = facteurs(:,3);
b_us_nc = facteurs(:,4);
a_us_c = facteurs(:,5);
b_us_c = facteurs(:,6);
inf_us = facteurs(:,7);
inf_ca = facteurs(:,8);
prod_us = facteurs(:,9);
prod_ca = facteurs(:,10);
energie = facteurs(:,11);
tbill_us = facteurs(:,12);
tbill_ca = facteurs(:,13);
diff_inf = inf_us - inf_ca;
diff_tbill = tbill_us - tbill_ca;
diff_prod = prod_us - prod_ca;
I = ones(a,1);

% Regression et calcul des Bêtas
  X = [I diff_inf prod_us diff_tbill];
  [z,t] = size(X);
  X2= X(:,2:t);
  Y = [ a_ca a_us_nc a_us_c];
  B=[]; % initialiser la matrice des betas
  R=[]; % le vécteur des variances des résidus
  S=[]; % le vecteur des statistiques
  for j = 1:3
    [b,bint,res,rint,stats] = regress(Y(:,j),X);
    r = sum(res.*res)/(a-2);
    B = [B, b];
    R = [R,r];
    S = [S;stats];
  end
  B
  S % [R-square, F statistic, p value (full model), estimate of the error
variance]
  R2 = diag(R,0) % matrice diagonale des variances de résidus
  B2 = B(2:t,:); % matrice des betas des facteurs (les Alpha exclus)
  A = B(1,:);   % vecteur des Alphas

% matrice de covariance et matrice des facteurs
VF = cov(X2)
V = B2' * VF * B2 + R2 % nouvelle matrice
```

```
% Moyennes à l'aide des Betas
mean_f = mean(X2)'      % Moyenne des facteurs
mean_a = (B2' * mean_f) + A'  % Moyenne calculée des titres

% taux sans risque mensuelisé pour un taux annuel de 5%
rf = (((1.05)^(1/12)) - 1) * 100;


%% MINIMISATION DE LA VARIANCE

  % MIN VAR SANS SHORT SALE

  % Valeurs de départ et contraintes: A*X0 <= B, C*X0 = D; DN < X0 < UP;

  epsilon = 1e-20;      % pour approximer le 0;
  W0 = 1/3 * ones(3,1);    % Valeurs de départ
  UP = ones(3,1);
  DN = epsilon*ones(3,1);
  C = ones(1,3);
  D = 1;

  % Options et fonction d'optimisation;

  Options = optimset('fmincon');
  Options = optimset(Options , 'Display', 'iter');
  Options = optimset(Options , 'Diagnostics' , 'on');
  Options = optimset(Options , 'TolFun'   , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'TolX'     , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'LargeScale' , 'off');

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance sans short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [W]
  table_2 = [E; R; Er; STD]

pause

  % MIN VAR AVEC SHORT SALE

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
```

```
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [table_1 W]
  table_2 = [table_2 [E; R; Er; STD]]

pause

%% MAXIMISATION DU RATIO DE SHARPE

  % MAX SR SANS SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe sans short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [W]
  table_4 = [E; R; Er; STD]

pause

  % MAX SR AVEC SHORT SELL

  W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V, rf);

  fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_3 = [table_3 W]
  table_4 = [table_4 [E; R; Er; STD]]
```

Approche factorielle: portefeuille d'obligations

```
clear;
clc;

[facteurs_1]   = xlsread('actifs_facteurs.xls','Feuil1');

facteurs = (facteurs_1*100); % rendements en %tage
[a,b]= size(facteurs);

% Données
a_ca = facteurs(:,1);
b_ca = facteurs(:,2);
a_us_nc = facteurs(:,3);
b_us_nc = facteurs(:,4);
a_us_c = facteurs(:,5);
b_us_c = facteurs(:,6);
inf_us = facteurs(:,7);
inf_ca = facteurs(:,8);
prod_us = facteurs(:,9);
prod_ca = facteurs(:,10);
energie = facteurs(:,11);
tbill_us = facteurs(:,12);
tbill_ca = facteurs(:,13);
diff_inf = inf_us - inf_ca;
diff_tbill = tbill_us - tbill_ca;
diff_prod = prod_us - prod_ca;
I = ones(a,1);

% Regression et calcul des Bêtas
  X = [ I diff_inf prod_us diff_tbill];
  [z,t] = size(X);
  X2= X(:,2:t);
  Y = [ b_ca b_us_nc b_us_c];
  B=[]; % initialiser la matrice des betas
  R=[]; % le vécteur des variances des résidus
  S=[]; % le vecteur des statistiques
  for j = 1:3
    [b,bint,res,rint,stats] = regress(Y(:,j),X);
    r = sum(res.*res)/(a-2);
    B = [B, b];
    R = [R,r];
    S = [S;stats];
  end
  B
  S % [R-square, F statistic, p value (full model), estimate of the error
variance]
  R2 = diag(R,0) % matrice diagonale des variances de résidus
  B2 = B(2:t,:); % matrice des betas des facteurs (les Alpha exclus)
  A = B(1,:);   % vecteur des Alphas

% matrice de covariance et matrice des facteurs
VF = cov(X2)
V = B2' * VF * B2 + R2 % nouvelle matrice
```

```
% Moyennes à l'aide des Betas
mean_f = mean(X2)'      % Moyenne des facteurs
mean_a = (B2' * mean_f) + A'  % Moyenne calculée des titres

% taux sans risque mensuelisé pour un taux annuel de 5%
rf = (((1.05)^(1/12)) - 1) * 100;


%% MINIMISATION DE LA VARIANCE

  % MIN VAR SANS SHORT SALE

  % Valeurs de départ et contraintes: A*X0 <= B, C*X0 = D; DN < X0 < UP;

  epsilon = 1e-20;      % pour approximer le 0;
  W0 = 1/3 * ones(3,1);    % Valeurs de départ
  UP = ones(3,1);
  DN = epsilon*ones(3,1);
  C = ones(1,3);
  D = 1;

  % Options et fonction d'optimisation;

  Options = optimset('fmincon');
  Options = optimset(Options , 'Display', 'iter');
  Options = optimset(Options , 'Diagnostics' , 'on');
  Options = optimset(Options , 'TolFun'    , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'TolX'      , 1e-6);
  Options = optimset(Options , 'LargeScale' , 'off');

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance sans short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
  Er = W'*mean_a;
  STD = sqrt(W'* V * W);
  fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

  table_1 = [W]
  table_2 = [E; R; Er; STD]

pause

  % MIN VAR AVEC SHORT SALE

  W = fmincon('min_var',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V);

  fprintf(1,'minimisation de la variance AVEC short sell:\n')
  W
  E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
  fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
  R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
  fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
```

```
    Er = W'*mean_a;
    STD = sqrt(W'* V * W);
    fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

    table_1 = [table_1 W]
    table_2 = [table_2 [E; R; Er; STD]]

pause

%% MAXIMISATION DU RATIO DE SHARPE

    % MAX SR SANS SHORT SELL

    W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,DN,UP,[],Options,mean_a, V, rf);

    fprintf(1,'max du ratio de sharpe sans short sell:\n')
    W
    E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
    fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
    R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
    fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
    Er = W'*mean_a;
    STD = sqrt(W'* V * W);
    fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

    table_3 = [W]
    table_4 = [E; R; Er; STD]

pause

    % MAX SR AVEC SHORT SELL

    W = fmincon('max_sr',W0,[],[],C,D,[],[],[],Options,mean_a, V, rf);

    fprintf(1,'max du ratio de sharpe AVEC short sell:\n')
    W
    E = sum(W(2:3))*100 / sum(W);
    fprintf(1,'fraction à l''international: %g %% \n', E)
    R = sum(W(3))*100/sum(W(2:3));
    fprintf(1,'ratio de couverture: %g %% :\n', R)
    Er = W'*mean_a;
    STD = sqrt(W'* V * W);
    fprintf(1,'moyenne: %g , écart-type: %g\n', Er, STD)

    table_3 = [table_3 W]
    table_4 = [table_4 [E; R; Er; STD]]
```

Simulation 1 : Comparaison des différentes stratégies de couverture (remdements mensuels)

```
function [Stat] = simul(strategie)

%clear;
%clc;

load ACa.csv;
load BCa.csv;
load AusNC.csv;
load BusNC.csv;
load AusC.csv;
load BusC.csv;

T = length(ACa);
N = 10000;

for j = 1:N
R = randperm(T);

indice = R(1:100)';

if strategie == 1
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;
end

if strategie == 2
  hedge_1 = 1;
  hedge_2 = 0;
end


if strategie == 3
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;

  hedge_3 = 1;
  hedge_4 = 0;
end

if strategie == 4
  hedge_1 = 1;
  hedge_2 = 0;

  hedge_3 = 0;
  hedge_4 = 1;
end

if strategie == 5
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;

  hedge_3 = round(100*rand);
```

```
  hedge_4 = 100 - hedge_3;
  hedge_3 = 0.01*hedge_3;
  hedge_4 = 0.01*hedge_4;
end

if strategie == 6

  hedge_1 = round(100*rand);
  hedge_2 = 100 - hedge_1;
  hedge_1 = 0.01*hedge_1;
  hedge_2 = 0.01*hedge_2;

  hedge_3 = 0;
  hedge_4 = 1;
end

if strategie == 7
hedge_1 = round(100*rand);
hedge_2 = 100 - hedge_1;
hedge_1 = 0.01*hedge_1;
hedge_2 = 0.01*hedge_2;
end

if strategie == 8
hedge_1 = round(100*rand);
hedge_2 = 100 - hedge_1;
hedge_1 = 0.01*hedge_1;
hedge_2 = 0.01*hedge_2;

hedge_3 = round(100*rand);
hedge_4 = 100 - hedge_3;
hedge_3 = 0.01*hedge_3;
hedge_4 = 0.01*hedge_4;

end


for i=1:100

  if strategie == 1
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_2*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_1*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
  end

  if strategie == 2
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_2*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_1*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
  end

 if strategie == 3
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
```

```
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

 if strategie == 4
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

  if strategie == 5
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
  end

   if strategie == 6
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
   end

 if strategie == 7
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_2*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_1*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

 if strategie == 8
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

end

PF_jr = sum(Return')';
PF(j) = sum(PF_jr);

end

Stat.min = min(PF);
Stat.max = max(PF);

Stat.mean = mean(PF);
Stat.std = std(PF);

Stat.prcentile_95 = prctile(PF,95);
Stat.prcentile_5 = prctile(PF,5);

Stat.prcentile_99 = prctile(PF,99);
Stat.prcentile_1 = prctile(PF,1);
```

```
Stat.diff_95_5 = Stat.prcentile_95 - Stat.prcentile_5;
Stat.diff_99_1 = Stat.prcentile_99 - Stat.prcentile_1;

save workspace;
save data.csv Stat ;
```

Fichier executable de la simulation 1

```
A = simul(1)

save a;

B = simul(2)

save b;

C = simul(3)

save c;

D = simul(4)

save d;

E = simul(5)

save e;

F = simul(6)

save f;

G = simul(7)

save g;

H = simul(8)

save h;
```

Simulation 2 : Analyse de sensibilité par rapport à l'horizon de placement (exemples de rendements annuels cumulés)

```
function [Stat] = simul(strategie)

%clear;
%clc;

load ACa.csv;
load BCa.csv;
load AusNC.csv;
load BusNC.csv;
load AusC.csv;
load BusC.csv;

T = length(ACa);
N = 10000;

for j = 1:N
R = randperm(T);

indice = R(1:100)';

if strategie == 1
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;
end

if strategie == 2
  hedge_1 = 1;
  hedge_2 = 0;
end

if strategie == 3
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;

  hedge_3 = 1;
  hedge_4 = 0;
end

if strategie == 4
  hedge_1 = 1;
  hedge_2 = 0;

  hedge_3 = 0;
  hedge_4 = 1;
end

if strategie == 5
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;
```

```
    hedge_3 = round(100*rand);
    hedge_4 = 100 - hedge_3;
    hedge_3 = 0.01*hedge_3;
    hedge_4 = 0.01*hedge_4;
end

if strategie == 6

    hedge_1 = round(100*rand);
    hedge_2 = 100 - hedge_1;
    hedge_1 = 0.01*hedge_1;
    hedge_2 = 0.01*hedge_2;

    hedge_3 = 0;
    hedge_4 = 1;
end

if strategie == 7
hedge_1 = round(100*rand);
hedge_2 = 100 - hedge_1;
hedge_1 = 0.01*hedge_1;
hedge_2 = 0.01*hedge_2;
end

if strategie == 8
hedge_1 = round(100*rand);
hedge_2 = 100 - hedge_1;
hedge_1 = 0.01*hedge_1;
hedge_2 = 0.01*hedge_2;

hedge_3 = round(100*rand);
hedge_4 = 100 - hedge_3;
hedge_3 = 0.01*hedge_3;
hedge_4 = 0.01*hedge_4;

end

for i=1:100

    if strategie == 1
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_2*AusNC(indice(i))...
    0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_1*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
    end

    if strategie == 2
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_2*AusNC(indice(i))...
    0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_1*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
    end

  if strategie == 3
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
```

```
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

 if strategie == 4
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

  if strategie == 5
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
  end

   if strategie == 6
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
   end

 if strategie == 7
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_2*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_1*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

 if strategie == 8
Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

end

PF_jr = sum(Return')';
PF(j) = sum(PF_jr);

end

Stat.min = min(PF);
Stat.max = max(PF);

Stat.mean = mean(PF);
Stat.std = std(PF);

Stat.prcentile_95 = prctile(PF,95);
Stat.prcentile_5 = prctile(PF,5);

Stat.prcentile_99 = prctile(PF,99);
Stat.prcentile_1 = prctile(PF,1);
```

```
Stat.diff_95_5 = Stat.prcentile_95 - Stat.prcentile_5;
Stat.diff_99_1 = Stat.prcentile_99 - Stat.prcentile_1;

save workspace;
save data.csv Stat ;
```

Simulation 3 : Analyse de sensibilité par rapport à la diversification internationale (exemple d'un investissement de 75% à l'international)

```
function [Stat] = simul(strategie)

%clear;
%clc;

load ACa.csv;
load BCa.csv;
load AusNC.csv;
load BusNC.csv;
load AusC.csv;
load BusC.csv;

T = length(ACa);
N = 10000;

for j = 1:N
R = randperm(T);

indice = R(1:100)';

if strategie == 1
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;
end

if strategie == 2
  hedge_1 = 1;
  hedge_2 = 0;
end

if strategie == 3
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;

  hedge_3 = 1;
  hedge_4 = 0;
end

if strategie == 4
  hedge_1 = 1;
  hedge_2 = 0;

  hedge_3 = 0;
  hedge_4 = 1;
end

if strategie == 5
  hedge_1 = 0;
  hedge_2 = 1;

  hedge_3 = round(100*rand);
```

```
  hedge_4 = 100 - hedge_3;
  hedge_3 = 0.01*hedge_3;
  hedge_4 = 0.01*hedge_4;
end

if strategie == 6

  hedge_1 = round(100*rand);
  hedge_2 = 100 - hedge_1;
  hedge_1 = 0.01*hedge_1;
  hedge_2 = 0.01*hedge_2;

  hedge_3 = 0;
  hedge_4 = 1;
end

if strategie == 7
hedge_1 = round(100*rand);
hedge_2 = 100 - hedge_1;
hedge_1 = 0.01*hedge_1;
hedge_2 = 0.01*hedge_2;
end

if strategie == 8
hedge_1 = round(100*rand);
hedge_2 = 100 - hedge_1;
hedge_1 = 0.01*hedge_1;
hedge_2 = 0.01*hedge_2;

hedge_3 = round(100*rand);
hedge_4 = 100 - hedge_3;
hedge_3 = 0.01*hedge_3;
hedge_4 = 0.01*hedge_4;

end

%14%  ACa
%11%  BCa
%42%  Aus
%33%  Bus
%25% Canada - 75% US

for i=1:100

  if strategie == 1
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_2*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_1*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
  end

  if strategie == 2
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_2*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_1*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
  end
```

```
 if strategie == 3
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_3*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

 if strategie == 4
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_3*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

  if strategie == 5
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_3*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
  end

   if strategie == 6
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_3*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
   end

 if strategie == 7
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_2*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_1*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

 if strategie == 8
Return(i,:) = [0.14*ACa(indice(i)) 0.11*BCa(indice(i))
0.42*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.33*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.42*hedge_3*AusC(indice(i))
0.33*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;
 end

end

PF_jr = sum(Return')';
PF(j) = sum(PF_jr);

End

Stat.min = min(PF);
Stat.max = max(PF);

Stat.mean = mean(PF);
Stat.std = std(PF);

Stat.prcentile_95 = prctile(PF,95);
```

```
Stat.prcentile_5 = prctile(PF,5);

Stat.prcentile_99 = prctile(PF,99);
Stat.prcentile_1 = prctile(PF,1);

Stat.diff_95_5 = Stat.prcentile_95 - Stat.prcentile_5;
Stat.diff_99_1 = Stat.prcentile_99 - Stat.prcentile_1;

save workspace;
save data.csv Stat ;
```

Simulation 4 : Analyse de la décision de diversification internationale

```
function [Stat] = simul(strategie)

%clear;
%clc;

load ACa.csv;
load BCa.csv;
load AusNC.csv;
load BusNC.csv;
load AusC.csv;
load BusC.csv;

T = length(ACa);
N = 10000;

for j = 1:N
R = randperm(T);

indice = R(1:100)';

% 50% couvert / 50% non couvert
% 60% action / 40% obligations

if strategie == 1

canada = round(100*rand);
US = 100 - canada;
canada = 0.01*canada;
US = 0.01*US;

end

% 0% couvert / 100% non couvert
% 60% action / 40% obligations

if strategie == 2

canada = round(100*rand);
US = 100 - canada;
canada = 0.01*canada;
US = 0.01*US;

end

% 100% couvert / 0% non couvert
% 60% action / 40% obligations

if strategie == 3

canada = round(100*rand);
US = 100 - canada;
canada = 0.01*canada;
```

```
US = 0.01*US;

end

for i=1:100

 if strategie == 1
Return(i,:) = [canada*0.6*ACa(indice(i)) canada*0.4*BCa(indice(i))
0.5*US*0.6*AusNC(indice(i))...
  0.5*US*0.4*BusNC(indice(i)) 0.5*US*0.6*AusC(indice(i))
0.5*US*0.4*BusC(indice(i)) ] ;
 end

  if strategie == 2
Return(i,:) = [canada*0.6*ACa(indice(i)) canada*0.4*BCa(indice(i))
1*US*0.6*AusNC(indice(i))...
  1*US*0.4*BusNC(indice(i)) 0*US*0.6*AusC(indice(i))
0*US*0.4*BusC(indice(i)) ] ;
  end

   if strategie == 3
Return(i,:) = [canada*0.6*ACa(indice(i)) canada*0.4*BCa(indice(i))
0*US*0.6*AusNC(indice(i))...
  0*US*0.4*BusNC(indice(i)) 1*US*0.6*AusC(indice(i))
1*US*0.4*BusC(indice(i)) ] ;
   end

end

PF_jr = sum(Return')';
PF(j) = sum(PF_jr);

end

Stat.min = min(PF);
Stat.max = max(PF);

Stat.mean = mean(PF);
Stat.std = std(PF);

Stat.prcentile_95 = prctile(PF,95);
Stat.prcentile_5 = prctile(PF,5);

Stat.prcentile_99 = prctile(PF,99);
Stat.prcentile_1 = prctile(PF,1);

Stat.diff_95_5 = Stat.prcentile_95 - Stat.prcentile_5;
Stat.diff_99_1 = Stat.prcentile_99 - Stat.prcentile_1;

save workspace;
save data.csv Stat ;
```

Simulation 5 : Simulation des ratios de couverture

```
function [Stat] = simul(strategie,hedge_1,hedge_2,hedge_3,hedge_4)

%clear;
%clc;

load ACa.csv;
load BCa.csv;
load AusNC.csv;
load BusNC.csv;
load AusC.csv;
load BusC.csv;

T = length(ACa);
N = 10000;

for j = 1:N
R = randperm(T);

indice = R(1:100)';


for i=1:100

Return(i,:) = [0.3*ACa(indice(i)) 0.25*BCa(indice(i))
0.25*hedge_4*AusNC(indice(i))...
  0.2*hedge_2*BusNC(indice(i)) 0.25*hedge_3*AusC(indice(i))
0.2*hedge_1*BusC(indice(i)) ] ;

end


PF_jr = sum(Return')';
PF(j) = sum(PF_jr);

end

Stat.min = min(PF);
Stat.max = max(PF);

Stat.mean = mean(PF);
Stat.std = std(PF);

Stat.prcentile_95 = prctile(PF,95);
Stat.prcentile_5 = prctile(PF,5);

Stat.prcentile_99 = prctile(PF,99);
Stat.prcentile_1 = prctile(PF,1);

Stat.diff_95_5 = Stat.prcentile_95 - Stat.prcentile_5;
Stat.diff_99_1 = Stat.prcentile_99 - Stat.prcentile_1;

save workspace;
save data.csv Stat ;
```

```
i = 1;
j = 1;

min=[];
max=[];
mean = [];
std = [];
prcentile_95 = [];
prcentile_5 = [];
prcentile_99 = [];
prcentile_1 = [];
diff_95_5 = [];
diff_99_1 = [];

 for b = 0:0.05:1
   hedge_1 = b;
   hedge_2 = 1-b;

 for a = 0:0.05:1
  hedge_3 = a ;
  hedge_4 = 1-a ;

A(i,j) = simul(1,hedge_1,hedge_2,hedge_3,hedge_4);

min = [min ; A(i,j).min];
max = [max ; A(i,j).max];
mean = [mean ; A(i,j).mean];
std = [std ; A(i,j).std];
prcentile_95 = [prcentile_95 ; A(i,j).prcentile_95];
prcentile_5 = [prcentile_5 ; A(i,j).prcentile_5];
prcentile_99 = [prcentile_99 ; A(i,j).prcentile_99];
prcentile_1 = [prcentile_1 ; A(i,j).prcentile_1];
diff_95_5 = [diff_95_5 ; A(i,j).diff_95_5];
diff_99_1 = [diff_99_1 ; A(i,j).diff_99_1];

save x;

 j = j+1;
 end

 i = i+1;
 j = 1;
 end

 min
 max
 mean
std
 prcentile_95
 prcentile_5
 prcentile_99
 prcentile_1
```

Annexe 5. Code SAS : Composition des différents modèles factoriels et leurs statistiques respectives.

Statistiques des différents modèles factoriels

```
PROC IMPORT OUT= WORK.Factors
     DATAFILE= "C:\Documents and Settings\Chad
Amine\Bureau\Modeles_SAS\actifs_facteurs.xls"

     DBMS=EXCEL2000 REPLACE;
  GETNAMES=YES;
RUN;
proc sort data=Factors out=Factors;
by Actif;
run;
data Factors;
set Factors;
diff_tbill = tbill_us - tbill_ca;
diff_prod = prod_us - prod_ca;
diff_inf = inf_us - inf_ca;
run;

* Modèle_1;

PROC REG data=Factors OUTEST=MODLIN TABLEOUT;
Model Rendement = inf_us inf_ca prod_us prod_ca energie tbill_us tbill_ca
;
by Actif;
run;

data Modlin;
set Modlin;
if _TYPE_ = "PVALUE" ;
keep _TYPE_ Actif Intercept inf_us inf_ca prod_us prod_ca energie tbill_us
tbill_ca;
run;

PROC EXPORT DATA= WORK.MODLIN
     OUTFILE= "C:\Documents and Settings\Chad
Amine\Bureau\Modeles_SAS\modele_1.xls"
     DBMS=EXCEL2000 REPLACE;
RUN;

* Modèle_2;

PROC REG data=Factors OUTEST=MODLIN TABLEOUT;
Model Rendement =  inf_us prod_us prod_ca energie tbill_us ;
by Actif;
run;
```

```
data Modlin;
set Modlin;
if _TYPE_ = "PVALUE" ;
keep _TYPE_ Actif Intercept inf_us prod_us prod_ca energie tbill_us ;
run;

PROC EXPORT DATA= WORK.MODLIN
      OUTFILE= "C:\Documents and Settings\Chad
Amine\Bureau\Modeles_SAS\modele_2.xls"
      DBMS=EXCEL2000 REPLACE;
RUN;


* Modèle_3;

PROC REG data=Factors OUTEST=MODLIN TABLEOUT;
Model Rendement = diff_inf prod_us prod_ca energie diff_tbill;
by Actif;
run;

data Modlin;
set Modlin;
if _TYPE_ = "PVALUE" ;
keep _TYPE_ Actif Intercept diff_inf prod_us prod_ca energie diff_tbill ;
run;

PROC EXPORT DATA= WORK.MODLIN
      OUTFILE= "C:\Documents and Settings\Chad
Amine\Bureau\Modeles_SAS\modele_3.xls"
      DBMS=EXCEL2000 REPLACE;
RUN;

* Modèle_4;

PROC REG data=Factors OUTEST=MODLIN TABLEOUT;
Model Rendement = diff_inf prod_us energie diff_tbill;
by Actif;
run;

data Modlin;
set Modlin;
if _TYPE_ = "PVALUE" ;
keep _TYPE_ Actif Intercept diff_inf prod_us energie diff_tbill ;
run;

PROC EXPORT DATA= WORK.MODLIN
      OUTFILE= "C:\Documents and Settings\Chad
Amine\Bureau\Modeles_SAS\modele_4.xls"
      DBMS=EXCEL2000 REPLACE;
RUN;


* Modèle_5;

PROC REG data=Factors OUTEST=MODLIN TABLEOUT;
Model Rendement = diff_inf diff_prod energie diff_tbill;
by Actif;
```

```
run;

data Modlin;
set Modlin;
if _TYPE_ = "PVALUE" ;
keep _TYPE_ Actif Intercept diff_inf diff_prod energie diff_tbill ;
run;

PROC EXPORT DATA= WORK.MODLIN
      OUTFILE= "C:\Documents and Settings\Chad
Amine\Bureau\Modeles_SAS\modele_5.xls"
      DBMS=EXCEL2000 REPLACE;
RUN;


* Modèle_6;

PROC REG data=Factors OUTEST=MODLIN TABLEOUT;
Model Rendement = diff_inf prod_us diff_tbill;
by Actif;
run;

data Modlin;
set Modlin;
if _TYPE_ = "PVALUE" ;
keep _TYPE_ Actif Intercept diff_inf prod_us diff_tbill ;
run;

PROC EXPORT DATA= WORK.MODLIN
      OUTFILE= "C:\Documents and Settings\Chad
Amine\Bureau\Modeles_SAS\modele_6.xls"
      DBMS=EXCEL2000 REPLACE;
RUN;
```