

HEC MONTRÉAL

**Étude des fondements de la prime de volatilité
dans les stratégies de négociation avec options**

Par
BENJAMIN MERCIER

**Sciences de la gestion
(Ingénierie financière)**

Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de maîtrise ès sciences (M.Sc.)

Sous la direction de
Christian Dorion

©Benjamin MERCIER, 2012

8 juin 2012

DÉCLARATION DE L'ÉTUDIANTE, DE L'ÉTUDIANT ÉTHIQUE EN RECHERCHE AUPRÈS DES ÊTRES HUMAINS

Recherche sans collecte directe d'information

Cette recherche n'impliquait pas une collecte directe d'information auprès de personnes (exemples : entrevues, questionnaires, appels téléphoniques, groupes de discussion, tests, observations participantes, communications écrites ou électroniques, etc.)

Cette recherche n'impliquait pas une consultation de documents, de dossiers ou de banques de données existants qui ne font pas partie du domaine public et qui contiennent de l'information sur des personnes.

Titre de la
recherche :

Étude des fondements de la prime de volatilité dans les stratégies de négociation avec options.

Nom de l'étudiant : BENJAMIN MERCIER

Signature :

Date :

2012-01-31

Remerciements

Dans un premier temps, je tiens à remercier mon directeur Christian Dorion pour avoir apporté à mon attention ce sujet d'étude. J'ai vraiment apprécié l'approche, plus empirique que théorique, que nous avons choisi. Je le remercie aussi pour son intérêt et son dévouement tant en tant que professeur, qu'en tant que directeur de mémoire. Enfin, je le remercie pour la grande disponibilité dont il a fait preuve.

Ensuite, je voudrais faire un clin d'oeil à mes amis qui ont été présents tout au long de cette épreuve qu'est la maîtrise. Je ne serai certainement pas nostalgique de toutes ces nuits et fins de semaines passées à étudier ensembles, les concernés se reconnaîtront. Je tiens aussi à remercier tout spécialement Mr Lepinay, qui m'a permis de vivre au sein d'un foyer calme et paisible les derniers temps de l'écriture de ce mémoire.

Enfin, je remercie ma famille sans qui je n'aurais jamais pu arrivé là où j'en suis aujourd'hui. Merci à tous pour le soutien indéfectible que vous m'avez fourni. Vous avez toujours été présents pour moi et avez tout fait pour que je puisse arrivé là où je voulais.

Table des Matières

Remerciements	i
Introduction	1
1 Revue de littérature	3
1.1 Études sur la volatilité	3
1.2 La volatilité et le rendement des options	6
1.3 Le Modèle de Vasquez (2011)	8
1.4 Contribution de ce mémoire	9
2 Méthodologie	10
2.1 Traitement des données	10
2.1.1 Filtration	11
2.1.2 Autres considérations	12
2.2 Définition des stratégies d'options	14
2.2.1 Options vanilles	14
2.2.2 Straddle	15
2.2.3 Option delta-couverte	16
2.2.4 Strangle	17
2.3 Construction des portefeuilles d'options	17
2.4 Coûts de delta-véga couverture	19
2.4.1 Options vanilles	19
2.4.2 Straddle	21
2.4.3 Options delta couvertes	22
2.4.4 Strangle	23
2.5 Pente de la structure à terme de la volatilité et certaines caractéristiques . .	24

3	Analyse des Résultats	25
3.1	Caractéristiques des portefeuilles	25
3.2	Stratégie basée sur la pente de la structure à terme de la volatilité	29
3.3	Test de robustesse à la période de crise	36
3.4	Étude des coûts et rendements des stratégies delta-véga couvertes	42
3.5	Interaction de la structure à terme de la volatilité et certaines caractéristiques	44
3.5.1	Comparaison à l'article référence	44
3.5.2	Résultats étendus à la période de crise	47
3.6	Analyse des rendements des différentes stratégies	49
3.6.1	Rendements des stratégies delta-véga couvertes	49
3.6.2	Coûts de delta-véga couverture	52
	Conclusion	55

Table des figures

3.1	Rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2007)	33
3.2	Normalité des rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2007) .	35
3.3	Rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2010)	40
3.4	Normalité des rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2010) .	41
3.5	Graphique de diffusion des rendements des portefeuilles delta-véga couverts avec l'option de court terme (1996-2010)	50
3.6	Graphique de diffusion des rendements des portefeuilles delta-véga couverts avec l'option de long terme (1996-2010)	51
3.7	Graphique de diffusion des coûts de delta-véga couverture des portefeuilles avec l'option de court terme (1996-2010)	53
3.8	Graphique de diffusion des coûts de delta-véga couverture des portefeuilles avec l'option de long terme (1996-2010)	54

Liste des tableaux

3.1	Caractéristiques des portefeuilles transigés (1996 - 2007)	26
3.2	Caractéristiques des portefeuilles selon Vasquez (2011)	28
3.3	Pente de la structure à terme de la volatilité et section transversale des rendements (1996-2007)	30
3.4	Pente de la STV et section transversale des rendements des options selon Vasquez (2011)	32
3.5	Caractéristiques des portefeuilles transigés (1996 - 2010)	36
3.6	Pente de la structure à terme de la volatilité et section transversale des rendements (1996 - 2010)	38
3.7	Pente de la STV et section transversale des rendements et des coûts des portefeuilles de delta-véga couverture (1996 - 2010)	43
3.8	Interaction entre la pente de la STV et certaines caractéristiques selon Vasquez (2011)	45
3.9	Interaction entre la pente de la STV et certaines caractéristiques (1996 - 2007)	46
3.10	Interaction entre la pente de la STV et certaines caractéristiques (1996 - 2010)	48

Introduction

Les récentes crises économiques et financières ont démontré l'importance de la gestion du risque dans les marchés financiers. Le niveau de volatilité a atteint des sommets, et par conséquent, l'étude de la prime de volatilité a gagné en importance. Ainsi, comprendre l'information contenue dans la structure à terme de la volatilité est devenu un outil primordial. C'est pourquoi tout un pan de la littérature académique se concentre sur l'étude de la structure à terme de la volatilité.

Plusieurs types d'études de la structure à terme de la volatilité existent. Chacune de ces études satisfait un but différent. Premièrement, le but peut être de prévoir la volatilité, pour la gestion de risque, par exemple. Alors, il sera nécessaire d'effectuer de la modélisation, notamment avec des modèles économétriques. L'objectif de l'étude peut aussi être l'explication des fondements de la prime de volatilité. Dans ce cas, il est nécessaire d'étudier les rendements de stratégies d'options, le but étant de les expliquer avec l'information contenue dans la structure à terme de la volatilité.

Dans notre étude nous préférons utiliser cette seconde approche et, pour la réaliser, nous baserons sur l'article de Vasquez (2011). Cet article tente de démontrer l'importance de l'information contenue dans la pente de la structure à terme de la volatilité, pour expliquer les rendements de différentes stratégies de négociation d'options. L'étude est faite sur un panier d'options sur actions. Les rendements mensuels des stratégies proposées sont élevés et significativement positifs. De plus, les tests de robustesse viennent confirmer la validité des résultats. Dans la seconde partie de l'article, l'auteur cherche à comprendre les fondements de l'existence de tels rendements. Plusieurs études sont réalisées (Fama Macbeth, régression linéaire...) mais aucune ne semble apporter d'explication statistiquement significative.

Cependant, cet article propose une piste de réflexion que nous allons étudier.

Premièrement, l'auteur utilise des données pour la période débutant le 4 Janvier 1996 et se terminant le 30 Juin 2007. Cette période semble restrictive puisqu'elle ne tient pas compte de la dernière crise financière, en 2008, qui a engendré un fort niveau de volatilité sur les marchés. Une première hypothèse que nous formulons, est alors, que la volatilité réalisée durant cette période de crise, viendrait influencer les résultats du modèle. Dans un premier temps, nous nous concentrerons donc sur la reproduction de l'article en y incluant les données les plus récentes. Ainsi, le but de cette reproduction est de faire un test de robustesse du modèle à des périodes de haute volatilité.

Ensuite, l'auteur propose d'analyser l'impact de certaines variables sur la prime de volatilité. Cette analyse s'avère peu concluante. L'auteur étudie les facteurs suivants : la taille de la compagnie, le ratio valeur aux livres-valeur marchande, la volatilité historique, les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement historiques, la prime de risque de variance, l'écart *bid to mid*, la taille des options, et les grecques. Nous proposons d'analyser les rendements excédentaires d'un point de vue légèrement différent de ce qui est proposé. Nous prendrons donc la place d'un investisseur quelconque qui souhaiterait couvrir son portefeuille d'options contre les risques de volatilité. Nous soupçonnons qu'il existe un lien entre les coûts de delta-véga couverture et les rendement excédentaires.

La suite de ce mémoire sera structurée comme suit. Premièrement, nous présenterons l'évolution historique des recherches sur la volatilité dans le cadre du modèle de Black et Scholes (1973). Cette étude nous permettra de prendre connaissance des études déjà réalisées. À l'aide des conclusions présentées dans ces études, nous pourrions analyser l'information contenue dans la structure à terme de la volatilité et dans nos résultats, de manière avisée. Deuxièmement, nous présenterons la méthodologie utilisée. Nous commencerons par présenter la manière dont les données sont sélectionnées et filtrées. Ensuite, nous introduirons les différentes stratégies d'options utilisées et la méthode de construction des portefeuilles d'options. Enfin, nous terminerons en présentant la manière dont nous calculerons les coûts de delta-véga couverture, les rendements de ces portefeuilles couverts, et la méthode utilisée pour estimer leur impact sur les rendements des options. Troisièmement, nous présenterons les résultats obtenus, la méthode d'analyse et les conclusions que nous pouvons en tirer, afin de comprendre et utiliser l'information contenue dans la prime de volatilité.

Chapitre 1

Revue de littérature

1.1 Études sur la volatilité

Black et Scholes (1973) proposent un nouveau modèle d'évaluation d'options qui permettra d'importants développements. Dans ce modèle, plusieurs variables jouent un rôle important et notamment la volatilité, qui est assumée constante à travers le temps. Cette hypothèse nous permet de déduire la volatilité implicite au prix au marché des options. L'établissement de ce modèle constitue donc le point de départ des recherches sur la volatilité, la STV et la prime de volatilité.

L'hypothèse de constance de la volatilité est un des points faibles du modèle, puisque les données de marché démontrent le non respect de cette hypothèse. C'est pourquoi plusieurs recherches ont eu lieu sur le sujet. Cont et da Fonseca (2002) avancent l'idée que, les approches de modélisation de la volatilité utilisées jusqu'alors, ne tiennent pas compte de l'aspect dynamique de la surface de volatilité. Cela se reflète donc par la présence d'un risque de volatilité dans les portefeuilles d'options. Ils choisissent alors d'étudier les déformations de la surface de volatilité, pour montrer que celle-ci peut être modélisée par une surface à fluctuations aléatoires, uniquement dirigées par quelques facteurs. Ils décident d'identifier et d'interpréter ces facteurs afin de justifier l'utilisation du vega pour mesurer le risque de volatilité. De plus, l'identification de ces facteurs fournit une décomposition primaire du risque de volatilité, comme la somme de facteurs empiriquement observables.

Dans le même ordre d'idées, Ronald Heynen et Vorst (1994), cherchent à expliquer la différence qui existe dans la volatilité implicite d'options, dont seule la maturité diffère.

Ils utilisent alors des modèles économétriques dynamiques pour répliquer la relation qui existe, entre les volatilités de court et de long terme. Trois modèles - représentant trois hypothèses différentes - sont testés : retour vers la moyenne, GARCH (*General AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*), EGARCH (*Exponential General AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*). Les résultats montrent que le modèle EGARCH(1,1) offre les meilleurs résultats pour modéliser la relation entre la volatilité court-terme, et la volatilité long-terme.

Plutôt que de s'intéresser à la dynamique de l'entière surface de volatilité, d'autres ont préféré s'intéresser à la structure à terme de la volatilité (STV). En utilisant toutes les options à la monnaie, nous n'obtenons plus une surface, mais une évolution en deux dimensions de la volatilité, en fonction de la maturité de l'option. Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéresserons plus en profondeur à ce genre d'étude.

Bollen et Whaley (2004) étudient la section transversale de la surface de volatilité en choisissant un prix d'exercice fixe. Une des formes caractéristiques de cette section transversale est le *smile* (sourire). Depuis la crise de 1987, nous avons observé un changement dans la forme de la cette section transversale. Ils choisissent d'aller observer le comportement de l'offre et de la demande d'options. Ils se concentrent plus particulièrement sur l'impact des pressions - acheteuses et vendeuses - sur la forme de la section transversale. Leurs résultats montrent que les changements dans la section transversales sont directement liés aux pressions acheteuses et vendeuses. Empiriquement, ils découvrent que les changements dans la volatilité implicite des options sur le S&P 500, sont principalement dûs aux pressions acheteuses, sur les options de vente. D'autre part, les changements dans la volatilité implicite des options sur actions, sont principalement dûs à des pressions acheteuses, sur les options d'achats.

Buraschi et Jackwerth (2001), eux, étudient l'impact de ce changement dans la forme de la section transversale sur les modèles d'évaluation d'options. Ils étudient deux types de modèles : les modèles à volatilité déterministe, et ceux à volatilité stochastique. Les modèles à volatilité déterministe sont restrictifs, puisqu'ils ne permettent pas de modéliser la volatilité consciencieusement. Au contraire, les modèles à volatilité stochastique permettent l'introduction de nouveaux facteurs de risque, ce qui permet une meilleure modélisation du risque, et par la même occasion, une meilleure compréhension des diverses sources de risque. Les résultats de l'étude prouvent donc que les modèles à volatilité stochastique sont plus efficaces, grâce à la flexibilité supplémentaire qu'ils apportent.

Les modèles à volatilité stochastique sont plus efficaces, mais certains préfèrent essayer de mettre en place des modèles de prévision de la volatilité, à partir de processus stochastiques. C'est le cas de Jiang et Tian (2005). Ils présentent une méthode sans modèle, pour estimer la volatilité basée sur la méthode présentée par Britten-Jones et Neuberger (2000). Ils étendent la méthode avec des sauts, et la modifie afin de la tester à l'aide de séries de prix historiques. Les résultats montrent que la méthode proposée englobe toute l'information présente dans la volatilité implicite et la volatilité historique. Enfin, cette méthode fournit de meilleures prévisions de la volatilité réalisée future, que le précédent modèle.

Mixon (2007) cherche à montrer le caractère prévisible de la volatilité. Plutôt que d'utiliser une méthode stochastique, il se base sur l'information contenue dans la STV. Il montre que l'information contenue - plus particulièrement la pente - dans la STV permet de prévoir la volatilité réalisée future, et d'expliquer des rendements d'options différents, de ceux suggérés par l'hypothèse de prédiction. Il cherche par la suite à expliquer ces déviations dans les rendements, et en arrive à l'évidence de l'existence d'une prime de volatilité dans les rendements des options, qui serait dynamique à travers le temps.

Chernov (2007) étudie lui aussi l'utilisation de l'information contenue dans la STV pour prévoir la volatilité réalisée future. D'un avis divergent de celui de Mixon (2007), il soumet l'idée selon laquelle l'information contenue dans la volatilité implicite des options à la monnaie, présenterait un biais pour estimer la volatilité réalisée future. Afin de prouver son idée, il extrait les primes de risque de la différence qui existe entre le modèle prévu, et le modèle risque neutre. Ensuite, il cherche à expliquer en quoi les primes de risque amènent des disparités entre la volatilité réalisée, et la volatilité implicite. Enfin, il montre que cette disparité est une fonction de la volatilité au marché (estimée par la volatilité historique). Les résultats de cette étude montrent que la prime de volatilité joue un rôle prépondérant dans les prix des options, et dans l'erreur d'évaluation de la volatilité réalisée future.

Malgré les différentes approches proposées par les différentes études réalisées, un dénominateur commun en ressort. En effet, il semblerait que la prime de volatilité ait une place importante dans l'évaluation d'options. Cependant, c'est une partie de la littérature qui ne reste que peu étudiée. Carr et Wu (2008) proposent une méthodologie unique pour quantifier la prime de risque de variance sur des actifs financiers. Ils utilisent une approche risque neutre pour quantifier cette prime. Ils considèrent un rendement espéré risque neutre - modélisé par le taux du swap de variance - et montrent que celui-ci peut être répliqué par un portefeuille

d'options en particulier. Ensuite, ils supposent que la différence entre la variance réalisée, et le taux du swap de variance synthétique, représente la prime du risque de volatilité. À l'aide de cette méthode, utilisée sur des indices (S&P 500 et Dow Jones) et des actions, ils montrent que la prime de risque de volatilité est, empiriquement, négative.

Comme Carr et Wu (2008) le montrent, la prime de volatilité est négative. Bakshi et Kapadia (2003) ont démontré le même résultat de manière différente. Ils utilisent l'approche d'un portefeuille d'options delta-couvert, en avançant l'idée que, si tous les risques d'un portefeuille sont couverts, il ne reste plus que le risque de volatilité qui peut influencer les rendements de l'option. Les résultats montrent encore une fois que la prime de volatilité est négative, puisque les rendements de la stratégie véga-positive sont significativement négatifs. Ce résultat est encore plus important pour les options à la monnaie. Ainsi, l'analyse que nous proposons de réaliser se veut en ligne avec ces résultats. En effet, nous souhaitons tenter d'expliquer l'existence de cette prime de volatilité par certains facteurs.

Enfin, dans un tout autre registre, Poteshman (2001) propose une étude que l'on pourrait classer dans le domaine de la finance comportementale. Il s'attèle à étudier la réaction des investisseurs du marché des options, aux changements dans la volatilité instantanée de l'actif sous-jacent. Cette étude apporte quelques résultats intéressants. Tout d'abord, elle montre que les investisseurs individuels du marché des options ont tendance à sous-réagir aux changements quotidiens de la volatilité instantanée. Ensuite, ces mêmes investisseurs sur-réagissent à des périodes (plusieurs jours) d'augmentation ou de diminution de la variance instantanée quotidienne. Enfin, ils ont tendance à sous-réagir (sur) à des changements quotidiens dans la variance instantanée, qui sont précédés majoritairement par des changements de signe opposé (identique). En conclusion, cet article montre, encore une fois, l'irrationalité des investisseurs et le biais cognitif dont ils font preuve.

1.2 La volatilité et le rendement des options

Dans cette section, nous nous concentrerons sur les différentes recherches qui ont eu lieu pour comprendre le lien qui existe entre la structure à terme de la volatilité, et la section transversale des rendements d'options sur actions individuelles.

Tout d'abord, Ni (2007) se concentre sur l'explication des rendements d'options sur actions individuelles qui n'offrent pas de date ex-dividende avant l'expiration, entre 1996 et

2005. L'étude démontre plusieurs points. Premièrement, les rendements des options d'achat sont décroissants en K (prix d'exercice) et les rendements des options d'achat hors de la monnaie, sont négatifs. Ces résultats sont en accord avec la théorie de finance comportementale, selon laquelle, les investisseurs cherchent à asymétriser positivement leur distribution de rendements sur des options d'achat.

Toujours dans le but d'expliquer les rendements des options sur actions individuelles, Jones et Shemesh (2000) proposent une étude sur les rendements des options durant la fin de semaine (fermeture du vendredi soir à l'ouverture du lundi matin). Cette étude montre que les rendements sont significativement plus faibles durant les fins de semaine, tant pour des portefeuilles vanilles, que pour des portefeuilles delta-couverts. Au cours de cette étude, les auteurs découvrent aussi l'existence d'un fort effet fin de semaine dans les volatilités implicites, qui persiste, tant pour des options d'achat, que pour des options de vente.

D'autres auteurs se concentrent, plus particulièrement, sur les implications de la prime de volatilité dans l'explication de la section transversale des rendements des options sur actions individuelles. Duarte et Jones (2007) proposent d'utiliser une variante du modèle de Fama-Macbeth. Ils montrent que la prime de volatilité est croissante avec la volatilité globale du marché. Ils en déduisent que cette prime est une compensation pour le risque, qui tient compte des spécifications du contrat, et du niveau de risque de l'actif sous-jacent.

Cao et Han (2009) proposent une approche plus complexe. Ils combinent une approche de delta-couverture du portefeuille d'options et d'analyse des déterminants de la section transversale des rendements du portefeuille d'options. L'étude consiste en un examen de l'écart de rendement qui existe, entre des stratégies d'options d'achat delta-couvertes sur des actions à forte volatilité, et des actions à faible volatilité. Cet écart est significativement positif et supérieur, pour des firmes de petite taille, faible prix, illiquides ou dont l'écart offre-demande est élevé. Cette étude suggère donc, que la prime de volatilité pour des options sur actions individuelles est négative et croissante avec le niveau de volatilité de l'action.

Bali et Hovakimian (2009) vont encore plus loin. Ils proposent d'étudier l'écart entre la volatilité réalisée historique, et la volatilité implicite d'options sur actions individuelles, afin de trouver un lien avec la section transversale des rendements des actions. Bali et Hovakimian (2009) découvrent que l'écart entre la volatilité réalisée historique et la volatilité implicite est un proxy significativement négatif pour la prime de volatilité. Une autre découverte montre

que le risque de saut semble être plus élevé lorsque l'écart de volatilité option d'achat - option de vente est élevé.

Enfin, Goyal et Saretto (2008) proposent une étude similaire à la précédente, mais qui porte sur la section transversale des rendements des options sur actions individuelles. Ils classifient les actions suivant la différence entre la volatilité historique réalisée, et la volatilité implicite des options à la monnaie. À partir de ce classement, ils construisent des portefeuilles déciles avec des stratégies *straddle* et delta-couvertes, pour des options d'achat et des options de vente. Ils montrent qu'une stratégie consistant à acheter le portefeuille dont l'écart de volatilité est important, offre des rendements mensuels statistiquement significatifs.

1.3 Le Modèle de Vasquez (2011)

La dernière étude que nous présenterons sera celle de Vasquez (2011) qui choisit d'étudier la section transversale du rendement des options. Cette étude représentera le fondement de notre étude, c'est pourquoi nous la présenterons de manière plus détaillée.

L'étude porte sur la STV d'options sur actions individuelles. On suppose que la direction de la volatilité court-terme peut être induite de la STV. Donc, de manière générale, la forme de la STV apporte une indication de la direction que va suivre la volatilité court-terme dans le futur. L'idée avancée est alors de classer les options court-terme en fonction de la pente de leur STV. Comme prévu, les résultats montrent, que la pente de la STV est un bon indicateur de prévision pour les rendements futurs des options, pour cinq stratégies de négociation différentes. Ces résultats montrent aussi, que les investisseurs ne tiennent pas totalement compte du caractère de retour vers la moyenne, dans leur estimation de la volatilité.

Par la suite, Vasquez (2011) teste plusieurs modèles afin d'expliquer les rendements des options. Il commence par le modèle de Fama et French (1993), développé par Carhart (1997), avant de chercher à exploiter le modèle de Fama et Macbeth (1973). Il cherche ensuite une relation entre la pente de la STV et certaines caractéristiques. Après avoir voulu expliquer ces rendements, Vasquez (2011) s'attèle à trouver une relation entre la pente de la STV et la volatilité réalisée future. Il effectue une régression linéaire multiple pour trouver une relation. Cependant, toutes ces recherches sont vaines puisqu'aucune découverte statistiquement significative n'est faite.

1.4 Contribution de ce mémoire

Comme introduit précédemment, ce mémoire se veut un apport à l'étude présentée par Vasquez (2011).

Tout d'abord, la période de temps utilisée pour les données s'étend du 4 Janvier 1996 au 30 Juin 2007. Cela ne tient compte pas du tout compte de la période de crise ayant débutée en 2008. Or, durant les dernières années, nous savons que le niveau de volatilité a été élevé. Il serait donc intéressant de tester le modèle sous ces conditions. Nous suggérons donc d'ajouter les données auxquelles nous avons accès, c'est à dire la fin de l'année 2007, et les années 2008, 2009 et 2010. Ainsi, nos résultats viendront soit consolider les résultats avancés par Vasquez (2011), soit les remettre en cause.

Ensuite, au cours de son analyse, Vasquez (2011) n'arrive pas à expliquer les fondements de la prime de volatilité. Il étudie plusieurs variables que sont les grecques, la volatilité historique, la taille de la transaction, le coefficient d'aplatissement historique et le coefficient d'asymétrie historique. Aucune de ces variables ne semble pouvoir expliquer les rendements excédentaires générés par la prime de volatilité. Nous proposons donc d'essayer de trouver un lien entre les coûts liés à la delta-véga couverture du portefeuille d'options et les rendements excédentaires générés par la prime de volatilité.

Chapitre 2

Méthodologie

Dans ce chapitre, nous décrirons les étapes suivies afin de mener à terme l'étude. Dans un premier temps, cette étude consistera en la réplication des résultats de Vasquez (2011). Notre approche sera donc similaire à celle utilisée dans cet article. Ensuite, nous introduirons une variable supplémentaire afin de tenter de comprendre l'existence de la prime de volatilité.

2.1 Traitement des données

Afin de réaliser l'étude, nous avons défini un univers de titres individuels. D'un côté, cet univers se veut de taille suffisamment grande, et avec des volumes transactionnels suffisamment élevés pour ne pas altérer la pertinence de l'étude. De l'autre côté, cet univers se doit de ne pas être trop important afin d'éviter, dans la mesure du possible, les problèmes d'ordre computationnel. Notre choix s'est naturellement porté sur les options des titres de l'indice américain S&P 100. Cependant, cet univers de titres ne permettant pas d'obtenir des résultats significatifs, nous nous sommes alors tourné vers l'indice américain S&P 500. Notre champ d'étude se limitera aux titres constituant cet indice en date du 1^{er} Janvier 2012. De plus, il est important de noter que nous négligeons l'aspect dynamique de la constitution de cet indice boursier.

Les données des options, des actifs sous-jacent, et des taux d'intérêt sans risque que nous utilisons, sont tirées de la base de données *Optionmetrics*. Cette base de données est la plus reconnue pour les données d'options sur les titres et indices américains. Toutes les options que nous utilisons sont de type américain. Pour chaque côte d'options, nous obtenons les informations suivantes : prix offert et prix demandé, les *open interest* (positions ouvertes), le

volume de négociation quotidien, la volatilité implicite, et les grecques. La volatilité implicite, ainsi que les grecques, sont calculés suivant le modèle binomial proposé par John C. Cox et Rubinstein (1979). Enfin, dans le but d'étendre l'étude effectuée par Vasquez (2011), nous avons choisi d'étudier la période débutant le 4 Janvier 1996 et prenant fin le 30 Octobre 2010. L'allongement de la plage de données se veut un moyen de vérifier la robustesse des résultats de Vasquez (2011) en période de crise. Donc, nous utilisons l'étendue de données disponibles dans la base de données *Optionmetrics*.

2.1.1 Filtration

En ce qui concerne la filtration des données, nous utilisons une approche semblable à celle de Vasquez (2011) et celle de Goyal et Saretto (2008).

Premièrement, nous éliminons toutes les données d'options dont la maturité est supérieure à 380 jours (approximativement un an). En effet, nous le présenterons plus loin, la stratégie s'intéresse uniquement aux options dont la maturité est inférieure ou égale à un an.

Deuxièmement, nous éliminons les options dont la volatilité implicite est inférieure à 3 %. À des fins de précision, la volatilité implicite d'une option est calculée comme étant la moyenne de la volatilité implicite de l'option d'achat et de l'option de vente. Toutes les options dont la volatilité implicite est supérieure à 200 % sont aussi éliminées. Cette contrainte est appliquée dans le but de coller au mieux aux hypothèses de Vasquez (2011). Cette hypothèse semble restrictive et quelque peu contre intuitive avec le but de l'étude. Après l'avoir testée, il s'avère que les résultats obtenus, avec ou sans cette contrainte, sont relativement similaires. Cela s'explique par le fait qu'il existe très peu d'options dont la volatilité implicite est supérieure à 200 %. L'impact de l'introduction de ces options dans la stratégie est donc marginal.

Nous éliminons aussi toutes les options qui correspondent à des erreurs de marché. Par erreur de marché, nous entendons les options dont le prix offert est supérieur au prix demandé. Celles dont, soit le prix offert, soit le prix demandé est nul, sont aussi supprimées. Enfin, nous ne prenons pas en considération les options dont l'écart prix offert - prix demandé est inférieur à une unité de fluctuation. Une unité de fluctuation s'élève à 0,05\$ pour les options dont le prix est de 3\$ et moins. Elle s'élève à 0,10\$ pour les autres options.

Ensuite, dans un souci de réalisme et surtout de pertinence des résultats, nous ne tenons pas compte des options dont la maturité est un mois pour lesquelles le volume et l'*open interest* sont nuls. Nous définissons les options de maturité un mois comme étant les options dont le nombre de jours à maturité, est compris entre 28 et 32. Ce filtre est moins restrictif que celui de Vasquez (2011) qui élimine les données si le volume ou l'*open interest*, sont nuls.

Après avoir appliqué le filtre de Vasquez (2011), nous nous sommes aperçus que certains mois de données étaient absents. Ce problème est un problème de données puisque, l'*open interest* des jours de transaction, de ces mois, est nul pour toutes les options. C'est pourquoi nous avons décidé de relaxer quelque peu cette contrainte. Enfin, ce filtre ne s'applique pas aux options de maturité supérieures puisque nous ne les transigeons pas.

Toujours dans la même idée de garder des options qui peuvent être transigées, nous appliquons un second filtre. Si le prix offert et le prix demandé d'une option sont égaux au prix offert et au prix demandé de la veille, alors l'option est éliminée de la base de données. Dans le cas où le jour précédent serait un jour férié, cette condition n'est pas appliquée et toutes les options sont conservées.

Dans le but d'éviter les considérations d'arbitrage possible, nous ne tenons pas compte des options dont le prix ne satisfait pas aux bornes d'arbitrage des options américaines. Cela signifie que nous supprimons les données correspondant aux options d'achat dont le prix ne se situe pas entre les bornes $[S - K, S]$. Nous supprimons aussi les options de vente dont le prix ne se situe pas entre les bornes $[K - S, S]$. Nous notons S le prix de l'actif sous-jacent à l'option et K le prix d'exercice de l'option.

Comme nous ne traitons que les options les plus proches de la monnaie, nous filtrons les données en fonction de leur degré de *moneyness* (mesure de l'écart entre le prix de l'actif sous-jacent et le prix d'exercice de l'option, $moneyness = \frac{S}{K}$). Nous conservons uniquement les données dont la *moneyness* est comprise entre 0,95 et 1,05.

Enfin, nous appliquons deux filtres mensuels supplémentaires. Le premier consiste à vérifier que le prix de l'actif sous-jacent est supérieur à 5\$ à chaque date de transaction. Si ce n'est pas le cas, l'option est alors éliminée pour le mois en cours. Ensuite, nous vérifions que l'hypothèse prédictive de la structure à terme de la volatilité est respectée. Donc, nous conservons uniquement les options dont le signe de $VI_{LT} - VI_{1M}$ et $VH - VI_{1M}$ est le même. La volatilité implicite de long terme est celle de l'option disponible, dont le nombre de jours à maturité est le plus grand, tout en étant inférieur à un an.

2.1.2 Autres considérations

Nous présenterons dans cette sous-section plusieurs hypothèses sous-jacentes à nos calculs.

Tout d'abord, les données concernant les actifs sous-jacents disponibles dans la base de données *OptionMetrics* ne débutent qu'en 1996. Cela pose un problème dans la mesure où les variables historiques telles que la volatilité, le coefficient d'asymétrie (*skewness*), et le

coefficient d'aplatissement (*kurtosis*) ne sont pas fournis. Nous étudions ces variables sur un historique d'un an. Donc, la situation optimale aurait été d'obtenir les données des actifs sous-jacents pour l'année 1995 : elles sont disponibles autre part (CRSP). Cela étant impossible, pour l'année 1996, nous avons décidé de calculer ces variables avec le maximum de données disponibles. Par exemple, les données du 1^{er} janvier 1996 au 30 Juin 1996 sont exploitées pour calculer ces variables historiques en date du 30 Juin 1996. À partir de 1997, les variables sont calculées normalement, c'est à dire sur une période de un an.

Ensuite, les grecques fournies par *OptionMetrics* sont calculées selon le modèle de John C. Cox et Rubinstein (1979), ce qui peut mener à des différences significatives entre les gammas et végas des options d'achat et des options de vente. Ces différences n'ont pas lieu d'être et pour les ajuster, nous recalculons les gammas et végas des options comme étant la moyenne des gammas et végas des options de vente et d'achat de mêmes caractéristiques.

Enfin, nous allons présenter la manière dont nous calculons les différentes variables utilisées par la suite.

Nous calculons la pente de la structure à terme de la volatilité de la même façon que le propose Vasquez (2011). La pente de la structure à terme de la volatilité est donc estimée par la différence entre la volatilité implicite de long terme, et la volatilité implicite à un mois. La volatilité implicite de long terme est celle de l'option disponible, dont le nombre de jours à maturité est le plus grand, tout en étant inférieur à un an. L'écart de volatilité entre les options de vente et les options d'achat de maturité un mois, est la différence entre la volatilité implicite de ces options, avant l'ajustement que nous avons proposé plus haut. L'écart *bid to mid* des options de maturité un mois à la monnaie est calculé de la manière suivante : $\frac{1}{2^2} \left(\frac{c^{ask} - c^{bid}}{c} + \frac{p^{ask} - p^{bid}}{p} \right)$ où c et p sont, respectivement, une option d'achat et une option de vente. L'écart *bid to mid*, calculé de la sorte, s'interprète comme la différence moyenne entre le prix demandé et le prix offert, en pourcentage du prix milieu. La prime de risque de variance (PRV) est estimée comme la différence entre la volatilité historique et la volatilité implicite des options de maturité un mois ($VH - VI_{1M}$). La volatilité future (VF) est calculée comme l'écart-type des log-rendements de l'actif sous-jacent sur la durée de vie de l'option. La prime de risque de volatilité réalisée est alors calculée comme la différence entre la volatilité future et la volatilité implicite des options de maturité un mois. Enfin, la taille des options est calculée comme la somme de l'*open interest* des options d'achat et des options de vente multiplié par leurs prix respectifs. La taille des options est exprimée en milliers de dollars.

2.2 Définition des stratégies d'options

Le marché des produits dérivés est un marché plus complexe que le marché des actions ou indices. Cette complexité vient du nombre de variables présentes dans les spécifications de ces contrats. Les investisseurs ont alors à choisir entre plusieurs paramètres pour le produit qu'ils souhaitent transiger. Dans le cadre des options, en plus de choisir l'actif sous-jacent sur lequel le contrat va porter, ils doivent aussi choisir la date d'échéance et le prix d'exercice de l'option. Ces variables rendent le choix plus difficile, mais elles permettent aussi de construire des stratégies qui correspondent mieux aux anticipations de l'investisseur.

Plusieurs problèmes viennent se poser lorsque l'on travaille avec des options sur actions individuelles. Tout d'abord, bien que nous travaillons sur les cinq cent plus grandes capitalisations boursières aux États-Unis, nous sommes exposés à un risque de liquidité. En effet, comme le nombre d'options sur un seul et unique titre est grand, il ne faut pas exclure la possibilité de ne pas trouver d'acheteur ou de vendeur du contrat particulier, que nous avons choisi. De plus, en construisant des stratégies de négociation complexes, qui utilisent un nombre élevé de contrats différents, nous nous exposons à des frais de transactions élevés, mais aussi à un problème de disponibilité des contrats. C'est pourquoi, nous étudierons les mêmes stratégies que Vasquez (2011) en y ajoutant le *strangle* qui pose peu de problèmes de disponibilité ou de liquidité des options. Les stratégies que nous étudions restent relativement simples, tout en apportant l'avantage de pouvoir être modulables.

Dans le but de pouvoir comparer nos résultats avec ceux de Vasquez, nous utiliserons les mêmes fréquences de calculs des rendements, c'est à dire des fréquences mensuelles. De plus, pour éviter le problème des frais de transactions et de l'écart de prix *bid-ask* (offert-demandé), les options acquises sont détenues jusqu'à leur maturité. Nous implantons une stratégie de négociation à coût nul. Nous empruntons un dollar au taux sans risque pour acheter une option. À la maturité de l'option, l'emprunt plus ses intérêts dûs sont rendus, et le profit de l'option est perçu.

2.2.1 Options vanilles

Cette stratégie est la plus basique qui soit. Elle consiste simplement à acquérir une option d'achat ou une option de vente. C'est la plus risquée des stratégies d'options qui peuvent exister. Suivant la stratégie à coût nul que nous avons mise en place, les rendements au

temps t de la stratégie sont les suivants :

$$r_{t,T}^{achat} = \frac{\max(S_T - K, 0)}{c_t} - R_{t,T}^f \quad (2.1)$$

$$r_{t,T}^{vente} = \frac{\max(K - S_T, 0)}{p_t} - R_{t,T}^f \quad (2.2)$$

où :

- c_t et p_t correspondent à la moyenne des prix offerts et demandés, au temps t , respectivement pour les options d'achat et les options de vente
- $R_{t,T}^f$ est la valeur capitalisée entre les temps t et T d'un dollar soit : $R_{t,T}^f = e^{r_{t,T}^f(\frac{T-t}{360})}$ où $r_{t,T}^f$ est le taux sans risque sur cette période
- S_T est le prix de l'actif sous-jacent à la date de maturité T
- K est le prix d'exercice de l'option

2.2.2 Straddle

Un *straddle* est une stratégie de négociation d'options utilisée, par les investisseurs, qui anticipent une période de volatilité élevée dans les rendements de l'actif sous-jacent. Cette stratégie consiste à acheter une option d'achat et une option de vente de prix d'exercices égaux, simultanément. Dans le cadre de notre étude, cette stratégie présente un avantage indéniable. En effet, comme nous ne travaillons qu'avec des options à la monnaie, peu importe le mouvement du prix de l'actif sous-jacent, notre stratégie offrira un flux monétaire positif. Cependant, et c'est là le plus important, cela ne signifie pas que notre stratégie sera profitable dans cent pour cent des cas. Le coût d'entrée dans la stratégie est élevé : achat d'une option d'achat et d'une option de vente. En réalité, une stratégie *straddle* n'est profitable, que lorsque la volatilité réalisée est plus grande que la volatilité prévue par les investisseurs. Les actions dont la pente de la structure à terme de la volatilité est positive satisfont cette condition. Pour calculer le rendement de cette stratégie, nous pouvons utiliser les résultats précédents. En effet, le rendement d'une stratégie *straddle* n'est autre que la moyenne des rendements des stratégies d'option d'achat et d'option de vente vanille. Donc :

$$r_{t,T}^{straddle} = \frac{|S_T - K|}{c_t + p_t} - R_{t,T}^f \quad (2.3)$$

2.2.3 Option delta-couverte

Cette stratégie de négociation est plus sophistiquée que les précédentes puisqu'elle utilise le concept du delta d'une option. Le delta d'une option est la dérivée première du prix de l'option par rapport au prix de l'actif sous-jacent. C'est le taux de changement du prix de l'option par rapport au changement dans le prix de l'actif sous-jacent. Une stratégie delta-couverte consiste à vendre une option, et à acheter delta unités de l'actif sous-jacent pour couvrir le portefeuille, contre de faibles variations dans le prix de l'actif sous-jacent. Donc, le rendement de ce type de stratégie s'exprime comme la combinaison de rendements d'achat de delta unités de l'actif sous-jacent, et la vente d'une unité de l'option.

En ce qui concerne les options d'achat, partons de la définition de la valeur d'un call :

$$c = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \quad (2.4)$$

Donc le coût d'achat initial d'un portefeuille constitué d'une option d'achat delta couverte est :

$$c - \Delta S = -Ke^{-rT}N(d_2) \quad (2.5)$$

Le coût d'achat est négatif. Le flux monétaire reçu est déposé dans un compte sans risque au taux r_f .

Le rendement brut d'une telle stratégie s'exprime comme suit :

$$\frac{\max(S_T - K, 0) - \Delta S_T}{|c - \Delta S_t|} = -\frac{\Delta S_T - \max(S_T - K, 0)}{|\Delta S_t - c|} \quad (2.6)$$

Donc le rendement net, une fois le dépôt dans le compte sans risque pris en compte est :

$$r_T^{\Delta\text{-couvert-achat}} = -\frac{S_T \Delta_t^c - \max(S_T - K, 0)}{S_t \Delta_t^c - c_t} + R_{t,T}^f \quad (2.7)$$

Nous procédons de la même manière avec les options de vente. La valeur d'une option de vente s'exprime comme suit :

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (2.8)$$

Le coût initial de la stratégie d'option de vente delta couverte est :

$$p - \Delta_p S = p + SN(-d_1) = Ke^{-rT}N(-d_2) \quad (2.9)$$

Le coût d'achat est alors positif. On emprunte au taux sans risque pour financer l'achat. Le rendement net de la stratégie est alors :

$$\begin{aligned} r_T^{\Delta\text{-couvert-vente}} &= \frac{\max(K - S_T, 0) - S_T \Delta_t^p}{p_t - S_t \Delta_t^p} - R_{t,T}^f \\ &= \frac{S_T \Delta_t^p - \max(K - S_T, 0)}{S_t \Delta_t^p - p_t} - R_{t,T}^f \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2.4 Strangle

Un *strangle* est une stratégie de négociation d'options très proche du *straddle*. La différence entre les deux stratégies vient du fait que les options acquises se situent hors de la monnaie. De plus, l'option d'achat et l'option de vente n'ont pas le même prix d'exercice. De manière générale, les prix d'exercices des deux options encadrent symétriquement, le prix courant de l'actif sous-jacent. Enfin, le prix d'exercice de l'option de vente doit être inférieur au prix d'exercice de l'option d'achat. C'est aussi une stratégie utilisée par les investisseurs anticipant un fort niveau de volatilité. Le coût d'acquisition d'une telle stratégie est inférieur au coût d'acquisition d'un *straddle*, puisque les options transigées se situent hors de la monnaie. Cependant, le risque d'un *strangle* est plus élevé car il existe un écart entre les prix d'exercice, ce qui signifie que le niveau de volatilité doit être plus important que pour un *straddle*. Ce type de stratégie ne sera profitable que lorsque le prix de l'actif sous-jacent sera à l'extérieur des bornes : $[K_1 - (c_t + p_t); K_2 + (c_t + p_t)]$. Le calcul du rendement d'un *strangle* est similaire à celui d'un *straddle* :

$$r_{t,T}^{\text{strangle}} = \frac{\max(S_T - K_2, 0) + \max(K_1 - S_T, 0)}{c_t + p_t} - R_{t,T}^f \quad (2.11)$$

où :

- K_1 est le prix d'exercice de l'option de vente p_t
- K_2 est le prix d'exercice de l'option d'achat c_t

Dans le cadre de notre étude, nous choisirons les prix d'exercice K_1 et K_2 les plus proches du prix de l'actif sous-jacent, au sein de l'univers d'options disponibles.

2.3 Construction des portefeuilles d'options

Dans cette section, nous présenterons, de manière détaillée, la stratégie de négociation proposée par Vasquez (2011) que nous avons reproduite.

Cette stratégie est basée sur la pente de la structure à terme de la volatilité telle que nous l'avons définie plus tôt. Elle est négociée sur une base mensuelle. La première étape consiste à sélectionner les options disponibles pour chaque mois de la période étudiée. Les options sont transigées le deuxième jour ouvrable suivant l'expiration des options précédentes (le samedi suivant le troisième vendredi du mois (website)), en général un mardi. Si ce jour est férié, les options sont transigées le jour ouvrable suivant, en général un mercredi.

Les options sélectionnées sont alors classées en fonction de la pente de leur structure à terme de volatilité. Nous formons ensuite des portefeuilles déciles à partir de ce classement. Les dix pour cent d'options, dont la pente de la structure à terme de volatilité est la plus faible, constituent le portefeuille P1. Symétriquement, les dix pour cent d'options, dont la pente de la structure à terme de la volatilité est la plus haute, constituent le portefeuille P10. Lors de la construction des portefeuilles, si le nombre d'options par portefeuille n'est pas un entier, nous formons les portefeuilles P1 à P4, et P7 à P10, avec la partie entière du nombre d'options. Les portefeuilles P5 et P6 sont alors formés d'un nombre plus important d'options. Par exemple, s'il y a 123 options disponibles à la négociation, il devrait y avoir 12,3 options par portefeuille. Les portefeuilles P1 à P4 et P7 à P10 seront alors formés de 12 options. Le portefeuille P5 sera formé de 14 options et P6 de 13 options. Nous décidons d'ajouter les options 'en trop' aux portefeuilles centraux car, nous étudierons plus particulièrement les portefeuilles extrêmes P1 et P10.

Le poids de chacune des options dans les différents portefeuilles est défini par la valeur absolue de la pente de sa structure à terme de volatilité. Le poids du titre k , dans un portefeuille de n options, est déterminé de la manière suivante :

$$\text{poids}_k = \frac{| \text{pente}_k |}{\sum_{i=1}^n | \text{pente}_i |} \quad (2.12)$$

Nous calculons alors le rendement, ainsi qu'une série de statistiques à partir de cette pondération. Enfin, nous nous intéressons plus particulièrement à la stratégie consistant à acheter le portefeuille P10 (pente de la structure à terme de la volatilité la plus élevée) et à vendre le portefeuille P1 (pente de la structure à terme de la volatilité la plus faible). Les résultats, pour chacune des six stratégies, seront présentés au chapitre suivant.

2.4 Coûts de delta-véga couverture

Un des apports de ce mémoire réside, dans l'introduction d'une variable supplémentaire au modèle de tableau à double classification, proposé par Vasquez (2011). Cette variable est le coût de delta-véga couverture de l'option ou du portefeuille d'options.

Les stratégies de delta couverture sont simples à mettre en place, et les actifs à utiliser pour les réaliser sont bien définis, puisqu'il s'agit d'intégrer l'actif sous-jacent au portefeuille. Dans le cadre d'une stratégie de véga couverture, il est nécessaire d'inclure une option différente dans le portefeuille. Cependant, le choix de cette option est laissé libre, puisque toutes les options possèdent un véga positif.

Nous avons décidé d'étudier deux cas différents. Dans les deux cas, les options qui servent à véga couvrir le portefeuille sont de caractéristiques identiques aux options constituant le portefeuille. La seule caractéristique que nous modifions est la maturité, que nous prendrons plus longue. Dans le premier cas, nous choisirons l'option, correspondante à celle de la stratégie, dont la maturité est la plus courte disponible (en général 2 mois). Dans le deuxième cas, nous choisirons l'option, correspondante à celle de la stratégie, dont la maturité est la plus longue, dans les options disponibles de maturité inférieure à un an.

De manière générale, nous définissons les coûts de delta-véga couverture comme la différence entre les flux monétaires à l'échéance, du portefeuille non couvert, et les flux monétaires à l'échéance, du portefeuille delta-véga couvert. Pour être plus précis, nous étudions les coûts de delta-véga couverture ex-post. Donc, nous définissons les coûts de couverture comme la gain (la perte), à l'échéance, engendré par la couverture du portefeuille. Nous décrivons, maintenant, la définition exacte de ces coûts pour chacune des stratégies proposées.

2.4.1 Options vanilles

Nous commencerons par étudier cette stratégie, car c'est la plus simple à delta-véga couvrir, et nous présenterons la démarche à suivre pour delta-véga couvrir le portefeuille. Dans les sections suivantes, nous présenterons uniquement les résultats de la delta-véga couverture.

Dans un premier temps, nous allons véga couvrir le portefeuille. En effet, la véga couverture implique le recours à une option supplémentaire, ce qui viendra affecter le delta du portefeuille. Au contraire, la delta couverture implique le recours à une certaine quantité de l'actif sous-jacent, qui ne viendra pas affecter le véga du portefeuille. Il est donc plus approprié de commencer par véga couvrir le portefeuille.

Le portefeuille véga couvert se présente comme suit :

$$op_{1,t} - \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} op_{2,t} \quad (2.13)$$

Le delta de ce portefeuille est le suivant :

$$\Delta_{1,t} - \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} \quad (2.14)$$

Ce qui nous permet alors de delta couvrir le portefeuille de la manière suivante :

$$op_{1,t} - \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} op_{2,t} + \left(\frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_{1,t} \right) S_t \quad (2.15)$$

où :

- $op_{1,t}$ est l'option vanille à couvrir au temps t
- $op_{2,t}$ est l'option vanille de mêmes caractéristiques que $op_{1,t}$, mais avec une maturité plus longue
- $v_{1,t}$ et $v_{2,t}$ sont les végas respectifs de $op_{1,t}$ et $op_{2,t}$
- $\Delta_{1,t}$ et $\Delta_{2,t}$ sont les deltas respectifs de $op_{1,t}$ et $op_{2,t}$

Ce portefeuille est le portefeuille delta-véga couvert d'une stratégie option vanille. Nous en déduisons alors que les coûts ex-post de la delta-véga couverture sont les suivants :

$$\begin{aligned} \text{coûts} &= \Pi_T^{\text{op}} - \Pi_T^{\text{op-couvert}} \\ &= \Pi_T^{\text{op}} - \left[\Pi_T^{\text{op}} - \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} op_{2,T} + \left(\frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_{1,t} \right) S_T \right] \\ &= \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} op_{2,T} + \left(\Delta_{1,t} - \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} \right) S_T \end{aligned} \quad (2.16)$$

où :

- Π_T^{op} est le flux monétaire final du portefeuille non couvert
- $\Pi_T^{\text{op-couvert}}$ est le flux monétaire final du portefeuille couvert

Et, le rendement du portefeuille delta-véga couvert s'exprime de la manière suivante :

$$r_T^{\Delta-v\text{-couvert-achat}} = \frac{\max(S_T - K, 0) - \frac{v_t^c}{v_{2,t}} op_{2,T} + \left(\frac{v_t^c}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^c \right) S_T}{c_t - \frac{v_t^c}{v_{2,t}} op_{2,t} + \left(\frac{v_t^c}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^c \right) S_t} - R_{t,T}^f \quad (2.17)$$

$$r_T^{\Delta-v\text{-couvert-vente}} = \frac{\max(K - S_T, 0) - \frac{v_t^p}{v_{2,t}} op_{2,T} + \left(\frac{v_t^p}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^p \right) S_T}{p_t - \frac{v_t^p}{v_{2,t}} op_{2,t} + \left(\frac{v_t^p}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^p \right) S_t} - R_{t,T}^f \quad (2.18)$$

2.4.2 Straddle

Pour une stratégie *straddle* le portefeuille delta-véga couvert est le suivant :

$$(c_{1,t} + p_{1,t}) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,t} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_t \quad (2.19)$$

où :

- $op_{2,t}$ est une option d'achat ou de vente, au temps t , qui permet de véga couvrir le portefeuille
- $v_{2,t}^{op}$ est le véga de l'option $op_{2,t}$
- $v_{1,t}^p$ et $v_{1,t}^c$ sont les végas respectifs des options de vente et d'achat qui composent la stratégie
- $\Delta_{1,t}^p$ et $\Delta_{1,t}^c$ sont les végas respectifs des options de vente et d'achat qui composent la stratégie

Alors, les coûts de delta-véga couverture sont les suivants :

$$\begin{aligned} \text{coûts} &= \Pi_T^{\text{straddle}} - \Pi_T^{\text{straddle-couvert}} \\ &= \Pi_T^{\text{straddle}} - \left[\Pi_T^{\text{straddle}} - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,T} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_T \right] \\ &= \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,T} + \left((\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} \right) S_T \end{aligned} \quad (2.20)$$

Cette stratégie implique une option d'achat et une option de vente. Or, comme le montre notre calcul du coût de delta-véga couverture, nous n'avons besoin que d'une option pour couvrir notre portefeuille. Nous établissons alors un critère strict. Entre l'option d'achat et l'option de vente disponibles, nous choisirons celle dont le prix est le plus faible. Le rendement du portefeuille delta-véga couvert s'exprime :

$$r_T^{\Delta-v-couvert} = \frac{|S_T - K| - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,T} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_T}{(c_{1,t} + p_{1,t}) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,t} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_t} - R_{t,T}^f \quad (2.21)$$

2.4.3 Options delta couvertes

Le portefeuille delta-véga couvert, d'une option delta couverte, est similaire à celui d'une option vanille. Dans notre cas, une différence existe, car le portefeuille delta couvert consiste en une position courte dans l'option, et une position longue de delta actif sous-jacent. De plus, les coûts de delta-véga couverture sont différents entre les deux stratégies. L'option vanille n'est pas du tout couverte, alors que l'option delta couverte est déjà en partie delta-véga couverte. Ainsi, les coûts de delta-véga couverture seront moins importants pour une option delta couverte, que pour une option vanille. Rappelons la constitution du portefeuille delta-véga couvert :

$$(\Delta_{1,t} S_t - op_{1,t}) + \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} (op_{2,t} - \Delta_{2,t} S_t) \quad (2.22)$$

Ainsi les coûts de delta-véga couverture sont :

$$\begin{aligned} \text{coûts} &= \Pi_T^{\text{delta-couvert}} - \Pi_T^{\text{delta-véga-couvert}} \\ &= \Pi_T^{\text{delta-couvert}} - \left[\Pi_T^{\text{delta-couvert}} + \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} (op_{2,t} - \Delta_{2,t} S_t) \right] \\ &= \frac{v_{1,t}}{v_{2,t}} (\Delta_{2,t} S_T - op_{2,T}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Et les rendements des portefeuilles delta-véga couvert sont calculés comme suit :

$$r_T^{\Delta-v-couvert-achat} = - \frac{\max(S_T - K, 0) - \frac{v_t^c}{v_{2,t}} op_{2,T} + \left(\frac{v_t^c}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^c \right) S_T}{c_t - \frac{v_t^c}{v_{2,t}} op_{2,t} + \left(\frac{v_t^c}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^c \right) S_t} + R_{t,T}^f \quad (2.24)$$

$$r_T^{\Delta-v-couvert-vente} = \frac{\max(K - S_T, 0) - \frac{v_t^p}{v_{2,t}} op_{2,T} + \left(\frac{v_t^p}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^p \right) S_T}{p_t - \frac{v_t^p}{v_{2,t}} op_{2,t} + \left(\frac{v_t^p}{v_{2,t}} \Delta_{2,t} - \Delta_t^p \right) S_t} - R_{t,T}^f \quad (2.25)$$

2.4.4 Strangle

Le portefeuille delta-véga couvert d'une stratégie *strangle* est le même que pour une stratégie *straddle*. La seule différence vient du fait que, le véga de l'option d'achat et de l'option de vente, ne sont pas égaux. Le portefeuille delta-véga couvert d'un *strangle* s'exprime alors :

$$(c_{1,t} + p_{1,t}) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,t} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_t \quad (2.26)$$

Tout comme pour le *straddle*, les coûts de delta-véga couverture s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \text{coûts} &= \Pi_T^{\text{strangle}} - \Pi_T^{\text{strangle-couvert}} \\ &= \Pi_T^{\text{strangle}} - \left[\Pi_T^{\text{strangle}} - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,T} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_T \right] \\ &= \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,T} + \left((\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} \right) S_T \end{aligned} \quad (2.27)$$

Le rendement d'un tel portefeuille s'exprime alors :

$$\begin{aligned} r_T^{\Delta-v-couvert} &= \frac{(max(S_T - K_2, 0) + max(K_1 - S_T, 0)) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,T}}{(c_{1,t} + p_{1,t}) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,t} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_t} \\ &\quad + \frac{\left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_T}{(c_{1,t} + p_{1,t}) - \frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} op_{2,t} + \left(\frac{v_{1,t}^p + v_{1,t}^c}{v_{2,t}^{op}} \Delta_{2,t}^{op} - (\Delta_{1,t}^c + \Delta_{1,t}^p) \right) S_t} - R_{t,T}^f \end{aligned} \quad (2.28)$$

Afin d'appliquer ce type de couverture, nous devons sélectionner une option qui permettra de véga couvrir le portefeuille. Nous conservons notre calcul des coûts de couverture avec une option de maturité faible et une option de maturité longue. Dans chacun de ces deux cas, nous sélectionnons celle qui, de l'option d'achat ou de l'option de vente, à la monnaie, a le prix le moins élevé.

2.5 Pente de la structure à terme de la volatilité et certaines caractéristiques

Dans cette section, nous expliquerons le modèle à double classification proposé par Vasquez (2011), afin de l'appliquer à plusieurs variables, dont les coûts de delta-véga couverture, que nous venons de présenter.

L'objectif de cette méthode de double classification, est d'étudier la prime de la pente de la structure à terme de la volatilité, pour chacun des cinq niveaux de la caractéristique en question. Afin de parvenir à cela, nous sélectionnons les options disponibles à être transigée pour chacun des mois de transaction.

Nous commençons par classer toutes ces options en fonction de la caractéristique. Les différentes caractéristiques que nous étudierons sont les suivantes : la volatilité historique (VH), le coefficient d'asymétrie historique (Skew H), le coefficient d'aplatissement historique (Kurt H), la prime de risque de variance (PRV), l'écart *bid to mid*, la taille des options (taille \$), les grecques (delta, gamma et véga) ainsi que les coûts de delta-véga couverture de court et de long terme. De ce classement, nous constituons des quintiles. Le portefeuille 1 est celui formé d'options avec de faibles valeurs de la caractéristique. Le portefeuille 5 est formé d'options avec d'importantes valeurs de la caractéristique.

Ensuite, pour chacun des quintiles formés, nous classons les options qui les constituent en fonction de la pente de leur structure à terme de la volatilité. De ce classement, nous formons des quintiles. Le portefeuille 1 est celui avec une faible pente de la structure à terme de la volatilité. Le portefeuille 5 est celui avec une pente de la structure à terme de la volatilité élevée.

Enfin, nous calculons le rendement moyen équipondéré pour chacun des niveaux de la pente de la structure à terme de la volatilité, sans tenir compte du niveau de la caractéristique. Par exemple, pour le portefeuille 1 (pente de la structure à terme de la volatilité faible), nous calculons le rendement moyen du portefeuille constitué des cinq portefeuilles 1 formés.

Cette double classification nous permet alors, d'étudier la persistance de l'effet de la pente de la structure à terme de la volatilité, à travers différents niveaux de chacune des caractéristiques. Les résultats de cette étude sont présentés au chapitre suivant.

Chapitre 3

Analyse des Résultats

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats de notre étude. Dans un premier temps, nous comparerons nos résultats à ceux présentés dans l'article de Vasquez (2011), et analyserons les résultats de la stratégie ajoutée, le *strangle*. Ensuite, nous commenterons les résultats de la stratégie, après élargissement de l'horizon temporel à la dernière crise financière. Enfin, nous présenterons les résultats de la double classification, afin de comprendre le lien entre les coûts de delta-véga couverture et la prime de volatilité.

3.1 Caractéristiques des portefeuilles

Les tables 3.1 et 3.2 présentent la moyenne de certaines caractéristiques pour chacun des dix portefeuilles, construits en fonction de la pente de la structure à terme de la volatilité. La table 3.1 présente les résultats de notre étude et la table 3.2, les résultats de l'étude de Vasquez (2011). Les différentes caractéristiques que nous avons inclus sont : la pente de la structure à terme de la volatilité, la volatilité implicite des options à la monnaie de maturité un mois (VI_{1M}), la volatilité implicite des options à la monnaie de maturité la plus longue disponible (IV_{LT}), l'écart de volatilité implicite entre la volatilité des options de vente et des options d'achat à la monnaie, l'écart *bid to mid*, le prix de l'actif sous-jacent, la volatilité historique (VH), le coefficient d'asymétrie historique (Skew H), le coefficient d'aplatissement historique (Kurt H), la prime de risque de variance (PRV), la volatilité future (VF), la prime de risque de variance réalisée (PRV réalisée), la taille des options, le nombre de jours à maturité des options utilisées pour la volatilité implicite de long terme, et les grecques.

Les résultats que nous obtenons sont similaires à ceux présentés par Vasquez (2011).

Deciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Variables de la Volatilité Implicite										
pente de la STV	-0.060	-0.031	-0.020	-0.014	-0.008	-0.003	0.002	0.007	0.016	0.039
VI_{1M}	0.501	0.399	0.368	0.351	0.333	0.326	0.318	0.322	0.320	0.362
VI_{LT}	0.441	0.368	0.347	0.337	0.325	0.323	0.320	0.329	0.335	0.400
Écart de Volatilité	0.009	0.006	0.007	0.006	0.006	0.006	0.007	0.008	0.009	0.013
Bid to Mid	0.074	0.082	0.086	0.085	0.084	0.083	0.085	0.083	0.088	0.085
Caractéristiques des rendements du titre										
Prix	38.3	42.0	44.9	46.3	47.7	48.6	47.2	47.4	45.8	41.3
VH	0.375	0.320	0.307	0.300	0.298	0.299	0.304	0.341	0.356	0.420
Skew H	0.080	0.064	0.080	0.075	0.056	0.060	0.057	0.042	0.078	0.049
Kurt H	5.446	5.063	5.226	5.175	5.278	5.331	5.717	5.888	5.869	5.955
PRV	-0.126	-0.079	-0.061	-0.051	-0.035	-0.027	-0.013	0.019	0.037	0.058
VF	0.389	0.317	0.305	0.295	0.290	0.282	0.278	0.303	0.300	0.356
PRV réalisée	-0.113	-0.082	-0.063	-0.056	-0.043	-0.044	-0.039	-0.018	-0.020	-0.006
Caractéristiques de l'option										
Taille \$	9190	6632	5604	5886	5065	5311	5149	6420	6341	7820
Jours à maturité VI_{LT}	78	73	71	71	68	68	69	70	70	72
Delta option d'achat	0.551	0.557	0.552	0.544	0.538	0.527	0.517	0.520	0.507	0.507
Delta option de vente	-0.452	-0.448	-0.454	-0.462	-0.469	-0.481	-0.491	-0.489	-0.502	-0.501
Gamma	0.107	0.114	0.117	0.118	0.120	0.122	0.129	0.128	0.136	0.141
Véga	3.9	4.2	4.5	4.7	4.8	4.9	4.8	4.8	4.6	4.2

TABLE 3.1 – Caractéristiques des portefeuilles transigés (1996 - 2007)

Dans cette table, aucune des variables n'est présentée en pourcentage. Les variables sont calculées de la manière présentée dans la section 2.1. La pente de la STV est la différence entre la volatilité implicite des options à la monnaie de maturité un mois (VI_{1M}), et les la volatilité implicite des options à la monnaie de maturité la plus longue, inférieure à un an (VI_{LT}). L'écart de volatilité est la différence entre les VI_{1M} des options d'achat et des options de vente. Le bid to mid est calculée de la manière suivante : $\frac{1}{2^2} \left(\frac{c^{ask} - c^{bid}}{c} + \frac{p^{ask} - p^{bid}}{p} \right)$. C'est la différence moyenne entre le prix demandé et le prix milieux, en pourcentage. Nous présentons aussi le prix, la volatilité historique (VH), le coefficient d'asymétrie historique (Skew H) et le coefficient d'aplatissement historique (Kurt H). La prime de risque de variance (PRV) est estimée comme la différence entre la volatilité historique et la volatilité implicite des options de maturité un mois ($VH - VI_{1M}$). La volatilité future (VF) est calculée comme l'écart-type des log-rendements de l'actif sous-jacent sur la durée de vie de l'option. La prime de risque de volatilité réalisée est alors calculée comme la différence entre la volatilité future et la volatilité implicite des options de maturité un mois. La taille des options est calculée comme la somme de l'*open interest* des options d'achat et des options de vente multiplié par leurs prix respectifs. La taille des options est exprimée en milliers de dollars. Enfin, nous présentons le nombre de jours à maturité moyen des options utilisées pour VI_{LT} , et les grecques.

Tout d'abord, notons que la pente de la structure à terme de la volatilité varie entre -6%

et 3,9%. L'amplitude de variation est moins grande que dans l'article étudié. En moyenne, la maturité des options long terme est environ de trois mois. Cela signifie que la pente de la structure à terme de la volatilité est calculée à partir d'options avec 2 mois d'écart. Dans Vasquez (2011), les options ont en moyenne 6 mois d'écart. On comprend alors que l'amplitude soit moins importante.

Malgré tout, les tendances importantes de nos résultats sont similaires à celles de la table 3.2. Premièrement, nous notons que les portefeuilles 1 et 10 sont ceux dont le niveau de VI_{LT} , de volatilité historique et de volatilité future sont les plus hauts. Ces deux portefeuilles possèdent aussi un niveau élevé de VI_{1M} .

Tout comme Vasquez (2011), nous pouvons remarquer que les portefeuilles 1 et 10 montrent des hauts niveaux de coefficient d'aplatissement et de coefficient d'asymétrie. Cependant, ce sont les options les moins exposées au risque de volatilité, et avec les prix de l'actif sous-jacent les plus faibles.

Ensuite, nous discernons une relation positive entre la pente de la structure à terme de la volatilité et la prime de risque de variance, la prime de risque de variance réalisée et le gamma. Au contraire des résultats présentés par Vasquez (2011), nous pouvons identifier une relation négative entre le delta des options, tant d'achat que de vente, et la pente de la structure à terme de la volatilité.

Enfin, nous ne décelons aucun lien entre la pente de la structure à terme de la volatilité, et l'écart *bid to mid* et la taille des options. Cette dernière est beaucoup plus importante dans nos résultats. Cela peut s'expliquer par le fait que, l'échantillon que nous étudions comprend les cinq cent plus grandes entreprises américaines, alors que celui de Vasquez (2011) comprend l'ensemble des compagnies disponibles dans *Optionmetrics*. Ainsi, l'*open interest* de nos compagnies est par définition, bien plus important que celui des quelques trois milles autres compagnies de *Optionmetrics*. De plus, ces résultats sont exprimés en milliers de dollars. Dans le cas de notre étude, la taille (\$) varie entre 5 millions et 9 millions. Il ne se posera donc aucun problème de liquidité lors de l'échelonnage de la stratégie. Par contre, ce problème ne semble pas pouvoir être omis dans l'interprétation des résultats de Vasquez (2011) puisque la taille moyenne des options varie entre 600 mille et 800 mille ce qui peut sembler faible dans le cas où on appliquerait la stratégie à grande échelle.

Deciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Variables de la Volatilité Implicite										
penete de la STV	-0.150	-0.067	-0.040	-0.023	-0.010	0.000	0.010	0.022	0.038	0.085
VI_{IM}	0.721	0.546	0.476	0.432	0.410	0.389	0.391	0.409	0.428	0.495
VI_{LT}	0.571	0.480	0.437	0.410	0.399	0.389	0.401	0.431	0.466	0.580
Écart de Volatilité	0.015	0.006	0.007	0.008	0.008	0.008	0.010	0.009	0.012	0.019
Bid to Mid	0.067	0.068	0.070	0.070	0.069	0.070	0.070	0.070	0.071	0.084
Caractérisitques des rendements du titre										
Prix	35.4	42.8	45.8	49.1	50.2	50.1	49.6	46.4	43.7	34.2
VH	0.570	0.478	0.441	0.421	0.419	0.417	0.440	0.486	0.536	0.667
Skew H	0.345	0.205	0.205	0.183	0.177	0.134	0.167	0.188	0.201	0.375
Kurt H	8.940	7.097	7.111	7.580	7.328	7.563	7.970	8.193	8.877	11.765
PRV	-0.151	-0.069	-0.035	-0.011	0.010	0.027	0.049	0.077	0.108	0.172
VF	0.630	0.503	0.444	0.408	0.396	0.387	0.385	0.414	0.445	0.523
PRV réalisée	-0.091	-0.043	-0.032	-0.024	-0.014	-0.002	-0.007	0.005	0.016	0.028
Caractéristiques de l'option										
Taille \$	616	579	555	578	628	631	713	713	743	614
Jours à maturité VI_{LT}	219	220	222	222	223	223	224	224	224	222
Delta option d'achat	0.557	0.555	0.553	0.543	0.540	0.535	0.527	0.529	0.523	0.525
Delta option de vente	-0.444	-0.448	-0.450	-0.461	-0.466	-0.471	-0.480	-0.477	-0.483	-0.480
Gamma	0.200	0.207	0.212	0.219	0.221	0.228	0.236	0.238	0.257	0.311
Vega	7.3	8.7	9.2	9.9	10.0	10.0	10.0	9.4	8.9	7.0

TABLE 3.2 – Caractéristiques des portefeuilles selon Vasquez (2011)

3.2 Stratégie basée sur la pente de la structure à terme de la volatilité

Nous analysons ici les résultats de la stratégie décrite dans la section 2.3 pour la période s'étalant du 4 janvier 1996 au 30 octobre 2010. Les tables 3.3 et 3.4 rapportent nos résultats, ainsi que ceux de l'article étudié. Nos résultats sont présentés pour chacune des six stratégies proposées.

Déciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P10-P1
Rendements du straddle											
Moyenne	-0,096	-0,011	0,028	-0,027	0,008	0,035	-0,012	0,007	0,082	0,081	0,177
t-stat	(-4,63)	(-0,35)	(1,02)	(-0,98)	(0,31)	(1,04)	(-0,42)	(0,20)	(2,54)	(2,44)	(4,92)
Écart-type	0,244	0,361	0,322	0,320	0,310	0,397	0,330	0,393	0,381	0,389	0,422
Skewness	0,4	1,9	1,0	0,8	1,1	1,5	1,0	0,9	1,1	1,0	0,4
Kurtosis	2,5	10,9	4,3	3,7	5,2	6,3	4,8	4,0	4,9	3,9	2,8
Min	-0,593	-0,699	-0,575	-0,611	-0,613	-0,723	-0,701	-0,706	-0,623	-0,588	-0,667
Max	0,486	2,090	1,177	1,049	1,369	1,814	1,378	1,311	1,709	1,530	1,254
Rendements du strangle											
Moyenne	-0,239	0,093	0,264	0,096	0,083	-0,120	0,180	0,076	0,127	0,304	0,543
t-stat	(-3,03)	(0,78)	(1,57)	(0,84)	(0,46)	(-1,11)	(1,42)	(0,59)	(0,98)	(1,95)	(3,27)
Écart-type	0,926	1,397	1,968	1,352	2,118	1,264	1,485	1,521	1,529	1,827	1,950
Skewness	2,4	3,3	4,4	2,1	5,4	2,8	2,1	2,6	2,2	3,1	1,6
Kurtosis	9,9	18,7	30,3	7,8	37,2	12,4	7,9	11,8	8,3	14,7	8,6
Min	-1,006	-1,005	-1,005	-1,006	-1,005	-1,006	-1,005	-1,006	-1,005	-1,005	-4,894
Max	4,260	9,194	15,608	5,866	16,519	6,922	7,032	8,354	7,123	11,022	9,209
Rendements des options de vente delta couvertes											
Moyenne	-0,014	-0,004	0,000	-0,004	-0,001	-0,002	-0,002	-0,002	0,003	0,005	0,019
t-stat	(-5,26)	(-1,41)	(0,15)	(-1,68)	(-0,62)	(-0,93)	(-0,68)	(-0,80)	(1,45)	(1,73)	(5,16)
Écart-type	0,032	0,031	0,036	0,027	0,026	0,027	0,027	0,029	0,027	0,035	0,044
Skewness	0,5	1,5	2,1	0,8	1,3	1,2	0,9	0,9	1,4	0,7	0,1
Kurtosis	4,1	8,5	10,1	4,2	5,8	7,2	4,5	4,4	6,2	3,8	3,6
Min	-0,098	-0,069	-0,075	-0,069	-0,062	-0,070	-0,063	-0,064	-0,038	-0,091	-0,118
Max	0,106	0,149	0,170	0,095	0,101	0,136	0,087	0,103	0,120	0,110	0,148

Déciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P10-P1
Rendements des options d'achat delta couvertes											
Moyenne	-0.013	0.000	0.002	0.001	0.002	0.003	0.002	0.001	0.008	0.012	0.024
t-stat	(-4.43)	(-0.18)	(0.90)	(0.49)	(1.01)	(1.22)	(0.75)	(0.36)	(3.14)	(3.50)	(5.97)
Écart-type	0.034	0.032	0.030	0.028	0.026	0.030	0.027	0.028	0.030	0.039	0.048
Skewness	0.3	1.7	0.8	0.5	1.2	1.0	1.1	0.7	1.3	0.8	0.2
Kurtosis	4.4	9.9	5.5	4.3	5.4	5.9	4.9	3.8	5.5	3.6	3.6
Min	-0.116	-0.066	-0.077	-0.084	-0.068	-0.079	-0.053	-0.064	-0.042	-0.063	-0.125
Max	0.120	0.176	0.128	0.099	0.109	0.140	0.096	0.098	0.131	0.148	0.172
Rendements des options de vente											
Moyenne	-0.208	-0.135	-0.004	-0.108	-0.121	-0.144	-0.097	-0.022	-0.038	-0.024	0.185
t-stat	(-3,39)	(-1,85)	(-0,04)	(-1,56)	(-1,53)	(-1,97)	(-1,33)	(-0,26)	(-0,47)	(-0,29)	(2,57)
Écart-type	0.719	0.861	1.173	0.812	0.925	0.858	0.859	0.996	0.940	0.939	0.843
Skewness	1.7	2.0	2.6	1.3	1.9	2.2	2.1	2.4	1.8	1.9	0.4
Kurtosis	7.4	8.5	11.2	4.3	7.6	10.1	9.2	11.7	7.3	7.8	8.2
Min	-1.004	-1.004	-1.004	-1.004	-1.005	-1.005	-1.004	-1.005	-1.004	-1.005	-3.460
Max	3.466	4.054	5.796	2.590	4.086	4.556	3.751	5.737	4.351	4.490	4.230
Rendements des options d'achat											
Moyenne	0.001	0.062	0.095	0.087	0.125	0.170	0.114	0.102	0.200	0.271	0.270
t-stat	(0,01)	(1,09)	(1,61)	(1,45)	(1,93)	(2,58)	(1,71)	(1,45)	(2,86)	(3,17)	(3,72)
Écart-type	0.627	0.663	0.688	0.699	0.765	0.770	0.781	0.821	0.820	1.003	0.853
Skewness	0.6	0.7	0.9	0.7	0.8	0.8	1.2	1.2	0.7	1.1	0.9
Kurtosis	2.8	3.2	3.9	3.2	3.3	3.1	4.6	4.6	3.1	3.7	4.0
Min	-1.005	-1.003	-0.986	-1.004	-0.990	-0.934	-1.003	-1.005	-1.005	-1.004	-1.264
Max	1.956	1.925	2.354	2.348	2.824	2.558	2.812	3.171	3.076	3.450	3.175

TABLE 3.3 – Pente de la structure à terme de la volatilité et section transversale des rendements (1996-2007)

Les résultats présentés dans ce tableau ne sont pas exprimés en pourcentage. Les t-statistiques sont présentées entre parenthèses. La dernière colonne, séparée par une double ligne, présente les résultats pour la stratégie long-court.

Premièrement, pour toutes les stratégies, nous remarquons un lien positif entre la pente de la structure à terme de la volatilité et le rendement des portefeuilles 1 à 10. Par exemple, la stratégie *strangle*, que nous avons ajouté, apporte des rendements négatifs (-23,6%) lorsque la pente de la structure à terme de la volatilité est négative. Cela montre que la volatilité à un mois a tendance à diminuer au fil du temps, puisque cette stratégie offre des rendements positifs lorsque le niveau de volatilité est élevé. Au contraire, les rendements sont fortement positifs (+30,7%) lorsque la pente de la structure à terme de la volatilité est élevée. L'analyse opposée peut alors être faite.

Dans la dernière colonne, nous avons placé les rendements de la stratégie, combinant une position courte dans le portefeuille 1, et une position longue dans le portefeuille 10. Les rendements de ce portefeuille sont positifs et significativement différents de zéro pour toutes les stratégies proposées. Dans le cas du *strangle*, le rendement moyen mensuel offert s'élève à 54,3% avec une t-statistique de 3,27. De plus, on peut remarquer que ce rendement est attribué en proportions égales à chacun des portefeuilles 1 et 10.

Nous pouvons faire la même analyse pour chacune des cinq autres stratégies proposées. Le portefeuille court-long pour les options de vente apporte un rendement de 18,5% avec une t-statistique de 2,57. Le portefeuille court-long pour le *straddle* offre un rendement de 17,7% avec une t-statistique de 4,92. Les portefeuilles court-long pour les options de vente et d'achat delta couvertes, offrent un rendement de 1,9% et 2,4% avec une t-statistique de 5,16 et 5,97.

Déciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P10-P1
Rendements du straddle											
Moyenne	-0.122	-0.060	-0.053	-0.040	-0.018	0.012	0.015	0.024	0.075	0.148	0.271
t-stat	(-6.27)	(-2.91)	(-2.64)	(-1.98)	(-0.88)	(0.48)	(0.73)	(0.98)	(2.54)	(5.18)	(9.06)
Std	0.227	0.240	0.232	0.237	0.233	0.281	0.236	0.288	0.343	0.333	0.347
Skewness	0.6	0.5	1.7	1.2	0.7	1.8	1.3	1.2	1.9	1.3	0.8
Kurtosis	0.3	0.3	8.0	3.3	1.2	6.9	5.4	2.2	6.3	3.5	1.5
Min	-0.632	-0.605	-0.509	-0.497	-0.570	-0.500	-0.526	-0.475	-0.497	-0.611	-0.401
Max	0.555	0.765	1.313	0.978	0.767	1.392	1.239	1.078	1.707	1.582	1.566
Rendements des options de vente delta couvertes											
Moyenne	-0.023	-0.011	-0.009	-0.006	-0.004	-0.002	0.000	0.001	0.004	0.011	0.035
t-stat	(-6.39)	(-3.99)	(-3.73)	(-3.03)	(-2.01)	(-0.70)	(-0.17)	(0.39)	(1.41)	(3.82)	(8.37)
Std	0.042	0.031	0.027	0.023	0.026	0.025	0.023	0.028	0.031	0.035	0.048
Skewness	0.0	-0.1	1.8	1.0	1.5	1.4	1.5	1.6	1.7	1.2	0.3
Kurtosis	1.4	1.5	9.0	3.7	6.1	5.1	6.2	4.8	6.3	3.7	1.2
Min	-0.180	-0.120	-0.077	-0.070	-0.063	-0.062	-0.060	-0.051	-0.053	-0.066	-0.099
Max	0.112	0.084	0.151	0.090	0.133	0.115	0.122	0.142	0.175	0.184	0.215
Rendements des options d'achat delta couvertes											
Moyenne	-0.022	-0.009	-0.006	-0.004	-0.002	0.002	0.004	0.005	0.009	0.018	0.040
t-stat	(-4.69)	(-2.68)	(-2.20)	(-1.75)	(-0.78)	(0.93)	(1.82)	(1.70)	(2.80)	(5.38)	(7.62)
Std	0.053	0.037	0.029	0.025	0.026	0.027	0.025	0.031	0.035	0.040	0.061
Skewness	-0.1	-0.4	1.3	1.3	0.4	1.6	1.1	1.7	1.8	1.2	0.5
Kurtosis	3.2	2.4	6.2	5.4	1.7	5.9	3.5	6.6	6.1	4.3	2.8
Min	-0.247	-0.147	-0.095	-0.079	-0.082	-0.059	-0.060	-0.059	-0.063	-0.086	-0.164
Max	0.177	0.105	0.147	0.117	0.082	0.127	0.108	0.177	0.198	0.222	0.306
Rendements des options de vente											
Moyenne	-0.187	-0.185	-0.207	-0.222	-0.126	-0.069	-0.120	-0.064	-0.014	-0.069	0.256
t-stat	(-3.98)	(-3.43)	(-3.42)	(-4.01)	(-2.10)	(-0.93)	(-1.81)	(-1.03)	(-0.19)	(0.90)	(4.71)
Std	0.547	0.625	0.703	0.645	0.701	0.857	0.769	0.724	0.855	0.893	0.631
Skewness	1.1	1.1	2.8	1.5	1.7	2.1	2.2	1.4	2.1	1.4	0.3
Kurtosis	1.3	1.1	14.0	3.0	3.4	6.0	7.3	1.6	7.8	2.3	0.9
Min	-0.978	-1.002	-0.960	-0.998	-0.997	-1.004	-0.965	-0.967	0.997	0.999	-1.689
Max	1.905	2.212	4.418	2.716	2.731	4.028	4.003	2.707	4.833	4.082	2.177
Rendements des options d'achat											
Moyenne	-0.087	0.022	0.048	0.129	0.073	0.081	0.158	0.112	0.173	0.269	0.357
t-stat	(-1.74)	(0.37)	(0.92)	(2.19)	(1.39)	(1.40)	(2.57)	(1.78)	(2.28)	(3.20)	(5.34)
Std	0.581	0.682	0.610	0.684	0.611	0.671	0.715	0.735	0.879	0.979	0.776
Skewness	1.0	0.9	0.5	0.7	0.4	0.3	0.5	0.9	1.3	1.1	1.3
Kurtosis	1.1	0.5	-0.4	0.0	-0.6	-0.8	-0.2	1.0	2.3	1.1	3.4
Min	-1.003	-0.978	-1.005	-1.003	-0.998	-1.003	-1.001	-1.003	-1.004	-1.004	-1.176
Max	2.103	2.198	1.749	2.087	1.583	1.685	2.441	3.111	3.921	4.104	3.867

TABLE 3.4 – Pente de la STV et section transversale des rendements des options selon Vasquez (2011)

La figure 3.1 présente les rendements mensuels des différentes stratégies étudiées. Nous pouvons voir que pour toutes les stratégies, plus de la moitié des rendements sont positifs.

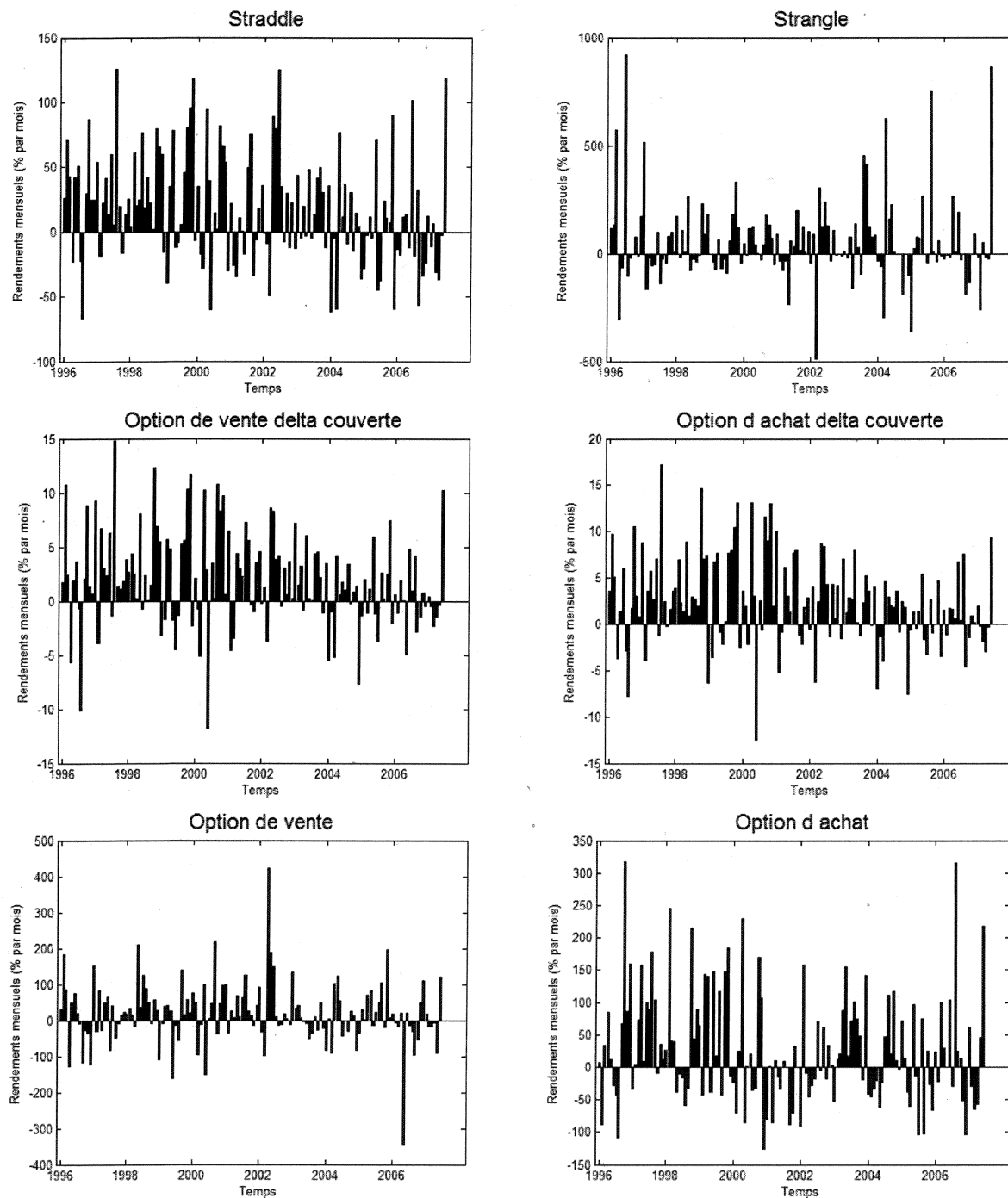


FIGURE 3.1 – Rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2007)

La stratégie *strangle* offre des rendements positifs 52% du temps. Les options, d'achat et de vente, delta couvertes offrent des rendements positifs 69% du temps. Les stratégies d'options vanilles apportent des rendements positifs dans 60% des cas, alors que le *straddle* offre des rendements positifs 62% du temps.

Nous ne pouvons, malheureusement, pas tirer bien plus d'informations de ces graphiques. Aucune réelle tendance ne semble se dessiner. Il semblerait simplement que les rendements des stratégies d'options delta couvertes et d'options d'achat aient eu tendance à diminuer au fil du temps. Cependant, la fin de l'année 2006 et le début de l'année 2007 sont venus déjouer cette tendance.

Nous proposons alors d'étudier la figure 3.2, qui représente l'analyse des quantiles des rendements des différentes stratégies, comparés à ceux de la loi normale. Nous pouvons remarquer, comme le fait Vasquez (2011), que pour chacune des six stratégies, nous pouvons observer une queue plus épaisse que celle de la loi normale, sur la droite de la distribution. Cela signifie alors que le portefeuille long-court, pour toutes ces stratégies, offre une proportion de rendements positifs plus élevée qu'une distribution normale. Cette observation est particulièrement vraie en ce qui concerne les stratégies *strangle*, *straddle* et options vanilles. Nous observons aussi des queues à gauche, plus épaisses que celles de la loi normale dans le cas des stratégies *strangle*, options de vente delta couvertes et options de vente. Par contre, les queues à gauche des stratégies options d'achat et *straddle* sont moins épaisses que celle de la loi normale.

Enfin, ces résultats sont confirmés par les statistiques présentes dans la table 3.3. En effet, nous pouvons remarquer que les coefficients d'asymétrie des six stratégies varient de 0,1 à 1,6, ce qui signifie que les distributions ont tendance à être asymétriques à droite. De plus, les coefficients d'aplatissement des six stratégies varient de 2,8 à 8,6, ce qui signifie que les distributions sont plus aplaties que la loi normale, et donc, que leurs queues sont plus épaisses.

En résumé, nos résultats semblent en accord avec ceux présentés par Vasquez (2011). La stratégie *strangle* offre des rendements intéressants, mais présente des risques plus élevés, comme le montre l'écart-type du portefeuille long-court s'élevant à 195%, comparativement à 85,3% pour le portefeuille long-court de la stratégie option d'achat.

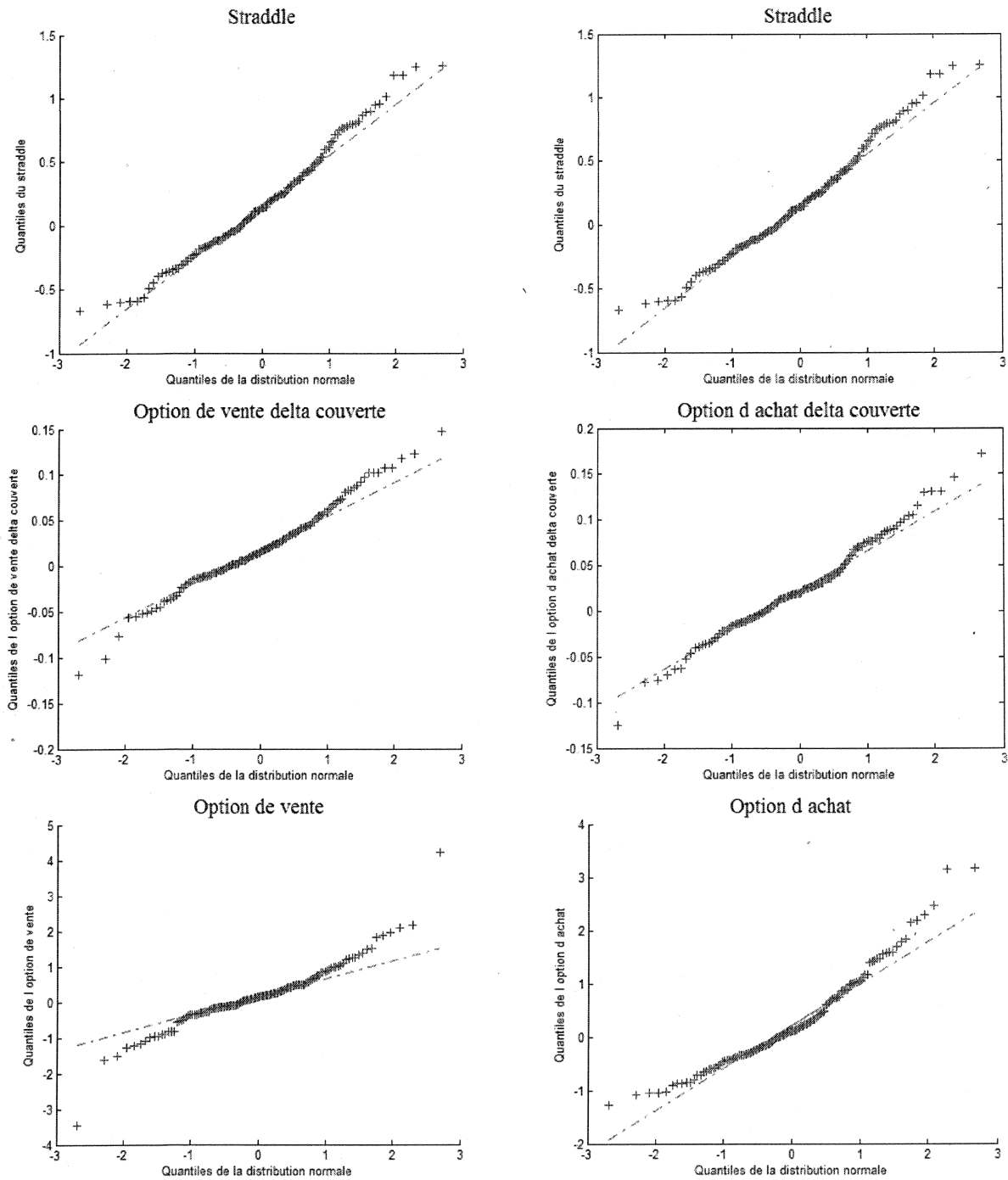


FIGURE 3.2 – Normalité des rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2007)

3.3 Test de robustesse à la période de crise

Dans cette section, nous présenterons les mêmes informations que dans la section précédente, mais pour une période allongée, s'étalant du 4 janvier 1996 au 30 octobre 2010. Ainsi, nous pourrions déceler, si la période de crise des années 2008 à 2010, est venue contredire l'effet de la pente de la structure à terme de la volatilité sur les rendements du portefeuille long-court pour chacune des six stratégies.

Nous commençons par présenter, table 3.5, les caractéristiques des portefeuilles formés en fonction de la pente de la structure à terme de la volatilité.

Deciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Variables de la Volatilité Implicite										
pente de la STV	-0.063	-0.032	-0.021	-0.015	-0.009	-0.003	0.003	0.008	0.017	0.040
VI_{LM}	0.513	0.413	0.384	0.365	0.347	0.339	0.328	0.331	0.327	0.361
VI_{LT}	0.450	0.381	0.362	0.350	0.338	0.336	0.331	0.339	0.344	0.401
Écart de Volatilité	0.009	0.006	0.008	0.006	0.005	0.006	0.007	0.008	0.008	0.011
Bid to Mid	0.075	0.080	0.084	0.083	0.082	0.081	0.083	0.081	0.086	0.085
Caractéristiques des rendements du titre										
Prix	38.2	42.7	44.1	45.7	46.4	47.5	46.4	46.9	45.2	41.8
VH	0.383	0.336	0.324	0.318	0.313	0.314	0.319	0.349	0.361	0.420
Skew H	0.056	0.045	0.075	0.065	0.041	0.042	0.048	0.038	0.055	0.011
Kurt H	5.540	5.137	5.330	5.230	5.304	5.381	5.758	6.039	5.886	6.243
PRV	-0.130	-0.077	-0.060	-0.047	-0.033	-0.025	-0.009	0.018	0.034	0.058
VF	0.404	0.335	0.322	0.311	0.304	0.297	0.290	0.308	0.307	0.353
PRV réalisé	-0.109	-0.078	-0.062	-0.053	-0.042	-0.042	-0.038	-0.023	-0.020	-0.009
Caractéristiques de l'option										
Taille	9967	7452	6346	6786	5611	5980	5691	6531	6491	7599
Jours à maturité VI_{LT}	79	74	72	72	70	70	70	70	71	73
Delta option d'achat	0.552	0.554	0.550	0.542	0.536	0.525	0.518	0.518	0.505	0.502
Delta option de vente	-0.451	-0.450	-0.456	-0.464	-0.471	-0.482	-0.489	-0.491	-0.503	-0.505
Gamma	0.107	0.115	0.117	0.118	0.122	0.122	0.129	0.127	0.136	0.141
Vega	3.9	4.3	4.5	4.6	4.7	4.8	4.7	4.8	4.6	4.2

TABLE 3.5 – Caractéristiques des portefeuilles transigés (1996 - 2010)

À partir de la table 3.5, nous pouvons faire des observations semblables à celles que nous avons faites plus tôt, pour la période 1996-2007.

Tout d'abord, notons que l'amplitude de variation de la pente de la structure à terme de la volatilité n'a que peu changé, elle varie de -6,3% à 4%.

Nous notons aussi que les portefeuilles 1 et 10 offrent toujours les plus hauts niveaux de VI_{LT} , volatilité historique et volatilité future. Et, ils possèdent encore, un niveau de VI_{1M} élevé.

Nous pouvons aussi remarquer que le coefficient d'aplatissement est toujours le plus élevé dans les portefeuilles 1 et 10. Cependant, le coefficient d'asymétrie est le plus haut pour le portefeuille 1 mais très faible pour le portefeuille 10. C'est un changement en comparaison avec les résultats précédents où, le coefficient d'asymétrie était très élevé dans les deux portefeuilles. Ce sont toujours les portefeuilles dont le prix des actifs sous-jacent, et le risque de volatilité, sont les plus faibles.

Ensuite, nous décelons toujours une relation positive entre la pente de la structure à terme de la volatilité et les caractéristiques suivantes : prime de risque de variance, prime de risque de variance réalisée, gamma.

Enfin, la relation négative, entre la structure à terme de la volatilité et le delta des options, que nous avons décelé dans les résultats précédents persiste malgré l'ajout de la période de crise.

La table 3.6 présente les rendements des six stratégies étudiées pour la période 1996-2010.

Déciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P10-P1
Rendements du straddle											
Moyenne	-0,094	-0,042	0,005	-0,034	-0,003	0,018	-0,024	-0,008	0,058	0,067	0,161
t-stat	(-4,61)	(-1,59)	(0,21)	(-1,32)	(-0,12)	(0,62)	(-0,96)	(-0,26)	(2,00)	(2,13)	(5,13)
Écart-type	0,271	0,351	0,331	0,338	0,321	0,389	0,332	0,402	0,383	0,418	0,417
Skewness	0,8	1,9	1,1	1,1	1,4	1,6	1,2	1,1	1,1	1,1	0,4
Kurtosis	4,7	10,6	4,6	4,6	6,2	6,5	5,3	4,7	4,9	4,8	2,9
Min	-0,687	-0,709	-0,575	-0,640	-0,613	-0,723	-0,701	-0,708	-0,623	-0,791	-0,803
Max	1,122	2,090	1,177	1,306	1,433	1,814	1,378	1,478	1,709	1,810	1,254
Rendements du strangle											
Moyenne	-0,191	0,014	0,170	0,029	0,032	-0,100	0,130	0,010	0,072	0,240	0,430
t-stat	(-2,50)	(0,14)	(1,26)	(0,30)	(0,21)	(-1,00)	(1,21)	(0,09)	(0,66)	(1,80)	(3,10)
Écart-type	1,013	1,310	1,799	1,259	1,942	1,323	1,416	1,432	1,447	1,763	1,844
Skewness	2,5	3,4	4,6	2,2	5,6	2,8	2,1	2,7	2,2	3,0	1,7
Kurtosis	10,9	20,0	34,6	8,7	41,7	11,7	8,1	12,5	8,8	14,5	9,2
Min	-1,006	-1,005	-1,005	-1,006	-1,005	-1,006	-1,005	-1,006	-1,005	-1,005	-4,894
Max	5,235	9,194	15,608	5,866	16,519	6,922	7,032	8,354	7,123	11,022	9,209

Déciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P10-P1
Rendements des options de vente delta couvertes											
Moyenne	-0.014	-0.006	-0.002	-0.005	-0.002	-0.002	-0.003	-0.004	0.002	0.004	0.018
t-stat	(-5,26)	(-2,63)	(-0,64)	(-2,08)	(-0,79)	(-0,86)	(-1,17)	(-1,62)	(0,79)	(1,29)	(5,48)
Écart-type	0.037	0.033	0.038	0.031	0.030	0.030	0.029	0.030	0.030	0.037	0.044
Skewness	0.9	1.3	2.1	1.3	1.9	1.7	1.4	1.1	1.7	0.5	0.1
Kurtosis	6.3	8.2	10.6	10.6	11.2	9.7	8.0	5.7	8.6	4.9	3.9
Min	-0.131	-0.109	-0.075	-0.111	-0.069	-0.070	-0.078	-0.069	-0.083	-0.139	-0.118
Max	0.150	0.149	0.188	0.184	0.184	0.167	0.152	0.128	0.151	0.126	0.148
Rendements des options d'achat delta couvertes											
Moyenne	-0.013	-0.003	0.000	0.000	0.001	0.002	0.001	0.000	0.005	0.010	0.023
t-stat	(-4,34)	(-1,24)	(0,04)	(-0,17)	(0,51)	(0,99)	(0,25)	(-0,11)	(2,35)	(3,08)	(6,35)
Écart-type	0.039	0.035	0.034	0.033	0.031	0.033	0.031	0.031	0.031	0.042	0.047
Skewness	0.8	1.4	1.3	1.0	1.7	1.5	1.5	1.1	1.2	0.8	0.2
Kurtosis	6.4	9.5	8.4	8.5	10.3	8.5	8.0	5.9	6.1	4.5	3.6
Min	-0.142	-0.108	-0.077	-0.109	-0.081	-0.079	-0.082	-0.071	-0.080	-0.125	-0.125
Max	0.156	0.176	0.183	0.180	0.183	0.182	0.160	0.144	0.133	0.166	0.172
Rendements des options de vente											
Moyenne	-0.200	-0.164	-0.039	-0.114	-0.113	-0.116	-0.110	-0.055	-0.008	-0.024	0.175
t-stat	(-3,47)	(-2,56)	(-0,45)	(-1,73)	(-1,50)	(-1,66)	(-1,62)	(-0,73)	(-0,09)	(-0,32)	(2,84)
Écart-type	0.765	0.851	1.149	0.872	0.998	0.921	0.905	1.008	1.142	0.990	0.821
Skewness	1.7	2.0	2.6	1.7	2.1	2.1	2.1	2.4	3.4	1.9	0.2
Kurtosis	6.6	8.2	10.9	6.6	8.2	8.8	8.7	10.9	22.2	7.3	8.2
Min	-1.004	-1.005	-1.004	-1.004	-1.005	-1.005	-1.004	-1.005	-1.004	-1.005	-3.460
Max	3.466	4.054	5.796	4.249	4.509	4.556	3.974	5.737	8.685	4.490	4.230
Rendements des options d'achat											
Moyenne	-0.019	0.043	0.067	0.052	0.103	0.124	0.099	0.098	0.136	0.222	0.241
t-stat	(-0,41)	(0,88)	(1,28)	(0,96)	(1,83)	(2,24)	(1,66)	(1,47)	(2,25)	(2,94)	(3,66)
Écart-type	0.615	0.648	0.691	0.710	0.749	0.734	0.797	0.888	0.806	1.002	0.875
Skewness	0.6	0.7	1.0	0.8	0.8	0.8	1.1	1.9	0.8	1.1	0.9
Kurtosis	2.8	3.1	4.0	3.5	3.3	3.3	4.4	10.4	3.1	3.6	4.0
Min	-1.005	-1.003	-1.002	-1.004	-1.003	-1.003	-1.003	-1.005	-1.005	-1.004	-2.064
Max	1.956	1.925	2.354	2.470	2.824	2.558	2.812	5.463	3.076	3.450	3.175

TABLE 3.6 – Pente de la structure à terme de la volatilité et section transversale des rendements (1996 - 2010)

À partir de la table 3.6, nous pouvons voir que les résultats, avec ou sans période de crise, sont relativement similaires.

Il nous est toujours possible de déceler un lien positif entre la pente de la structure à terme de la volatilité et le rendement des six stratégies. Reprenons l'exemple du *strangle*, dont le portefeuille 1 offre un rendement mensuel moyen négatif de -19,1%. Le portefeuille

10 (pente de la structure à terme de la volatilité la plus élevée) offre un rendement mensuel moyen positif s'élevant à 24%.

Les rendements du portefeuille long-court sont toujours positifs et significatifs pour chacune des stratégies étudiées. Par exemple le portefeuille long-court du *straddle* offre maintenant un rendement mensuel moyen de 43% avec une t-statistique de 3,10.

En ce qui concerne la stratégie *straddle*, le rendement de ce portefeuille s'élève à 16,1% avec une t-statistique de 5,13. Pour les stratégies options de vente et d'achat delta couvertes, ce portefeuille apporte des rendements respectifs de 1,8% et 2,3% pour des t-statistiques s'élevant à 5,48 et 6,35.

Poursuivons notre analyse à l'aide des figures 3.3 et 3.4, qui présentent respectivement, l'évolution temporelle des rendements du portefeuille long-court pour chacune des stratégies, et le graphique des quantiles de la distribution des rendements.

À l'aide de la figure 3.3, nous remarquons que pour la plupart des stratégies, les rendements ont été plutôt négatifs durant la période ajoutée.

Cependant, la proportion de rendements positifs par rapport au nombre total de transactions reste stable, pour le *straddle*, les options delta couvertes et les options de vente avec respectivement, 62%, 68% et 60% de rendements positifs. Cette proportion augmente pour le *strangle* avec une proportion de 53,4%. Enfin, elle diminue pour les options d'achat avec 55% de rendements positifs.

En observant les graphiques de manière plus attentive, nous nous apercevons que ce qui a réellement changé semble être l'amplitude des rendements positifs. Celle-ci semble avoir eu tendance à diminuer dans les deux dernières années de données. À l'opposé, l'amplitude des rendements négatifs semble avoir augmentée, ce qui pourrait expliquer la baisse des rendements du portefeuille court-long pour la plupart des stratégies.

Penchons nous maintenant sur la figure 3.4. Encore une fois, les résultats semblent très similaires aux résultats précédents.

En effet, nous retrouvons encore une queue plus épaisse, que celle de la distribution normale, à droite. Cette observation est toujours particulièrement juste pour les stratégies *straddle*, *strangle* et option d'achat. Les queues à gauche de la distribution sont toujours plus importantes que celles de la loi normale pour les stratégies suivantes : options de vente delta couvertes, options de vente et *strangle*. Les queues à gauche des stratégies options d'achat et *straddle* sont encore moins épaisses que celles de la loi normale. Cela signifie que la proportion des pertes de ces stratégies est plus faible que celle de la loi normale.

Les statistiques de la table 3.6 viennent confirmer ces dires. En effet le coefficient d'asymétrie des différentes stratégies se situe entre 0,1 et 1,7. Cela signifie que les distributions

de rendements sont positivement asymétriques. Enfin, le coefficient d'aplatissement des différentes stratégies varie entre 2,9 et 9,2. Les distributions de rendements étudiées ont donc des queues plus épaisses que la distribution normale.

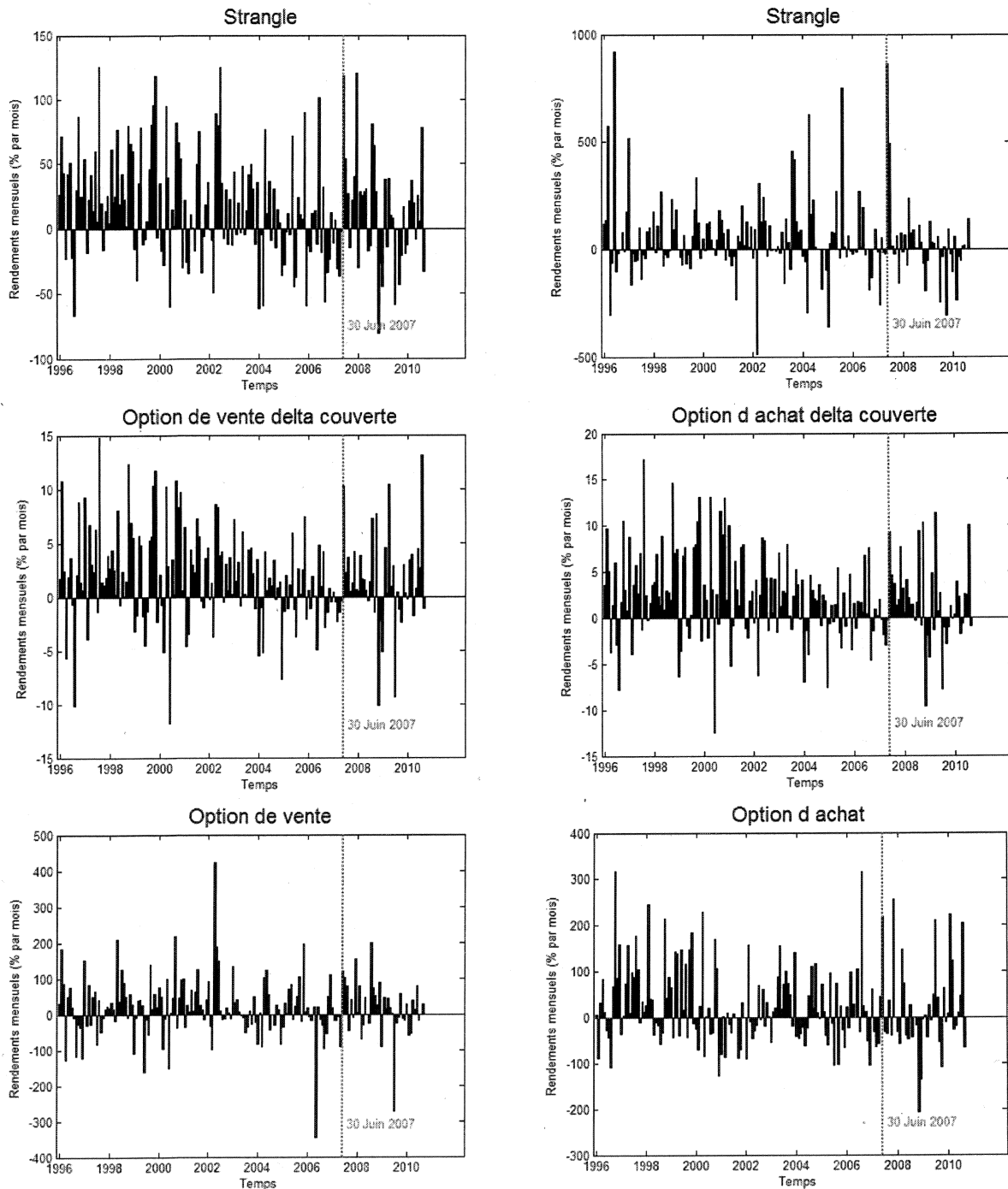


FIGURE 3.3 – Rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2010)

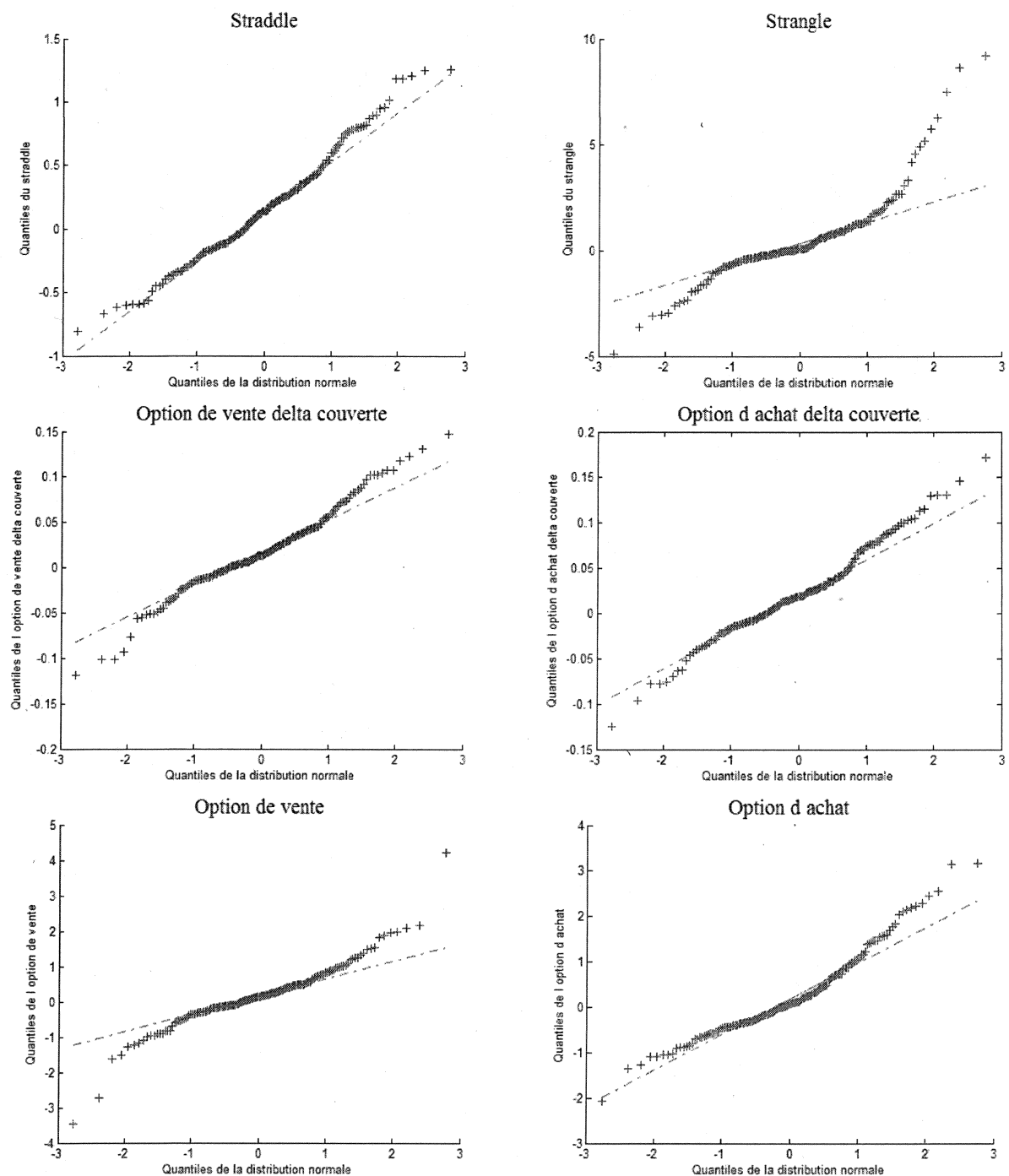


FIGURE 3.4 – Normalité des rendements mensuels du portefeuille P10 - P1 (1996 - 2010)

3.4 Étude des coûts et rendements des stratégies delta-véga couvertes

Dans cette section, nous présentons, à la table 3.7, les rendements et les coûts de delta-véga couverture pour chacune des six stratégies proposées sur la période 1996-2010.

Premièrement, les rendements moyens du portefeuille de couverture avec une option de court terme ne semblent présenter aucune tendance liée à l'évolution de la pente de la structure à terme de la volatilité. Pour la plupart, ils sont négatifs pour les deux stratégies *straddle* et *strangle*. Ces résultats semblent intuitifs puisque ces stratégies sont profitables en période de forte volatilité. Le fait de delta-véga couvrir de telles stratégies élimine en grande partie l'effet positif de la volatilité sur le rendement du portefeuille.

Des résultats similaires peuvent être décelés dans le cas des rendements moyens du portefeuille de couverture avec une option de long terme.

Deuxièmement, nous étudions les coûts de delta-véga couverture, tels que définis section 2.4. Dans le cas des coûts engendrés par la couverture à l'aide d'options de court terme, il semble que pour les six stratégies, l'amplitude des coûts de couverture des portefeuilles 1 et 10 soit relativement faible par rapport à celle des autres portefeuilles.

Dans le cas de la couverture avec l'option de long terme, nous trouvons des résultats similaires.

Aucune relation franche ne peut être décelée entre la pente de la structure à terme de la volatilité et les coûts ex-post de delta-véga couverture.

Il est intéressant de noter que l'amplitude des coûts de delta-véga couverture est plus importante lorsque le portefeuille est couvert avec des options de long terme. Malgré tout, cela ne semble pas affecter l'amplitude des rendements du portefeuille delta-véga couvert.

3.4. ÉTUDE DES COÛTS ET RENDEMENTS DES STRATÉGIES DELTA-VÉGA COUVERTES

43

Déciles	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Pente de la STV	-0.063	-0.032	-0.021	-0.015	-0.009	-0.003	0.003	0.008	0.017	0.040
Straddle										
Rendements CT	-0,005	-0,008	-0,010	-0,005	-0,004	-0,005	-0,006	-0,009	-0,007	-0,003
Coûts CT	8,94	10,09	10,77	8,87	7,18	6,26	2,67	3,32	-1,16	-1,85
Rendements LT	-0,001	-0,060	-0,018	-0,004	-0,015	0,000	0,014	0,006	-0,005	-0,021
Coûts LT	9,70	10,62	11,00	9,54	8,67	8,08	6,24	6,66	3,39	3,20
Strangle										
Rendements CT	-0,007	-0,014	-0,013	-0,013	-0,003	-0,005	-0,012	-0,010	-0,009	-0,006
Coûts CT	7,62	8,45	10,29	10,47	8,71	6,63	5,56	4,74	0,47	0,42
Rendements LT	0,013	-0,026	-0,017	-0,016	-0,004	0,001	-0,015	-0,010	-0,026	-0,020
Coûts LT	8,97	9,30	10,05	10,92	8,99	8,21	7,47	7,24	5,12	5,84
Options de vente delta couvertes										
Rendements CT	-0.025	0.000	0.012	0.000	0.005	0.010	0.006	0.005	0.020	0.019
Coûts CT	-4.63	-5.66	-5.89	-6.39	-6.48	-7.00	-7.25	-7.29	-7.29	-6.73
Rendements LT	-0.020	-0.006	0.003	-0.004	0.000	0.001	-0.001	-0.001	0.006	0.009
Coûts LT	-10.02	-11.68	-12.28	-13.09	-13.28	-14.03	-14.33	-14.38	-14.23	-13.09
Options d'achat delta couvertes										
Rendements CT	-0.034	-0.014	-0.008	-0.008	-0.003	-0.001	0.000	-0.004	0.008	0.023
Coûts CT	9.14	10.19	10.39	10.32	10.15	10.28	9.79	9.86	9.17	8.56
Rendements LT	-0.021	-0.007	-0.002	-0.002	0.000	0.001	0.001	-0.001	0.007	0.015
Coûts LT	14.88	16.78	17.41	17.34	17.19	17.45	16.65	16.71	15.50	14.21
Options de vente										
Rendements CT	-0.025	0.000	0.012	0.000	0.005	0.010	0.006	0.005	0.020	0.019
Coûts CT	-4.63	-5.66	-5.89	-6.39	-6.48	-7.00	-7.25	-7.29	-7.29	-6.73
Rendements LT	-0.020	-0.006	0.003	-0.004	0.000	0.001	-0.001	-0.001	0.006	0.009
Coûts LT	-10.02	-11.68	-12.28	-13.09	-13.28	-14.03	-14.33	-14.38	-14.23	-13.09
Options d'achat										
Rendements CT	0.034	0.014	0.008	0.008	0.003	0.001	0.000	0.004	-0.008	-0.023
Coûts CT	9.14	10.19	10.39	10.32	10.15	10.28	9.79	9.86	9.17	8.56
Rendements LT	0.021	0.007	0.002	0.002	0.000	-0.001	-0.001	0.001	-0.007	-0.015
Coûts LT	14.88	16.78	17.41	17.34	17.19	17.45	16.65	16.71	15.50	14.21

TABLE 3.7 – Pente de la STV et section transversale des rendements et des coûts des portefeuilles de delta-véga couverture (1996 - 2010)

Les rendements ne sont pas exprimés en pourcentage. Les coûts sont exprimés en dollars.

3.5 Interaction de la structure à terme de la volatilité et certaines caractéristiques

Dans cette section, nous commencerons par comparer les résultats que nous obtenons aux résultats de Vasquez (2011). Ensuite, nous poursuivrons avec l'application de cette méthodologie à une période étendue comprenant la crise (1996-2010).

3.5.1 Comparaison à l'article référence

La table 3.8 présente les résultats de la méthode de double classification, présentée en section 2.5, pour le portefeuille long-court, proposés par Vasquez (2011). La table 3.8 présente nos résultats sur la période 1996-2007. Comme proposé au cours du chapitre 2, nous avons ajouté les coûts de delta-véga couverture comme variable afin d'essayer d'expliquer la prime de volatilité présente dans le rendement des options.

En ce qui a trait à la stratégie *strangle*, les rendements moyen du portefeuille long-court varie entre 23,2% et 46,9% pour des t-statistiques allant de 1,89 à 3,01. Toutes les autres stratégies offrent les mêmes résultats, des rendements positifs et statistiquement significatifs. Il est intéressant de remarquer que nos résultats sont très semblables à ceux de Vasquez (2011). Le rendement moyen du portefeuille long-court pour la stratégie option d'achat varie entre 4,1% et 22,6% pour des t-statistiques entre 1,07 et 4,91.

En effectuant une analyse de l'évolution des rendements moyens à travers les portefeuilles 1 à 5, nous rencontrons des tendances similaires à celles décelées dans les tables 3.3 et 3.4. Cela tend à prouver que les variables que nous avons utilisées ne semblent pas explicatives des rendements excédentaires apportés par ces stratégies. De plus, nous pouvons remarquer que la seule variable qui semble être explicative serait la prime de risque de variance. Précédemment, nous avons déjà trouver un lien positif entre la prime de risque de variance et la pente de la structure à terme de la volatilité. Celui-ci semble se confirmer.

Enfin, les deux variables que nous avons ajoutées (coûts de delta-véga couverture avec option de court et long terme) ne semblent pas être explicatives des rendements excédentaires.

	<i>Straddle</i>	<i>DH-Put</i>	<i>DH-Call</i>	Naked Put	Naked call
Control	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1
VH	0.236 (9.52)	0.029 (9.05)	0.033 (8.44)	0.223 (5.00)	0.317 (6.10)
Skew H	0.226 (9.63)	0.028 (8.90)	0.033 (8.02)	0.216 (4.96)	0.301 (5.79)
Kurt H	0.227 (9.46)	0.028 (8.90)	0.033 (8.08)	0.234 (5.31)	0.282 (5.39)
PRV	0.182 (7.30)	0.024 (6.37)	0.027 (5.75)	0.166 (4.06)	0.238 (4.65)
<i>Bid to Mid</i>	0.219 (9.52)	0.028 (8.96)	0.032 (8.09)	0.229 (5.11)	0.277 (5.43)
Taille \$	0.222 (9.38)	0.029 (8.96)	0.032 (8.01)	0.225 (5.10)	0.284 (5.44)
Delta	0.233 (9.99)	0.029 (9.06)	0.033 (8.30)	0.233 (5.16)	0.281 (5.63)
Gamma	0.217 (9.11)	0.028 (8.80)	0.032 (8.05)	0.215 (4.68)	0.284 (5.40)
Véga	0.213 (9.09)	0.027 (8.13)	0.030 (7.18)	0.227 (5.07)	0.265 (5.50)

TABLE 3.8 – Interaction entre la pente de la STV et certaines caractéristiques selon Vasquez (2011)

Cette table présente les résultats de la double classification proposée en section 2.5. Rappelons que premièrement, les options sont classées en fonction de chacune des caractéristiques. Ensuite, des quintiles sont formés. Enfin, pour chacun des quintiles, les options sont classées en fonction de la pente de la structure à terme de la volatilité. Nous calculons alors le rendement équipondéré moyen pour chacun des niveaux de la pente de la structure à terme de la volatilité, sans tenir compte du niveau de la caractéristique. Les résultats pour le portefeuille court-long sont présentés pour chacune des stratégies étudiées. Nous présentons entre parenthèses les t-statistiques de chacun des résultats. Dans ce cas ci, elles sont toutes significatives puisque toutes supérieures à 2.

Variable	Straddle P5 - P1	Strangle P5 - P1	Option de	Option d'	Option de	Option d'
			vente DC P5 - P1	achat DC P5 - P1	vente P5 - P1	achat P5 - P1
VH	0,139 (5,17)	0,336 (2,25)	0,012 (5.58)	0,014 (6.61)	0,143 (2.38)	0,226 (4.73)
Skew H	0,108 (4,18)	0,360 (2,97)	0,011 (4.6)	0,013 (5.71)	0,103 (1.83)	0,171 (3.85)
Kurt H	0,119 (4,48)	0,291 (2,45)	0,012 (5.34)	0,014 (5.84)	0,127 (2.27)	0,185 (4.11)
PRV	0,063 (3,01)	0,239 (1,88)	0,005 (2.33)	0,007 (3.24)	0,071 (1.45)	0,041 (1.07)
Bid to Mid	0,126 (4,82)	0,232 (2,12)	0,012 (5.1)	0,014 (5.91)	0,125 (2.16)	0,174 (3.85)
Taille \$	0,113 (4,39)	0,317 (2,70)	0,011 (4.38)	0,014 (5.76)	0,105 (1.62)	0,188 (3.94)
Delta	0,120 (4,65)	0,469 (3,10)	0,012 (5.16)	0,014 (5.6)	0,145 (2.25)	0,159 (3.45)
Gamma	0,125 (4,94)	0,393 (2,80)	0,012 (5.4)	0,015 (6.41)	0,129 (2.32)	0,204 (4.33)
Véga	0,119 (4,01)	0,354 (2,34)	0,010 (4.21)	0,014 (5.31)	0,070 (1.16)	0,224 (4.67)
Coûts CT	0,138 (5,46)	0,285 (2,27)	0,012 (5.09)	0,014 (6.3)	0,241 (4.3)	0,220 (4.91)
Coûts LT	0,130 (5,13)	0,395 (3,01)	0,012 (5.39)	0,016 (7.14)	0,159 (2.51)	0,195 (4.12)

TABLE 3.9 – Interaction entre la pente de la STV et certaines caractéristiques (1996 - 2007)

Cette table présente les résultats de la double classification proposée en section 2.5. Rappelons que premièrement, les options sont classées en fonction de chacune des caractéristiques. Ensuite, des quintiles sont formés. Enfin, pour chacun des quintiles, les options sont classées en fonction de la pente de la structure à terme de la volatilité. Nous calculons alors le rendement équipondéré moyen pour chacun des niveaux de la pente de la structure à terme de la volatilité, sans tenir compte du niveau de la caractéristique. Les résultats pour le portefeuille court-long sont présentés pour chacune des stratégies étudiées. Nous présentons entre parenthèses les t-statistiques de chacun des résultats. Dans ce cas ci, la majorité est significative puisque supérieure à 2.

3.5.2 Résultats étendus à la période de crise

Nous présentons ici les résultats de l'analyse sur la période 1996-2010. Nous allons donc chercher à comprendre, si la récente crise financière pourrait avoir apporté des éléments, justifiant l'existence d'une prime de volatilité dans le rendement des options. La table 3.10 recense les résultats de notre double classification.

Pour chacune des six stratégies, les rendements moyens sont positifs et statistiquement significatifs. La stratégie *strangle* offre des rendements moyens situés entre 20,5% et 32,9% avec des t-statistiques variant de 2,17 à 2,92. De même, pour la stratégie options d'achat, le portefeuille long-court offre des rendements moyens situés entre 8% et 18,9% avec des t-statistiques comprises entre 2,1 et 4,62.

Encore une fois, l'ajout de la période de crise ne semble pas avoir eu d'impact majeur sur les résultats. L'évolution des rendements à travers les portefeuilles quintiles est fortement comparable à l'évolution des rendements à travers les portefeuilles déciles de la table 3.6.

Notamment, il semble que les deux variables que nous avons rajoutées n'expliquent en rien la prime de volatilité présente dans les rendements des options. En effet, après avoir effectuée la double classification à l'aide de ces variables, l'impact de la pente de la structure à terme de la volatilité sur les rendements demeure intact et prédominant.

Encore une fois, les rendements les plus faibles sont observés pour la prime de risque de variance. C'est la variable qui semble la plus à même de justifier l'existence d'une prime de volatilité dans le rendement des options.

Variable	Straddle		Strangle		Option de	Option d'	Option de	Option d'
	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	vente DC	achat DC	vente	achat
	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1	P5 - P1
VH	0,135 (5,84)	0,329 (2,76)	0,011 (6,39)	0,013 (7,17)	0,171 (3,25)	0,188 (4,49)		
Skew H	0,112 (4,99)	0,286 (2,85)	0,011 (5,55)	0,013 (6,56)	0,126 (2,70)	0,151 (3,61)		
Kurt H	0,118 (5,11)	0,243 (2,48)	0,012 (6,05)	0,013 (6,42)	0,141 (3,01)	0,155 (3,70)		
PRV	0,073 (4,02)	0,223 (2,17)	0,007 (3,87)	0,008 (4,56)	0,098 (2,22)	0,080 (2,10)		
Bid to Mid	0,120 (5,21)	0,205 (2,27)	0,012 (5,85)	0,013 (6,43)	0,154 (2,95)	0,148 (3,62)		
Taille \$	0,110 (4,90)	0,248 (2,58)	0,011 (5,17)	0,013 (6,35)	0,130 (2,32)	0,162 (3,76)		
Delta	0,128 (5,89)	0,385 (3,08)	0,013 (6,33)	0,014 (6,69)	0,173 (3,14)	0,152 (3,46)		
Gamma	0,120 (5,40)	0,329 (2,92)	0,012 (6,21)	0,014 (6,95)	0,144 (3,13)	0,175 (4,14)		
Véga	0,111 (4,47)	0,313 (2,59)	0,010 (5,02)	0,013 (5,81)	0,101 (1,92)	0,189 (4,49)		
Coûts CT	0,134 (6,33)	0,253 (2,52)	0,012 (5,85)	0,014 (7,03)	0,282 (5,25)	0,185 (4,62)		
Coûts LT	0,131 (6,08)	0,290 (2,72)	0,012 (6,15)	0,015 (7,67)	0,190 (3,38)	0,156 (3,79)		

TABLE 3.10 – Interaction entre la pente de la STV et certaines caractéristiques (1996 - 2010)
Cette table présente les résultats de la double classification proposée en section 2.5. Rappelons que premièrement, les options sont classées en fonction de chacune des caractéristiques. Ensuite, des quintiles sont formés. Enfin, pour chacun des quintiles, les options sont classées en fonction de la pente de la structure à terme de la volatilité. Nous calculons alors le rendement équipondéré moyen pour chacun des niveaux de la pente de la structure à terme de la volatilité, sans tenir compte du niveau de la caractéristique. Les résultats pour le portefeuille court-long sont présentés pour chacune des stratégies étudiées. Nous présentons entre parenthèses les t-statistiques de chacun des résultats. Dans ce cas ci, la majorité est significative puisque supérieure à 2.

3.6 Analyse des rendements des différentes stratégies

Dans cette section, nous étudierons les graphiques de dispersion des rendements des différentes stratégies en fonction de deux variables : les rendements des stratégies delta-véga couvertes et les coûts de delta-véga couverture, tels qu'ils sont définis dans la section 2.4.

3.6.1 Rendements des stratégies delta-véga couvertes

Dans cette sous-section, nous nous intéressons tout particulièrement à l'existence d'une relation entre les rendements d'un portefeuille et les rendements de ce même portefeuille delta-véga couvert. Les graphiques 3.5 et 3.6 présentent la diffusion des rendements du portefeuille non couvert en fonction des rendements du portefeuille delta-véga couvert. Le graphique 3.5 présente les données pour les portefeuilles couverts avec une option de court terme. Le graphique 3.6 présente les données pour des portefeuilles couverts avec une option de long terme.

Avec la méthode de la double classification, nous avons déjà testé l'existence d'une relation linéaire entre les coûts de delta-véga couverture et les rendements des stratégies non couvertes. Ici, nous cherchons à comprendre s'il n'existe pas une relation d'autre type. Par exemple, s'il existait une relation de type convexe, nous devrions observer la forme d'une parabole sur les graphiques.

Dans les deux cas, il semble que nous ne puissions déceler de tendance ou de forme particulière pour les stratégies *straddle*, *strangle*, option d'achat et option de vente. Tout au plus, nous pourrions remarquer que la pente de la relation pour les options d'achat semble négative, alors que celle des options de vente semble positive. Dans le cas des *straddle* et *strangle*, les graphiques sont des nuages de points sans réelle forme ou tendance qui se dessine.

Une tendance linéaire peut être remarquée dans le cas des stratégies delta couvertes. Cependant, il est relativement logique de retrouver une telle tendance. En effet, ces stratégies sont déjà en partie couvertes et donc la différence entre ces rendements et ceux des portefeuilles delta-véga couverts en sera forcément diminuée. Enfin, comme la différence de rendements entre les deux portefeuilles sera faible, il est normal de retrouver une forte tendance linéaire.

Cette analyse vaut aussi bien dans le cas de la couverture avec une option de court terme que dans le cas de la couverture avec une option de long terme.

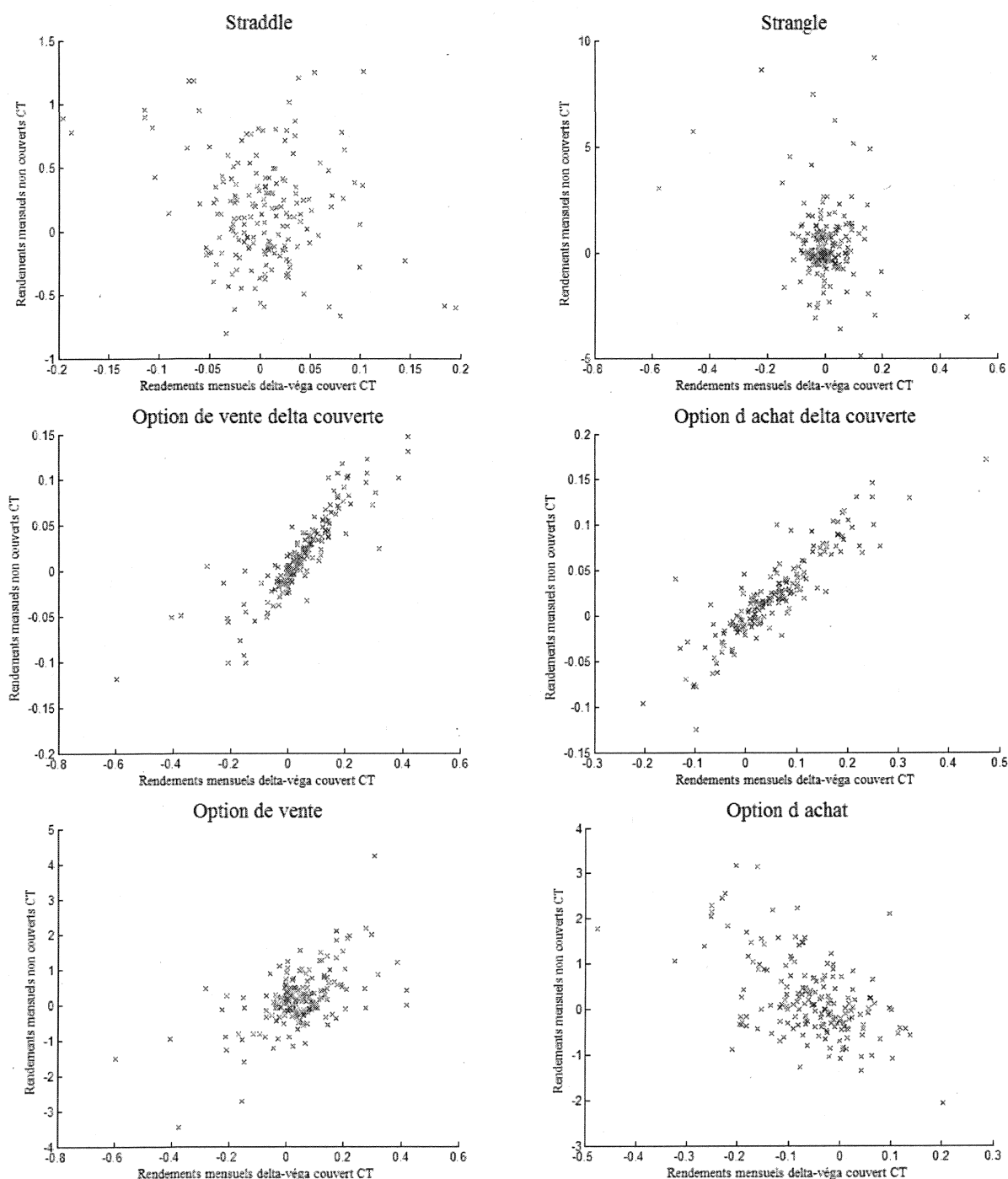


FIGURE 3.5 – Graphique de diffusion des rendements des portefeuilles delta-véga couverts avec l'option de court terme (1996-2010)

Cette figure représente la diffusion des rendements des stratégies non couvertes en fonction des rendements des stratégies delta-véga couvertes. L'objectif de ces graphiques est de déceler une relation entre ces deux variables, peu importe la nature de cette relation (convexe, concave, ou autre). De manière générale, il ne semble pas que l'on puisse déceler de relation dans ces graphiques.

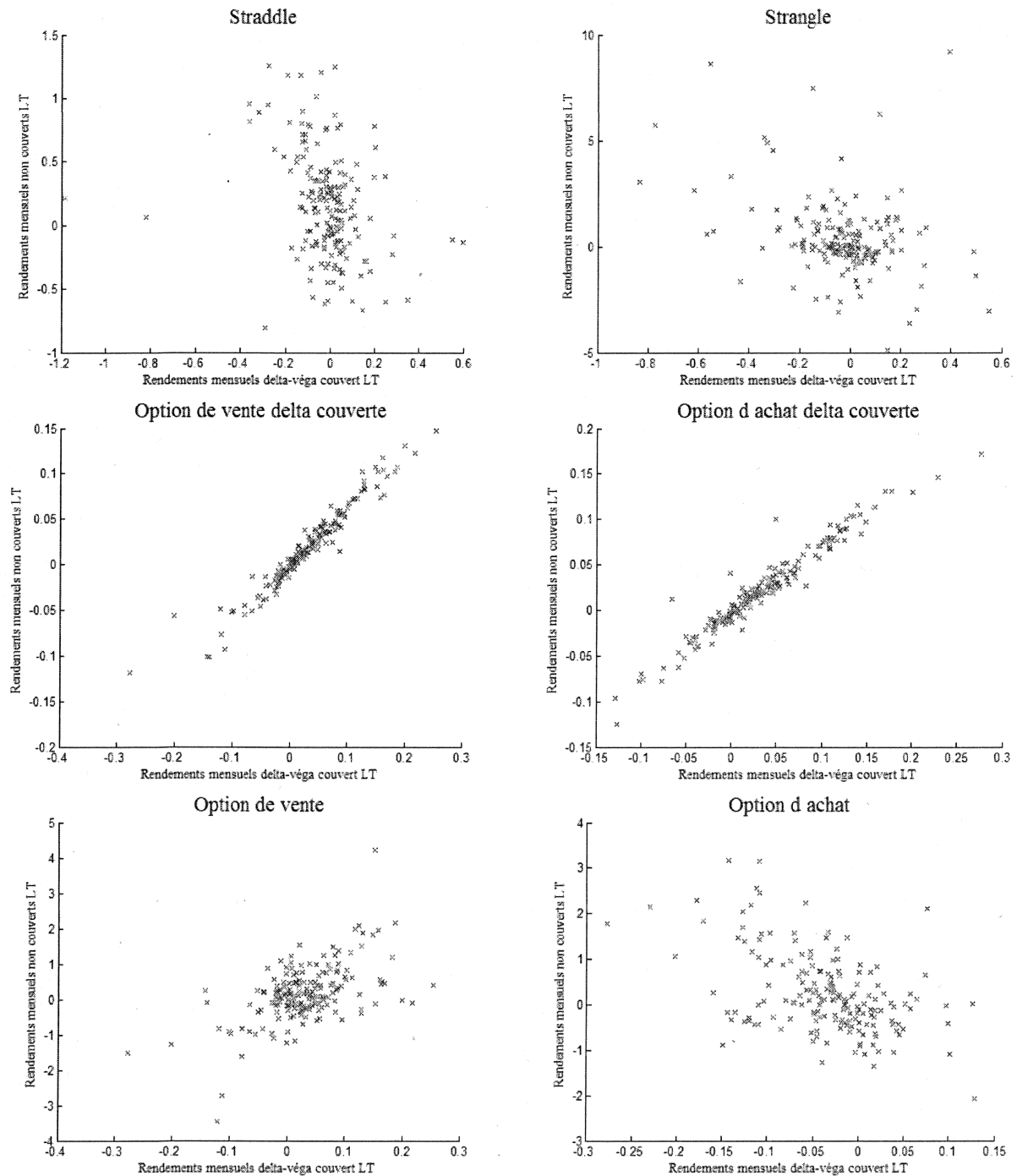


FIGURE 3.6 – Graphique de diffusion des rendements des portefeuilles delta-varga couverts avec l’option de long terme (1996-2010)

Cette figure représente la diffusion des rendements des stratégies non couvertes en fonction des rendements des stratégies delta-varga couvertes. L’objectif de ces graphiques est de déceler une relation entre ces deux variables, peu importe la nature de cette relation (convexe, concave, ou autre). De manière générale, il ne semble pas que l’on puisse déceler de relation dans ces graphiques.

3.6.2 Coûts de delta-véga couverture

Dans cette sous-section, nous nous intéressons tout particulièrement à l'existence d'une relation entre les rendements d'un portefeuille et les coûts de delta-véga couverture de ce portefeuille, tels que définis en section 2.4. Les graphiques 3.7 et 3.8 présentent la diffusion des rendements du portefeuille non couvert en fonction des coûts de delta-véga couverture qui lui sont associés. Le graphique 3.7 présente les données pour les portefeuilles couverts avec une option de court terme. Le graphique 3.8 présente les données pour des portefeuilles couverts avec une option de long terme.

De la même manière que dans la sous-section précédente, l'objectif ici est de déceler une tendance dans les graphiques. On essaie donc d'identifier des tendances qui pourraient être convexes, concaves ou autres.

Dans un premier temps commençons par remarquer que les deux figures sont en tous points semblables. La seule différence que nous puissions déceler entre les deux ne réside pas dans les tendances ou les formes, mais dans l'amplitude des graphiques.

Dans un second temps, nous remarquons que les graphiques de diffusion pour les option de vente et d'achat delta couvertes sont très fortement corrélés avec les graphiques de diffusion pour les options de vente et d'achat vanilles. Ceci paraît logique. En effet, les coûts de delta-véga couverture sont composés en grande majorité de coûts de delta couverture car le prix de l'actif sous-jacent est bien plus élevé que le prix de l'option correspondante. Donc, les mouvements en unité monétaire de l'actif sous-jacent sont plus importants que ceux de l'option. Enfin, les coûts de delta-véga couverture entre les deux stratégies sont différents de $\Delta_{1,t}S_t$, ce qui a un impact relativement faible sur la relation qu'il peut exister entre ces coûts et le rendement de la stratégie non couverte.

Mis à part cela, les graphiques de diffusion semblent encore une fois ne présenter aucune relation entre les rendements des portefeuilles non couverts et les coûts de couverture de ces portefeuilles. Pour chacune des six stratégies étudiées, le graphique de diffusion présente un nuage de point sans réelle forme ou relation quelconque. De plus, cette remarque est valable dans le cas de la couverture avec une option de court terme, tout comme dans le cas de la couverture avec une option de long terme.

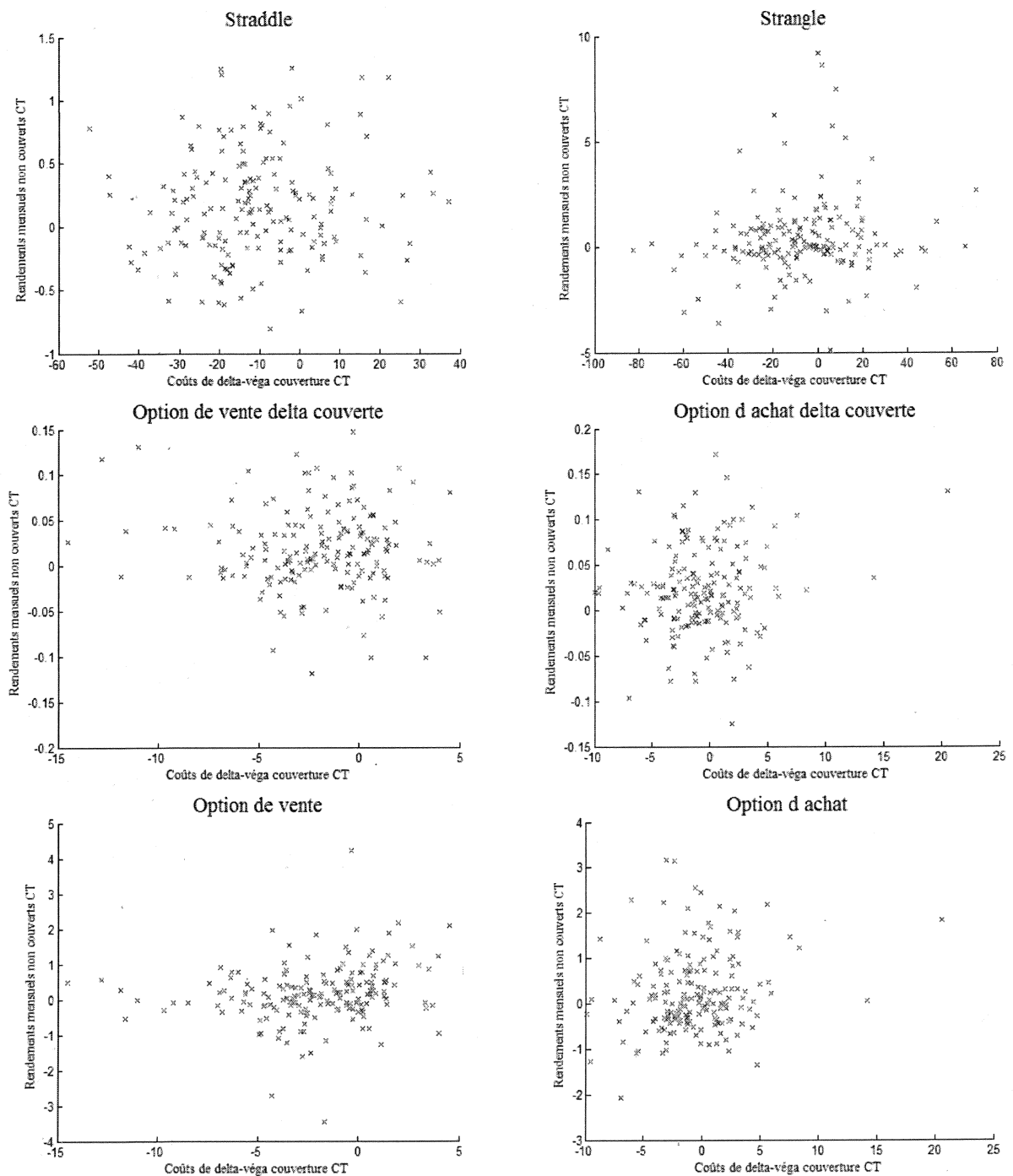


FIGURE 3.7 – Graphique de diffusion des coûts de delta-véga couverture des portefeuilles avec l'option de court terme (1996-2010)

Cette figure représente la diffusion des rendements des stratégies non couvertes en fonction des coûts associés aux stratégies delta-véga couvertes. L'objectif de ces graphiques est de déceler une relation entre ces deux variables, peu importe la nature de cette relation (convexe, concave, ou autre). De manière générale, il ne semble pas que l'on puisse déceler de relation dans ces graphiques.

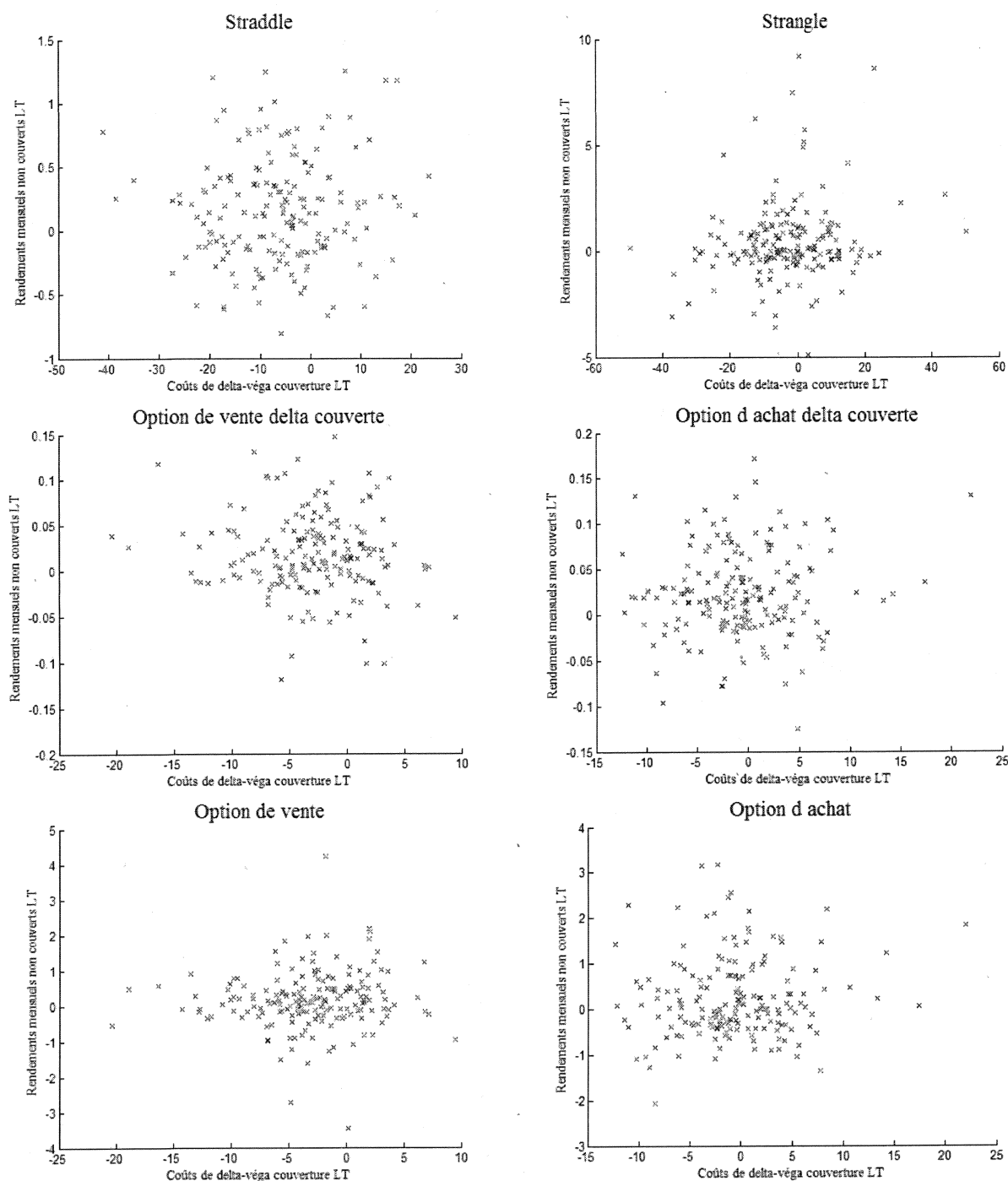


FIGURE 3.8 – Graphique de diffusion des coûts de delta-varga couverture des portefeuilles avec l'option de long terme (1996-2010)

Cette figure représente la diffusion des rendements des stratégies non couvertes en fonction des coûts associés aux stratégies delta-varga couvertes. L'objectif de ces graphiques est de déceler une relation entre ces deux variables, peu importe la nature de cette relation (convexe, concave, ou autre). De manière générale, il ne semble pas que l'on puisse déceler de relation dans ces graphiques.

Conclusion

Dans un premier temps, nous nous sommes attachés à reproduire les résultats proposés par Vasquez (2011). À cette occasion, nous avons pu montrer que les résultats de cette étude sont robustes à l'échantillonnage. En effet, nous avons choisi un échantillon de taille beaucoup plus faible, et comprenant des compagnies de taille plus importante (celle du S&P500). Cela nous a permis de nous rendre compte d'un possible problème d'échelonnage avec l'échantillon proposée dans l'article de référence.

Le premier ajout que nous avons fait au modèle a été d'implanter une autre stratégie qui permettrait de déceler l'effet de la prime de volatilité. Nous avons choisi le *strangle* après n'avoir pu intégrer l'*iron condor* suite à un problème de disponibilité d'options. Comme prévu, le *strangle* offre des rendements excédentaires très élevés, plus élevés que ceux du *straddle*. Mais, le risque de cette stratégie est plus important, notamment car on est exposé au risque d'écart entre les prix d'exercice.

Par la suite, nous avons entrepris de mettre la stratégie en exécution durant une période de crise. Cela nous a permis de valider la robustesse d'une telle stratégie en période de forte volatilité. En effet, les résultats sur la période 1996-2010 sont sensiblement identiques à ceux de la période 1996-2007. Il est vrai que l'amplitude des rendements positifs dans les années 2008-2010 est plus faible qu'auparavant, mais la proportion de rendements positifs reste inchangée ou presque. Cependant, l'amplitude des rendements négatifs s'est accrue durant la période 2008-2010. Par conséquent, nous pouvons conclure que le modèle est robuste aux périodes de forte volatilité. Mais, les rendements des différentes stratégies durant ce type de période, est moins élevé qu'en période normale.

Ensuite, nous avons introduit des variables au modèle de double classification proposé par Vasquez (2011). Ces variables sont les coûts de delta-véga couverture. Afin de delta-véga couvrir nos portefeuilles, nous avons choisis de nous exposer au risque de thêta. Nous avons

choisi de nous couvrir avec des options en tous points similaires mais de maturité différente. Aucune relation linéaire n'est ressortie de cette double classification.

Enfin, nous avons présenté les graphiques de diffusion des rendements non couverts en fonction des rendements couverts et des coûts de couverture. Nous ne pouvons pas tirer de conclusion, sur une possible relation entre les rendements des portefeuilles et, les rendements couverts ou les coûts de couverture.

En conclusion, il ne semble pas exister de lien entre les coûts de delta-véga couverture, tels que nous les avons définis, et les rendements excédentaires des stratégies étudiées. Cependant, la véga couverture d'un portefeuille peut être réalisée d'une infinité de manière différente. Nous en avons testé une. Celle-ci ne s'avère pas concluante mais quelques éléments, notamment dans les graphiques de diffusion, peuvent sembler encourageant.

Afin d'éviter les problèmes de liquidité comme nous avons pu en rencontrer lorsque nous avons voulu implanter la stratégie *iron condor*, une simulation Monte Carlo pourrait être utilisée. Il faudrait alors définir un processus stochastique pour la volatilité. L'avantage de ce type d'approche est qu'il est possible, à partir de l'actif sous-jacent, de recréer toutes les options qui lui sont associés. Donc, il est possible d'étudier des stratégies impliquant plus que deux options, ce qui est plus problématique empiriquement. Cela permettrait alors d'étudier des stratégies dont l'information fournie par les rendements est bien plus importante.

Bibliographie

- BAKSHI, G. et KAPADIA, N. (2003). Delta-Hedged Gains and the Negative Market Volatility Risk Premium. *The Review of Financial Studies*, 16(2):527–566.
- BALI, T. G. et HOVAKIMIAN, A. (2009). Volatility Spreads and Expected Stock Returns. *Management Science*, 55(11):1797–1812.
- BLACK, F. et SCHOLES, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3):637–654.
- BOLLEN, N. P. B. et WHALEY, R. E. (2004). Does Net Buying Pressure Affect the Shape of Implied Volatility Functions? *The Journal of Finance*, 59(2).
- BRITTEN-JONES, M. et NEUBERGER, A. (2000). Option Prices, Implied Processes, and Stochastic Volatility. *The Journal of Finance*, 55(2):839–866.
- BURASCHI, A. et JACKWERTH, J. (2001). The Price of a Smile : Hedging and Spanning in Option Markets. *The Review of Financial Studies*, 14(2):495–527.
- CAO, J. et HAN, B. (2009). Cross-Section of Stock Option Returns and Stock Volatility Risk Premium. Working Paper.
- CARHART, P. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*, 52:57–82.
- CARR, P. et WU, L. (2008). Variance Risk Premiums. *The Society for Financial Studies*.
- CHERNOV, M. (2007). On the Role of Risk Premia in Volatility Forecasting. *Journal of Business and Economic Statistics*, 25(4).
- CONT, R. et da FONSECA, J. (2002). Dynamics of implied volatility surfaces. *Institute of Physics Publishing*, 2:45–60.

- DUARTE, J. et JONES, C. S. (2007). The price of market volatility risk. Working Paper.
- FAMA, E. et FRENCH, K. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 33:3–56.
- FAMA, E. et MACBETH (1973). Risk, Return, and Equilibrium : Empirical Tests. *The Journal of Political Economy*, 81:607–636.
- GOYAL, A. et SARETTO, A. (2008). Cross-Section of Option Returns and Volatility. Working Paper.
- JIANG, G. J. et TIAN, Y. S. (2005). The Model-Free Implied Volatility and Its Information Content. *Oxford University Press*.
- JOHN C. COX, S. A. R. et RUBINSTEIN, M. (1979). Option Pricing : A Simplified Approach*. *Journal of Financial Economics*, 7:229–263.
- JONES, C. S. et SHEMESH, J. (2000). The Weekend Effect in Equity Option Returns. Working Paper.
- MIXON, S. (2007). The implied volatility term structure of stock index options. *Journal of Empirical Finance*, 14:333–354.
- NI, S. X. (2007). Stock Option Returns : A puzzle. Working Paper.
- POTESHMAN, A. M. (2001). Underreaction, Overreaction, and Increasing Misreaction to Information in the Options Market. *The Journal of Finance*, 56(3):851–876.
- RONALD HEYNEN, A. K. et VORST, T. (1994). Analysis of the Term Structure of Implied Volatilities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 29(1):31–56.
- VASQUEZ, A. (2011). Volatility Term Structure and the Cross-Section of Option Returns. Working Paper.
- (WEBSITE), C. B. O. E. Equity options product specifications.
-

