

**HEC MONTRÉAL**  
**AFFILIÉE À L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

Modèles de gestion des stocks  
-Produits Multiples-

par

Omar El yamani

Sciences de la gestion

*Mémoire présenté en vue de l'obtention  
du grade de maîtrise ès sciences  
(M. Sc.)*

Décembre 2004  
© Omar El yamani, 2004



**DÉCLARATION DE L'ÉTUDIANTE, DE L'ÉTUDIANT**  
**ÉTHIQUE EN RECHERCHE AUPRÈS DES ÊTRES HUMAINS**

**Recherche sans collecte directe d'informations**

Cette recherche n'impliquait pas une collecte directe d'informations auprès de personnes (exemples : entrevues, questionnaires, appels téléphoniques, groupes de discussion, tests, observations participantes, communications écrites ou électroniques, etc.).

Cette recherche n'impliquait pas une consultation de documents, de dossiers ou de banques de données existants qui ne font pas partie du domaine public et qui contiennent des informations sur des personnes.

Titre de la recherche : Modèles de gestion des (Jochs  
-produits multiples-

Nom de l'étudiante, de l'étudiant : Amor Ed yamani

Signature : 

Date : 02 - Fév - 2005

## Sommaire

Cette étude est un projet d'amélioration de modèles de gestion des stocks dans un contexte multi-produits. Pour ce faire différents modèles ont été étudiés et différentes pistes ont été explorées tout au long de ce mémoire.

Dans le cadre de cette recherche, nous avons commencé par une recension des écrits, qui nous a permis dans un premier temps de bien cerner toutes les particularités du problème, et dans un deuxième temps de ressortir les différents modèles susceptibles d'être améliorés.

Nous avons ensuite défini le cadre méthodologique dans lequel nous allons évoluer, tout en choisissant notre principal outil de recherche qu'est la simulation. Le choix de la simulation s'est imposé étant donné sa souplesse et sa capacité de bien représenter le système réel.

Ainsi dans un simulateur développé sous Excel, nous avons représenté les différents modèles. Nous avons ainsi pu mesurer les performances de chaque modèle, ce qui nous a permis de cibler ceux que nous allons améliorer dans notre mémoire. Une fois les modèles ciblés, nous avons effectué plusieurs modifications qui nous ont permis d'améliorer considérablement les résultats des modèles initiaux.

Nous avons pu ainsi comparer les deux modèles améliorés dans le présent mémoire avec les modèles de base, pour ressortir un tableau de bord, où les gestionnaires pourraient, selon leur contexte, déterminer le modèle le plus adéquat.

Nous avons par la suite présenté et analysé les différents résultats obtenus, pour arriver finalement à la conclusion où nous résumons notre étude en présentant notre contribution, les limites de notre recherche ainsi que les débouchés futures.

# Table des matières

<b>SOMMAIRE</b> .....	<b>I</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>V</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>VII</b>
<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>VIII</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>IX</b>
<b>CHAPITRE 1 - PROBLEMATIQUE</b> .....	<b>1</b>
1.1 Introduction.....	1
1.2 Modèles de base (un seul produit).....	2
1.3 Demande déterministe.....	5
1.4 Demande stochastique.....	7
1.5 Conclusion.....	10
<b>CHAPITRE 2 - RECENSION DES ECRITS</b> .....	<b>11</b>
2.1 Articles retenus.....	11
2.2 Description des modèles.....	13
2.2.1 Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985).....	13
2.2.2 Maurice Queyranne (1987).....	16
2.2.3 Goyal, S.K. (1987).....	16
2.2.4 Silver, Edward.A. (1976).....	17
2.2.5 Goyal, S.K., Belton A.S. (1979).....	18
2.2.6 Naddor, E. ; Saltzman, S. (1958).....	18
2.2.7 Love, S. (1979).....	18
2.2.8 Kumar, S. et Chandra, C. (2002).....	21
<b>CHAPITRE 3 - METHODOLOGIE</b> .....	<b>24</b>
3.1 Contexte général.....	24
3.2 Origine des données.....	25
3.3 Modélisation.....	26
3.3.1 Intrants.....	26
3.3.2 Extrants.....	28
3.3.3 Critères de comparaison.....	29
3.3.4 Procédure expérimentale.....	29
3.3.5 Définition de la période de rodage.....	30
3.4 Conclusion.....	31

<b>CHAPITRE 4 - CONSTRUCTION DE LA SIMULATION .....</b>	<b>32</b>
4.1 Introduction .....	32
4.2 Logique générale .....	32
4.3 Programmation des modèles .....	33
4.3.1 Modèles déterministes .....	34
4.3.2 Modèles stochastiques .....	35
4.3.3 Détail des programmes .....	36
4.3.4 Fichiers utilisés .....	37
<b>CHAPITRE 5 - RESULTATS ET ANALYSE .....</b>	<b>38</b>
5.1 Introduction .....	38
5.2 Analyse générale .....	38
5.2.1 Demande stable .....	39
5.2.2 Demande moyennement stable .....	40
5.2.3 Demande fluctuante .....	41
5.2.4 Développement de nouveaux modèles .....	42
5.2.4.1 Amélioration du modèle de Love .....	42
5.2.4.2 Amélioration du modèle de Kumar&Chandra .....	43
5.3 Analyse approfondie .....	44
5.3.1 Résultats pour un court délai d'approvisionnement .....	45
5.3.1.1 Délai court avec un coût de pénurie petit .....	45
5.3.1.2 Délai court avec un important coût de pénurie .....	48
5.3.2 Résultats pour un délai d'approvisionnement plus long .....	50
5.3.2.1 Délai long avec un coût de pénurie très petit .....	50
5.3.2.2 Délai long avec un coût de pénurie moyen .....	52
5.3.2.3 Délai long avec un coût de pénurie grand .....	54
5.3.3 Analyse de sensibilité par rapport au coût de commande .....	57
<b>CHAPITRE 6 - CONCLUSION .....</b>	<b>61</b>
6.1 Contribution de la recherche .....	61
6.2 Limites de la recherche .....	62
6.3 Pistes de recherche .....	63
6.4 Conclusion .....	64
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>65</b>
<b>ANNEXE A - CODE DES PROGRAMMES UTILISES .....</b>	<b>68</b>
Fonction pour le modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002) .....	68
Fonction qui calcul la demande durant le délai de réapprovisionnement .....	69
Fonction pour le modèle de Love (1979) .....	70

<b>ANNEXE B - DESCRIPTION DES FEUILLES EXCEL .....</b>	<b>72</b>
Tableau de calcul des paramètres pour le modèle de Love stochastique .....	72
Tableau de calcul des paramètres pour le Nouveau modèle I .....	73
Tableau de calcul des paramètres pour le modèle de Kumar&Chandra.....	74
Tableau de calcul des paramètres pour le Nouveau modèle II .....	75
<b>ANNEXE C - RÉSULTATS DÉTAILLÉS .....</b>	<b>76</b>
Résultats pour l'analyse générale avec une demande stable .....	76
Résultats pour l'analyse générale avec une demande moyennement stable.....	77
Résultats pour l'analyse générale avec une demande fluctuante.....	78
Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai court et un coût de pénurie petit .....	79
Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai court et un important coût de pénurie.....	83
Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai long avec un coût de pénurie très petit .....	87
Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai long avec un coût de pénurie grand .....	95
Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un petit coût de commande.....	99

## Liste des tableaux

Tableau 2-1: Groupes d'articles selon les paramètres d'entrée.....	11
Tableau 5-1: Type d'analyse selon le contexte .....	38
Tableau 5-2: Données extraites de l'article de .....	39
Tableau 5-3: Coût Total des différents modèles pour une demande stable.....	40
Tableau 5-4: Coût Total des différents modèles pour une demande moyennement stable.....	40
Tableau 5-5: Coût Total des différents modèles pour une demande fluctuante.....	41
Tableau 5-6: Paramètres à optimiser.....	45
Tableau 5-7: Données extraites de l'article de .....	45
Tableau 5-8: Paramètres avec délai court et un coût de pénurie petit .....	46
Tableau 5-9: Résultats du modèle de Love (1979).....	46
Tableau 5-10: Résultats du Nouveau modèle I .....	46
Tableau 5-11: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002).....	47
Tableau 5-12: Résultats du Nouveau modèle II .....	47
Tableau 5-13: Gains apportés pour L court et bi petit.....	48
Tableau 5-14: Paramètre avec délai court et un coût de pénurie grand.....	48
Tableau 5-15: Résultats du modèle de Love (1979).....	48
Tableau 5-16: Résultats du Nouveau modèle I .....	49
Tableau 5-17: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002).....	49
Tableau 5-18: Résultats du Nouveau modèle II .....	49
Tableau 5-19: Gains apportés pour L court et bi grand.....	50
Tableau 5-20: Paramètres avec délai long et un coût de pénurie petit .....	50
Tableau 5-21: Résultats du modèle de Love (1979).....	51
Tableau 5-22: Résultats du Nouveau modèle I .....	51
Tableau 5-23: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002).....	51
Tableau 5-24: Résultats du Nouveau modèle II .....	52
Tableau 5-25: Gains apportés pour L long et bi très petit .....	52
Tableau 5-26: Paramètres avec délai long et un coût de pénurie petit .....	52
Tableau 5-27: Résultats du modèle de Love (1979).....	53
Tableau 5-28: Résultats du Nouveau modèle I .....	53
Tableau 5-29: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002).....	53
Tableau 5-30: Résultats du Nouveau modèle II .....	54
Tableau 5-31: Gains apportés pour L long et bi moyen .....	54
Tableau 5-32: Paramètres avec délai long et un coût de pénurie grand .....	55
Tableau 5-33: Résultats du modèle de Love (1979).....	55
Tableau 5-34: Résultats du Nouveau modèle I .....	55
Tableau 5-35: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002).....	56

Tableau 5-36: Résultats du Nouveau modèle II .....	56
Tableau 5-37: Gains apportés pour L long et bi grand.....	56
Tableau 5-38: Paramètres Cc petit .....	57
Tableau 5-39: Résultats du modèle de Love (1979).....	57
Tableau 5-40: Résultats du Nouveau modèle I .....	58
Tableau 5-41: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002).....	58
Tableau 5-42: Résultats du Nouveau modèle II .....	58
Tableau 5-43: Gains des modèles développés.....	59

## Liste des Figures

Figure 1:1: Variation des coûts selon le modèle de Harris.....	3
Figure 1:2: Illustration de la méthode can-order .....	7
Figure 2:1: Modèle Can-Order.....	19
Figure 3:1: Base des données générées .....	30

## Remerciements

Tout d'abord, je remercie Dieu qui m'aide et me guide dans les travaux que j'entreprends.

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, Federico Pasin, pour ses précieux conseils tout au long du projet. Sa gentillesse et sa disponibilité ont largement contribué au bon déroulement de ce mémoire.

Je tiens aussi à remercier le CRSH pour son soutien financier qui m'a permis de mener à bien ce travail.

Je saisis l'occasion pour remercier tous les professeurs du département GOP pour leur disponibilité et leur professionnalisme.

Finalement, je remercie chaleureusement tous les membres de ma famille. Merci à ma mère, mon père et à Bouchra ma femme pour leur soutien durant les périodes difficiles. Et merci à ma petite fille Hajar qui prenait de temps en temps sa petite sieste pour me laisser travailler. Sans oublier mes amis, Khalid et Hicham qui ont accepté de relire mon rapport.

## Introduction

Les stocks et leur gestion remontent à la plus haute antiquité, sachant qu'il y a et il y aura toujours un décalage entre la production et la consommation, un décalage qui s'impose vu que d'une part le lieu de production est souvent différent de celui de consommation et d'autre part la période de production est toujours différente de celle de la consommation. Ainsi les stocks et les provisions se voient nécessaires pour faire face à ce décalage. Mais il faut pour autant bien les gérer car des stocks insuffisants génèrent à terme des pénuries, plus ou moins longues, plus ou moins sévères, et des stocks surabondants génèrent des surcoûts et des gaspillages.

Il faut donc trouver le juste milieu entre les deux cas extrêmes. Pour ce faire, on a vu émerger tout au long des dernières décennies une multitude de méthodes de gestion. Allant des plus simples, qui sont autant efficaces et faciles à implanter, jusqu'aux plus compliquées.

On ne peut certainement pas parler des stocks sans parler des deux principaux courants de gestion, soit la gestion "push" et la gestion "pull" communément connue sous juste-à-temps ou JIT visant à travailler avec le minimum de stock.

La gestion des stocks constitue donc et constituera toujours un élément critique des systèmes logistiques.

Ce travail vise à apporter une brique à l'édifice des modèles de gestion des stocks, à travers la mise en place d'un modèle de gestion des stocks dans un contexte multi-produits, basé sur l'amélioration de modèles existants.

# Chapitre 1 - Problématique

## 1.1 Introduction

Vu l'importance de la gestion des stocks plusieurs chercheurs se sont penchés sur le sujet depuis le début du vingtième siècle. Afin d'avoir une vision globale des modèles de gestion des stocks, nous présentons, dans ce chapitre, un survol des principaux modèles allant du plus simple au plus complexe. Il est à noter que la présentation détaillée des modèles sur lesquels est basée notre recherche apparaîtra à la recension des écrits.

La présentation globale se focalisera sur trois grandes catégories de modèles :

- Les modèles de base (QEC).
- Les modèles traitant la gestion des stocks avec demande déterministe.
- Les modèles traitant la gestion des stocks avec demande stochastique.

Le modèle de base « QEC », suppose une demande déterministe, mais nous avons tenu à lui accorder une partie indépendante vu son importance historique dans le domaine de la gestion des stocks.

Il est ainsi clair que les deux grandes catégories se distinguent selon leur demande, déterministe ou stochastique.

Afin de représenter et de résoudre les problèmes liés à la gestion des stocks, les auteurs ont utilisé différents outils et méthodes. Cependant un jargon et paramètres communs à la majorité des articles ont vu le jour au fil des ans. Les principaux se résument en (*dans les sections 3.3.1 et 3.3.2 seront présentés en détail les différents paramètres*):

- Demande.
- Taille de lot.
- Coût de stockage.
- Coût de commande.
- Coût d'acquisition.
- Coût de pénurie...

Malgré la différence entre les méthodes utilisées, la logique générale de la plupart des modèles demeure presque la même, et suit en les contraintes et besoins des gestionnaires de stock.

Ainsi si nous partons avec un stock initial  $S_0$ , il diminuera à chaque fois que nous livrons une commande. Quand nous jugerons le stock insuffisant nous lancerons une commande de réapprovisionnement. Nous alimenterons ainsi notre stock et la boucle se referme.

Les différents articles essaient alors de répondre aux deux principales questions suivantes :

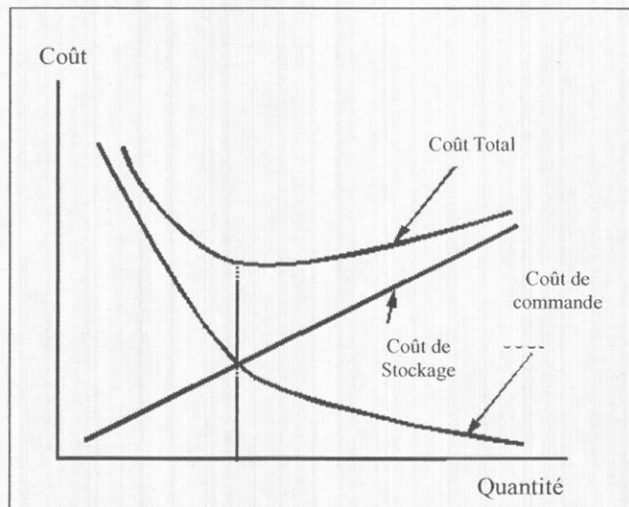
- Quand lancer une commande de réapprovisionnement ?
- Quelle est la taille de lot ?

Pour simplifier encore plus le problème, certains auteurs ont travaillé sur le cas mono-produits (*chaque article est géré et commandé séparément*). Or dans la réalité le cas mono-produit est presque inexistant, il est donc plus judicieux de travailler sur le cas multi-produit sous une demande stochastique. Nous allons ainsi, travailler dans le présent mémoire sur le cas multi-produits – *où les produits peuvent être gérés et commandés ensembles* - sous une demande déterministe.

## 1.2 Modèles de base (un seul produit)

Harris (1913) fut l'un des premiers auteurs ayant développé un modèle de gestion des stocks plus communément connu sous "EOQ" ou quantité économique à commander. Elle constitue de part sa simplicité et sa facilité d'implantation l'une des méthodes les plus connues et utilisées en gestion des stocks. Elle vise essentiellement à déterminer la quantité économique qui correspond au point de compromis entre le coût de stockage et celui de commande ou de production (figure 1-1).

Figure 1:1: Variation des coûts selon le modèle de Harris



La méthode du EOQ repose sur différentes hypothèses qui seront généralement reprises par la plupart des auteurs.

- La demande est déterministe et constante.
- Le coût de commande est constant.
- Le coût de stockage unitaire est constant.
- La livraison se fait en un seul lot.
- Les pénuries ne sont pas permises.
- L'horizon de planification est infini.
- Délai de livraison constant.
- Coût unitaire d'acquisition constant.

A titre de rappel, voici les principales formules du modèle QEC :

$$QEC = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot Cc}{Cs}} \quad \text{et} \quad T^* = \sqrt{\frac{2 \cdot Cc}{Cs}}$$

Avec : D : Demande annuelle.

Cc : Coût de commande.

Cs : Coût de stockage.

T\* : Période optimale d'approvisionnement.

Différents auteurs se sont penchés sur ces hypothèses afin de développer de nouveaux modèles.

Ainsi Leopoldo et Cardenas (2000) ont amélioré l'approche de calcul algébrique développée par Grubbstrok et Erdem (1999), afin de calculer les différents paramètres dans un contexte où l'on prend en considération le coût de pénurie. L'approche algébrique résout le problème sans avoir recours aux dérivées mais uniquement au développement de la formule du coût (*à titre d'exemple si on montre que  $C=A*((B-C)^2+(D-E)^2)+D$  alors on aura le minimum quand  $B=C$  et  $D=E$* ). Cette approche est nettement plus simple que celle différentielle utilisée auparavant.

Dans la même optique, Billington (2003) a travaillé sur le coût de lancement des commandes afin d'adapter le modèle à la logique Juste à temps. Son travail est l'extension de celui déjà lancé par Porteus en (1985), où il s'est focalisé sur le coût de mise en production qui demeure l'un des points forts de l'approche juste-à-temps, il a aussi inclus le coût d'investissement lié à la réduction du temps de mise en production. Quant à Ilkyeong et Wonyong (1994) ils ont choisi de travailler sur un horizon de planification fini et qui sera un paramètre aléatoire de leur modèle. Ceci pour parer à la restriction du modèle de base qui suppose que l'horizon de planification est infini.

En utilisant une approche par scénario, Yu.G (1997) propose d'introduire une incertitude sur les paramètres d'entrée tels que la demande, les coûts de stockage et de commande.

Le modèle de base de Harris a été largement repris dans la littérature. Et nous avons tenu à faire un survol rapide des différents articles qui se sont basés sur ce modèle. Et pour clarifier les principales différences entre le mono-produits et le multi-produits nous pouvons citer :

Dans le cas mono-produit, chaque article est géré et commandé indépendamment des autres articles. Il est ainsi livré indépendamment des autres articles. Dans le cas multi-produits nous pouvons regrouper plusieurs articles dans la même commande, et nous pouvons ainsi les transporter et les livrer ensemble. Il est ainsi clair que la gestion multi-produits est beaucoup plus avantageuse que celle mono-produit du point de vue des économies, mais elle demeure plus complexe et demande plus d'expertise.

Sachant que le cas multi-produits est celui le plus répandu dans la réalité, la suite de cette revue traitera essentiellement du ce cas qui est l'objet du présent mémoire. Elle sera ainsi séparée en deux grandes catégories :

- Modèles avec demande déterministe.
- Modèles avec demande stochastique.

Ensuite les modèles les plus pertinents seront repris dans la deuxième partie où ils seront étudiés plus en détail afin de pouvoir les représenter dans notre simulation.

### 1.3 *Demande déterministe*

Parfois, l'utilisation d'une demande déterministe simplifie énormément et donne tout de même des résultats assez satisfaisants et faciles à implanter.

Dans cette même optique s'inscrit le modèle de base de Harris (1913) qui a été largement repris par plusieurs auteurs.

Ainsi Rosenblatt et Moshe (1985) ont développé un modèle basé sur la programmation dynamique, ceci pour ressortir les groupes de produits à commander ou à produire ensemble afin d'optimiser les coûts de commande. Ensuite Queryranne (1987) est venu améliorer leur modèle à travers une programmation dynamique plus exacte, qui parcourt tous les regroupements possibles d'articles. Cette méthode a donné de meilleurs résultats. Ce même travail a été repris par Goyal (1987) qui a rajouté la possibilité de tronquer les périodes afin de pouvoir se réapprovisionner en milieu de période ; ceci améliore légèrement la qualité de la solution. Il est tout de même à signaler que le modèle développé au départ par Rosenblatt et Moshe (1985) est plus simple à implanter que les deux suivants.

On ne peut pas parler de gestion des stocks sans parler de Silver qui demeure l'un des chercheurs ayant beaucoup apporté à ce domaine. Silver (1974) propose une heuristique très simple pour déterminer les périodes de planification et la fréquence de commande de chaque article.

Silver divise le coût de commande en deux parties, soit une partie représentant un coût principal commun à tous les articles et une autre représentant le coût propre à chaque article :

$$\text{Le coût de commande} = Cc + Cci$$

Avec :

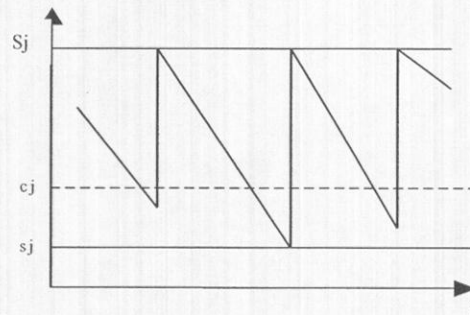
$Cc$  : Coût de commande principale qui correspond au frais fixe indépendamment du nombre d'articles inclus dans la commande.

$Cci$  : Coût de commande propre à l'article  $i$ .

Le modèle de Silver est d'autant plus simple qu'il est facile à implanter. Afin d'améliorer légèrement la qualité de la solution sans toute fois compliquer le modèle de Silver (1974), Goyal et Belton (1979) proposent une petite modification lors du calcul de la fréquence de commande ce qui donne de meilleurs résultats surtout pour un plus grand nombre d'articles.

Un peu plutôt, Naddor et Saltzman (1958) ont développé une méthode assez flexible et simple à appliquer, permettant de choisir les périodes d'approvisionnement et de déterminer les produits à commander lors de chaque période. Ils ont ensuite appliqué leur modèle sur un exemple numérique pour voir l'efficacité et l'impact selon trois politiques différentes, ils ont aussi signalé que leur modèle est aussi valable pour plusieurs entrepôts distincts.

Cependant, le modèle de Love (1979) (figure 1-2) plus communément appelé « Can-Order », reste le plus réaliste dans cette catégorie de modèle. Il consiste à déterminer dans un premier temps la période de réapprovisionnement, puis à attribuer pour chaque article deux seuils de commande; le premier pour lancer la commande et le deuxième pour inclure l'article dans une commande déjà lancée.

Figure 1:2: Illustration de la méthode can-order.<sup>1</sup>

Ainsi à chaque fois que le niveau de stock d'un article  $j$  descend au-dessous du niveau de stock  $S_j$  (pré calculer par le modèle) qui est déterminé selon le niveau de service désiré, on lance une commande et tous les articles  $k$  dont le niveau de stock est en dessous de  $c_k$  seront commandés en même temps. Cette méthode malgré sa simplicité, constitue l'une des meilleures dans sa catégorie. D'autant plus qu'elle donne de bons résultats.

Ceci constitue un bref survol des articles traitant la demande déterministe. On développera dans ce qui suit les auteurs ayant traité la demande stochastique.

#### 1.4 Demande stochastique

Quand certains auteurs ont préféré développer des modèles traitant de la demande déterministe, d'autres ont trouvé plus judicieux de travailler sur la demande stochastique vu que ce sont -en générale- les modèles qui représentent mieux la réalité. Mais il faut signaler que parfois par la simplification, qui caractérise en générale les modèles déterministes, on ressort des méthodes très efficaces et plus faciles à implanter.

On va faire ici une revue des principaux modèles stochastiques. Notre travail final sera basé sur les modèles que nous jugerons pertinents.

Récemment Abou-El-Ata, Fergany et El-Wakeel (2002) ont utilisé la programmation géométrique, qui demeure très difficile à implanter, pour minimiser l'équation des coûts totaux. Sachant que plus court sera la période de réapprovisionnement plus grand sera le nombre de commandes lancées et

<sup>1</sup> Tiré de Love 1979.

vis-versa. Ainsi les auteurs ont considéré que le coût de commande est une fonction croissante du nombre de périodes prenant la forme :

$$C_0 = c.N^b$$

Avec : C : coût de commande principale.

N : Nombre de commande :

b : paramètre du modèle.

*-la formule habituelle est de la forme :  $C_c = C + C_j$  avec C le coût de commande principale et  $C_j$  le coût de commande propre à chaque article-.*

Bien avant, Silver (1964) a utilisé les processus semi-markoviens qui demeurent assez complexes et peu utilisés dans le domaine de la gestion des stocks. L'auteur a ainsi supposé que les deux articles seront commandées ensemble à chaque fois que le stock de l'un d'eux est nul, il a pu ainsi déterminer la période de réapprovisionnement probable et la quantité à commander. Et puisque Silver n'a développé le modèle que pour le cas de deux articles, Federgruen, Groenevelt et Tijms (1984) l'ont repris pour le généraliser pour le cas de plusieurs produits. Ils ont divisé le coût de commande en deux parties, la première, un coût fixe qui dépend de la famille du produit, et une autre partie qui correspond au produit lui-même. La méthode du can-order déjà décrite auparavant est celle utilisée par les auteurs.

D'ailleurs Atkins et Iyogun (1988) ont comparé la méthode du can-order avec une nouvelle méthode qu'ils ont appelé 'Modified Periodic Heuristic' cette dernière consiste à reprendre la méthode (R,T) -qui consiste à commander à chaque période T, pour ramener le stock jusqu'au niveau R-. Et utiliser une borne inférieure sur le coût de commande *-pour remédier à l'hypothèse que les coûts de commande des différents articles sont indépendants-* les auteurs ont obtenu ainsi, de meilleurs résultats.

Vu que la pénurie est un élément important dans la gestion quotidienne des stocks, Kumar et Chandra (2002) ont considéré que c'était un facteur qu'il ne faut pas négliger. Pour ce faire, une commande est placée lorsque le total des coûts de pénuries prévues pour tous les articles durant le délai de réapprovisionnement dépasse un multiple  $\alpha_1$  du coût de commande moyen.

Une fois cette commande lancée, tout article j sera inclus dans la commande si son coût de pénurie prévue durant la somme du délai de réapprovisionnement

et de la période de commande est supérieur à un multiple  $\alpha_2$  de son coût de commande  $s_j$ . Les paramètres  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  doivent être optimisés, les auteurs ont choisi de mettre  $\alpha_1 = \alpha_2$ .

Cette méthode a été comparée à celle présentée par Love auparavant et les auteurs prétendent obtenir des résultats pouvant être meilleurs de 50%.

Naddor (1975) propose une heuristique pour les modèles (R, T), et la compare avec les modèles donnant une solution optimale. L'heuristique se base sur : la demande moyenne, son écart type, délai d'approvisionnement, coût de commande ainsi que les coûts de stockages », l'heuristique donne d'excellents résultats comparée aux solutions optimales. Il a ensuite étendu son modèle pour le cas de produits multiples en détaillant l'algorithme heuristique afin de pouvoir le reproduire.

Ensuite Antonio (1994), a combiné et la gestion des stocks et la gestion de production en introduisant une capacité de production lors de la modélisation. Ainsi il a supposé que la demande suivait une loi de poisson de taux  $\lambda$  et la production suivait une loi de poisson de taux  $\mu$ . Puis il a procédé en deux étapes, la première où il suppose que la production est déterministe afin de pouvoir ressortir les interactions entre la production et les stocks, puis dans un deuxième temps il étend le modèle pour une production stochastique.

Dans la même année, Eijs (1994) traite le problème d'un autre point de vue. Il introduit la notion de transport à travers le taux de remplissage des containers. Vu qu'on peut parfois faire des économies d'échelles lorsqu'on commande un container plein à travers l'augmentation du volume de la commande ou l'inclusion de nouveaux articles dans la commande.

Ainsi l'auteur développe une heuristique pour trouver un compromis entre le coût de transport espéré, le gain espéré sur le coût de commande et le surplus sur le coût de stockage, en cas d'augmentation du volume de la commande pour remplir le container. On peut ainsi réduire jusqu'à 20% le coût total en combinant les différents coûts déjà mentionnés.

### 1.5 Conclusion

Pour conclure ce chapitre on reprend ce qu'a dit Aksoy (1988) qui a comparé différents modèles traitant de la demande déterministe et celle stochastique : « Les modèles déterministes peuvent être statiques ou dynamiques. Dans les modèles stochastiques, le développement des règles de décision pour les articles ayant une demande stochastique n'est pas facile. Il y a fondamentalement deux manières différentes de faire face à ce problème :

1. Une revue permanente des stocks.
2. Une revue périodique des stocks.

Généralement, ces modèles sont compliqués et exigent beaucoup de temps de calcul pour obtenir une solution exacte. Il s'avère que beaucoup de recherches restent à faire sur les deux volets, sans oublier les modèles pratiques qui ne sont pas traités par la littérature. »

En d'autres termes, malgré les innombrables études qui ont été faites dans le domaine de la gestion des stocks, la porte reste grande ouverte pour les études à venir afin d'améliorer l'existant ou d'explorer de nouveaux horizons.

## Chapitre 2 - Recension des écrits

La problématique nous a permis de faire un survol des modèles de gestion des stocks. Dans la présente section, nous présentons de façon plus détaillée les modèles sur lesquels notre recherche est basée. Avant de commencer une telle présentation, nous expliquons d'abord le processus ayant mené à la sélection des modèles.

### 2.1 *Articles retenus*

Nous allons dans ce qui suit rassembler les modèles selon leurs paramètres d'entrées, afin de déterminer un groupe de modèles comparables. En effet, il est très difficile de comparer de façon fiable la performance de modèles basés sur des paramètres de natures très différentes.

Le tableau ci-après décrit les différents groupes relevés (Tableau 2-1).

**Tableau 2-1: Groupes d'articles selon les paramètres d'entrée**

Articles	Paramètres communs
ROSENBLATT M. J. et Kspi M, (1985) GOYAL S.K, (1987) GOYAL S.K. et Belton A.S, (1979) IYOGUN, (1988) NADDOR Eliezer et Saltzman S, (1958) QUEYRANNE Maurice, (1987) SILVER Edward.A, (1976)	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Tous les paramètres sont connus et constants.</li> <li>○ Hypothèses de la quantité économique.</li> <li>○ <math>D_i</math>: demande annuelle pour l'article <math>i</math>.</li> <li>○ <math>C_s</math> : coût de stockage de <math>i</math>.</li> <li>○ <math>C_i</math> : coût de commande de <math>i</math>.</li> <li>○ ...</li> </ul>
M.O. Abou-El-Ata, Hala A. Fergany, Mona F. El-Wakeel, (2002) NADDOR Eliezer, (1975)	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Demande aléatoire.</li> <li>○ Coût d'achat de l'article <math>j</math>.</li> <li>○ Coût de commande de l'article <math>j</math>.</li> <li>○ Coût de stockage de l'article <math>j</math>.</li> <li>○ Moyenne de la demande.</li> <li>○ Limitation sur le coût de stockage et de commande.</li> <li>○ ...</li> </ul>

<p>SILVER Edward.A, (1964) IGNALL Edward, (1969)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Deux produits.</li> <li>○ Demande aléatoire (poisson).</li> <li>○ Ignall, (1969) utilise une politique (S, s, c).</li> <li>○ ...</li> </ul>
<p>GROENEVELT.H F et Tijms H. C, (1984) ATKINS.R Derek et Paul O. IYOGUN, (1988)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Backlog des articles restants avec temps d'approvisionnement.</li> <li>○ Coût de stockage.</li> <li>○ Coût de stockage supplémentaire pour les backlog.</li> <li>○ Système de gestion (S, s, c).</li> <li>○ Les commandes arrivent selon une loi de Poisson avec une quantité suivant une distribution connue.</li> <li>○ Coût de commande varie selon si la commande se fait durant la période principale ou au milieu de la période qui est générée selon une loi de poisson.</li> <li>○ Pénalité de retard sur la demande non satisfaite.</li> <li>○ ...</li> </ul>
<p>KUMAR S. et CHANDRA C, (2002) LOVE S, (1979)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Cc : Coût de commande principale.</li> <li>○ Cci : Coût de commande de l'article i.</li> <li>○ Csi : coût de stockage de l'article.</li> <li>○ Kumar, S. et Chandra, C. (2002) utilise la logique suivante qui sera détaillées par la suite : Lancement de commande quand le coût de pénurie dépasse <math>x1 * Cc</math>. On introduira dans cette même commande les articles dont le Coût de pénurie prévue dépasse <math>x2 * Cc</math> (avec <math>x1</math> et <math>x2</math> paramètres du modèle et Cc coût de commande).</li> <li>○ ...</li> </ul>
<p>M.J.G Van Eijs, (1994)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ les coûts sont, stockage, commande, transport et acquisition</li> <li>○ coût selon FCL (contenaire plein)ou LCL (contenaire partiellement rempli).</li> <li>○ Backlog des articles restants avec temps d'approvisionnement</li> <li>○ Demande aléatoire.</li> <li>○ L: période de réapprovisionnement.</li> <li>○ ...</li> </ul>

Parmi ces groupes de modèles, nous avons retenu les suivants :

- Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)
- Maurice Queyranne (1987)
- Goyal, S.K. (1987)
- Silver, Edward.A. (1976)
- Goyal, S.K., Belton A.S. (1979)
- Naddor, E. ; Saltzman, S. (1958)
- Love, S. (1979)
- Kumar, S. et Chandra, C. (2002)

Les cinq premiers articles ont été choisis dans le premier groupe du tableau qui représente d'une part le groupe le plus homogène en terme d'intrants, et d'autre part avec le plus grand nombre de modèles. Sans oublier que le modèle de Silver est très important vu que c'est un classique de la gestion des stocks.

Les deux derniers modèles ont été choisis pour deux principales raisons :

- Love est un classique incontournable dans la gestion des stocks.
- Kumar&Chandra est un article récent qui prétend une amélioration de 50% des résultats de Love.

Puisque nous désirons comparer les résultats de chaque modèle dans différents contextes d'application, nous aurons à simuler le fonctionnement de chacun des modèles retenus selon différentes configurations de données et de paramètres. Il est donc nécessaire de bien comprendre le fonctionnement de chaque modèle, afin de pouvoir le représenter d'une manière fiable. Nous allons décrire en détail, dans les paragraphes qui suivent, les différents modèles que nous allons étudier.

## 2.2 Description des modèles

Tous les articles que nous allons décrire dans cette section, seront modélisés dans un chiffrier Excel. Il est donc nécessaire de bien les détailler.

### 2.2.1 Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)

Les auteurs ont développé une heuristique basée sur la programmation dynamique. À chaque étape de calcul il rajoute un article, puis ils calculent les

différents coûts pour chaque groupement possible d'articles. L'heuristique peut être résumée dans les points suivants :

*(Afin de faciliter la compréhension de l'heuristique on va l'illustrer au fur et à mesure en supposant à titre d'exemple qu'on a trois articles à commander (A1, A2, A3) ).*

- a. Si chaque article est commandé tout seul indépendamment des autres articles. Notons alors  $L=1$  qui représente le nombre maximal d'articles qu'on peut commander ensemble.

Le coût total de chaque article  $j$  s'il est commandé tout seul sera alors :

$$TC_j = (2C_{cj}C_{sj}D_j)^{1/2}$$

Avec :

$C_{cj}$  : Coût de commande si l'article  $j$  est commandé tout seul.

$C_{sj}$  : Coût de stockage de l'article  $j$ .

$D_j$  : demande par unité de temps de l'article  $j$ .

Dans notre exemple les groupes possibles sont :

Groupe	A1	A2	A3
Coût	TC1	TC2	TC3

- b. Poser  $L=L+1$ , *-L veut dire qu'on peut commander jusqu'à L articles ensembles-*. On génère alors toutes les combinaisons de  $L$  articles possibles. Dans notre exemple les combinaisons possibles sont :

Pour $L=2$	{A1,A2}	{A1,A3}	{A2,A3}
------------	---------	---------	---------

- c. Générer tous les sous-groupes possibles à partir des groupes générés dans l'étape précédente.

Gc	{A1,A2}		{A1,A3}		{A2,A3}	
SGc	{A1,A2}	{A1},{A2}	{A1,A3}	{A1},{A3}	{A2,A3}	{A2},{A3}

La notation  $\{A1\}$ ,  $\{A2\}$  signifie qu'on va commander A1 tout seul et A2 tout seul. Et  $\{A1, A2\}$  signifie que les deux articles A1 et A2 seront commandés ensemble dans la même commande.

- d. Calculer les différents coûts de chaque sous-groupe. Puis la combinaison qui nous donne le coût minimal sera choisie. Dans notre exemple si TC12 est supérieur à TC1,2 alors la meilleure façon de commander les articles A1 et A2 ensemble serait de les commander séparément.

Gc	{A1,A2}		{A1,A3}		{A2,A3}	
SGc	{A1,A2}	{A1},{A2}	{A1,A3}	{A1},{A3}	{A2,A3}	{A2},{A3}
Coût	TC12	TC1,2	TC13	TC1,3	TC23	TC2,3

- e. Poser L=L+1. Rajouter à chaque groupe Gc généré à l'étape c son complémentaire afin d'avoir des groupes de L articles. Générer tous les sous-groupes possibles, et calculer leurs coûts si on ne l'a pas déjà fait dans les étapes précédentes.

Gc	{A1,A2,A3}		
SGc	{A1,A2,A3}	{A1,A2}{A3}	{A1},{A2},{A3}
Coût	TC123	TC12,3	TC1,2,3

Ici par exemple le coût de commander {A1,A2}{A3} est égal au coût de commander {A1,A2} plus le coût de commander {A3}. Les deux coûts ont déjà été calculés. D'où l'intérêt de la programmation dynamique.

- f. Tant que L<n articles, Répéter les étapes (c, d, e).

Pour calculer le coût total de chaque combinaison, on utilise la formule de coût développée par Silver (1976) :

$$TC = \sum_k TC_k = \sum_k \frac{C_{Ck}}{T_k} + \sum_k \frac{T_k}{2} \cdot \sum_{j \in k} C_{Sj} D_j$$

Avec :

$C_{Ck}$  : Coût de commande du k<sup>ème</sup> groupe.

$T_k$  : Période d'acquisition du k<sup>ème</sup> groupe. Elle est calculée

selon la formule :  $T_k = \sqrt{\frac{2C_{Ck}}{\sum_{j \in k} C_{Sj} D_j}}$

$C_{Sj}$  : Coût de stockage annuel de l'article j.

$D_j$  : Demande annuelle de l'article j.

Cette méthode demeure une heuristique qui ne parcourt pas toutes les solutions, l'article suivant développera une méthode plus exacte mais qui demande plus de temps de calcul.

### 2.2.2 Maurice Queyranne (1987)

L'auteur a repris le travail précédent pour l'améliorer. Il a ainsi présenté une méthode plus exacte de programmation dynamique. En utilisant les mêmes formules mathématiques, l'auteur parcourt à chaque niveau de la programmation mathématique toutes les combinaisons possibles des articles à commander - *dans le modèle précédent les auteurs ne parcouraient pas toutes les combinaisons possibles mais utilisaient l'heuristique que nous avons détaillé*-. Il est à signaler qu'à priori cette méthode devrait prendre plus de temps de calcul et qu'elle ne sera pas adaptée à un grand nombre d'articles.

### 2.2.3 Goyal, S.K. (1987)

Ici Goyal reprend l'article de Maurice Queyranne (1987) et y rajoute une relaxation sur la contrainte de la période de réapprovisionnement. Ainsi on pourra,, pour certains articles, modifier la période de réapprovisionnement, soit pour les commander plus souvent soit pour rallonger leur cycle de réapprovisionnement.

#### **Remarque :**

1. Dans les méthodes que nous venons de présenter. Nous commençons par déterminer les groupes d'articles à commander ensemble puis les  $T^*$  (période optimale de réapprovisionnement). Cette séquence représente une limite lors du calcul vu que parfois on a des périodes qui sont multiples d'autres. En d'autres termes on pourra avoir pour l'article A1 une période de réapprovisionnement de deux semaines, et pour l'article A2 une période de quatre semaines. Ainsi à chaque quatre semaines les deux articles A1 et A2 seront commandés et on pourra les regrouper. Mais les modèles que nous venons de présenter ne tiennent pas en compte, lors des calculs, ce cas de figure.

2. Pour l'article de Goyal (1987) on pourrait généraliser son choix du produit pour lequel on va faire la relaxation. On va relaxer la période de réapprovisionnement des articles dont le rapport

$\frac{C_c}{C_s D_i}$  est le plus petit ( avec :

$C_c$ : Coût de commande de l'article i.

$C_s$ : Coût de stockage de l'article i.

$D_i$ : Demande annuelle de l'article i).

#### 2.2.4 Silver, Edward.A. (1976)

L'auteur présente une heuristique très simple qui dans un premier lieu classe les articles et dans un deuxième lieu les regroupe. Nous pouvons résumer l'heuristique en trois étapes :

1. Classer les articles selon le rapport :  $\frac{C_c}{C_s D_i}$  du plus petit au plus grand.

2. Donner l'indice 1 à l'article dont le rapport est le plus petit. Et poser  $k_1=1$ .

Avec  $k_j$  : la fréquence de commande de l'article j.

3. Calculer les  $k_j$  des autres articles selon la formule :

$$k_j = \left( \frac{C_c}{D_j C_s} \right)^{1/2} \left( \frac{D_j C_s}{C_c + C_c} \right)^{1/2}, j=2,3,\dots,n$$

Avec n : le nombre total de produits.

4. Calculer T la période de réapprovisionnement :

$$T = \left( 2 \cdot \left( C_c + \sum_i C_c \right) / \sum_i k_i D_i C_s \right)^{1/2}$$

Avec :  $C_c$  : le coût de commande principal indépendamment du nombre d'articles commandés.

Ainsi chaque article i sera commandé à toute les  $(k_i.T)$  unités de temps. L'auteur démontre que sa méthode donne d'assez bons résultats en comparaison avec ceux obtenus grâce à d'autres modèles proposés dans la littérature. Ceci en prenant en compte le temps de calcul qui est un facteur important quand le nombre d'articles est assez grand.

### 2.2.5 Goyal, S.K., Belton A.S. (1979)

Les auteurs ont repris le travail de Silver (1976) et modifié la première étape de l'heuristique, en choisissant de classer les articles selon le rapport :

$$(C_c + C_{c_i}) / C_{s_i} D_i \text{ au lieu de } C_{c_i} / C_{s_i} D_i .$$

Ils ont montré que cette méthode donnait de meilleurs résultats.

### 2.2.6 Naddor, E. ; Saltzman, S. (1958)

Parmi les trois politiques d'approvisionnements développées par les auteurs, nous avons choisi la troisième politique qui est la plus complète et la plus proche de la réalité. On peut la résumer dans les étapes suivantes :

- i. Calculer les  $k_j$  qui représentent la fréquence de commande de

$$\text{l'article } j. \text{ En utilisant la formule } k_j = \frac{\sqrt{\sum_i D_i C_{s_i}}}{\sqrt{D_j C_{s_j}} (n + C_c / C_{c_j})}$$

- j. Calculer la période de réapprovisionnement :

$$t = \sqrt{\frac{2 \left( C_c + \sum_j C_{c_j} / k_j \right)}{\sum_j D_j C_{s_j} k_j}}$$

Dans leur article les auteurs ont supposé que les  $C_{c_j}$  sont constants et égaux pour tous les produits. Ici nous avons choisi de généraliser la formule pour tout  $C_{c_j}$ .

Ceci résume la politique d'approvisionnement développé par Naddor et Saltzman, ainsi on commandera l'article  $j$  à chaque  $k_j * t$  période. (Il est clair que les  $k_j$  seront arrondis à l'entier le plus proche).

### 2.2.7 Love, S. (1979)

L'auteur présente deux méthodes, La première pour une demande déterministe et la deuxième pour une demande stochastique.

**La méthode de Love déterministe consiste en :**

- i. Calculer le temps entre les commandes pour chaque article j si

$$\text{on commandait un article à la fois : } \tau_j = \sqrt{\frac{2Cc_j}{Cs_j D_j}}$$

- j. Classer les articles en ordre croissant de  $\tau_j$ . Ainsi l'article 1 sera celui avec le plus petit  $\tau_j$ .

- k. Calculer les  $\alpha_j = \frac{\tau_j}{\tau_1}$ .

- l. Le temps entre les commandes pour l'article 1 sera:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \left( Cc + \sum_{j=1}^n \frac{Cc_j}{[\alpha_j]} \right)}{\sum_{j=1}^n Cs_j d_j [\alpha_j]}}$$

- m. L'article j sera commandé à chaque :  $t_j = [\alpha_j] \cdot t_1$

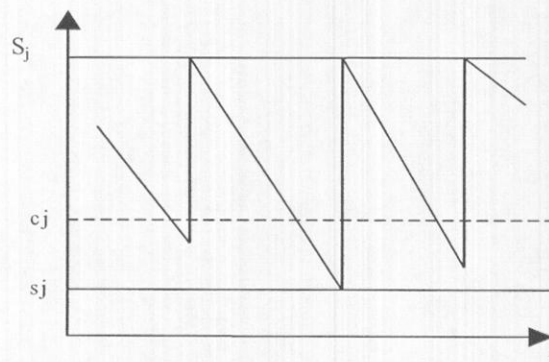
Avec  $[a_j]$  : la partie entière de  $a_j$ .

Ainsi on va lancer les commandes pour l'article j à chaque période  $t_j$ , en commandant une quantité suffisante pour toute la période  $t_j$ . Puisque la demande est déterministe on connaît exactement la quantité dont on aura besoin durant la période  $t_j$ .

**La méthode de Love stochastique :**

Le modèle pour la méthode stochastique se base sur la méthode du can-order déjà décrite (figure2-1):

Figure 2:1: Modèle Can-Order



Elle consiste à lancer une commande lorsque le niveau du stock d'un article  $j$  passe en dessous de  $s_j$ . Une fois la commande lancée, tout article dont le niveau du stock est en dessous du stock de sécurité  $c_j$  sera commandé. Pour chaque article  $j$ , nous commandons une quantité suffisante pour ramener son stock au niveau  $S_j$ .

Les étapes suivantes résument le calcul des  $S_j$ ,  $s_j$  et  $c_j$  :

i. Le calcul de  $s_j$  est basé sur la formule :  $F_L(s_j) = 1 - \alpha$ .

Avec :

$\alpha$  : Le taux de service désiré (*probabilité de rupture durant le délai de réapprovisionnement*).

$F_L$  : La fonction de distribution de la demande durant le délai de réapprovisionnement  $L$ .

$$\text{Ainsi } s_j = F_L^{-1}(1 - \alpha)$$

ii. Calculer les périodes de réapprovisionnement  $t_j$ , en utilisant la méthode développée pour le modèle déterministe :

1. Calculer le temps entre les commandes pour chaque article  $j$  si on commandait un article à la fois :

$$\tau_j = \sqrt{\frac{2Cc_j}{Cs_jD_j}}$$

2. Classer les articles en ordre croissant de  $\tau_j$  ainsi l'article 1 sera celui avec le plus petit  $\tau_j$ .

3. Calculer les  $\alpha_j = \frac{\tau_j}{\tau_1}$ .

4. Le temps entre les commandes pour l'article 1 sera:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \left( Cc + \sum_{j=1}^n Cc_j [\alpha_j] \right)}{\sum_{j=1}^n Cs_j d_j [\alpha_j]}}$$

5. L'article  $j$  sera commandé à chaque :  $t_j = [\alpha_j] \cdot t_1$

Avec  $[a_j]$  : la partie entière de  $a_j$ .

iii. Calculer  $S_j$  en utilisant la formule:

$$S_j = S_j^0 \cdot (1 - \beta) + \beta \cdot S_j^1$$

Avec :  $\beta$  : paramètre du modèle à optimiser.

$$S_j^0 = s_j + D_j \cdot t_j$$

et  $S_j^1$  calculé selon la formule :

$$F_{t_j}(S_j^1 - s_j) = \frac{n}{n+1} \text{ OÙ } F_{t_j} \text{ est la fonction de distribution}$$

de la demande durant la période de commande  $t_j$ .

iv. Finalement :  $c_j = S_j - D_j \cdot (t_j - t_1/2)$ .

Ceci résume la méthode de Love, ainsi on lancera une commande pour ramener le stock au niveau  $S_j$  à chaque fois que le stock d'un article  $j$  descendra en dessous de  $s_j$  et dans cette commande on inclura tous les articles  $i$  dont le stock est en dessous de  $c_j$ .

#### 2.2.8 Kumar, S. et Chandra, C. (2002)

Kumar et Chandra ont développé une méthode pour une demande stochastique, en essayant de rendre le modèle aussi réaliste que possible.

Ils proposent de lancer une commande quand le coût de pénurie durant la période de réapprovisionnement dépasse une proportion du coût de commande moyen soit :

Lancer une commande quand :

$$S_{Out}^L > \alpha_1 \cdot Ccm$$

avec :

$S_{Out}^L$  : coût de pénurie total durant le délai de réapprovisionnement calculé en prenant la différence entre la demande probable durant le délai de réapprovisionnement et le stock en main en début de période.

$\alpha_1$  : paramètre à optimiser.

$Ccm$  : Coût de commande moyen.

La question qui se pose alors est : une fois la commande lancée quels seront les articles que nous allons inclure dans cette commande?

Les auteurs préconisent d'inclure l'article j dans la commande, si :

$$S_{j \text{ Out}}^{T+L} > \alpha_2 \cdot Cc_j$$

avec :

$S_{j \text{ Out}}^{T+L}$  : Coût de pénurie de l'article j durant la somme du délai de réapprovisionnement et de la période de commande (T+L).

$\alpha_2$  : Paramètre à optimiser.

$Cc_j$  : Coût de commande moyen.

Sachant que T est la période moyenne séparant les commandes, calculée comme dans l'article de Love 1979, détaillée dans l'article précédent.

Ensuite calculer le paramètre  $k_j$  selon la formule :

$$k_i^* (k_i^* - 1) < \frac{B_{tr}}{\left( (Cs_i D_i / Cc_i) (b_i / (b_i + Cs_i)) (Cc + A_{tr}) \right)} \leq k_i^* (k_i^* + 1)$$

Avec :  $Cs_j$  : Coût de stockage de l'article j.

$Cc_j$  : Coût de commande propre à l'article j.

$Cc$  : Coût de commande principal.

$b_j$  : Coût de pénurie de l'article j.

$D_j$  : Demande de l'article j.

$$A_{tr} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{Cc_j}{k_j} + \sum_{j=i+1}^n \frac{Cc_j}{k_j} \quad ,$$

$$B_{tr} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{Cs_j D_j k_j b_j}{b_j + Cs_j} + \sum_{j=i+1}^n \frac{Cs_j D_j k_j b_j}{b_j + Cs_j}$$

Le stock qu'on doit maintenir pour l'article j se décompose en deux parties :

✓  $D_j k_j T$  qui constitue la demande durant la période de réapprovisionnement de l'article j.

✓ et  $\beta \left( \frac{b_j}{Cs_j} \right) \sqrt{L} \sigma_j$  qui constitue le stock de sécurité.

Ainsi à chaque fois qu'on lance une commande on ramène le stock au niveau  $w_j$  avec :

$$w_j = D_j k_j T + \beta \left( \frac{b_j}{C s_j} \right) \sqrt{L} \sigma_j ,$$

$\beta$  : Paramètre à optimiser pour tous les articles.

$\sigma_j$  : Écart type de la demande de l'article  $j$ .

Ainsi à chaque fois que  $S_{Out}^L > \alpha_1 \cdot Ccm$  une commande est lancée. Dans cette commande seront inclus les articles dont  $S_{j Out}^{T+L} > \alpha_2 \cdot Cc_j$ .

Ceci résume les modèles qui seront étudiés dans la section suivante. Nous avons essayé de sélectionner les articles les plus connus et les plus utilisés avec des méthodes variées. Nous allons donc essayer d'étudier les résultats des différents modèles sous plusieurs contextes. Mais avant de passer à la modélisation des différents articles, il serait nécessaire de décrire sommairement l'origine des données qui seront utilisées ultérieurement.

## Chapitre 3 - Méthodologie

Dans la présente section, nous allons décrire la méthodologie utilisée dans cette recherche. Nous allons commencer par le contexte général. Puis nous enchaînerons avec la description des données à utiliser, ainsi que les modèles et méthodes d'analyse qui nous aideront à comparer les modèles dans un premier temps, puis à les améliorer dans un deuxième temps. Seront ensuite décrits, les résultats escomptés ou plus précisément les extraits qui serviront d'outils de comparaison, afin de bien définir les contextes d'application des différents modèles.

### 3.1 Contexte général

Comme déjà mentionné auparavant le but ultime de cette recherche est de développer un modèle de gestion des stocks dans un contexte multi-produits. Pour ce faire, nous allons choisir différents modèles pertinents dans les domaines déterministes et stochastiques. Ils seront ensuite étudiés en essayant de les reproduire, afin de pouvoir les comparer par la suite.

Afin de comparer les différents modèles, deux principales options se présentent :

- Utilisation de données réelles, lesquelles seront soit extraites d'études précédentes, soit recueillies auprès des industriels.
- Utilisation de données générées selon des distributions statistiques.

Nous avons choisi d'utiliser la deuxième option à travers une simulation (*génération de données selon une distribution statistique*) et ce pour les raisons suivantes :

- Certains modèles proposés dans la littérature ne peuvent être étudiés sans qu'on les reproduise, en d'autres termes il faut les utiliser pour avoir le coût qu'ils génèrent. Si aucune reproduction réelle de ces modèles n'existe, il est difficile de les reproduire autrement qu'artificiellement.
- La simulation nous donne une très grande flexibilité vis à vis des paramètres, ainsi nous pourrions faire varier les différents

paramètres et évaluer l'impact sur les modèles et ceci ne peut se faire que dans une simulation. Car dans le cas de l'utilisation de données réelles, notre système sera figé. Et il sera difficile de généraliser les résultats de notre comparaison.

- La simulation nous permettra d'évaluer les performances en terme de coût total (*voir la section 3.3.3 pour les critères de comparaison*), des différents modèles. Ceci bien sûr en partant de la même base de paramètres de départ.

Cette étude approfondie des modèles nous permettra de ressortir les différents points pertinents susceptibles d'être améliorés, et nous donnera les outils nécessaires pour développer un nouveau modèle. Nous profiterons de la flexibilité que nous offre la simulation, pour effectuer différents tests et évaluer plusieurs nouveaux modèles.

### 3.2 *Origine des données*

Les paramètres utilisés lors de notre étude seront récupérés directement des études réalisées auparavant afin de pouvoir tester les résultats et les performances des différents modèles.

Certes il faudra faire des adaptations selon le modèle utilisé, mais ceci doit être sans répercussion sur la qualité des résultats escomptés, afin que les comparaisons soient fiables.

Plusieurs articles pourraient être utilisés comme sources de données, tout dépendra de la qualité des résultats, et de la nature des données qu'on aura à utiliser.

Comme il sera détaillé par la suite, notre simulation sera divisée en deux grandes parties :

Pour la première partie, on utilisera les paramètres de l'article de Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985).

Pour la deuxième partie, les données de Kumar&Chandra (2002) seront utilisées.

### 3.3 Modélisation

Comme déjà mentionné, la simulation est la principale méthode que nous allons utiliser dans notre recherche. On va donc décrire les différents éléments dont on aura besoin:

#### 3.3.1 Intrants

Afin de pouvoir comparer les résultats, il est nécessaire d'uniformiser les intrants ou du moins bien maîtriser leurs impacts sur la qualité de la solution. On va donc décrire les différents intrants qu'on va utiliser et qui sont plus ou moins communs à tous les modèles.

- $A_i$  : Le coût d'acquisition de l'article  $i$ . Dans notre recherche, il n'y a pas de remise sur quantité. Donc le coût d'acquisition sera fixe, et il n'aura aucun impact sur les résultats.
- $C_c$  : Correspond au coût de placement d'une commande. En général dans un contexte multi-produits ce coût est composé de deux parties. La première, un coût fixe de placement de commande indépendamment du nombre d'articles placés dans la commande ; et la deuxième, un coût qui dépend ou bien du nombre d'articles ou bien spécifique à chaque article dépendamment du secteur d'activité et de la méthode de gestion des stocks adoptée par le gestionnaire, dans ce cas il sera noté  $C_{ci}$ . Parfois le coût de commande peut correspondre au coût de lancement de production lorsqu'on est dans un contexte de gestion de production.
- $C_s$  : Correspond au coût de stockage unitaire par unité de temps. Il n'y a pas eu beaucoup d'auteurs qui ont travaillé avec un coût de stockage variable (à moins d'introduire un coût de capital qui influencera le coût de stockage selon le matériel de stockage utilisé). Donc en général tous les articles que nous allons étudier utiliseront un coût de stockage fixe.
- Les livraisons se font en un seul lot. Ceci est bien sur une simplification, mais qui n'affecte pas beaucoup les modèles pour la majorité des secteurs d'activités.

- Pour la plupart des modèles, l'horizon de planification théorique est infini, nous le signalerons dans le cas contraire et nous apporterons les adaptations nécessaires.
- $D_i$  : Correspond à la demande annuelle de l'article  $i$ , mais dépendamment de la nature de la demande déterministe ou stochastique,  $D_i$  représentera respectivement, la demande par période ou la demande moyenne qui nous permettra de générer les demandes par période.
- $L$  : correspond au délai de réapprovisionnement. Dans le cas de demande déterministe les auteurs se soucient peu de cette composante vu que la demande durant le délai de réapprovisionnement est connue avec certitude. Ils supposent ainsi que les commandes sont livrées instantanément et ceci n'a aucun impact si la commande est déterministe. Cependant on va appliquer ces modèles déterministes sur une demande stochastique afin de mesurer le résultat lorsqu'il est implanté sur des données réelles. Nous ferons les adaptations nécessaires qui seront détaillées dans les parties suivantes.
- $N$  : Nombre d'articles.
- $C_p$  : Coût de pénurie de l'article  $i$ , ce paramètre n'est inclus que dans le dernier modèle stochastique. Les modèles déterministes ne l'incluent pas vu qu'en principe ils supposent qu'il n'y a pas de pénurie. Mais nous allons tout de même utiliser ce paramètre pour mesurer l'impact d'avoir des pénuries en utilisant des modèles déterministes ou des modèles qui ignorent la pénurie. Ceci nous montrera le degré de précision et l'apport de la modélisation en utilisant la pénurie vu que cette dernière sera plus complexe et plus difficile à implanter. Ainsi on pourra juger de la nécessité d'utiliser de telles solutions si d'autres moins compliquées donnent de bons résultats.
- Écart type : l'écart type de la demande sera utilisé lors de la génération de la demande stochastique.

### 3.3.2 Extrants

Les extrants constituent les paramètres de sorties des modèles que nous allons étudier. Dans ce qui suit, seront énumérés les principaux extrants de ces modèles :

- $T_k$  : la période de réapprovisionnement du groupe  $k$ . On pourra parfois noter  $t_i$  la période de réapprovisionnement de l'article  $i$ . Ce paramètre représente la période à laquelle on lance une commande du groupe  $k$ .
- TC : coût annuel total, la formule du coût total sera développée ultérieurement. Mais il faut signaler que lors de la simulation, le coût total sera calculé non pas à l'aide des formules mathématiques mais à travers les coûts réels engendrés par le modèle. On pourra ainsi mesurer l'exactitude des formules théoriques lorsque implantées sur des données réelles.
- $Q_i$  : Quantité à commander lors de la passation de la commande. Ce paramètre sera calculé par chaque modèle comme pour la période de réapprovisionnement ' $t_i$ '. Il constitue avec ' $t_i$ ' les principaux paramètres qu'optimise la gestion des stocks.

Certains modèles utiliseront d'autres paramètres tels que :

- $S_i$ ,  $s_i$  et  $c_i$  : seuil de commande dans un système ( $S$ ,  $s$ ,  $c$ ).

Ces paramètres constituent les principaux intrants et extrants de nos modèles. Ils serviront pour notre simulation afin de comparer les performances de chaque modèle.

Nous avons opté pour les Macros du chiffrier Excel afin de développer nos modèles. Nous allons donc reproduire les différents modèles théoriques afin de les tester sur des données générées sur le chiffrier.

Ceci nous permettra de calculer le coût total engendré par chaque modèle. La simulation est d'autant plus efficace dans notre cas, car elle nous rapproche de la réalité tout en nous permettant de représenter des modèles n'utilisant pas de formules mathématiques pour le calcul des coûts. Bien sûr afin de comparer les performances des modèles il faut définir les critères de comparaison communs à tous les modèles. C'est ce qu'on verra dans la partie qui suit.

### 3.3.3 Critères de comparaison

Le principal critère de comparaison, sera le coût total. Vu que tous les modèles se basent sur le coût total lors de l'optimisation indépendamment de l'outil utilisé.

Le coût total se compose en général de trois composantes :

- Coûts de commande.
- Coûts de stockage.
- Coûts d'acquisition.

Il prendra la forme suivante :  $CT = Cc + Cs + Ca$

Vu que nos modèles ne présentent pas de réduction de prix sur quantité, il sera alors négligé lors de notre étude vu qu'il n'a pas d'impact.

Afin de pénaliser les modèles moins performants lors de la simulation, nous introduirons le coût de pénurie. Ce coût viendra affecter le coût total. Ainsi le meilleur modèle sera celui qui nous permet d'avoir un bon compromis entre le coût total et le coût de pénurie.

La formule du coût sera ainsi :  $CT = Cc + Cs + Cp$

Ainsi nous pourrons comparer le coût total de chaque modèle sur la période de simulation. On pourra ainsi déterminer dans chaque contexte d'application quel modèle est le plus performant, ce qui constituera dans un premier temps un outil de décision pour les gestionnaires. Puis on se focalisera sur les modèles qui sont susceptible d'être amélioré, afin de ressortir une nouvelle méthode de calcul qui sera plus efficace et plus performante.

### 3.3.4 Procédure expérimentale

On va dans un premier lieu reproduire les modèles sur un chiffrier. On va ensuite les tester, en utilisant, dans la mesure du possible, les données et les résultats présentés dans les articles afin de s'assurer que les modèles ont bien été modélisés.

Dans un deuxième temps nous utiliserons la simulation afin de générer les données nécessaires pour notre comparaison. En partant de l'article de Kumar et Chandra nous allons générer 180 valeurs d'une demande journalière dans un chiffrier Excel. Cette demande suivra une loi de poisson avec un écart type  $s$ , et une moyenne  $\mu$ .

Nous allons faire varier les valeurs de  $s$  et  $\mu$  afin de déterminer leur impact sur les différents modèles.

Puis les différents modèles seront représentés sur le chiffrier Excel afin de calculer les paramètres nécessaires à notre simulation. Ces modèles seront testés sur la demande générée auparavant.

Pour chaque série de données, on va simuler 30 fois. Le nombre trente a été choisi afin d'avoir une bonne approximation de la moyenne et de l'écart type selon le théorème central limite.

La dernière étape consiste à relever les résultats de chaque modèle:

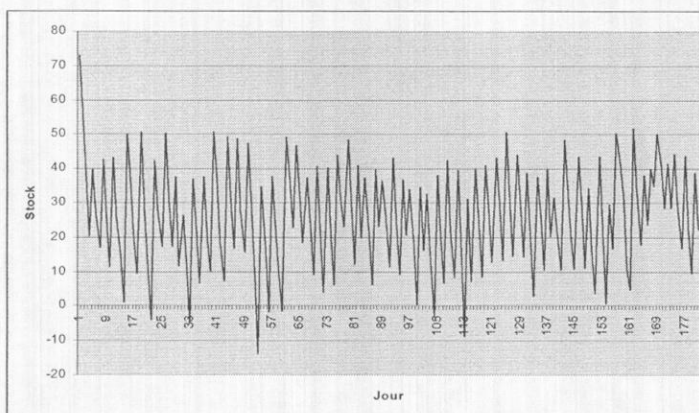
- ✓ Coût de commande.
- ✓ Coût de stockage.
- ✓ Coût de pénurie.
- ✓ Nombre de commande.
- ✓ Nombre de pénurie.
- ✓ Coût total.

Afin d'avoir des résultats significatifs, on va les présenter sous forme de moyenne des trente valeurs des simulations. Et chaque résultat sera accompagné de son écart type et son intervalle de confiance.

Certainement, le coût total est le principal facteur d'évaluation de nos modèles. Mais nous pourrions faire des concessions en dépit d'un modèle qui soit simple et facile à implanter, à savoir que nous pourrions choisir un modèle un peu moins performant s'il est beaucoup plus simple.

### 3.3.5 Définition de la période de rodage

Figure 3:1: Base des données générées



Après plusieurs essais, nous avons remarqué que la variation des stocks par jour se stabilise en général vers le troisième jour (figure 3:1). Nous avons par conséquent pris comme période de rodage neuf jours, que nous allons exclure des résultats.

### 3.4 Conclusion

Pour résumer, nous allons appliquer les différents modèles de gestion sur les données générées sur Excel. Nous allons instaurer une pénalité sur les pénuries éventuelles afin de calculer le coût total de chaque modèle. Une fois le coût total calculé, on pourra trancher sur le modèle le plus efficace et le plus performant.

Il est possible qu'un modèle soit performant dans un contexte d'application et moins performant dans un autre contexte. Sans oublier le fait que la complexité du modèle pourra entrer en ligne de compte, vu qu'un modèle simple, surtout dans son implantation et son utilisation pourrait être préférée à un autre très complexe et difficile à utiliser par les gestionnaires. Ceci bien sûr s'il n'y a pas une grande différence entre les performances des deux modèles. Comme on le sait, le modèle de la QEC a été largement utilisé dans l'industrie parce qu'il est simple et facile à utiliser et ne demande pas beaucoup de temps et d'effort d'implantation.

Cette démarche nous permettra par la suite de passer à l'étape la plus importante de la recherche qu'est le développement d'un nouveau modèle à travers l'amélioration d'un des modèles déjà étudiés. Nous allons recourir, selon le modèle, ou bien à la programmation dynamique, ou bien à une optimisation à travers des modèles mathématiques.

## Chapitre 4 - Construction de la simulation

### 4.1 Introduction

Dans les précédents chapitres, nous avons présenté la problématique et le but de notre projet, tout en mettant le point sur l'importance de la simulation dans ce type de travail. Les différents modèles ont été explorés et étudiés en détail afin de ressortir les éléments nécessaires à notre simulation. Nous allons nous pencher dans l'étape qui suit sur la représentation de nos modèles.

Dans ce chapitre sera présenté le détail de la simulation. Nous allons commencer par reproduire les modèles dans le fichier (A.xls)<sup>1</sup>, puis les résultats seront récupérés puis appliqués sur une demande simulée dans le fichier (B.xls)<sup>2</sup>. Notre simulation portera sur plusieurs contextes (demande très variable, demande stable, etc.), nous pourrons ainsi analyser les résultats de chaque modèle pour déterminer ses points forts et ses points faibles ; ceci nous aidera dans un deuxième temps à recommander un modèle plutôt qu'un autre. Finalement nous allons améliorer les modèles les plus performants.

### 4.2 Logique générale

Dans cette partie nous allons expliquer d'une manière intuitive comment notre simulation se déroulera afin de donner une vision claire et globale du simulateur.

Premièrement les différentes formules de chaque modèle seront calculées afin de calculer les paramètres dont on aura besoin. Ces paramètres seront calculés dans le fichier (A.xls) en tenant compte des données fixes générales à tous les modèles. Ces données seront récupérées par le fichier (B.xls). Une fois les paramètres calculés nous aurons ainsi à notre disposition les intrants de notre simulateur :

- ✓ Période de réapprovisionnement soit fixe soit variable dépendamment des modèles.
- ✓ Les différents groupes de produits. Ainsi chaque article appartiendra à un groupe spécifique et nous saurons alors quand

---

<sup>1</sup> Le fichier A.xls fait référence aux fichiers Excel où on calcul les paramètres nécessaires aux modèles (leur nom commence par « Param »).

<sup>2</sup> Le fichier B.xls fait référence aux fichiers Excel fait notre simulation (leur nom commence par « Simu »).

le commander et à quelle fréquence et selon quelle quantité. Il est évident que chaque groupe comprendra au minimum un article sinon plusieurs.

Ces deux paramètres sont les plus importants, sinon il y a certains paramètres particuliers propres à chaque modèle (on peut revenir à la partie méthodologie pour plus de détail).

Avec ces intrants on peut lancer la simulation ; sera générée dans un premier lieu la demande en se basant sur une demande moyenne et une variance propre à chaque article.

Le but de la simulation est de maintenir un niveau de stock convenable selon les paramètres déjà calculés. Au cours de la simulation, sera notée la variation du stock afin de pénaliser comme on l'a déjà signalé les modèles où les pénuries sont assez fréquentes.

Une fois la période de simulation terminée, nous allons récupérer:

- ✓ Le coût total.
- ✓ Le coût de commande.
- ✓ Le coût de stockage.
- ✓ Le coût de pénurie.
- ✓ La fréquence des pénuries et des commandes.

Ceci nous permettra d'analyser les performances des modèles en jeu. Nous pourrons ainsi préconiser selon les résultats obtenus un modèle plutôt qu'un autre.

#### 4.3 *Programmation des modèles*

Sachant que les modèles étaient ou bien déterministes ou bien stochastiques, leur programmation aussi sera divisée en deux catégories. Chacune avec ses propres caractéristiques et difficultés. Afin de ne pas alourdir le texte et par souci de clarté, nous nous limiterons d'abord à la présentation des caractéristiques principales de notre programme. Les détails des calculs et de la programmation apparaîtront en annexe (voir Annexe A).

### 4.3.1 Modèles déterministes

Ce groupe de modèles a été développé pour une demande déterministe, soit une demande avec certitude connue à l'avance. Cependant dans la vie réelle, la demande est rarement déterministe et les gestionnaires utilisant ce genre de modèle essaient de les adapter au mieux à leur réalité. Nous allons alors faire de même afin de pouvoir les appliquer à une demande stochastique.

La principale différence entre les modèles déterministes et ceux stochastiques quant à leur application, est le délai de réapprovisionnement. En effet lorsque la demande est déterministe, ce paramètre est négligé, puisque la demande durant le délai de réapprovisionnement est connue de manière exacte.

Pour palier à ce problème, et afin d'intégrer ce paramètre lors de notre simulation des modèles déterministes sous une demande stochastique, nous allons procéder aux techniques suivantes – *il est important de signaler que notre souci d'utiliser des modèles déterministes est de voir l'impact qu'a l'utilisation de ces modèles dans le monde réel, sachant que ce genre de modèles demeure assez utilisé par les gestionnaires. On aura ainsi une idée sur leur degré d'efficacité par rapport aux modèles stochastiques et par rapport aux différents contextes* – :

- ✓ La commande sera lancée à T-L au lieu d'être lancée à T.
- ✓ La quantité à commander sera:

$$Q + q$$

Avec :

$Q$  : La quantité déterminée initialement par le modèle.

$q$  : Demande supplémentaire durant le délai de réapprovisionnement

$$\text{et } q = L \cdot d - \text{Stock}_{(à\ T-L)}$$

Mis à part le stock de sécurité qu'on pourrait rajouter, ceci correspond parfaitement au raisonnement des acheteurs lors de l'utilisation de tels modèles. Ainsi nous allons calculer dans un premier temps, le paramètre T qui constitue la période de réapprovisionnement. Puis chaque article sera affecté à son groupe avec sa fréquence de commande. La commande sera lancée à chaque T-L avec une quantité Q+q au lieu d'être lancée à T.

Les extrants seront :

- ✓ Le coût total.
- ✓ Le coût de commande.
- ✓ Le coût de stockage.
- ✓ Le coût de pénurie.
- ✓ La fréquence des pénuries et des commandes

Le détail des programmes sera donné par la suite.

#### 4.3.2 Modèles stochastiques

Nous allons travailler essentiellement sur deux modèles :

- Le premier est celui de Love appelé (S, s, c). Comme décrit précédemment, seront calculés dans le fichier (A.xls) les paramètres d'entrées soit :

$S_i$  : Niveau de stock à maintenir.

$s_i$  : Stock de sécurité, qui constitue le seuil de déclenchement des commandes.

$c_i$  : seuil auquel l'article sera inclus dans la commande en cours.

Ainsi lorsque le stock sera  $< s_i$ , une commande sera lancée tout en vérifiant en même temps le niveau du stock des autres articles ; Et tout article dont le stock est  $< c_i$  sera inclus dans cette commande. Chaque article sera commandé pour remonter son niveau de stock à  $S_i$ .

- Le deuxième modèle celui de Kumar & Chandra est quant à lui plus intuitif et plus compliqué à implanter. A chaque période on va calculer le coût de pénurie durant le délai de réapprovisionnement, en suivant l'algorithme suivant :

Une commande sera lancée si  $S_{Out}^L > \alpha_1 \cdot Ccm$

Avec :

$S_{Out}^L$  : coût de pénurie total durant le délai de réapprovisionnement.

$\alpha_1$  : paramètre à optimiser.

$Ccm$  : Coût de commande moyen.

Et tout article dont  $S_{j\ Out}^{T+L} > \alpha_2 \cdot Cc_j$  sera inclus dans la commande en cours.

Avec :

$S_{j\ Out}^{T+L}$  : Coût de pénurie de l'article j durant la somme du délai de réapprovisionnement et de la période de commande (T+L).

$\alpha_2$  : Paramètre à optimiser.

$Cc_j$  : Coût de commande moyen.

Comme signalé auparavant, ce modèle ne présente pas de formule mathématique de calcul des coûts. Ainsi il ne peut être évalué que sur un système réel ou une simulation.

Une fois les différents modèles programmés nous allons lancer des tests sur les différents contextes afin de catégoriser les modèles et les évaluer les un par rapport aux autres.

#### 4.3.3 *Détail des programmes*

Nous avons détaillé dans les sections précédentes les différentes formules mathématiques ainsi que les différentes étapes des algorithmes utilisés par les modèles qui seront repris dans notre simulation. Dans la section suivante, sera présenté le détail de la programmation.

Dans notre simulation, toutes les relations logiques et mathématiques qui caractérisent chaque modèle, seront reproduites dans un chiffrier Excel;

Les modèles simples, seront tout simplement représentés sur une feuille Excel sans recours à la programmation avancée. Et Pour les modèles plus complexes, on utilisera un programme sous les macros Excel afin de pouvoir gérer les différentes relations. Le but principal de chaque simulation est de ressortir les différents coûts de chaque modèle et ceci bien sûr en partant de la même base d'intrants qui peuvent être résumés dans :

- ✓  $D_i$  : Demande annuelle de chaque article.
- ✓  $Cc_i$  : Coût de commande.
- ✓  $Cs_i$  : Coût de stockage.
- ✓  $L$  : Délai de réapprovisionnement.

- ✓  $B_i$  : Coût de rupture.
- ✓  $C_c$  : Coût de commande principal.

#### 4.3.4 Fichiers utilisés

On va décrire dans cette section les différents fichiers utilisés ainsi que les différents paramètres inclus dans ces fichiers.

Comme signalé au paravent, les fichiers dont le nom commence par « Param » contiennent les formules et calculs préliminaires au simulateur (*il y a bien sûr des liaisons entre les fichiers afin de permettre une mise à jour instantanée*). Ainsi, nous avons représenté les modèles dans ces fichiers. Puis nous avons récupéré les différents extrants dans le simulateur afin de pouvoir lancer notre simulation.

Le fichier contient plusieurs feuilles Excel, le nom de chaque feuille correspond au numéro du modèle dans la bibliographie. On a inclus dans l'annexe la description détaillée des feuilles Excel utilisées (voir Annexe B).

Quant au simulateur, il a été développé dans les fichiers commençant par « Simu ». Il récupère les données du fichier « Param » chaque feuille Excel correspond à un modèle différent. Les premiers modèles correspondent aux modèles déterministes, ils donnent un résultat instantané car nous avons utilisé de formules simples sur les cellules Excel sans faire appel à la programmation. Les deux derniers modèles stochastiques sont plus compliqués à programmer, nous avons donc fait appel à la programmation sous les macros Visual Basic d'Excel. Ainsi lorsque tous les paramètres sont calculés dans le fichier « Param » on les récupère dans le fichier « Simu » puis on lance le programme Vb qui va simuler le modèle.

La description détaillée des feuilles sera incluse dans l'annexe pour ne pas alourdir le document.

# Chapitre 5 - Résultats et analyse

## 5.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté les modèles, les fichiers utilisés ainsi que les programmes. La section suivante sera consacrée aux résultats des différents modèles. Comme signalé auparavant, on va lancer la simulation pour une durée de 180 jours. Les résultats des 9 premiers jours seront exclus afin de donner le temps aux modèles de se stabiliser.

En se basant sur le théorème central limite, pour chaque contexte d'application la simulation doit être lancée au moins 30 fois afin d'avoir des résultats statistiquement fiables.

Une fois les trente simulations effectuées, nous allons relever les moyennes, écart types et intervalles de confiance (au seuil de 5%) des résultats de chaque modèle.

L'analyse se fera en deux grands groupements de modèles :

1. Analyse générale : ici seront analysés de manière sommaire tous les modèles exceptés ceux développés.
2. Analyse approfondie : ici seront analysés plus en détail les modèles les plus performants ainsi que les nouveaux modèles.

Dans chaque analyse on testera les modèles selon plusieurs contextes d'application (tableau 5-1) :

Tableau 5-1: Type d'analyse selon le contexte

Contextes	Type D'analyse
Demande stable (écart type très petit).	AG, AP
Demande moyennement stable (écart type =racine(moyenne))	AG, AP
Demande très fluctuante (écart type > 2/3 moyenne)	AG, AP
Analyse de sensibilité par rapport au délai de réapprovisionnement	AP
Analyse de sensibilité par rapport au coût de pénurie et coût de stockage	AP
Analyse de sensibilité par rapport au coût de commande	AP
Avec : AG : Analyse Générale et AP : Analyse Approfondie	

## 5.2 Analyse générale

Pour la première analyse nous avons repris les données du modèle de Rosenblatt, et Kaspi, (1985) qui se résument dans le tableau 5-2 :

**Tableau 5-2: Données extraites de l'article de  
Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)**

Article	1	2	3	4		5	
$D_i$	1000	8000	5000	3000		6000	
$C_{e_i}$	30	20	15	20	15	10	
$C_{s_i}$	2	2	1	2		1	
Mode de transport	Réfrigéré	Réfrigéré	Normal	Réfrigéré	Normal	Réfrigéré	Normal
$C_c$	60	60	50	60	50	60	50

Dans cet exemple, le coût de pénurie est constant et vaut 0.5\$ par période, et le délai de réapprovisionnement est de 2 jours. Comme on voit sur le tableau le coût principal de commande dépend du mode de transport. Les articles 1 et 2 ne peuvent être transportés qu'en mode réfrigéré, tandis que le produit 3 n'utilise que le mode normal. Les produits 4 et 5 peuvent être transportés selon les deux modes, et chaque mode a son propre coût.

Ces paramètres seront la base de notre calcul pour les différents modèles. Nous allons développer dans ce qui suit les trois premiers contextes, pour les résultats détaillés, se référer à l'annexe C.

### 5.2.1 Demande stable

Le premier contexte concerne une demande stable. Nous entendons par stable une demande dont l'écart type est petit. Pour notre exemple, nous avons choisi un écart type égal au tiers de la racine carrée de la demande. Soit :

$$\sigma_i = \sqrt{\mu_i} / 3$$

La demande suit une loi Normale de moyenne  $\mu_i$  et d'écart type  $\sigma_i$ .

Nous allons donc réaliser trente simulations (chaque simulation aura sa propre demande générée sur 180 jours).

Ci-après les résultats obtenus pour les différents modèles (tableau 5-3) :

Tableau 5-3: Coût Total des différents modèles pour une demande stable.

	Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)	Maurice Queyranne (1987),	Goyal, S.K. (1987),	Silver, Edward.A. (1976)	Naddor, E. et Saltzman, S. (1958)	Love, S. (1979) déterministe	Love, S. (1979) Stochastique	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Moyenne	17368	17368	16389	14077	14049	14059	11533	11923
Écart Type	33	33	28	17	16	16	48	515
Intervalle de Confiance	12	12	10	6	6	6	17	184
Gain par rapport au plus grand*	0%	0%	6%	19%	19%	19%	34%	31%

Nous remarquons que le modèle développé par Love dans le cadre stochastique donne le meilleur résultat dans ce contexte. Il a amélioré le résultat obtenu par Rosenblatt et Kaspi, (1985) de 34%. Il est surtout meilleur de 3% que le modèle de Kumar et Chandra, (2002).

### 5.2.2 Demande moyennement stable

Nous générons dans ce contexte une demande suivant une loi Normale d'écart type  $\sigma_i$  et de moyenne  $\mu_i$  avec :

$$\sigma_i = \sqrt{\mu_i}$$

Dans le tableau 5-4 sont représentés les résultats obtenus pour les différents modèles.

Tableau 5-4: Coût Total des différents modèles pour une demande moyennement stable.

	Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)	Maurice Queyranne (1987),	Goyal, S.K. (1987),	Silver, Edward.A. (1976)	Naddor, E. et Saltzman, S. (1958)	Love, S. (1979) déterministe	Love, S. (1979) Stochastique	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Moyenne	17416	17416	16432	14101	14074	14078	11594	12284
Écart Type	134	134	108	57	58	55	95	152
Intervalle de Confiance	48	48	39	20	21	20	34	54
Gain par rapport au plus grand	0%	0%	6%	19%	19%	19%	33%	29%

C'est toujours le modèle de Love (1979) développé pour le cas stochastique qui donne le meilleur résultat (ici 33% mieux que celui développé par Rosenblatt et Kaspi, (1985)). On remarque aussi que les modèles de « Silver, (1976) », « Naddor et Saltzman, (1958) » et « Love, (1979) »

\* Nous entendons par "Gain par rapport au plus grand" le pourcentage du gain par rapport au coût total du modèle avec le plus grand coût.

déterministe » donnent des résultats très rapprochés. Mais ils sont loin derrière les deux modèles stochastiques.

### 5.2.3 Demande fluctuante

La demande est très variable, elle suit une loi Normale d'écart type  $\sigma_i$  et de moyenne  $\mu_i$  avec :

$$\sigma_i = \frac{2}{3} \cdot \mu_i$$

Le tableau 5-5 résume les résultats obtenus pour les différents modèles.

**Tableau 5-5: Coût Total des différents modèles pour une demande fluctuante.**

	Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)	Maurice Queyranne (1987),	Goyal, S.K. (1987),	Silver, Edward.A. (1976)	Naddor, E. et Saltzman, S. (1958)	Love, S. (1979) déterministe	Love, S. (1979) Stochastique	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Moyenne	19188	19188	17682	14953	14820	14791	14600	13701
Écart Type	811	811	528	324	324	238	617	266
Intervalle de Confiance	290	290	189	116	116	85	221	95
Gain par rapport au plus grand	0%	0%	8%	22%	23%	23%	24%	29%

Dans ce cas de figure, les résultats sont très rapprochés, même si le modèle de Kumar et Chandra, (2002), semble donner de meilleurs résultats. Cependant dans ce contexte il serait plus judicieux d'utiliser les modèles les plus simples vu que les résultats sont très rapprochés.

Dans cette analyse rapide des trois contextes, on peut dire que le modèle de Love, (1979) Stochastique, semble le meilleur. Même si pour une demande fluctuante les résultats semblent très identiques. Il faudra donc explorer plus en détail les deux meilleurs modèles, celui de « Love, (1979) Stochastique » et celui de « Kumar et Chandra, (2002) ». Ces deux modèles feront l'objet d'une étude plus détaillée dans la section suivante.

Ainsi nous allons nous focaliser sur ces deux derniers afin de pouvoir les améliorer. Le détail des modifications effectuées est présenté dans la section qui suit.

### 5.3 Développement de nouveaux modèles

On s'est focalisé sur les deux derniers articles présentés dans la revue de littérature afin de pouvoir améliorer les résultats obtenus. Nous allons présenter dans ce chapitre les modifications apportées aux modèles.

Dans notre recherche, nous avons testé plusieurs modifications possibles. Nous avons vu plus simple de conserver la logique générale de chaque article et de nous pencher lors des modifications sur les méthodes de calcul ou les formules mathématiques de calcul des paramètres.

Ainsi pour le modèle de Love, nous avons essayé de prendre en considération le coût de pénurie lors des calculs. Ce qui nous a permis d'améliorer considérablement les performances du modèle initial. Pour le modèle de Kumar&Chandra, nous avons testé plusieurs modifications qui nous paraissaient logiques (*voir section suivante*), cependant l'introduction d'un paramètre, qui va soit diminuer, soit augmenter le niveau du stock dépendamment du rapport entre le coût de pénurie et celui de stockage, s'est avérée la meilleure modification.

Les résultats des différentes modifications seront présentés ultérieurement dans le chapitre 5. Dans la section qui suit nous présentons le détail des modifications apportées qui vont donner jour à deux nouveaux modèles.

#### 5.3.1 Amélioration du modèle de Love

Lors de la détermination des paramètres ( $S$ ,  $c$ ,  $s$ ), Love a choisi de négliger le coût de pénurie ce qui pourrait être dans certains cas un sérieux handicap. Ceci peut être résolu par différentes manières, la plus simple serait d'augmenter le stock de sécurité.

Nous avons par contre choisi d'introduire un paramètre qui dépendra et du coût de pénurie et du coût de stockage. En effet, le coût de pénurie ne doit pas être considéré en lui seul, car on doit toujours trouver un compromis entre le coût de pénurie et celui de stockage. En d'autre terme, nous allons stocker plus si notre coût de stockage est très petit par rapport au coût de pénurie et vis versa. Ainsi notre paramètre prendra la forme :

$$\chi_i = (1 - Cs_i / Cp_i) \cdot \varepsilon_i \quad \text{avec}$$

$Cs_i$ : Coût de stockage de l'article i

$Cp_i$ : Coût de pénurie de l'article i

$\varepsilon_i$ : paramètre à optimiser

Les différents paramètres calculés par la méthode de Love se verront multipliés par ce paramètre. Ainsi les nouveaux paramètres ( $S_i'$ ,  $s_i'$ ,  $c_i'$ ) remplaceront les paramètres initiaux ( $S$ ,  $s$ ,  $c$ ) avec :

$$S_i' = \chi_i \cdot S_i$$

$$s_i' = \chi_i \cdot s_i$$

$$c_i' = \chi_i \cdot c_i$$

Cette modification a apporté une amélioration du coût total pouvant aller jusqu'à 26%. Les résultats détaillés apportés par cette modification seront présentés dans la partie suivante. Nous appellerons désormais « Nouveau modèle I » le modèle développé à partir du modèle de Love (1979).

### 5.3.2 Amélioration du modèle de Kumar&Chandra

Concernant le deuxième Modèle de Kumar&Chandra, nous avons testé différentes modifications, certaines n'ont pas donné de résultats satisfaisants et d'autres nous ont permis de réduire le coût total jusqu'à 12% du coût du modèle initial.

Les principales modifications effectuées se résument en:

- ✓ Le premier test que nous avons effectué mais qui n'a pas donné de résultats satisfaisant, portait sur la condition de lancement des commandes. Les auteurs lancent leur commande quand le coût de pénurie durant la période de réapprovisionnement est supérieur à une fraction du coût de commande moyen. Cependant ils supposent que la pénurie va durer en moyenne  $L/2$  soit la moitié de la période de réapprovisionnement. Nous avons trouvé plus efficace d'estimer cette durée de pénurie. Sachant qu'on connaît le stock à la période  $t$ , il ne reste qu'à estimer la demande durant la période de réapprovisionnement. Ainsi en faisant une interpolation on aura une approximation de la durée de pénurie qui sera :

$$(D\_L\_Tt - Ij\_t) / D\_L\_Tt$$

avec  $D\_L\_Tt$ : Demande durant le délai de réapprovisionnement

$Ij\_t$ : le Stock à t

Cette modification n'a malheureusement pas amélioré les résultats, nous avons donc testé l'amélioration suivante :

- ✓ Nous avons introduit le même paramètre que celui développé pour le modèle de Love soit :

$$\chi_i = (1 - Cs_i / Cp_i) \cdot \varepsilon_i \quad \text{avec}$$

$Cs_i$ : Coût de stockage de l'article i

$Cp_i$ : Coût de pénurie de l'article i

$\varepsilon_i$ : paramètre à optimiser

Ainsi les paramètres à calculer par le modèle de Kumar&Chandra se verront multipliés par le facteur  $\chi_i$ .

Soit le niveau de stock qu'on doit maintenir, et qui constitue le principal paramètre du modèle de Kumar&Chandra sera :

$$w'_j = \chi_j \cdot w_j$$

Avec :

$$w_j = D_j k_j T + \beta \left( \frac{b_j}{Cs_j} \right) \sqrt{L} \sigma_j$$

Cette modification qui nous permet en fait selon le rapport  $Cs_i/Cp_i$  soit de hausser le seuil soit de le diminuer ce qui nous a permis d'améliorer le coût total initial du modèle jusqu'à 12%. Nous appellerons désormais « Nouveau modèle II » le modèle développé à partir du modèle de Kumar&Chandra (2002).

Le détail des résultats suivra dans la section qui suit.

#### 5.4 Analyse approfondie

Dans cette partie nous allons analyser les modèles de « Love, (1979) Stochastique » et « Kumar et Chandra, (2002) », ainsi que les notre développés dans le chapitre précédent.

Il est à signaler que pour certains modèles, plusieurs paramètres doivent être optimisés à chaque fois que nous changeons de contexte. Ainsi lorsque nous passons à un nouveau contexte nous allons optimiser les paramètres cités dans le tableau 5-6 :

Tableau 5-6: Paramètres à optimiser

Modèle	Nouveau modèle I	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)	Nouveau modèle II
Paramètres à optimiser	$\varepsilon$	$\alpha_i, \beta_i$	$\varepsilon$

Nous allons nous baser dans cette partie sur les paramètres utilisés par « Kumar et Chandra, (2002) » dans leur article. Toutes les données sont résumées dans le tableau 5-7.

Tableau 5-7: Données extraites de l'article de Kumar, S. et Chandra, C. (2002)

Article	1	2	3	4
Demande $D_i$	4	9	4	16
Coût de commande $C_{ci}$	2	1	3	5
Coût de stockage $C_{si}$	2	4	6	5
Délai d'approvisionnement $L$	1	1	1	1
Coût de pénurie $b_i$	3.00	2.00	1.50	2.50

Coût de commande principal $C_c$	400
----------------------------------	-----

Différents contextes seront explorés, les parties suivantes résument les principaux résultats obtenus.

#### 5.4.1 Résultats pour un court délai d'approvisionnement

Nous allons fixer le délai d'approvisionnement et nous allons faire varier le coût de pénurie.

##### 5.4.1.1 Délai court avec un coût de pénurie petit

Dans le premier contexte, nous allons faire varier le délai d'approvisionnement. Les trente premières simulations seront lancées pour un petit délai d'approvisionnement (on a pris 1 jours). Les autres paramètres seront identiques au modèle initial. Soit :

Tableau 5-8: Paramètres avec délai court et un coût de pénurie petit

Article	1	2	3	4
Demande Di	4	9	4	16
Coût de commande Cci	2	1	3	5
Coût de stockage Csi	2	4	6	5
Délai d'approvisionnement L	1	1	1	1
Coût de pénurie bi	3.00	2.00	1.50	2.50

Coût de commande principal Cc	400
-------------------------------	-----

En lançant trente simulations, nous avons obtenu les résultats suivant (tableau 5-9, 10, 11 et 12) :

Tableau 5-9: Résultats du modèle de Love (1979) pour L court et bi petit

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	27262	45805	352	44	67	73420
Écart Type	866	856	60	5	2	1137
Intervalle de Confiance	310	306	21	2	1	407
Gain par rapport au plus grand	25%	0%	96%	89%	24%	0%

Tableau 5-10: Résultats du Nouveau modèle I pour L court et bi petit

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	36151	18816	3166	270	88	58133
Écart Type	922	535	143	8	2	1009
Intervalle de Confiance	330	191	51	3	1	361
Gain par rapport au plus grand	0%	59%	66%	30%	0%	21%
Gain du nouveau modèle	-33%	59%	-799%	-516%	-32%	21%

Tableau 5-11: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002)  
pour L court et bi petit

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	13823	17690	8440	323	34	39953
Écart Type	253	509	266	8	1	509
Intervalle de Confiance	90	182	95	3	0	182
Gain par rapport au plus grand	62%	61%	9%	17%	62%	46%

Tableau 5-12: Résultats du Nouveau modèle II  
pour L court et bi petit

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	16029	11103	9239	387	39	36370
Écart Type	432	386	235	9	1	434
Intervalle de Confiance	154	138	84	3	0	155
Gain par rapport au plus grand	56%	76%	0%	0%	56%	50%
Gain du nouveau modèle	-16%	37%	-9%	-20%	-16%	9%

Dans ce contexte, nous remarquons que le modèle de Kumar et Chandra est largement meilleur que celui de Love. Son résultat est meilleur de 46% que celui de Love initial. Par contre, le Nouveau modèle I a réduit cette différence de moitié, et a amélioré le coût total du modèle initial de 21%. Ce qui constitue une très bonne amélioration du modèle initial. Ce gain a été essentiellement obtenu sur le coût de stockage en dépit du coût de pénurie. D'après les résultats, les coûts de stockage ont été réduits de 59% et le coût de pénurie a augmenté de 800%.

Ceci est dû au fait que le taux qu'on introduit lors de la modification du modèle a tenu compte du rapport entre le coût de stockage et celui de pénurie. Ainsi le niveau de stock pour les articles dont le coût de pénurie est inférieur au coût de stockage a été réduit, afin de tolérer plus de pénurie.

Le même raisonnement s'applique aux deux derniers modèles. En effet le modèle de Kumar&Chandra initial donne de très bons résultats. Ils ont été améliorés de 9% grâce au Nouveau modèle II, et ce gain, comme signalé auparavant, a été essentiellement obtenu sur le coût de stockage.

Le tableau 5-13 résume les gains apportés par les nouveaux modèles :

Tableau 5-13: Gains apportés pour L court et bi petit

	Love, S. (1979)	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Nouveau modèle I	21%	-
Nouveau modèle II	50%	9%

#### 5.4.1.2 Délai court avec un important coût de pénurie

Pour le même délai de réapprovisionnement, nous allons faire varier le coût de pénurie. On prendra un coût de pénurie égal au triple du coût de stockage. Les autres paramètres seront identiques au modèle initial (tableau 5-14) :

Tableau 5-14: Paramètre avec délai court et un coût de pénurie grand

Article	1	2	3	4
Demande Di	4	9	4	16
Coût de commande Cci	2	1	3	5
Coût de stockage Csi	2	4	6	5
Délai d'approvisionnement L	1	1	1	1
Coût de pénurie bi	6	12	18	15

Coût de commande principal Cc	400
-------------------------------	-----

En lançant trente simulations, nous avons obtenu les résultats suivants (tableaux 5-15, 16, 17 et 18) :

Tableau 5-15: Résultats du modèle de Love (1979) pour L petit et bi grand

	Love, S. (1979)					Coût total
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	
Moyenne	27808	45893	2106	44	68	75807
Écart Type	1168	659	334	4	3	1280
Intervalle de Confiance	418	236	120	2	1	458
Gain par rapport au plus grand	16%	0%	78%	75%	15%	0%

Tableau 5-16: Résultats du Nouveau modèle I pour L petit et bi grand

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	27808	45893	2106	44	68	75807
Écart Type	1168	659	334	4	3	1280
Intervalle de Confiance	418	236	120	2	1	458
Gain par rapport au plus grand	16%	0%	78%	75%	15%	0%
Gain du nouveau modèle	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Tableau 5-17: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002) pour L court et bi grand

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	33084	15736	9409	178	81	58230
Écart Type	547	440	812	10	1	663
Intervalle de Confiance	196	157	291	3	0	237
Gain par rapport au plus grand	0%	66%	0%	0%	0%	23%

Tableau 5-18: Résultats du Nouveau modèle II pour L court et bi grand

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	25358	22268	9299	147	62	56924
Écart Type	612	551	865	7	1	702
Intervalle de Confiance	219	197	309	2	1	251
Gain par rapport au plus grand	23%	51%	1%	17%	23%	25%
Gain du nouveau modèle	23%	-42%	1%	17%	23%	2%

Dans ce cas de figure les résultats du modèle de Love n'a pas pu être amélioré ainsi, le Nouveau modèle I, donne les mêmes résultats que le modèle initial. Ceci veut dire que l'optimum du paramètre  $\varepsilon$  est 0. Cependant le modèle de « Kumar et Chandra, (2002) » est de 23% meilleur que modèle de Love. Notre modèle est légèrement meilleur que celui initial, il nous a apporté un gain de 2% qui est plus ou moins stable vu que les deux modèles possèdent à peu près le même intervalle de confiance.

Le tableau 5-19 résume les gains apportés par les nouveaux modèles :

Tableau 5-19: Gains apportés pour L court et bi grand

	Love, S. (1979)	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Nouveau modèle I	0%	-
Nouveau modèle II	25%	2%

#### 5.4.2 Résultats pour un délai d'approvisionnement plus long

Nous avons choisi d'augmenter de quatre fois le délai d'approvisionnement, il sera fixé à quatre. Tandis que le coût de pénurie variera de très petit, moyen et grand. Nous pourrions ainsi évaluer son impact sur les différents modèles.

##### 5.4.2.1 Délai long avec un coût de pénurie très petit

Dans ce premier contexte, nous allons utiliser un coût de pénurie très petit égal au tiers du coût de stockage.

Le tableau 5-20 résume les différents paramètres utilisés :

Tableau 5-20: Paramètres avec délai long et un coût de pénurie petit

Article	1	2	3	4
Demande Di	4	9	4	16
Coût de commande Cci	2	1	3	5
Coût de stockage Csi	2	4	6	5
Délai d'approvisionnement L	4	4	4	4
Coût de pénurie bi	0.67	1.33	2	1.67
Coût de commande principal Cc	400			

Pour ces paramètres, nous avons lancé trente simulations. Les tableaux (5-21, 22, 23, 24) résument les résultats obtenus :

Tableau 5-21: Résultats du modèle de Love (1979)  
pour L long et bi très petit

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	20572	43077	2390	133	51	66039
Écart Type	3564	1644	281	9	9	4449
Intervalle de Confiance	1275	588	101	3	3	1592
Gain par rapport au plus grand	24%	0%	91%	79%	24%	0%

Tableau 5-22: Résultats du Nouveau modèle I  
pour L long et bi très petit

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	26921	598	27304	625	66	54824
Écart Type	9524	92	750	7	24	9422
Intervalle de Confiance	3408	33	268	3	9	3372
Gain par rapport au plus grand	0%	99%	0%	0%	0%	17%
Gain du nouveau modèle	-31%	99%	-1042%	-368%	-31%	17%

Tableau 5-23: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002)  
pour L long et bi très petit

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	14854	5330	12626	479	36	32810
Écart Type	2819	460	570	13	7	2972
Intervalle de Confiance	1009	165	204	5	3	1063
Gain par rapport au plus grand	45%	88%	54%	23%	45%	50%

Tableau 5-24: Résultats du Nouveau modèle II pour L long et bi très petit

	Nouveau modèle II					Coût total
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	
Moyenne	14854	5330	12626	479	36	32810
Écart Type	2819	460	570	13	7	2972
Intervalle de Confiance	1009	165	204	5	3	1063
Gain par rapport au plus grand	45%	88%	54%	23%	45%	50%
Gain du nouveau modèle	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Dans ce cas de figure, les résultats du modèle de Love ont été améliorés de 17%, ceci en faisant diminuer le stock en dépit des pénuries vu que le coût de stockage est beaucoup plus important que celui des pénuries. Tandis que le modèle de Kumar&Chandra n'a pas été amélioré, mais il faut signaler que le coût initial était très bon, il était meilleur de 50 % comparé à celui de Love.

Le tableau 5-25 résume les gains apportés par les nouveaux modèles :

Tableau 5-25: Gains apportés pour L long et bi très petit

	Love, S. (1979)	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Nouveau modèle I	17%	-
Nouveau modèle II	50%	0%

#### 5.4.2.2 Délai long avec un coût de pénurie moyen

Nous avons choisi un coût de pénurie moyen, avec un délai d'approvisionnement long.

Le tableau 5-26 résume les différents paramètres utilisés :

Tableau 5-26: Paramètres avec délai long et un coût de pénurie petit

Article	1	2	3	4
Demande Di	4	9	4	16
Coût de commande Cci	2	1	3	5
Coût de stockage Csi	2	4	6	5
Délai d'approvisionnement L	4	4	4	4
Coût de pénurie bi	3	2	1.5	2.5

Coût de commande principal Cc	400
-------------------------------	-----

En se basant sur le tableau précédent nous pouvons lancer les simulations. Les tableaux qui suivent résument les résultats obtenus :

**Tableau 5-27: Résultats du modèle de Love (1979)  
pour L long et bi moyen**

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	20852	42329	3620	135	51	66802
Écart Type	3673	1626	454	9	9	4003
Intervalle de Confiance	1314	582	162	3	3	1432
Gain par rapport au plus grand	0%	0%	86%	74%	0%	0%

**Tableau 5-28: Résultats du Nouveau modèle I  
pour L long et bi moyen**

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	20920	15992	12072	362	51	48984
Écart Type	6406	786	720	10	16	6685
Intervalle de Confiance	2292	281	258	3	6	2392
Gain par rapport au plus grand	0%	62%	54%	31%	0%	27%
Gain du nouveau modèle	0%	62%	-233%	-167%	0%	27%

**Tableau 5-29: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002)  
pour L long et bi moyen**

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	15841	2545	26179	526	39	44564
Écart Type	4028	350	1074	13	10	4224
Intervalle de Confiance	1441	125	384	5	4	1511
Gain par rapport au plus grand	24%	94%	0%	0%	25%	33%

Tableau 5-30: Résultats du Nouveau modèle II pour L long et bi moyen

	Nouveau modèle II					Coût total
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	
Moyenne	15161	2548	26177	526	37	43885
Écart Type	3640	355	1076	13	9	3826
Intervalle de Confiance	1302	127	385	5	3	1369
Gain par rapport au plus grand	28%	94%	0%	0%	28%	34%
Gain du nouveau modèle	4%	0%	0%	0%	4%	2%

Ainsi, avec un délai d'approvisionnement long et un coût de pénurie moyen, les deux modèles ont été améliorés. Celui de Love a vu son coût total diminuer de 27% et celui de Kumar&Chandra de 2%. Cependant le gain par rapport au deuxième modèle n'est pas très significatif, mais il demeure acceptable. Surtout que le modèle initial est meilleur que celui de Love de 33%. Dans le tableau 5-31, nous résumons les différents gains obtenus par les nouveaux modèles :

Tableau 5-31: Gains apportés pour L long et bi moyen

	Love, S. (1979)	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Nouveau modèle I	27%	-
Nouveau modèle II	34%	2%

Il est à signaler que dans ce contexte, le Nouveau modèle I donne de très bons résultats. Son coût total est très proche de celui de Kumar&Chandra, alors que ce dernier est beaucoup plus compliqué dans son implantation. Il serait donc recommandable d'utiliser le Nouveau modèle I.

#### 5.4.2.3 Délai long avec un coût de pénurie grand

Il est clair que dans l'industrie, un délai long avec un coût de pénurie très grand, constitue l'une des principales difficultés rencontrées par les gestionnaires. Vu qu'ils ont tendance à sur-stocker pour éviter les pénuries qui sont très coûteuses.

Dans cette section, nous allons présenter les résultats obtenus par les différents modèles.

Dans le tableau 5-32 nous résumons les différents paramètres utilisés :

Tableau 5-32: Paramètres avec délai long et un coût de pénurie grand

Article	1	2	3	4
Demande Di	4	9	4	16
Coût de commande Cci	2	1	3	5
Coût de stockage Csi	2	4	6	5
Délai d'approvisionnement L	4	4	4	4
Coût de pénurie bi	6	12	18	15

Coût de commande principal Cc	400
-------------------------------	-----

La simulation de trente séries de demandes nous a permis de ressortir les résultats suivants :

Tableau 5-33: Résultats du modèle de Love (1979) pour L long et bi grand

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	20826	43085	21650	131	51	85561
Écart Type	3338	1673	2867	11	8	3979
Intervalle de Confiance	1195	599	1026	4	3	1424
Gain par rapport au plus grand	0%	3%	64%	33%	0%	19%

Tableau 5-34: Résultats du Nouveau modèle I pour L long et bi grand

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	19572	44395	20086	126	48	84052
Écart Type	2153	1694	2783	11	5	2642
Intervalle de Confiance	770	606	996	4	2	945
Gain par rapport au plus grand	6%	0%	67%	35%	6%	21%
Gain du nouveau modèle	6%	-3%	7%	4%	6%	2%

Tableau 5-35: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002)  
pour L long et bi grand

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	12608	33031	60426	195	31	106065
Écart Type	1287	1365	3734	9	3	2812
Intervalle de Confiance	461	489	1336	3	1	1006
Gain par rapport au plus grand	39%	26%	0%	0%	40%	0%

Tableau 5-36: Résultats du Nouveau modèle II  
pour L long et bi grand

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	12608	33031	60426	195	31	106065
Écart Type	1287	1365	3734	9	3	2812
Intervalle de Confiance	461	489	1336	3	1	1006
Gain par rapport au plus grand	39%	26%	0%	0%	40%	0%
Gain du nouveau modèle	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Dans ce contexte le modèle de Love et le Nouveau modèle I donnent les meilleurs résultats. Tandis que le coût de celui de Kumar&Chandra est à 20% plus grand que le coût de Love.

Le Nouveau modèle I est légèrement meilleur que celui de Love mais les deux modèles demeurent très rapprochés. Ainsi, dans ce contexte il, serait plus judicieux d'utiliser le Nouveau modèle I développé à partir de celui de Love, d'autant plus qu'il est beaucoup plus simple à utiliser que celui de Kumar&Chandra.

Le tableau suivant reprend les résultats essentiels :

Tableau 5-37: Gains apportés pour L long et bi grand

	Love, S. (1979)	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Nouveau modèle I	2%	21%
Nouveau modèle II	-	0%

Ceci conclut cette partie concernant les interactions entre coût de pénurie et le délai d'approvisionnement. Nous allons enchaîner avec une analyse de la sensibilité par rapport au coût de commande.

#### 5.4.3 Analyse de sensibilité par rapport au coût de commande

Il est nécessaire de tester nos modèles quand le coût de commande principal est très petit. Nous avons ainsi réduit le coût de commande de 400\$ à 20\$ pour voir l'impact que ce changement aura sur la performance des différents modèles. Les paramètres utilisés sont regroupés dans le tableau suivant :

Tableau 5-38: Paramètres  $C_c$  petit

Article	1	2	3	4
Demande $D_i$	4	9	4	16
Coût de commande $C_{ci}$	2	1	3	5
Coût de stockage $C_{si}$	2	4	6	5
Délai d'approvisionnement $L$	1	1	1	1
Coût de pénurie $b_i$	3	2	1.5	2.5

Coût de commande principal $C_c$	20
----------------------------------	----

Nous pouvons alors lancer nos séries de simulation afin de récupérer les résultats dans les tableaux suivants :

Tableau 5-39: Résultats du modèle de Love (1979)  
Avec un petit  $C_c$

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2984	8190	4453	265	103	15626
Écart Type	204	443	283	11	10	482
Intervalle de Confiance	73	158	101	4	4	173
Gain par rapport au plus grand	0%	0%	49%	43%	0%	0%

Tableau 5-40: Résultats du Nouveau modèle I avec un petit Cc

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2966	4699	6104	363	102	13769
Écart Type	238	282	313	11	12	334
Intervalle de Confiance	85	101	112	4	4	119
Gain par rapport au plus grand	1%	43%	30%	22%	1%	12%
Gain du nouveau modèle	1%	43%	-37%	-37%	1%	12%

Tableau 5-41: Résultats du modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002) avec un petit Cc

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2676	3468	8151	448	92	14295
Écart Type	58	184	345	9	3	251
Intervalle de Confiance	21	66	123	3	1	90
Gain par rapport au plus grand	10%	58%	6%	3%	10%	9%

Tableau 5-42: Résultats du Nouveau modèle II avec un petit Cc

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2676	3468	8151	448	92	14295
Écart Type	58	184	345	9	3	251
Intervalle de Confiance	21	66	123	3	1	90
Gain par rapport au plus grand	10%	58%	0%	0%	10%	9%
Gain du nouveau modèle	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Nous remarquons que, lorsque le coût de commande principal est petit, le meilleur modèle est le Nouveau modèle I, qui a dépassé les trois autres modèles. Celui de Kumar&Chandra est légèrement mieux que celui de Love mais il demeure en dessous du Nouveau modèle I. Sans oublier que le modèle de Kumar&Chandra est complexe. Ainsi, dans ce cas particulier nous préconisons l'utilisation du Nouveau modèle I.

On remarque que la diminution du coût de commande principal, a modifié complètement les performances des différents modèles. Car avec un coût de commande largement supérieur aux  $Cc_i$ , c'était le Nouveau modèle II qui donnait le meilleur résultat (voir tableau 4-13). On voit ainsi qu'il est difficile de trouver un modèle adapté à tous les cas de figures. Mais il est plutôt judicieux de tester différents modèles et de choisir celui qui s'adapte le mieux à notre cas.

Le tableau suivant résume les différents gains obtenus grâce aux nouveaux modèles développés dans le présent mémoire :

Tableau 5-43: Gains des modèles développés

	Love, S. (1979)	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
	<b>L court et bi petit</b>	
Nouveau modèle I	21%	-
Nouveau modèle II	50%	9%
	<b>L court et bi grand</b>	
Nouveau modèle I	0%	-
Nouveau modèle II	25%	2%
	<b>L Long et bi très petit</b>	
Nouveau modèle I	17%	-
Nouveau modèle II	50%	0%
	<b>L Long et bi moyen</b>	
Nouveau modèle I	27%	-
Nouveau modèle II	34%	2%
	<b>L Long et bi grand</b>	
Nouveau modèle I	2%	21%
Nouveau modèle II	-	0%
	<b>Cc Petit</b>	
Nouveau modèle I	12%	4%
Nouveau modèle II	9%	0%

En conclusion nous pouvons dire que d'une manière générale, le modèle de Kumar&Chandra est meilleur que celui de Love. Cependant ce dernier se comporte mieux dans certains contextes.

Par contre les modèles améliorés dans le présent mémoire donne de très bons résultats par rapport aux modèles initiaux. Ils sont soit équivalents, soit supérieurs aux modèles de départ.

Ainsi, selon le contexte, les améliorations varient de 0% jusqu'à 27% pour le modèle de Love, et de 0% jusqu'à 9% pour le modèle de

Kumar&Chandra. On peut alors constater que nos modèles sont bien meilleurs que ceux initiaux, d'autant plus que dans le pire scénario, nous obtenons les mêmes résultats. Sans oublier que nous avons dressé un tableau qui nous donne, pour chaque contexte, le modèle le plus adapté.

Ainsi à travers notre travail, les deux modèles les plus performants dans notre échantillon de départ, soit celui de Love et celui de Kumar&Chandra, ont été améliorés pour donner jour à deux nouveaux modèles. Ces deux modèles sont complémentaires dans le sens où dans chaque contexte d'application l'un des deux donne des résultats satisfaisants. On pourra alors choisir l'un ou l'autre selon notre contexte.

Nous pouvons alors élaborer à partir des différents contextes testés dans ce mémoire un modèle, qui selon le contexte, se basera sur l'un des deux modèles développés pour donner le meilleur résultat.

Nous avons certes essayé de faire le tour de tous les contextes et tous les cas possibles, mais il est resté certainement plusieurs autres pistes à explorer. Dans le chapitre qui suit nous allons expliquer plus en détail notre contribution, les limites ainsi que les avenues de recherche.

## Chapitre 6 - Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous présenterons la contribution de cette recherche, puis nous exposerons les limites de notre étude et nous conclurons avec les avenues de recherche.

### 6.1 Contribution de la recherche

Comme énoncé au début de ce rapport, notre but était de développer un nouveau modèle de gestion des stocks dans un contexte multi-produits. Nous avons en effet pu, grâce à cette recherche, contribuer à l'édifice des modèles de gestion des stocks sur deux volets :

- Premièrement, nous avons défini plusieurs contextes d'application, pour lesquels nous avons comparé les performances des différents modèles par rapport à chaque contexte. Ceci constitue un tableau de bord pour les gestionnaires. Il leur permettra de se situer par rapport aux contextes afin de pouvoir choisir le modèle qui représente le mieux leur réalité. Sans oublier le fait qu'ils auront le choix entre plusieurs paramètres de décisions (simplicité, efficacité, coûts...).
- Deuxièmement nous avons identifié parmi un ensemble de modèles compatibles ceux qui s'avèrent les plus performants, à savoir : le modèle de Love, (1979) et celui de Kumar et Chandra, (2002).
- Troisièmement, nous avons amélioré deux modèles de gestion des stocks (le modèle de Love, (1979) et celui de Kumar et Chandra, (2002)), pour ressortir deux nouveaux modèles plus performants.

Dans le cas du modèle de Love, nous avons pu obtenir des gains sur le coût total pouvant aller jusqu'à 27% et dans le pire cas on obtient un résultat identique. Ceci constitue un gain précieux surtout que nous n'avons pas affecté la simplicité du

modèle qui demeure un point fort par rapport à celui de Kumar&Chandra.

Quant au modèle de Kumar&Chandra, nous avons pu améliorer son coût total de 9% dans certains contextes, et dans le pire scénario, nous obtenons le même résultat

Ainsi en utilisant les résultats du tableau 5-43, nous pouvons utiliser les deux modèles développés, chacun dans le contexte où il est le plus performant.

De plus, nous avons pu constater que dans certains cas, la solution la plus simple est la meilleure, et que dans la simplicité on trouve parfois les meilleurs résultats.

## 6.2 *Limites de la recherche*

Bien que nous avons été tout au long de ce projet soucieux du détail et de la rigueur, un travail n'est jamais parfait. Il est donc important de souligner les limites de notre démarche afin de pouvoir les améliorer dans des études futures.

Premièrement, il serait important, afin de valider les résultats, de les appliquer sur un système réel tout en les comparant avec les résultats des autres modèles. Il est clair que dans la réalité, le nombre de contraintes peut augmenter significativement et ces contraintes sont difficilement représentables dans un simulateur. Aussi il faudra vérifier si lors de la modification des modèles initiaux, le niveau de service désiré par le gestionnaire est toujours respecté.

Deuxièmement, le développement de tous les modèles a été fait sous Excel, qui présente un grand avantage de convivialité. Mais un sérieux handicap de temps de calcul. Il serait donc plus judicieux de travailler sous Langage C afin de pouvoir gagner un temps précieux, surtout si on décide de reprendre le travail pour en faire un outil de décision.

Et finalement, comme toute étude théorique, notre travail devrait être validé par les gestionnaires qui sont les mieux placés pour juger d'une part son efficacité réelle, et d'autre part son applicabilité.

### 6.3 Pistes de recherche

Nous avons essayé à travers notre travail d'agrandir la famille des modèles de gestion des stocks. Mais le travail et la recherche dans ce domaine sont loin d'être terminés.

À travers notre étude, certains éléments pourraient être développés encore plus, créant ainsi de nouvelles avenues de recherche. Nous pouvons en citer:

- ✓ En se basant sur notre travail, un outil de décision pourrait être élaboré. Il pourra venir en aide aux gestionnaires, afin qu'ils puissent, rien qu'en entrant les paramètres spécifiques à leur contexte industriel, avoir une vision claire des différents modèles s'adaptant à leur réalité. On pourrait sans doute inclure plusieurs facteurs de décision (rapidité, efficacité, fiabilité...), qui donneront le choix au gestionnaire de choisir un modèle plutôt qu'un autre.
- ✓ Il serait très intéressant de comparer nos modèles avec de nouveaux modèles, qui paraissent très performants. Tout en déterminant les contextes dans lesquels chaque modèle excelle le mieux.
- ✓ Nous avons certes essayé de tester les modèles sur plusieurs contextes, mais il reste certainement d'autres nouveaux contextes à explorer et à valider afin de donner la vision la plus complète à tous les gestionnaires.
- ✓ Nous avons remarqué à travers la revue de littérature, que l'utilisation de la programmation mathématique n'est pas très bien exploitée dans le domaine de la gestion des stocks, surtout les nouvelles méthodes et les nouvelles heuristiques. Ainsi, il

serait intéressant de voir les résultats que donnerait l'utilisation de nouvelles heuristiques telles que la recherche tabou dans le contexte multi-produits.

#### 6.4 Conclusion

En présentant ce dernier chapitre avec la contribution, les limites, et les avenues de cette recherche, nous complétons la rédaction de ce projet.

Ce mémoire nous a permis de développer deux nouveaux modèles, qui donnent de meilleurs résultats comparés aux modèles de références. Il nous a aussi permis de donner une vision assez claire aux gestionnaires sur différents modèles et ceci sur plusieurs contextes d'application.

Nous espérons que ce mémoire contribuera à l'évolution de la recherche dans le domaine de la gestion des stocks.

## Bibliographie

AKSOY Yasemin et Erenguc S. SELCUK, (1988) Multi-Item Inventory Models with Co-Ordinated Replenishments: A Survey, *Int. J. of Operations & Production Management*. Vol.8, Iss.1, p.11-63.

ARREOLA-RISA Antonio, (1994) Integrated Multi-Item Production-Inventory Systems, *European J. of Operational Research* , Vol.89, p.326-340.

ATKINS.R Derek et Paul O. IYOGUN, (1988) Periodic versus 'Can-Order' Policies for Coordinated Multi-Item Inventory Systems, *Management Science*, Vol.34, No.6.

BILLINGTON Peter J, (2003) Holding Cost Reduction in the EOQ Model, *Journal of American Academy of Business, Cambridge*, Vol.3, p.409.

CARDENAS-BARRON Leopoldo Eduardo, (2001) The Economic Production Quantity (EPQ) with Shortage Derived Algebraically , *Int. J. of Production Economics*, Vol.70, p.289-292.

FORD W. Harris, (1913) How Many Parts to Make at Once, *Factory, The Magazine of Management*, Vol.10, No.2, p135-136, 152.

GANG Yu, (1997) Robust Economic Order Quantity Models, *European J. of Operational Research* Vol.100, p.482-493.

GOYAL S.K, (1987), Comment On "A Dynamic Programming Algorithm For Joint Replenishment Under General Order Cost Functions", *Management Science*, Vol.33, No.1.

GOYAL S.K. et Belton A.S, (1979) Note on "A Simple Method of Determining Order Quantities in Joint Replenishments Under Deterministic Demand", *Management Science*, Vol.25, No.6.

GROENEVELT.H Federgruen et Tijms H. C, (1984) Coordinated Replenishments in a Multi-Item Inventory System with Compound Poisson Demands, *Management Science*, Vol.30, No.3.

GRUBBSTROK Robert W. et Asli ERDEM, (1999) The EOQ with Backlogging Derived without Derivatives, *International Journal of Production Economics*, Vol.59, p.529-530.

- IGNALL Edward, (1969) Optimal Continuous Review Policies for Two Product Inventory Systems with Joint Setup Costs, *Management Science*, Vol.15, No.5.
- ILKYEONG Moon et Yun WON YOUNG, (1994) An Economic Order Quantity Model With a Random Planning Horizon, *The Engineering Economist*; Vol.39, Iss.1, p.77.
- KUMAR S. et CHANDRA C, (2002) Managing Multi-Item Common Vendor Inventory System with Random Demands, *Int. J. of Physical Distribution & Logistics*, Vol.32, No.3, p.188-202.
- LOVE S, (1979) Inventory Control, *McGraw-Hill, New York*, p. 273.
- M.J.G Van Eijs, (1994) Multi-item Inventory Systems with Joint Ordering and Transportation Decisions, *Int. J. of Production Economics*, Vol.35, p.285-292.
- M.O. Abou-El-Ata, Hala A. FERGANY et Mona F. EL-WAKEEL, (2002) Probabilistic Multi-Item Inventory Model With Varying Order Cost Under two Restrictions: A geometric programming approach, *Int. J. of Production Economics*, Vol.83, pp.223-231.
- NADDOR Eliezer, (1975) Optimal and Heuristic Decisions in Single- and Multi-Item Inventory Systems, *Management Science*, Vol.21, No.11.
- NADDOR Eliezer et Saltzman S, (1958) Optimal Reorder Periods for an Inventory System with Variable Costs of Ordering, *Operations Research*, Vol.6, Iss.5.
- PORTEUS E.L, (1985) Investing in Reduced Setups in the EOQ Model, *Management Science*, Vol.31, p.998-1010.
- QUEYRANNE Maurice, (1987) Comment On "A Dynamic Programming Algorithm For Joint Replenishment Under General Order Cost Functions", *Management Science*, Vol.33, No.1, p.131.
- ROSENBLATT M. J. et Kaspi M, (1985) A Dynamic Programming Algorithm for Joint Replenishment Under General Order Cost Functions, *Management Science*, Vol.31, No.3.
- SILVER Edward.A, (1964) Some Characteristics of a Special Joint-Order Inventory Model, *Operations Research*, Vol.13, No.2.

SILVER Edward.A, (1976) A Simple Method of Determining Order Quantities in Joint Replenishments Under Deterministic Demand, *Management Science*, Vol.22, Iss.12.

## Annexe A - Code des Programmes utilisés

Ici nous avons joint les principaux programmes développés sous les macros visual basic d'Excel. Nous présentons les principales fonctions, celles développées pour optimiser les modèles ou pour faciliter leur lancement n'ont pas été incluses dans cette annexe.

*Fonction pour le modèle de Kumar, S. et Chandra, C. (2002)*

```
Sub commande_Kumar_20()
  F = « 20 »
  debut = 30
  fin = 209
  d1 = 8
  f1 = 11
  d2 = 17
  f2 = 20
  L = Worksheets(F).Cells(11, 3)
  bj = Worksheets(F).Cells(9, 3)
  beta = Worksheets(F).Cells(14, 3)
  alpha1 = Worksheets(F).Cells(15, 3)
  alpha2 = Worksheets(F).Cells(16, 3)
  T = Worksheets(F).Cells(18, 3)
  S1 = Worksheets(F).Cells(25, 3)
  Worksheets(F).Cells(17, 14) = « OLD »
  For i = debut To fin
    Worksheets(F).Cells(17, 13) = i
    So1 = 0
    So2 = 0
    For j = d1 To f1
      Wj = Worksheets(F).Cells(19, j - 5)
      sigmaj = Worksheets(F).Cells(13, j - 5)
      Moyj = Worksheets(F).Cells(12, j - 5)
      lj = Worksheets(F).Cells(i, j)
      Dj = Worksheets(F).Cells(5, j - 5)
      sj = Worksheets(F).Cells(7, j - 5)
      kj = Worksheets(F).Cells(10, j - 5)
      D_L = demande_L(L, sigmaj, Moyj)
      So = lj - D_L
      If So <= 0 Then
        So1 = -bj * So + So1
      End If
      So2 = So2 + sj / kj
    Next
    If So1 > 0 Then
      If So1 * L / 2 >= alpha1 * (S1 + So2) Then
        Worksheets(F).Cells(i, 12) = 1
      Else
        Worksheets(F).Cells(i, 12) = « »
      End If
    Else
      Worksheets(F).Cells(i, 12) = « »
    End If
  End Sub
```

```

End If
C = Worksheets(F).Cells(i, 12)
For j = d2 To f2
    Wj = Worksheets(F).Cells(19, j - 14)
    sigmaj = Worksheets(F).Cells(13, j - 14)
    Moyj = Worksheets(F).Cells(12, j - 14)
    Ij = Worksheets(F).Cells(i - 1, j - 9)
    Dj = Worksheets(F).Cells(5, j - 14)
    sj = Worksheets(F).Cells(7, j - 14)
    kj = Worksheets(F).Cells(10, j - 14)
    D_L_T = demande_L(L + T, sigmaj, Moyj)
    If C > 0 Then
        logic = 0
        For k = 1 To L
            If Worksheets(F).Cells(i - k, j) = 1 Then
                logic = 1
            End If
        Next
        If logic = 0 And (Ij - D_L_T) <= 0 And -bj * (Ij - D_L_T) * L / 2 >=
alpha2 * sj Then
            Worksheets(F).Cells(i, j) = 1
            Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = Wj - Ij
            Worksheets(F).Cells(i + L, j + 8) = Wj - Ij
            Worksheets(F).Cells(i, j + 12) = 1
        Else
            Worksheets(F).Cells(i, j) = « »
            Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = « »
            Worksheets(F).Cells(i + L, j + 8) = « »
            Worksheets(F).Cells(i, j + 12) = « »
        End If
    Else
        Worksheets(F).Cells(i, j) = « »
        Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = « »
        Worksheets(F).Cells(i + L, j + 8) = « »
        Worksheets(F).Cells(i, j + 12) = « »
    End If
Next
Next
End Sub

```

*Fonction qui calcul la demande durant le délai de réapprovisionnement*

```

Function demande_L(LI, sigm, moyenne)
    Ff = « integrale »
    Worksheets(Ff).Cells(7, 1) = moyenne
    Worksheets(Ff).Cells(7, 2) = sigm
    Worksheets(Ff).Cells(4, 5) = LI
    For p = 8 To 108
        demande_L = 0
        For y = 1 To LI
            de = 0
            For h = 1 To 4
                Randomize
                Worksheets(Ff).Cells(7, 3) = Rnd
                de = de + Worksheets(Ff).Cells(7, 5)
            Next
            demande_L = demande_L + de / 4
        Next
    Next
End Function

```

*Fonction pour le modèle de Love (1979)***Sub commande\_love()**

```

F = « love Stoch »
debut = 30
fin = 209
d1 = 8
f1 = 11
d2 = 16
f2 = 19
L = Worksheets(F).Cells(14, 3)
For i = debut To fin
Worksheets(F).Cells(19, 10) = i
C = 0
For j = d1 To f1
sj = Worksheets(F).Cells(11, j - 5)
cj = Worksheets(F).Cells(12, j - 5)
SSj = Worksheets(F).Cells(13, j - 5)
If Worksheets(F).Cells(i - 1, j) <= sj Then
logic = 0
For k = 1 To L
If Worksheets(F).Cells(i - k, j + 4) = 1 Or Worksheets(F).Cells(i - k, j +
8) = 1 Then
logic = 1
End If
Next
If logic = 0 Then
Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = 1
Else
Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = « »
End If
Else
Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = « »
End If
C = C + Worksheets(F).Cells(i, j + 4)
Next
For j = d2 To f2
sj = Worksheets(F).Cells(11, j - 13)
cj = Worksheets(F).Cells(12, j - 13)
SSj = Worksheets(F).Cells(13, j - 13)
If C > 0 Then
logic = 0
For k = 1 To L
If Worksheets(F).Cells(i - k, j - 4) = 1 Or Worksheets(F).Cells(i - k, j) =
1 Then
logic = 1
End If
Next
Ij = Worksheets(F).Cells(i - 1, j - 8)
If logic = 0 And Ij <= cj Then
Worksheets(F).Cells(i, j) = 1
Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = SSj - Ij
Worksheets(F).Cells(i + L, j + 8) = SSj - Ij
Worksheets(F).Cells(i, j + 12) = 1
Else
Worksheets(F).Cells(i, j) = « »
Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = « »
Worksheets(F).Cells(i + L, j + 8) = « »
Worksheets(F).Cells(i, j + 12) = « »

```

```
End If
Else
Worksheets(F).Cells(i, j) = « »
Worksheets(F).Cells(i, j + 4) = « »
Worksheets(F).Cells(i + L, j + 8) = « »
Worksheets(F).Cells(i, j + 12) = « »
End If
Next
Next
End Sub
```

## Annexe B - Description des feuilles Excel

Tableau de calcul des paramètres pour le modèle de Love stochastique

Article	1	2	3	4
Demande	4	9	4	16
Coût de stockage	2	4	6	5
Coût de commande	2	1	3	5
Moyenne	4	9	4	16
Ecart Type	2	3	2	4
Délai de réapprovisionnement	4	4	4	4
Moyenne durant le délai d'approvisionnement	16	36	16	64
Écart type durant le délai de réapprovisionnement	4	6	4	8
Alpha	0.05	0.05	0.05	0.05
sj	23	46	23	77
bj	1	1	1	1

Coût de commande principal	400
----------------------------	-----

	1	2	3	4	
$T_i = \text{Racine}(2 * k_i / (h_i d_i))$	0.71	0.24	0.50	0.35	
Classement	4	1	3	2	
Calculer les Alpha: $\alpha_j = T_j / \tau_{j1}$	3.00	1.00	2.12	1.50	Total
$k_j / \alpha_j$	1	1	1	3	6
$h_j * d_j * \alpha_j$	24	36	51	120	231
$t_1 = \text{racine}(2 * (K + \text{Somme}(k_j / \alpha_j)) / \text{somme}(h_j * d_j * \alpha_j))$	1.88				
$t_j = \alpha_j * t_1$	5.63	1.88	3.98	2.81	
Moyenne de la demande durant $t_j: d_j * t_j$	23	17	16	45	
Ecart type de la demande durant $t_j$	5	4	4	7	
$S_j(0) = s_j + d_j * t_j$	45	63	38	122	
$S_j(1)$	49	66	42	128	
$S_j(\text{beta})$	49	66	42	128	
$c_j = S_j - d_j * (t_j - t_1 / 2)$	30	58	30	98	

Article	1	2	3	4
sj	23	46	23	77
cj	30	58	30	98
Sj	49	66	42	128

Tableau de calcul des paramètres pour le Nouveau modèle I

Article	1	2	3	4
Demande	4	9	4	16
Coût de stockage	2	4	6	5
Coût de commande	2		3	5
Moyenne	4	9	4	16
Ecart Type	2	3	2	4
Délai de réapprovisionnement	4	4	4	4
Moyenne durant le délai d'approvisionnement	16	36	16	64
Écart type durant le délai de réapprovisionnement	4	6	4	8
Alpha	0	0	0	0
sj	22.58	45.87	22.58	77.16
bj	1	1	1	1
Pénurie	0.67	1.33	2.00	1.67

Coût de commande principal	400
----------------------------	-----

	1	2	3	4	
$T_i = \text{Racine}(2 \cdot k_i / (h_i d_i))$	0.707	0.2357	0.500	0.354	
Classement	4	1	3	2	
Calculer les Alpha <sub>j</sub> : $\alpha_{hj} = T_j / \tau_{j1}$	3.00	1.00	2.12	1.50	Total
$k_j / \alpha_{hj}$	0.67	1.00	1.41	3.33	6
$h_j \cdot d_j \cdot \alpha_{hj}$	24	36	50.91	120	231
$t_1 = \text{racine}(2 \cdot (K + \text{Somme}(k_j / \alpha_{hj})) / \text{somme}(h_j \cdot d_j \cdot \alpha_{hj}))$	1.88				
$t_j = \alpha_{hj} \cdot t_1$	5.629	1.876	3.980	2.814	
Moyenne de la demande durant $t_j: d_j \cdot t_j$	23	17	16	45	
Ecart type de la demande durant $t_j$	5	4	4	7	
$S_j(0) = s_j + d_j \cdot t_j$	45.09	62.75	38.50	122.19	
$S_j(1)$	49.09	66.21	41.86	127.83	
$S_j(\beta)$	49	66	42	128	
$c_j = S_j - d_j \cdot (t_j - t_1 / 2)$	30	58	30	98	

Article	1	2	3	4
sj	9.93	20.18	9.93	33.95
cj	13.33	25.42	13.05	43.01
Sj	21.59	29.13	18.41	56.22
SC	3	3	3	3
Taux	0.28	0.28	0.28	0.28

Tableau de calcul des paramètres pour le modèle de Kumar&amp;Chandra

Article	1	2	3	4
Demande	4	9	4	16
Coût de stockage	2	4	6	5
Coût de commande	2	1	3	5
Moyenne	4	9	4	16
Ecart Type	2	3	2	4
Délai de réapprovisionnement	4			
Moyenne durant le délai d'approvisionnement	16	36	16	64
Écart type durant le délai de réapprovisionnement	4	6	4	8
Bêta	2.400			
Alpha1	0.150			
Alpha2	0.150			
ssj (stock de Sécurité)	6	10	6	13
bj	0.67	1.33	2.00	1.67

Coût de commande principal	400
----------------------------	-----

	1	2	3	4
kj	1	1	1	1
$kj^*(kj-1)$	0	0	0	0
$kj^*(kj+1)$	2	2	2	2
$Sj/kj$	2	1	3	5
$hj*dj*kj*bj/(bj+hj)$	2	9	6	20
Alr	9	10	8	6
Blr	35	28	31	17
T*	4.7134			
Wj (niveau de stock à atteindre)	25	52	25	88

	1	2	3	4
ssj (stock de Sécurité)	6	10	6	13
bj	0.67	1.33	2.00	1.67
Délai de réapprovisionnement	4			
Moyenne	4	9	4	16
Ecart Type	2	3	2	4
Bêta	2.4			
Alpha1	0.15			
Alpha2	0.15			
T*	4.7134			
Wj (niveau de stock à atteindre)	25	52	25	88

Tableau de calcul des paramètres pour le Nouveau modèle II

Article	1	2	3	4
Demande	4	9	4	16
Coût de stockage	2	4	6	5
Coût de commande	2	1	3	5
Moyenne	4	9	4	16
Ecart Type	2	3	2	4
Délai de réapprovisionnement	4			
Moyenne durant le délai d'approvisionnement	16	36	16	64
Écart type durant le délai de réapprovisionnement	4	6	4	8
Bêta	2.4			
Alpha1	0.15			
Alpha2	0.15			
ssj (stock de Sécurité)	6	10	6	13
bj	0.67	1.33	2.00	1.67

Coût de commande principal	400
----------------------------	-----

	1	2	3	4
kj	1	1	1	1
$kj'*(kj-1)$	0	0	0	0
$kj*(kj+1)$	2	2	2	2
$Sj/kj$	2	1	3	5
$hj*dj*kj*bj/(bj+hj)$	2	9	6	20
Alr	9	10	8	6
Blr	35	28	31	17
T*	4.7134			
Wj (niveau de stock à atteindre)	25	52	25	88

	1	2	3	4
ssj (stock de Sécurité)	6	10	6	13
bj	0.67	1.33	2.00	1.67
Délai de réapprovisionnement	4			
Moyenne	4	9	4	16
Ecart Type	2	3	2	4
Bêta	2.4			
Alpha1	0.15			
Alpha2	0.15			
T*	4.7134			
Wj (niveau de stock à atteindre)	25	52	25	88
Wj'	25	52	25	88
SC	3	3	3	3
Taux	0	0	0	0

## Annexe C - Résultats détaillés

*Résultats pour l'analyse générale avec une demande stable*

	Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)	Maurice Queyranne (1987),	Goyal, S.K. (1987),	Silver, Edward.A. (1976)	Naddor, E. et Saltzman, S. (1958)	Love, S. (1979) déterministe	Love, S. (1979) Stochastique	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Moyenne	17368	17368	16389	14077	14049	14059	11533	11923
Ecart Type	33	33	28	17	16	16	48	515
Intervalle de Confiance	12	12	10	6	6	6	17	184
Simulation 1	17362	17362	16409	14094	14063	14065	11507	11990
Simulation 2	17356	17356	16397	14074	14050	14055	11499	11726
Simulation 3	17308	17308	16339	14052	14024	14041	11535	11906
Simulation 4	17364	17364	16389	14069	14038	14043	11545	11727
Simulation 5	17365	17365	16401	14093	14063	14070	11521	11734
Simulation 6	17397	17397	16401	14084	14057	14058	11631	11767
Simulation 7	17411	17411	16419	14096	14073	14090	11488	13786
Simulation 8	17430	17430	16440	14104	14069	14079	11546	11803
Simulation 9	17386	17386	16385	14079	14050	14052	11507	12066
Simulation 10	17401	17401	16420	14092	14059	14068	11585	11731
Simulation 11	17388	17388	16433	14098	14071	14083	11502	11726
Simulation 12	17431	17431	16431	14102	14075	14090	11548	11782
Simulation 13	17362	17362	16378	14073	14042	14047	11513	11730
Simulation 14	17382	17382	16391	14082	14061	14072	11459	11664
Simulation 15	17405	17405	16403	14094	14062	14074	11509	11862
Simulation 16	17337	17337	16360	14058	14034	14050	11485	11786
Simulation 17	17335	17335	16364	14069	14043	14052	11481	11870
Simulation 18	17370	17370	16390	14088	14065	14068	11593	11688
Simulation 19	17365	17365	16401	14078	14052	14063	11506	11711
Simulation 20	17306	17306	16337	14048	14017	14024	11561	11805
Simulation 21	17324	17324	16351	14071	14042	14050	11533	12043
Simulation 22	17365	17365	16388	14065	14033	14051	11526	11759
Simulation 23	17404	17404	16424	14095	14068	14078	11527	13780
Simulation 24	17386	17386	16392	14080	14052	14059	11538	11718
Simulation 25	17349	17349	16388	14068	14041	14058	11570	11726
Simulation 26	17322	17322	16357	14048	14023	14039	11532	11725
Simulation 27	17343	17343	16359	14054	14028	14042	11694	11799
Simulation 28	17338	17338	16350	14054	14029	14038	11556	11748
Simulation 29	17382	17382	16389	14073	14048	14050	11493	11730
Simulation 30	17359	17359	16396	14074	14047	14056	11504	11786

*Résultats pour l'analyse générale avec une demande moyennement stable*

	Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)	Maurice Queyranne (1987)	Goyal, S.K. (1987)	Silver, Edward.A. (1976)	Naddor, E. et Saltzman, S. (1958)	Love, S. (1979) déterministe	Love, S. (1979) Stochastique	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Moyenne	17416	17416	16432	14101	14074	14078	11594	12284
Ecart Type	134	134	108	57	58	55	95	152
Intervalle de Confiance	48	48	39	20	21	20	34	54
Pourcentage/ au plus grand	0%	0%	6%	19%	19%	19%	33%	29%
Simulation 1	17648	17648	16599	14201	14177	14147	11578	12486
Simulation 2	17396	17396	16458	14063	14049	14094	11609	12395
Simulation 3	17370	17370	16336	14079	14047	14054	11666	12417
Simulation 4	17258	17258	16304	14031	13998	13998	11643	12423
Simulation 5	17667	17667	16559	14179	14146	14142	11586	12241
Simulation 6	17374	17374	16434	14105	14085	14088	11679	12295
Simulation 7	17311	17311	16316	14045	14010	14013	11457	12326
Simulation 8	17454	17454	16380	14073	14052	14070	11402	12296
Simulation 9	17478	17478	16550	14153	14131	14143	11733	12437
Simulation 10	17516	17516	16460	14147	14130	14108	11665	12105
Simulation 11	17553	17553	16583	14151	14118	14124	11616	12201
Simulation 12	17497	17497	16503	14173	14138	14128	11598	12383
Simulation 13	17265	17265	16401	14087	14062	14078	11510	12322
Simulation 14	17318	17318	16331	14044	14008	14000	11613	12273
Simulation 15	17371	17371	16383	14078	14029	14043	11582	12394
Simulation 16	17495	17495	16483	14099	14057	14048	11697	12183
Simulation 17	17321	17321	16381	14055	14030	14048	11623	12231
Simulation 18	17490	17490	16513	14151	14131	14157	11542	12528
Simulation 19	17433	17433	16464	14085	14055	14062	11566	11927
Simulation 20	17283	17283	16289	14064	14040	14042	11584	12256
Simulation 21	17156	17156	16221	13984	13962	13944	11548	12023
Simulation 22	17238	17238	16260	14002	13988	14026	11484	12358
Simulation 23	17271	17271	16378	14065	14033	14026	11723	12185
Simulation 24	17384	17384	16456	14123	14106	14088	11655	12272
Simulation 25	17571	17571	16532	14193	14164	14167	11437	12399
Simulation 26	17531	17531	16598	14155	14130	14111	11797	12112
Simulation 27	17648	17648	16596	14141	14129	14123	11658	12268
Simulation 28	17263	17263	16307	14037	14011	14044	11406	12438
Simulation 29	17525	17525	16501	14139	14125	14145	11540	12417
Simulation 30	17387	17387	16397	14119	14077	14081	11614	11939

## Résultats pour l'analyse générale avec une demande fluctuante

	Rosenblatt, M. J. et Kaspi, M. (1985)	Maurice Queyranne (1987)	Goyal, S.K. (1987)	Silver, Edward.A. (1976)	Naddor, E. et Saltzman, S. (1958)	Love, S. (1979) déterministe	Love, S. (1979) Stochastique	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)
Moyenne	19188	19188	17682	14953	14820	14791	14600	13701
Ecart Type	811	811	528	324	324	238	617	266
Intervalle de Confiance	290	290	189	116	116	85	221	95
Pourcentage/ au plus grand	0%	0%	8%	22%	23%	23%	24%	29%
Simulation 1	18271	18271	16783	14856	14381	14296	14491	13733
Simulation 2	18360	18360	16972	14373	14235	14714	13965	13942
Simulation 3	19681	19681	17872	15468	15417	15166	13995	14037
Simulation 4	18900	18900	17652	14923	14556	14717	14914	13555
Simulation 5	19307	19307	17894	15030	14864	14956	14742	13751
Simulation 6	18019	18019	17295	15169	15101	14825	14405	13442
Simulation 7	19082	19082	19071	15515	15326	14711	14524	14074
Simulation 8	19738	19738	17840	14669	14567	14756	15004	14026
Simulation 9	18311	18311	17287	14312	14323	14591	14161	13645
Simulation 10	18642	18642	17786	15279	15185	14767	14338	14252
Simulation 11	19391	19391	18010	15308	15117	15074	15215	13947
Simulation 12	19622	19622	17853	15270	14944	14895	15442	13285
Simulation 13	19733	19733	17856	15060	15055	15025	15435	13738
Simulation 14	18963	18963	17687	14840	14807	15073	14699	13807
Simulation 15	18807	18807	18102	14592	14554	14593	14441	13519
Simulation 16	18652	18652	16979	14688	14558	14471	14504	13598
Simulation 17	20038	20038	18142	15042	14933	14776	13248	13046
Simulation 18	18087	18087	17588	14564	14583	14858	14738	13810
Simulation 19	18504	18504	16486	14651	14392	14518	14059	13562
Simulation 20	20496	20496	18324	15310	15206	14997	14096	13398
Simulation 21	18221	18221	17304	14659	14521	14634	14032	13482
Simulation 22	20441	20441	17489	15298	14965	15178	15208	13552
Simulation 23	19992	19992	18099	14939	14806	14806	15686	13800
Simulation 24	20538	20538	18335	15325	15325	15150	15591	13621
Simulation 25	20437	20437	18142	15236	15048	14993	14992	13640
Simulation 26	17651	17651	17179	15020	15040	14269	13802	13560
Simulation 27	19098	19098	17921	14532	14486	14604	13634	13727
Simulation 28	19581	19581	17677	14980	14847	14865	14532	13705
Simulation 29	19437	19437	17601	14891	14785	14639	14576	13557
Simulation 30	19649	19649	17225	14788	14680	14824	15532	14222

*Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai court et un coût de pénurie petit*

	Love, S. (1979)					Coût total
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	
Moyenne	27262	45805	352	44	67	73420
Ecart Type	866	856	60	5	2	1137
Intervalle Confiance	310	306	21	2	1	407
Gain par rapport au plus grand	0%	0%	96%	89%	24%	0%
Simulation 1	28116	45130	423	51	69	73669
Simulation 2	28520	46745	329	44	70	75594
Simulation 3	27312	43974	421	50	67	71707
Simulation 4	27331	46378	391	48	67	74100
Simulation 5	27319	45760	308	51	67	73387
Simulation 6	26135	47063	277	46	64	73475
Simulation 7	27330	46124	244	38	67	73699
Simulation 8	27335	46080	308	41	67	73723
Simulation 9	26527	45845	273	43	65	72645
Simulation 10	27317	46717	435	43	67	74469
Simulation 11	28532	44096	411	43	70	73040
Simulation 12	27322	46967	245	37	67	74534
Simulation 13	26911	46498	322	46	66	73731
Simulation 14	26924	45815	362	42	66	73101
Simulation 15	26131	46120	277	35	64	72528
Simulation 16	26531	46163	323	46	65	73017
Simulation 17	29329	45849	365	45	72	75544
Simulation 18	26940	45552	300	38	66	72792
Simulation 19	26913	46150	396	38	66	73459
Simulation 20	27345	46021	291	40	67	73657
Simulation 21	27743	45117	392	52	68	73253
Simulation 22	25722	45052	367	43	63	71141
Simulation 23	27323	44403	399	45	67	72125
Simulation 24	27332	45664	425	47	67	73421
Simulation 25	28943	46078	296	39	71	75316
Simulation 26	28524	46398	388	46	70	75310
Simulation 27	26551	46395	349	44	65	73294
Simulation 28	26152	46626	390	39	64	73167
Simulation 29	26937	43832	437	51	66	71206
Simulation 30	26516	45553	419	46	65	72488

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	36151	18816	3166	270	88	58133
Ecart Type	922	535	143	8	2	1009
Intervalle Confiance	330	191	51	3	1	361
Gain par rapport au plus grand	0%	59%	66%	30%	0%	21%
Gain du nouveau modèle	-33%	59%	-799%	-516%	-32%	21%
Simulation 1	36813	18715	3300	282	90	58829
Simulation 2	35213	19169	3141	276	86	57524
Simulation 3	36427	18573	3242	273	89	58243
Simulation 4	35619	18696	3049	271	87	57364
Simulation 5	36808	18749	3169	276	90	58726
Simulation 6	36410	19028	3090	272	89	58528
Simulation 7	35617	19645	3119	256	87	58382
Simulation 8	38429	19407	3206	266	94	61043
Simulation 9	35621	19014	2764	266	87	57399
Simulation 10	36819	19882	3180	267	90	59881
Simulation 11	36018	17408	3365	290	88	56790
Simulation 12	35223	19391	3013	257	86	57627
Simulation 13	36797	19299	3236	272	90	59332
Simulation 14	36021	19284	3031	267	88	58335
Simulation 15	35226	18866	3127	272	86	57219
Simulation 16	35223	18926	3143	270	86	57292
Simulation 17	35611	19011	3365	273	87	57987
Simulation 18	35618	18512	3076	267	87	57206
Simulation 19	35618	19464	2911	253	87	57992
Simulation 20	35618	18420	3395	275	87	57433
Simulation 21	35225	18496	3197	262	86	56917
Simulation 22	36019	18412	3108	260	88	57539
Simulation 23	38809	18300	3211	278	95	60320
Simulation 24	36418	18964	3284	276	89	58666
Simulation 25	35618	18741	3267	271	87	57626
Simulation 26	35222	18764	3076	268	86	57062
Simulation 27	36807	18378	3167	269	90	58351
Simulation 28	36419	18508	3281	273	89	58208
Simulation 29	37622	17597	3422	281	92	58640
Simulation 30	35615	18875	3051	269	87	57541

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	13823	17690	8440	323	34	39953
Ecart Type	253	509	266	8	1	509
Intervalle Confiance	90	182	95	3	0	182
Gain par rapport au plus grand	62%	61%	9%	17%	62%	46%
Simulation 1	13974	18196	8376	312	34	40546
Simulation 2	13563	17182	8512	337	33	39257
Simulation 3	13563	17139	8855	327	33	39556
Simulation 4	13563	17931	8610	317	33	40103
Simulation 5	13974	17870	8368	318	34	40212
Simulation 6	13974	18005	8095	312	34	40074
Simulation 7	13563	18576	8036	302	33	40175
Simulation 8	13974	17897	8415	335	34	40286
Simulation 9	13563	17827	8456	329	33	39846
Simulation 10	13563	18902	8253	320	33	40718
Simulation 11	14385	17399	8764	317	35	40547
Simulation 12	13974	17907	8006	338	34	39886
Simulation 13	13563	18110	8374	318	33	40047
Simulation 14	13974	18336	8420	330	34	40730
Simulation 15	13563	17761	7956	323	33	39279
Simulation 16	13563	17400	8791	330	33	39754
Simulation 17	13974	18272	8876	327	34	41122
Simulation 18	13974	17294	8551	321	34	39818
Simulation 19	13563	17891	8463	314	33	39918
Simulation 20	13974	17501	8290	323	34	39765
Simulation 21	13974	16766	8309	320	34	39049
Simulation 22	13563	17070	8797	340	33	39430
Simulation 23	13974	17995	8506	320	34	40475
Simulation 24	13974	16926	8240	321	34	39140
Simulation 25	13974	17808	8339	321	34	40121
Simulation 26	13563	17371	8715	319	33	39649
Simulation 27	13972	17578	8265	319	34	39815
Simulation 28	13974	17218	8185	319	34	39377
Simulation 29	14385	16969	8956	332	35	40310
Simulation 30	13563	17600	8406	322	33	39570

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	16029	11103	9239	387	39	36370
Ecart Type	432	386	235	9	1	434
Intervalle Confiance	154	138	84	3	0	155
Gain par rapport au plus grand	56%	76%	0%	0%	56%	50%
Gain du nouveau modèle	-16%	37%	-9%	-20%	-16%	9%
Simulation 1	16029	10550	9675	392	39	36254
Simulation 2	15207	10976	9250	396	37	35433
Simulation 3	16440	11413	9248	388	40	37101
Simulation 4	16029	10445	9097	382	39	35571
Simulation 5	15618	11501	9486	375	38	36605
Simulation 6	15618	11328	8948	386	38	35894
Simulation 7	16026	11477	9381	368	39	36884
Simulation 8	16029	10900	9263	396	39	36192
Simulation 9	16029	11293	9052	380	39	36374
Simulation 10	15207	11469	9455	386	37	36131
Simulation 11	16851	10553	8984	380	41	36388
Simulation 12	15207	11140	9450	398	37	35797
Simulation 13	15618	11632	8795	388	38	36044
Simulation 14	16029	11438	9057	389	39	36523
Simulation 15	16029	11032	9305	398	39	36366
Simulation 16	16440	10829	9205	397	40	36474
Simulation 17	16440	11360	9418	389	40	37218
Simulation 18	16029	10592	9764	394	39	36385
Simulation 19	15618	11880	8859	364	38	36357
Simulation 20	16029	11171	8997	381	39	36197
Simulation 21	16440	11419	8939	380	40	36797
Simulation 22	15618	10964	9246	392	38	35829
Simulation 23	16440	10987	9236	386	40	36663
Simulation 24	16029	11384	8992	383	39	36406
Simulation 25	16440	10825	9362	392	40	36628
Simulation 26	16440	11581	9180	389	40	37200
Simulation 27	16029	10987	9306	396	39	36322
Simulation 28	16029	10555	9437	398	39	36021
Simulation 29	16851	10563	9276	381	41	36690
Simulation 30	16018	10838	9495	373	39	36350

*Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai court et un important coût de pénurie*

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	27808	45893	2106	44	68	75807
Ecart Type	1168	659	334	4	3	1280
Intervalle de Confiance	418	236	120	2	1	458
Gain par rapport au plus grand	16%	3%	78%	75%	15%	0%
Simulation 1	28136	45743	2592	51	69	76472
Simulation 2	28942	47912	1585	39	71	78438
Simulation 3	28537	46551	1862	37	70	76950
Simulation 4	27320	44984	2641	49	67	74945
Simulation 5	27730	45565	1877	46	68	75173
Simulation 6	29731	44676	2258	51	73	76665
Simulation 7	26509	45470	2016	41	65	73995
Simulation 8	28120	45844	2146	44	69	76110
Simulation 9	27300	45687	2652	52	67	75640
Simulation 10	26939	45154	2144	50	66	74238
Simulation 11	27332	45868	1896	43	67	75096
Simulation 12	26512	45824	2611	48	65	74947
Simulation 13	27328	45014	2470	48	67	74812
Simulation 14	27720	45272	2533	44	68	75525
Simulation 15	28123	46505	1906	43	69	76534
Simulation 16	27735	46276	1756	43	68	75767
Simulation 17	28530	46731	1649	47	70	76910
Simulation 18	27739	46642	1527	35	68	75908
Simulation 19	28148	45326	2028	44	69	75502
Simulation 20	27730	46115	1861	40	68	75706
Simulation 21	26909	46512	2192	43	66	75613
Simulation 22	28128	46428	1839	37	69	76395
Simulation 23	26926	46022	2155	36	66	75103
Simulation 24	26138	45798	2036	42	64	73972
Simulation 25	28535	46290	2100	46	70	76925
Simulation 26	27719	46079	2683	44	68	76481
Simulation 27	26927	45212	1946	44	66	74085
Simulation 28	32150	45490	1952	46	79	79592
Simulation 29	26126	46089	1863	41	64	74078
Simulation 30	28522	45718	2401	44	70	76641

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	26781	47422	1958	40	66	76161
Ecart Type	795	690	417	6	2	975
Intervalle de Confiance	284	247	149	2	1	349
Gain par rapport au plus grand	19%	0%	79%	78%	18%	0%
Gain du nouveau modèle	4%	-3%	7%	10%	4%	0%
Simulation 1	27735	46898	2816	44	68	77449
Simulation 2	27316	47668	1964	49	67	76948
Simulation 3	27733	47626	2176	45	68	77535
Simulation 4	26110	45870	2618	53	64	74598
Simulation 5	27332	48012	1663	27	67	77007
Simulation 6	28536	46596	2288	37	70	77420
Simulation 7	25717	47554	1727	35	63	74998
Simulation 8	26131	48078	1679	36	64	75888
Simulation 9	26505	47091	2298	42	65	75894
Simulation 10	25727	46453	2588	45	63	74768
Simulation 11	25724	47481	2235	40	63	75439
Simulation 12	27320	48403	1858	36	67	77581
Simulation 13	27348	47086	1758	40	67	76192
Simulation 14	26136	47755	1560	35	64	75451
Simulation 15	26928	48626	1214	33	66	76768
Simulation 16	27747	48192	1379	32	68	77318
Simulation 17	26531	48128	1557	32	65	76217
Simulation 18	26535	48317	1239	37	65	76091
Simulation 19	26539	46390	2096	41	65	75025
Simulation 20	26515	46936	1964	43	65	75415
Simulation 21	26128	48431	1547	38	64	76107
Simulation 22	26917	47033	1856	40	66	75806
Simulation 23	26126	47569	1970	37	64	75665
Simulation 24	26939	47574	1558	33	66	76071
Simulation 25	26536	47431	1760	43	65	75727
Simulation 26	26912	47339	2471	44	66	76722
Simulation 27	26921	46615	2337	41	66	75873
Simulation 28	28550	46948	2086	48	70	77585
Simulation 29	25317	46775	1959	40	62	74051
Simulation 30	26933	47775	2524	41	66	77232

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	33084	15736	9409	178	81	58230
Ecart Type	547	440	812	10	1	663
Intervalle de Confiance	196	157	291	3	0	237
Gain par rapport au plus grand	0%	67%	0%	0%	0%	24%
Simulation 1	32469	14984	11112	182	79	58565
Simulation 2	32880	16093	9294	182	80	58267
Simulation 3	33276	15202	10720	185	81	59198
Simulation 4	33702	15659	9388	171	82	58749
Simulation 5	33291	16249	9742	173	81	59282
Simulation 6	34113	15360	10111	200	83	59584
Simulation 7	33291	16335	8223	171	81	57849
Simulation 8	32880	16484	8571	169	80	57935
Simulation 9	32880	16362	7990	164	80	57232
Simulation 10	33291	15319	9832	171	81	58442
Simulation 11	33291	15901	8699	159	81	57891
Simulation 12	32880	16106	8701	162	80	57686
Simulation 13	32880	15479	9642	183	80	58001
Simulation 14	32880	15812	8738	177	80	57429
Simulation 15	32469	16114	8248	175	79	56830
Simulation 16	32880	15855	9806	192	80	58541
Simulation 17	32469	15935	9263	182	79	57667
Simulation 18	32877	15637	10258	183	80	58773
Simulation 19	33291	15139	9575	183	81	58005
Simulation 20	32880	15716	9609	178	80	58205
Simulation 21	32469	16152	9090	178	79	57711
Simulation 22	34102	16045	8872	169	83	59020
Simulation 23	32467	15482	10755	185	79	58704
Simulation 24	33702	15487	8499	170	82	57687
Simulation 25	32058	15448	10750	180	78	58255
Simulation 26	32880	16208	9599	178	80	58687
Simulation 27	32880	15144	9292	179	80	57316
Simulation 28	34524	14887	9703	196	84	59113
Simulation 29	33280	15461	9649	190	81	58390
Simulation 30	33291	16041	8545	170	81	57877

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	25358	22268	9299	147	62	56924
Ecart Type	612	551	865	7	1	702
Intervalle de Confiance	219	197	309	2	1	251
Gain par rapport au plus grand	23%	53%	1%	17%	23%	25%
Gain du nouveau modèle	23%	-42%	1%	17%	23%	2%
Simulation 1	25482	22259	9921	152	62	57662
Simulation 2	24660	22648	9922	148	60	57231
Simulation 3	25482	21564	10119	148	62	57166
Simulation 4	26302	22471	8639	144	64	57413
Simulation 5	25071	22928	9083	146	61	57082
Simulation 6	26304	22286	8952	153	64	57542
Simulation 7	24660	22185	10056	160	60	56901
Simulation 8	25071	22808	9076	150	61	56955
Simulation 9	24249	22325	8633	146	59	55208
Simulation 10	26715	22130	8912	130	65	57757
Simulation 11	24249	21793	10318	144	59	56360
Simulation 12	25071	22243	9199	147	61	56513
Simulation 13	25882	21884	10593	145	63	58359
Simulation 14	25482	21819	10457	150	62	57758
Simulation 15	24660	22905	7874	137	60	55440
Simulation 16	25071	22127	9966	155	61	57164
Simulation 17	25060	22711	9740	148	61	57511
Simulation 18	26304	23001	6926	136	64	56231
Simulation 19	25893	20982	9880	159	63	56755
Simulation 20	25482	22483	8894	144	62	56860
Simulation 21	25482	23436	7879	140	62	56798
Simulation 22	24660	22382	9990	150	60	57032
Simulation 23	25893	22242	8731	144	63	56866
Simulation 24	25482	21934	10170	136	62	57585
Simulation 25	25482	22295	8689	155	62	56466
Simulation 26	25482	23188	8540	144	62	57209
Simulation 27	25071	21692	9343	148	61	56106
Simulation 28	25893	21223	10198	153	63	57314
Simulation 29	25071	21854	8850	145	61	55775
Simulation 30	25071	22229	9405	153	61	56705

*Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai long avec un coût de pénurie très petit*

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	20572	43077	2390	133	51	66039
Ecart Type	3564	1644	281	9	9	4449
Intervalle de Confiance	1275	588	101	3	3	1592
Gain par rapport au plus grand	24%	0%	91%	79%	24%	0%
Simulation 1	18758	43646	2339	133	46	64743
Simulation 2	27964	42307	2903	149	69	73174
Simulation 3	18353	41741	2785	140	45	62878
Simulation 4	19956	44614	2180	124	49	66751
Simulation 5	20761	41833	2473	140	51	65068
Simulation 6	19958	41493	2380	136	49	63831
Simulation 7	21150	45777	2163	131	52	69091
Simulation 8	20757	41505	2423	133	51	64685
Simulation 9	17958	39984	2819	148	44	60762
Simulation 10	17560	43019	2364	132	43	62943
Simulation 11	19554	43536	2341	133	48	65431
Simulation 12	19153	44606	2285	126	47	66043
Simulation 13	17560	40526	2248	128	43	60333
Simulation 14	28769	47281	1612	106	71	77663
Simulation 15	17960	42004	2798	139	44	62761
Simulation 16	16360	44000	2132	137	40	62491
Simulation 17	18756	42752	2483	128	46	63991
Simulation 18	28771	45897	2010	118	71	76678
Simulation 19	17160	44245	2385	130	42	63790
Simulation 20	22765	43345	2292	130	56	68402
Simulation 21	29170	44495	2337	132	72	76001
Simulation 22	17560	43719	2383	138	43	63662
Simulation 23	19957	41801	2550	137	49	64307
Simulation 24	19959	42362	2337	137	49	64658
Simulation 25	18759	43949	1968	134	46	64676
Simulation 26	20755	42806	2479	127	51	66040
Simulation 27	20754	41891	2710	140	51	65355
Simulation 28	19961	41109	2739	152	49	63809
Simulation 29	17957	42321	2165	137	44	62444
Simulation 30	22355	43734	2624	128	55	68712

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	26921	598	27304	625	66	54824
Ecart Type	9524	92	750	7	24	9422
Intervalle de Confiance	3408	33	268	3	9	3372
Gain par rapport au plus grand	0%	99%	0%	0%	0%	17%
Gain du nouveau modèle	-31%	99%	-1042%	-368%	-31%	17%
Simulation 1	27574	503	26912	625	68	54990
Simulation 2	27574	549	28144	634	68	56268
Simulation 3	27574	648	27871	620	68	56093
Simulation 4	27979	685	26597	609	69	55261
Simulation 5	13974	542	27544	633	34	42060
Simulation 6	13974	626	27747	614	34	42347
Simulation 7	27976	758	26337	617	69	55071
Simulation 8	27574	465	27855	635	68	55894
Simulation 9	27574	628	28493	628	68	56695
Simulation 10	27574	549	27218	625	68	55341
Simulation 11	33172	666	26801	623	82	60640
Simulation 12	27574	778	26722	613	68	55074
Simulation 13	27574	441	27694	634	68	55709
Simulation 14	41174	701	25094	627	102	66968
Simulation 15	41174	509	28054	630	102	69738
Simulation 16	27574	615	26901	623	68	55090
Simulation 17	41576	512	28152	621	103	70240
Simulation 18	27574	599	26044	630	68	54217
Simulation 19	41174	532	27188	623	102	68893
Simulation 20	27574	685	27296	623	68	55555
Simulation 21	41579	527	27337	628	103	69442
Simulation 22	13974	600	26799	622	34	41373
Simulation 23	13974	471	27908	631	34	42353
Simulation 24	41174	535	27434	633	102	69143
Simulation 25	13974	595	26505	625	34	41074
Simulation 26	27976	718	27576	621	69	56270
Simulation 27	13974	651	28248	622	34	42872
Simulation 28	13974	559	28186	634	34	42719
Simulation 29	13974	543	27282	638	34	41800
Simulation 30	27574	765	27181	613	68	55519

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	14854	5330	12626	479	36	32810
Ecart Type	2819	460	570	13	7	2972
Intervalle de Confiance	1009	165	204	5	3	1063
Gain par rapport au plus grand	45%	88%	54%	23%	45%	50%
Simulation 1	13974	5282	12318	489	34	31574
Simulation 2	13974	4847	13203	501	34	32024
Simulation 3	13974	5065	13132	468	34	32170
Simulation 4	13974	5831	12048	466	34	31852
Simulation 5	13974	4909	12805	488	34	31689
Simulation 6	13974	5071	13035	468	34	32079
Simulation 7	13974	6423	11757	460	34	32154
Simulation 8	13974	5052	12997	488	34	32023
Simulation 9	13974	4954	13712	489	34	32640
Simulation 10	13974	5345	12605	476	34	31924
Simulation 11	19174	5481	12397	482	47	37052
Simulation 12	13974	5676	12049	460	34	31699
Simulation 13	13974	4831	13163	492	34	31967
Simulation 14	13974	6604	11234	459	34	31812
Simulation 15	13974	4700	13279	489	34	31953
Simulation 16	13974	5363	12138	483	34	31474
Simulation 17	13974	5017	13014	476	34	32005
Simulation 18	13974	5893	11685	465	34	31552
Simulation 19	13974	5418	12307	485	34	31699
Simulation 20	13974	5483	12369	472	34	31826
Simulation 21	13974	5427	12492	479	34	31893
Simulation 22	13974	5640	12506	475	34	32121
Simulation 23	13974	4799	12833	483	34	31606
Simulation 24	13974	5172	12760	500	34	31907
Simulation 25	13974	5554	11964	465	34	31492
Simulation 26	13974	5347	12778	483	34	32099
Simulation 27	13974	5164	13117	478	34	32256
Simulation 28	25574	4788	13403	510	63	43764
Simulation 29	13974	5014	12540	479	34	31528
Simulation 30	23574	5760	13135	461	58	42469

	Nouveau modèle II					Coût total
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	
Moyenne	15054	5334	12619	479	37	33007
Ecart Type	3277	458	563	13	8	3212
Intervalle de Confiance	1173	164	201	4	3	1149
Gain par rapport au plus grand	44%	88%	54%	23%	45%	50%
Gain du nouveau modèle	-1%	0%	0%	0%	-1%	-1%
Simulation 1	13974	5282	12318	489	34	31574
Simulation 2	13974	4847	13203	501	34	32024
Simulation 3	21174	5051	13277	470	52	39502
Simulation 4	13974	5831	12048	466	34	31852
Simulation 5	13974	4909	12805	488	34	31689
Simulation 6	13974	5071	13035	468	34	32079
Simulation 7	13974	6423	11757	460	34	32154
Simulation 8	15174	5025	13002	487	37	33201
Simulation 9	13974	4954	13712	489	34	32640
Simulation 10	13974	5345	12605	476	34	31924
Simulation 11	13974	5472	12428	481	34	31875
Simulation 12	13974	5676	12049	460	34	31699
Simulation 13	13974	4831	13163	492	34	31967
Simulation 14	13974	6604	11234	459	34	31812
Simulation 15	13974	4700	13279	489	34	31953
Simulation 16	27574	5479	12119	477	68	45173
Simulation 17	13974	5017	13014	476	34	32005
Simulation 18	13974	5893	11685	465	34	31552
Simulation 19	13974	5418	12307	485	34	31699
Simulation 20	13974	5483	12369	472	34	31826
Simulation 21	13974	5427	12492	479	34	31893
Simulation 22	13974	5640	12506	475	34	32121
Simulation 23	13974	4779	13026	489	34	31780
Simulation 24	13974	5172	12760	500	34	31907
Simulation 25	13974	5554	11964	465	34	31492
Simulation 26	13974	5347	12778	483	34	32099
Simulation 27	13974	5164	13117	478	34	32256
Simulation 28	13974	4929	13039	501	34	31942
Simulation 29	24374	4960	12476	479	60	41810
Simulation 30	13974	5743	12989	459	34	32706

*Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai long avec un coût de pénurie moyen*

	Love, S. (1979)					Coût total
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	
Moyenne	20852	42329	3620	135	51	66802
Ecart Type	3673	1626	454	9	9	4003
Intervalle de Confiance	1314	582	162	3	3	1432
Gain par rapport au plus grand	0%	0%	86%	74%	0%	0%
Simulation 1	21149	40928	4919	152	52	66996
Simulation 2	21155	43895	3507	135	52	68557
Simulation 3	18762	40981	3029	128	46	62772
Simulation 4	19550	46766	2779	119	48	69095
Simulation 5	19158	40910	3727	141	47	63795
Simulation 6	19554	41230	3677	130	48	64461
Simulation 7	25152	41396	4076	132	62	70624
Simulation 8	29167	43444	3518	133	72	76129
Simulation 9	28768	45167	3522	131	71	77457
Simulation 10	19556	41115	4294	142	48	64965
Simulation 11	17958	43086	3703	138	44	64747
Simulation 12	28771	40683	3737	149	71	73191
Simulation 13	21559	41964	3380	136	53	66904
Simulation 14	21560	43425	2872	125	53	67857
Simulation 15	19555	42342	3237	125	48	65134
Simulation 16	18758	41895	3697	138	46	64350
Simulation 17	19167	41385	3973	140	47	64525
Simulation 18	19568	44769	3224	115	48	67561
Simulation 19	17956	43189	3525	137	44	64670
Simulation 20	18358	42925	3449	137	45	64732
Simulation 21	23154	42501	3264	135	57	68920
Simulation 22	16764	40602	3857	142	41	61223
Simulation 23	19555	43924	3124	128	48	66603
Simulation 24	19159	43386	3429	119	47	65974
Simulation 25	18354	41963	3364	138	45	63681
Simulation 26	16762	41248	4258	144	41	62268
Simulation 27	29169	40165	4274	152	72	73608
Simulation 28	17560	42491	3726	131	43	63777
Simulation 29	19953	42944	3681	143	49	66578
Simulation 30	19962	39152	3782	146	49	62896

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	20920	15992	12072	362	51	48984
Ecart Type	6406	786	720	10	16	6685
Intervalle de Confiance	2292	281	258	3	6	2392
Gain par rapport au plus grand	0%	62%	54%	31%	0%	27%
Gain du nouveau modèle	0%	62%	-233%	-167%	0%	27%
Simulation 1	16356	14781	13648	374	40	44785
Simulation 2	16356	16337	11540	348	40	44233
Simulation 3	16362	15883	11628	357	40	43874
Simulation 4	17556	18036	10397	335	43	45989
Simulation 5	27964	15396	12417	364	69	55777
Simulation 6	29562	15672	12185	365	73	57418
Simulation 7	17560	15489	12654	364	43	45703
Simulation 8	28362	16900	11331	347	70	56593
Simulation 9	17552	17151	11040	353	43	45743
Simulation 10	28369	15776	12822	369	70	56967
Simulation 11	17160	16171	11925	364	42	45257
Simulation 12	19160	15367	12458	372	47	46985
Simulation 13	17160	15563	11789	364	42	44512
Simulation 14	17169	16912	11175	351	42	45257
Simulation 15	16358	16195	11729	359	40	44282
Simulation 16	17156	15556	12251	373	42	44963
Simulation 17	16360	15792	12879	368	40	45031
Simulation 18	28364	17152	11601	357	70	57117
Simulation 19	27956	16857	12162	355	69	56976
Simulation 20	16758	16791	11788	366	41	45337
Simulation 21	16362	15405	11583	360	40	43350
Simulation 22	17960	14701	12514	366	44	45175
Simulation 23	16758	16193	11545	356	41	44496
Simulation 24	18358	15870	11607	347	45	45835
Simulation 25	28760	16467	11783	364	71	57010
Simulation 26	16360	14750	12845	365	40	43955
Simulation 27	41571	15655	13495	375	103	70721
Simulation 28	27562	15977	12150	363	68	55688
Simulation 29	16756	15865	12290	377	41	44912
Simulation 30	17560	15090	12936	368	43	45586

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	15841	2545	26179	526	39	44564
Ecart Type	4028	350	1074	13	10	4224
Intervalle de Confiance	1441	125	384	5	4	1511
Gain par rapport au plus grand	24%	94%	0%	0%	25%	33%
Simulation 1	17974	2504	28073	515	44	48551
Simulation 2	13974	3007	25660	513	34	42641
Simulation 3	19574	2143	25860	542	48	47577
Simulation 4	13974	3532	22831	486	34	40337
Simulation 5	13974	2524	26562	530	34	43060
Simulation 6	15574	2541	26713	524	38	44828
Simulation 7	13974	2311	27102	541	34	43387
Simulation 8	27574	2803	25487	516	68	55864
Simulation 9	13974	2903	24671	513	34	41548
Simulation 10	13974	2308	27076	527	34	43358
Simulation 11	13974	2473	25888	526	34	42335
Simulation 12	13974	2329	26485	530	34	42788
Simulation 13	13974	2114	26420	538	34	42507
Simulation 14	13974	2651	24904	527	34	41529
Simulation 15	13974	2740	25754	512	34	42467
Simulation 16	13974	2553	26922	530	34	43449
Simulation 17	27174	2287	26752	542	67	56213
Simulation 18	13974	2494	24585	527	34	41053
Simulation 19	13974	3334	25587	508	34	42896
Simulation 20	13974	2600	26105	522	34	42679
Simulation 21	13974	2158	26177	545	34	42309
Simulation 22	24374	2046	26904	541	60	53323
Simulation 23	13974	2937	25331	514	34	42242
Simulation 24	13974	2672	26453	524	34	43099
Simulation 25	13974	2593	25464	521	34	42031
Simulation 26	13974	2213	27447	534	34	43634
Simulation 27	21574	2401	27327	535	53	51302
Simulation 28	13974	2540	26742	527	34	43256
Simulation 29	13974	2555	26308	527	34	42837
Simulation 30	13974	2087	27770	545	34	43830

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	15161	2548	26177	526	37	43885
Ecart Type	3640	355	1076	13	9	3826
Intervalle de Confiance	1302	127	385	5	3	1369
Gain par rapport au plus grand	28%	94%	0%	0%	28%	34%
Gain du nouveau modèle	4%	0%	0%	0%	4%	2%
Simulation 1	13974	2551	28110	515	34	44634
Simulation 2	13974	3007	25660	513	34	42641
Simulation 3	13974	2191	25816	544	34	41981
Simulation 4	13974	3532	22831	486	34	40337
Simulation 5	25974	2508	26573	532	64	55055
Simulation 6	13974	2546	26767	524	34	43287
Simulation 7	13974	2311	27102	541	34	43387
Simulation 8	13974	2836	25559	515	34	42369
Simulation 9	13974	2903	24671	513	34	41548
Simulation 10	13974	2308	27076	527	34	43358
Simulation 11	13974	2473	25888	526	34	42335
Simulation 12	13974	2329	26485	530	34	42788
Simulation 13	24374	2050	26255	541	60	52679
Simulation 14	13974	2651	24904	527	34	41529
Simulation 15	13974	2740	25754	512	34	42467
Simulation 16	13974	2553	26922	530	34	43449
Simulation 17	13974	2321	26666	539	34	42961
Simulation 18	13974	2494	24585	527	34	41053
Simulation 19	13974	3334	25587	508	34	42896
Simulation 20	13974	2600	26105	522	34	42679
Simulation 21	13974	2158	26177	545	34	42309
Simulation 22	13974	1970	26816	544	34	42760
Simulation 23	13974	2937	25331	514	34	42242
Simulation 24	13974	2672	26453	524	34	43099
Simulation 25	13974	2593	25464	521	34	42031
Simulation 26	13974	2213	27447	534	34	43634
Simulation 27	13974	2450	27379	532	34	43803
Simulation 28	27174	2568	26838	530	67	56580
Simulation 29	13974	2555	26308	527	34	42837
Simulation 30	13974	2087	27770	545	34	43830

*Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un délai long avec un coût de pénurie grand*

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	20826	43085	21650	131	51	85561
Ecart Type	3338	1673	2867	11	8	3979
Intervalle de Confiance	1195	599	1026	4	3	1424
Gain par rapport au plus grand	0%	3%	64%	33%	0%	21%
Simulation 1	19958	42375	22943	137	49	85276
Simulation 2	21159	41638	28794	146	52	91591
Simulation 3	21152	43503	19998	136	52	84654
Simulation 4	18760	41523	22682	140	46	82965
Simulation 5	17960	41204	23121	146	44	82284
Simulation 6	22758	40756	23743	139	56	87257
Simulation 7	23559	42213	24247	139	58	90019
Simulation 8	28373	43382	19635	133	70	91390
Simulation 9	19158	43222	20126	138	47	82506
Simulation 10	19556	42195	23855	144	48	85605
Simulation 11	21160	44608	20298	126	52	86066
Simulation 12	30367	42559	22517	132	75	95444
Simulation 13	18355	47130	14692	108	45	80177
Simulation 14	21557	41475	22100	145	53	85132
Simulation 15	29572	42781	23404	130	73	95757
Simulation 16	18760	41915	23234	134	46	83908
Simulation 17	22357	43971	22015	127	55	88343
Simulation 18	19959	41687	23945	132	49	85591
Simulation 19	21159	44220	22386	131	52	87765
Simulation 20	19958	40622	23321	141	49	83902
Simulation 21	20358	42694	23061	130	50	86113
Simulation 22	20756	44163	18700	127	51	83618
Simulation 23	18762	44137	21459	124	46	84358
Simulation 24	18358	42169	23744	130	45	84270
Simulation 25	17158	42242	24400	127	42	83799
Simulation 26	19958	42403	18104	122	49	80465
Simulation 27	17160	47132	16158	96	42	80450
Simulation 28	20755	45962	17266	124	51	83983
Simulation 29	17966	44366	19615	115	44	81947
Simulation 30	17957	44307	19927	138	44	82191

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	19572	44395	20086	126	48	84052
Ecart Type	2153	1694	2783	11	5	2642
Intervalle de Confiance	770	606	996	4	2	945
Gain par rapport au plus grand	6%	0%	67%	35%	6%	22%
Gain du nouveau modèle	6%	-3%	7%	4%	6%	2%
Simulation 1	19958	43726	21292	129	49	84975
Simulation 2	20759	42875	26965	142	51	90599
Simulation 3	21152	44901	18314	130	52	84367
Simulation 4	18360	42850	21116	134	45	82326
Simulation 5	17560	42924	22116	131	43	82601
Simulation 6	22356	41935	22037	135	55	86328
Simulation 7	23157	43271	22488	133	57	88916
Simulation 8	27973	44701	18046	126	69	90720
Simulation 9	18758	44510	18509	131	46	81777
Simulation 10	18356	43447	22105	135	45	83908
Simulation 11	18360	45865	18687	120	45	82911
Simulation 12	17553	43565	21511	136	43	82629
Simulation 13	17955	48586	13368	101	44	79908
Simulation 14	20357	42794	20477	139	50	83628
Simulation 15	18360	44292	21520	127	45	84172
Simulation 16	18758	43158	21666	125	46	83582
Simulation 17	19957	45205	20476	120	49	85638
Simulation 18	18757	42903	22344	131	46	84004
Simulation 19	19959	45515	20752	122	49	86226
Simulation 20	19958	41961	21694	134	49	83613
Simulation 21	20356	43944	21469	126	50	85768
Simulation 22	20756	45481	17153	123	51	83390
Simulation 23	18762	45480	19895	117	46	84136
Simulation 24	18358	43456	22079	127	45	83893
Simulation 25	17963	43685	22681	128	44	84328
Simulation 26	19158	43836	16661	113	47	79655
Simulation 27	16760	48543	14942	92	41	80245
Simulation 28	20355	47323	15764	118	50	83442
Simulation 29	17966	45601	18159	112	44	81726
Simulation 30	18355	45509	18289	134	45	82153

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	12608	33031	60426	195	31	106065
Ecart Type	1287	1365	3734	9	3	2812
Intervalle de Confiance	461	489	1336	3	1	1006
Gain par rapport au plus grand	39%	26%	0%	0%	40%	1%
Simulation 1	11497	32376	63025	200	28	106898
Simulation 2	13508	32775	63867	197	33	110149
Simulation 3	11897	33871	58880	185	29	104648
Simulation 4	11897	30697	60029	216	29	102623
Simulation 5	12308	31340	62675	204	30	106323
Simulation 6	13108	32986	63026	192	32	109120
Simulation 7	12708	32926	62507	191	31	108140
Simulation 8	13108	33044	57542	198	32	103694
Simulation 9	11097	32545	58605	209	27	102247
Simulation 10	12708	32959	65064	194	31	110730
Simulation 11	11897	33800	60405	188	29	106103
Simulation 12	13908	32702	58658	190	34	105268
Simulation 13	12286	35373	56820	179	30	104479
Simulation 14	11908	31725	56818	196	29	100451
Simulation 15	11097	32501	64538	202	27	108136
Simulation 16	11897	33085	64801	203	29	109783
Simulation 17	15508	34491	57634	183	38	107633
Simulation 18	12705	31742	64019	189	31	108466
Simulation 19	13908	34868	56436	182	34	105212
Simulation 20	12697	30540	63428	206	31	106665
Simulation 21	12697	32272	64069	192	31	109039
Simulation 22	11897	32728	58048	196	29	102674
Simulation 23	11497	34542	61476	193	28	107515
Simulation 24	11508	33188	59253	195	28	103949
Simulation 25	11897	31630	67581	194	29	111108
Simulation 26	11497	31743	60622	195	28	103863
Simulation 27	11897	35917	57165	184	29	104978
Simulation 28	17097	35374	49080	183	42	101551
Simulation 29	13497	32677	59451	200	33	105625
Simulation 30	13097	34521	57253	199	32	104872

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	12843	34638	60159	189	31	107640
Ecart Type	1116	1515	3166	9	3	2671
Intervalle de Confiance	399	542	1133	3	1	956
Gain par rapport au plus grand	38%	22%	0%	3%	39%	0%
Gain du nouveau modèle	-2%	-5%	0%	3%	-2%	-1%
Simulation 1	11897	34111	64145	191	29	110152
Simulation 2	13108	34679	62603	192	32	110391
Simulation 3	13497	35576	58636	179	33	107709
Simulation 4	11897	32012	58708	206	29	102617
Simulation 5	12297	32842	64045	192	30	109184
Simulation 6	12697	34792	60751	184	31	108240
Simulation 7	13097	34090	65195	192	32	112382
Simulation 8	13097	35030	59906	192	32	108033
Simulation 9	11897	33612	59131	198	29	104640
Simulation 10	13497	34129	66738	194	33	114364
Simulation 11	11897	35984	57506	174	29	105387
Simulation 12	13897	33690	59862	190	34	107449
Simulation 13	12686	37250	55845	169	31	105780
Simulation 14	12297	33387	58646	199	30	104330
Simulation 15	11497	33850	64268	198	28	109615
Simulation 16	12297	35286	60999	187	30	108582
Simulation 17	16308	36828	55897	181	40	109034
Simulation 18	11094	32843	62722	197	27	106658
Simulation 19	14308	36492	57139	179	35	107939
Simulation 20	13897	32279	62700	201	34	108876
Simulation 21	13097	34543	61920	178	32	109560
Simulation 22	12697	34820	55681	186	31	103198
Simulation 23	11897	36737	58952	184	29	107586
Simulation 24	11908	34929	58044	180	29	104882
Simulation 25	13497	33922	63592	187	33	111012
Simulation 26	11886	32053	63249	200	29	107188
Simulation 27	12286	37764	57310	170	30	107360
Simulation 28	12286	35158	56599	193	30	104043
Simulation 29	13497	34257	57982	193	33	105736
Simulation 30	15086	36190	56007	193	37	107283

*Résultats pour l'analyse approfondie dans le cas d'un petit coût de commande*

	Love, S. (1979)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2984	8190	4453	265	103	15626
Ecart Type	204	443	283	11	10	482
Intervalle de Confiance	73	158	101	4	4	173
Gain par rapport au plus grand	0%	0%	49%	43%	0%	0%
Simulation 1	2914	8289	4112	266	100	15315
Simulation 2	2947	8571	4493	255	101	16012
Simulation 3	2826	7481	4270	281	95	14577
Simulation 4	3016	7838	4315	273	105	15169
Simulation 5	2900	8601	4361	263	99	15862
Simulation 6	3041	8640	4071	254	106	15752
Simulation 7	2787	7266	4757	279	93	14809
Simulation 8	2868	8331	4443	257	97	15642
Simulation 9	2742	8234	4285	267	91	15260
Simulation 10	2878	8273	4500	255	98	15651
Simulation 11	2924	8301	4738	269	100	15964
Simulation 12	3109	8925	4404	256	110	16437
Simulation 13	2826	7645	4786	279	95	15257
Simulation 14	2824	7700	4813	271	95	15338
Simulation 15	2813	8042	4281	274	94	15136
Simulation 16	3275	8040	4239	268	118	15554
Simulation 17	2822	8306	4230	251	95	15358
Simulation 18	3514	8093	4694	269	130	16300
Simulation 19	3003	8351	4279	259	104	15633
Simulation 20	3614	8526	4302	254	135	16442
Simulation 21	2964	8117	4142	256	102	15224
Simulation 22	3001	7995	5069	285	104	16065
Simulation 23	3143	8064	4971	273	111	16178
Simulation 24	2920	7636	4628	274	100	15185
Simulation 25	3184	8407	4610	269	113	16201
Simulation 26	3058	9390	3963	247	107	16411
Simulation 27	2800	8637	4127	246	94	15564
Simulation 28	2881	7639	4851	289	98	15371
Simulation 29	3088	8194	4344	264	109	15625
Simulation 30	2827	8171	4498	260	95	15496

	Nouveau modèle I					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2966	4699	6104	363	102	13769
Ecart Type	238	282	313	11	12	334
Intervalle de Confiance	85	101	112	4	4	119
Gain par rapport au plus grand	1%	43%	30%	22%	1%	12%
Gain du nouveau modèle	1%	43%	-37%	-37%	1%	12%
Simulation 1	3062	4930	5756	359	107	13748
Simulation 2	2790	5055	6171	356	93	14016
Simulation 3	2826	4374	6015	373	95	13215
Simulation 4	2822	4550	6027	369	95	13399
Simulation 5	2886	4879	5947	349	98	13712
Simulation 6	3061	4844	5646	339	107	13551
Simulation 7	2790	4102	6491	382	93	13383
Simulation 8	2868	4941	6131	369	97	13941
Simulation 9	2742	4692	5916	363	91	13350
Simulation 10	2824	4683	6123	363	95	13630
Simulation 11	2788	4641	6363	362	93	13791
Simulation 12	3135	5126	5959	349	111	14220
Simulation 13	2826	4215	6475	374	95	13516
Simulation 14	2929	4526	6549	371	100	14005
Simulation 15	3235	4676	5936	365	115	13847
Simulation 16	2924	4670	5932	367	100	13525
Simulation 17	2825	4618	5828	360	95	13271
Simulation 18	3337	4638	6310	364	121	14285
Simulation 19	2949	4718	5922	362	101	13589
Simulation 20	3860	4845	5919	359	147	14624
Simulation 21	2950	4644	5805	363	101	13399
Simulation 22	2790	4456	6728	374	93	13974
Simulation 23	3369	4413	6583	370	122	14365
Simulation 24	2826	4513	6415	376	95	13754
Simulation 25	2888	4890	6264	355	98	14042
Simulation 26	2787	5505	5466	340	93	13757
Simulation 27	3185	4921	5715	345	113	13821
Simulation 28	2884	4368	6571	380	98	13823
Simulation 29	2997	4834	6021	371	104	13851
Simulation 30	2830	4696	6132	366	95	13658

	Kumar, S. et Chandra, C. (2002)					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2676	3468	8151	448	92	14295
Ecart Type	58	184	345	9	3	251
Intervalle de Confiance	21	66	123	3	1	90
Gain par rapport au plus grand	10%	58%	6%	3%	10%	9%
Simulation 1	2642	3637	7730	446	91	14009
Simulation 2	2665	3623	8115	448	92	14403
Simulation 3	2692	3575	8081	452	93	14348
Simulation 4	2787	3434	8046	450	98	14267
Simulation 5	2691	3472	7971	436	93	14134
Simulation 6	2541	3533	7692	434	86	13766
Simulation 7	2653	3215	8384	451	91	14252
Simulation 8	2754	3633	8106	442	96	14493
Simulation 9	2716	3567	8045	442	94	14328
Simulation 10	2648	3436	7964	445	91	14048
Simulation 11	2670	3271	8418	460	92	14359
Simulation 12	2589	3726	7840	438	88	14155
Simulation 13	2657	3054	8501	459	91	14212
Simulation 14	2706	3458	8542	455	94	14706
Simulation 15	2641	3375	8015	453	90	14031
Simulation 16	2802	3342	8112	445	99	14256
Simulation 17	2618	3529	8108	441	90	14255
Simulation 18	2686	3311	8600	460	93	14597
Simulation 19	2696	3617	7969	451	93	14282
Simulation 20	2652	3611	8166	444	92	14429
Simulation 21	2733	3387	8000	457	95	14121
Simulation 22	2658	3290	8918	451	91	14866
Simulation 23	2752	3239	8755	450	96	14745
Simulation 24	2627	3323	8457	460	90	14407
Simulation 25	2668	3447	8163	443	92	14278
Simulation 26	2625	3882	7301	434	90	13807
Simulation 27	2662	3680	7802	426	92	14144
Simulation 28	2753	3200	8658	464	96	14611
Simulation 29	2690	3653	7953	439	93	14296
Simulation 30	2594	3523	8120	450	88	14237

	Nouveau modèle II					
	Coût de commande	Coût de stockage	Coût de pénurie	Nombre de pénuries	Nombre de commandes	Coût total
Moyenne	2711	3222	8697	463	94	14630
Ecart Type	65	168	331	10	3	258
Intervalle de Confiance	23	60	118	4	1	92
Gain par rapport au plus grand	9%	61%	0%	0%	9%	6%
Gain du nouveau modèle	-1%	7%	-7%	-4%	-2%	-2%
Simulation 1	2827	3349	8229	457	100	14406
Simulation 2	2653	3374	8613	455	91	14641
Simulation 3	2715	3392	8690	465	94	14797
Simulation 4	2708	3268	8604	467	93	14580
Simulation 5	2583	3152	8645	452	88	14380
Simulation 6	2635	3254	8176	451	90	14065
Simulation 7	2679	3029	8981	467	92	14689
Simulation 8	2716	3430	8645	460	94	14791
Simulation 9	2639	3291	8487	455	90	14418
Simulation 10	2708	3251	8572	457	93	14531
Simulation 11	2754	3019	8986	480	96	14760
Simulation 12	2787	3556	8289	442	98	14632
Simulation 13	2759	2856	9004	475	96	14619
Simulation 14	2672	3139	9179	468	92	14990
Simulation 15	2741	3099	8586	474	95	14426
Simulation 16	2692	3103	8601	468	93	14396
Simulation 17	2673	3269	8658	460	92	14600
Simulation 18	2766	3095	9165	477	97	15026
Simulation 19	2699	3266	8714	467	93	14679
Simulation 20	2682	3291	8676	464	93	14649
Simulation 21	2841	3337	8287	462	100	14464
Simulation 22	2761	3100	9397	470	96	15258
Simulation 23	2778	2868	9142	474	97	14788
Simulation 24	2693	3168	9038	472	93	14899
Simulation 25	2617	3170	8713	462	89	14500
Simulation 26	2609	3390	8131	454	89	14130
Simulation 27	2728	3362	8314	445	95	14404
Simulation 28	2779	3037	9168	483	97	14984
Simulation 29	2792	3486	8485	448	98	14762
Simulation 30	2657	3248	8730	469	91	14635