

HEC MONTRÉAL

Élaboration de méthodes non-linéaires pour l'implantation d'une
stratégie d'arbitrage statistique sur le marché des REIT

Par

Mathieu Bertoux

Science de la gestion

Ingénierie financière

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maîtrise ès sciences
(M.Sc.)

Mai 2012

©Mathieu Bertoux, 2012

SOMMAIRE

Le but de ce mémoire est de démontrer la supériorité des méthodes non-linéaires lorsqu'elles sont appliquées aux stratégies de « *pairs trading* ». Pour cela, nous examinons et comparons la performance de différentes stratégies d'arbitrage statistique sur le marché des actions de REIT durant la période allant de 1987 à 2011. Les résultats montrent que la stratégie incluant des contraintes de cointégration n'apporte pas un rendement ajusté pour le risque supérieur à une stratégie classique, basé uniquement sur la dépendance linéaire entre deux actions. Une stratégie conditionnée selon la copule de Clayton présente quant à elle de meilleurs résultats. Sur la période allant de 2008 à 2011, nous obtenons un ratio de Sortino de 2.88, comparativement à 2.65 avec la stratégie initiale. Sur cette même période, nous montrons également que les différentes stratégies de « *pairs trading* » développées surperforment l'indice de référence. Selon nous, l'homogénéité de l'industrie des REIT, couplé à la baisse temporaire des liquidités sur le marché durant la période, sont les principaux facteurs du succès de ces stratégies.

TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE	I
TABLE DES MATIÈRES	II
LISTE DES TABLEAUX	IV
LISTE DES FIGURES	V
REMERCIEMENTS	VI
AVANT-PROPOS	VII
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	1
1.1 Mise en contexte	1
1.2. Problématique	1
1.3. Question de recherche	2
1.4. Implications théoriques, pratiques et méthodologiques	3
1.5. Présentation du mémoire	4
CHAPITRE 2 : MARCHÉ DES REIT	5
2.1. Histoire	5
2.2. Récents changements	6
2.3. Performance	8
CHAPITRE 3 : REVUE DE LITTÉRATURE	11
3.1. Pairs trading	11
3.1.1. Histoire	11
3.1.2. Méthode de distance	12
3.1.3. Réseaux de neurones	15
3.1.4. Autres méthodes	16
3.1.5. Principaux résultats	17
CHAPITRE 4 : CADRE MÉTHODOLOGIQUE	19
4.1. Modèle de Gatev et <i>al.</i> (2006)	19
4.1.1. Formation des couplets	19
4.1.2. Période de négociation	20

4.1.3. Calcul du rendement excédentaire	22
4.1.4. Mesure de performance	23
4.1.5. Implantation	24
4.2. Contrainte de cointégration	25
4.2.1. Implantation de la contrainte de cointégration	26
4.3. Contrainte de copules	27
4.3.2. Estimation des copules	29
4.3.3. Test d'adéquation	29
4.3.4. Implantation de la contrainte de copules	32
CHAPITRE 5 : LES DONNÉES	33
5.1. REIT	33
5.2. Indice de référence	35
CHAPITRE 6 : RÉSULTATS EMPIRIQUES	36
6.1. Modèle de Gatev. et <i>al.</i> (2006)	36
6.1.1. Réplication	36
6.1.2. Analyse sur la période 1987-2011	37
6.2. Ajout de la contrainte de cointégration	43
6.3. Ajout de la contrainte de copule	52
6.4. Comparaison avec l'indice de référence	57
CHAPITRE 7 : CONCLUSION	60
BIBLIOGRAPHIE	62

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 – Statistiques des rendements mensuels pour les différents indices de 1992 à 2010	10
Tableau 5.1 – Statistiques descriptives des actions de REIT conservées entre 1987 et 2011	34
Tableau 6.1 – Statistiques des rendements mensuels pour la période de réplcation de Mori et Ziobrowski (2011)	37
Tableau 6.2 – Caractéristiques des couplets de REIT formés avec la stratégie initiale	38
Tableau 6.3 – Statistiques des rendements mensuels pour la stratégie initiale	39
Tableau 6.4 – Statistiques des rendements mensuels de la stratégie initiale pour les différentes sous-périodes	43
Tableau 6.5 – Caractéristiques des couplets de REIT formés avec la stratégie de cointégration	44
Tableau 6.6 – Nombre de couplets moyen formé par année pour la stratégie initiale et la stratégie de cointégration entre 1988 et 2011	45
Tableau 6.7 – Statistiques comparatives des rendements mensuels de la stratégie initiale et de la stratégie de cointégration entre 1987 et 2011	46
Tableau 6.8 – Statistiques comparatives des rendements mensuels de la stratégie initiale et la stratégie de cointégration pour les différentes sous-périodes	50
Tableau 6.9 – Nombre de couplets moyens par années pour la stratégie initiale les différentes stratégies de copule entre 2008 et 2011	53
Tableau 6.10 – Caractéristiques des couplets de REIT formés avec les stratégies de copule	54
Tableau 6.11 – Statistiques des rendements mensuels de la stratégie initiale et des stratégies de copule entre 2008 et 2011	56

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 – Nombre de REIT selon leur type entre 1980 et 2010	7
Figure 2.2 – Nombre de REIT diversifiés et spécialisés entre 1980 et 2010	7
Figure 2.3 – Capitalisation boursière totale du marché des REIT entre 1980 et 2010	8
Figure 2.4 – Rendements cumulatifs des différents indices de 1992 à 2010	9
Figure 4.1 – Exemple de « <i>pairs trading</i> » sur un couplet	21
Figure 6.1 – Rendements mensuels et cumulatifs de la stratégie initiale	40
Figure 6.2 — Rendements mensuels et cumulatifs de la stratégie initiale et de la stratégie de cointégration entre 1988 et 2011	47
Figure 6.3 — Rendements mensuels et cumulatifs de la stratégie initiale et des stratégies de copule entre 2008 et 2011	55
Figure 6.4 — Rendements cumulatifs de la stratégie initiale et de l'indice entre 1990 et 2011	57
Figure 6.5 — Rendements cumulatifs des stratégies et de l'indice entre 2008 et 2011	59

REMERCIEMENTS

En préambule de ce mémoire, je tiens à saluer les personnes qui m'ont permis de mettre en œuvre et finaliser cette recherche. Tout d'abord, je souhaite remercier mon directeur de mémoire, M. Nicolas Papageorgiou, pour m'avoir appuyé tout au long de ce projet. Un grand merci à M. Binh Do pour son aide précieuse quant à la programmation de la stratégie. Finalement, je souhaite remercier ma famille et mes amis, qui m'ont soutenu tout au long de ce projet.

AVANT-PROPOS

La présente étude s'adresse aux investisseurs souhaitant profiter de l'inefficience à court et moyen terme des prix sur le marché des actions de REIT. Suite à la lecture, l'investisseur sera en mesure de mettre en place une stratégie de « *pairs trading* » potentiellement profitable. Cette recherche se veut pratique, dans le sens où elle prend en compte les coûts que peut rencontrer un investisseur dans l'implantation d'une telle stratégie, en particuliers les frais de transactions.

CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte

L'utilisation de méthodes quantitatives à des fins de spéculation est depuis longtemps employée par de nombreux investisseurs. Dans le prologue de son livre, « *Quantitative trading strategies : harnessing the power of quantitative techniques to create a winning trading program* », Lars Kestner (2003) indique que ces méthodes sont étudiées depuis plus de 50 ans par les chercheurs et mises en pratique depuis plus de deux décennies par les investisseurs de Wall Street. Ces techniques, basées entre autres sur les propriétés statistiques inhérentes aux actifs financiers, permettent de profiter des irrégularités entre les actifs présents sur les marchés dans le but d'obtenir des rendements supérieurs. Partant de l'hypothèse que les marchés sont efficients à long terme (Fama, 1998), et de la Loi du prix unique, une divergence à court terme entre deux actifs financiers devrait finir par disparaître, amenant un certain profit pour l'investisseur tirant avantage de cette irrégularité.

Une de ces stratégies quantitatives est l'arbitrage statistique, plus spécifiquement le « *pairs trading* », qui se base sur les propriétés statistiques entre deux ou plusieurs actifs financiers. Lorsqu'une divergence relative des prix est observée entre les actifs, l'investisseur prend alors une position d'achat dans l'actif sous-évalué et une position de vente dans l'actif surévalué. Utilisée abondamment par les pupitres de négociation pour compte propre (« *proprietary trading desks* ») et les fonds de couverture (« *hedge funds* ») sur Wall Street (Kestner, 2003 : 263), cette stratégie a fait l'objet de nombreuses recherches (entre autres Gatev et *al.*, 2006; Nath, 2003; Vidyamurthy, 2004), ces dernières analysant à la fois les différentes méthodes d'implantation et la performance historique.

1.2. Problématique

Toutefois, la reconnaissance et l'utilisation du « *pairs trading* » par de plus en plus d'investisseurs, particulièrement les fonds de couverture, ont amené cette

stratégie à engendrer de moins en moins de profits, les marchés devenant plus réactifs et réduisant les opportunités de profits (Gatev et *al.*, 2006). Pour cette raison, il devient important pour les investisseurs de se tourner vers des marchés où les possibilités de couplets (« *pairs* ») sont importantes. Dans leur étude sur l'implantation d'une stratégie de « *pairs trading* » sur le marché des actions américaines, Gatev et *al.* (2006) montrent que le secteur des actions de services publics (« *utility* ») sur le marché américain, secteur reconnu pour sa grande homogénéité, est celui où 71 % des couplets se sont formés.

Au-delà de la popularité grandissante de ce type de stratégie, Do et Faff (2010) émettent l'hypothèse que la diminution croissante de la profitabilité provient du changement de la dynamique de la Loi du prix unique; la relative homogénéité entre une paire d'actifs durant une période observée tend à disparaître au fil du temps. La convergence relative des prix se fait alors de moins en moins entre les couplets.

1.3. Question de recherche

Devant de telles problématiques, la recherche d'actifs hautement substituables semble cruciale. Le marché des Real Estate Investment Trusts (REIT) est de ce fait un candidat idéal pour implanter le « *pairs trading* ». Les nombreuses exigences et réglementations quant à la structure corporative et fiscale rendent ce marché très homogène, chaque participant devant répondre à de nombreuses conditions pour maintenir son statut. Selon Mori et Ziobrowski (2011), ce marché contient un grand nombre d'actifs semblables qui maintiennent une relation homogène durant une longue période.

Cependant, très peu de recherches ont été faites sur l'arbitrage statistique sur ce marché. La recherche de Mori et Ziobrowski (2011) se base sur une stratégie de « *pairs trading* » basique développée par Gatev et *al.* (2006) et repris ultérieurement par Do et Faff (2010). Ces études utilisent la dépendance linéaire entre deux actifs pour implanter la stratégie. Mori et Ziobrowski (2011) montrent que la performance du « *pairs trading* » sur le marché des REIT aux États-Unis est

supérieure à celle sur le marché des actions américaines, amenant des opportunités de profit plus élevées durant la période de 1993 à 2000. Selon eux, la reconnaissance de cette surperformance du marché des REIT par l'intermédiaire de l'arbitrage statistique a toutefois amené les investisseurs à exploiter massivement cette inefficience de marché, faisant disparaître cette supériorité après les années 2000.

Des recherches plus récentes effectuées sur le « *pairs trading* » semblent montrer que les méthodes non-linéaires offrent des performances supérieures, quand elles sont appliquées sur le marché des capitaux (Thomaidis et *al.*, 2006; Burgess, 1999), et sur le marché des changes (Sorour, 2010).

Devant de tels constats, serait-il possible d'obtenir des rendements ajustés pour le risque supérieur via l'utilisation de méthodes non-linéaires comparativement à une méthode linéaire sur le marché des REIT?

La mise en place de méthodes plus complexes, se basant sur la cointégration et l'utilisation des copules, pourrait permettre de contrebalancer la profitabilité de moins en moins importante des stratégies de « *pairs trading* ».

1.4. Implications théoriques, pratiques et méthodologiques

La recherche sur l'utilisation de méthodes non-linéaires dans l'implémentation de stratégies de « *pairs trading* » est très peu développée, voire inexistante si on s'intéresse en particulier à l'utilisation des copules, et ce en grande partie à cause du caractère privé des outils mis en place. Il est certain que les fonds de couverture et les banques d'investissements, très friands de ces stratégies, ne souhaitent pas divulguer leur méthodologie, dans le but de conserver la profitabilité de ces dernières.

Ce mémoire a pour but de présenter la supériorité des méthodes non-linéaires, à travers l'utilisation de la cointégration et des copules, et d'établir une méthodologie pour implanter une stratégie de « *pairs trading* » basée sur l'interdépendance non linéaire entre des actions de REIT.

De plus, comme le mentionnent Mori et Ziobrowski (2011), une analyse de la profitabilité du « *pairs trading* » équivaut à tester la Loi du prix unique et à déterminer les implications en ce qui a trait à la vitesse de réaction du marché vis-à-vis des divergences de prix à court terme.

1.5. Présentation du mémoire

Cette étude sera organisée de la manière suivante. Premièrement, nous aurons un aperçu des spécificités du marché des REIT. Dans un deuxième temps, la revue de littérature mettra en perspective la stratégie de « *pairs trading* ». Ensuite, le cadre méthodologique sera présenté, décrivant en détail le modèle de Gatev et *al.* (2006) et les contraintes de cointégration et de copules que nous souhaitons appliquer. Nous nous attarderons après sur les données utilisées ainsi que sur la période de temps considérée. En cinquième partie, nous présenterons et analyserons les résultats obtenus dans le but de répondre à notre question de recherche. Finalement, la conclusion nous permettra de synthétiser l'ensemble de cette étude et d'envisager des avenues de recherches potentielles sur le sujet.

CHAPITRE 2 : MARCHÉ DES REIT

Une définition d'un REIT est donnée par le National Association of Real Estate Investment Trusts (NAREIT), le porte-parole des REIT et autres entreprises immobilières transigées publiquement en bourse aux États-Unis :

A real estate investment trust, or REIT, is a company that owns, and in most cases, operates income-producing real estate. Some REITs also engage in financing real estate. The shares of many REITs are traded on major stock exchanges (NAREIT, 2011).

Cette définition présente bien le caractère particulier de ce type d'organisation. Plus spécifiquement au niveau de sa structure, 75 % des actifs d'un REIT doivent être investis dans de l'immobilier ou des hypothèques, et 75 % de ces revenus doivent dériver de loyers, d'intérêts sur de l'hypothèque, ou de gain sur la vente de biens immobiliers. De ces revenus imposables, 90 % doivent être reversés aux actionnaires sous forme de dividendes. De plus, un REIT doit avoir au moins 100 actionnaires et les 5 plus importants doivent posséder moins de 50 % du nombre d'actions en circulation (règle 5/50).

2.1. Histoire

Créés par le Congrès des États-Unis en 1960, les REIT ont permis à tout un chacun d'investir dans des biens immobiliers d'envergures, particulièrement commerciaux (NAREIT, 2011). Avant cette date, l'investissement dans des actifs immobiliers était réservé aux investisseurs institutionnels et les individus ayant les fonds suffisants pour investir directement dans des biens immobiliers.

Durant ces premières années, l'industrie des REIT a été dominée par des REIT hypothécaires (« *mortgage REITs* ») assurant le financement par la dette des investissements immobiliers résidentiels et commerciaux. Le marché s'est ensuite tourné vers des REIT d'équités (« *equity REITs* »), entités qui investissent dans

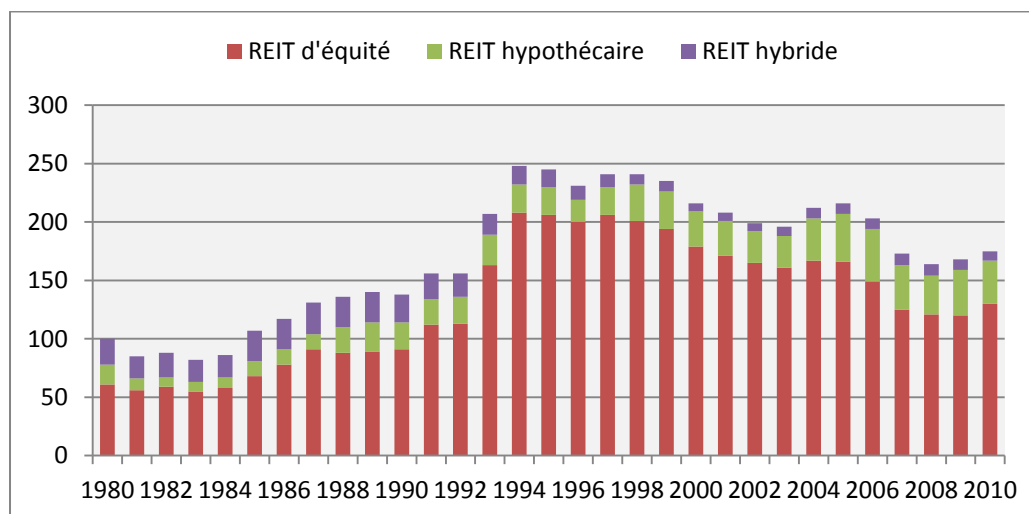
des actifs immobiliers, à partir de la fin des années 1980 et la mise en place du « *Tax Reform Act* » de 1986. Avant cette date, un REIT d'équité ne pouvait pas à la fois investir et gérer des actifs immobiliers. Cette réforme a donc permis l'avènement de REIT verticalement intégré et l'apparition de nombreux PAPE (Premier Appel Publique à l'Épargne) vers le milieu des années 1990 (NAREIT, 2011).

Plusieurs changements législatifs expliquent l'avènement de l'industrie de REIT depuis les années 1990 jusqu'à aujourd'hui. Tout d'abord, l'« *Omnibus Budget Reconciliation Act* » de 1993 a permis un investissement plus important des fonds institutionnels dans les REIT. Avant le passage de cette loi, les fonds institutionnels étaient considérés comme un investisseur individuel, réduisant considérablement l'attrait des REIT pour ces derniers du fait de la règle 5/50. La loi de 1993 met fin à ce statut, les fonds de pension pouvant alors considérés chacun de leurs investisseurs comme individuel, et éviter ainsi d'aller à l'encontre de la règle 5/50 (Chan et *al.*, 2003). Ensuite, le « *REIT Simplification Act* » et le « *REIT Modernization Act* » de 1999 amènent différents changements dans les lois régissant les REIT, permettant en particuliers d'accroître la compétitivité des REIT en tant que propriétaire et gestionnaire sur le marché de l'immobilier (Chan et *al.*, 2003). Par exemple, ces lois ont réduit le taux requis de distribution des profits imposable des REIT de 95% à 90%.

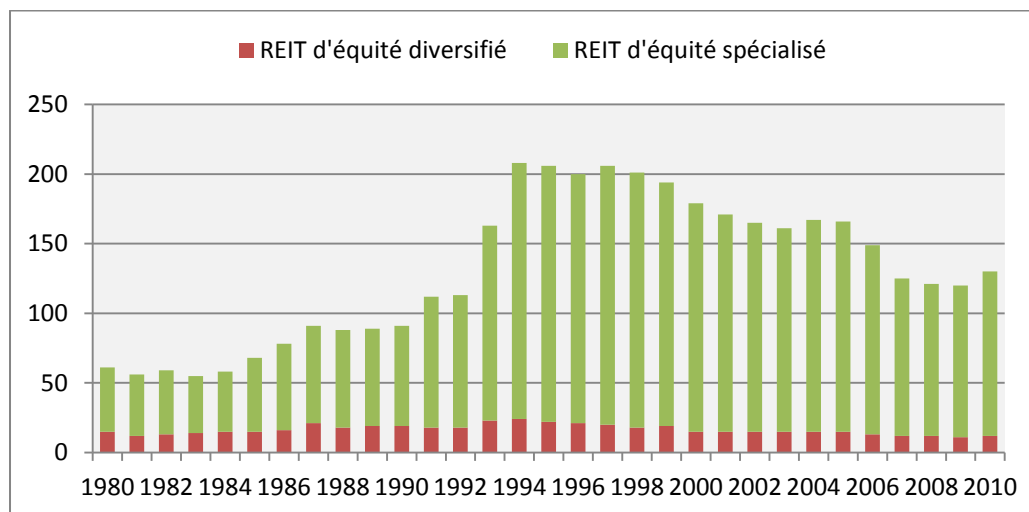
2.2. Récents changements

De nos jours, 83% des REIT états-uniens publiquement transigés sont des REIT d'équités et dérivent leur revenu des loyers de leurs biens immobiliers, principalement commerciaux (NAREIT, 2011). La figure 2.1 montre le nombre d'actions de REIT selon leur classification (hypothécaire, équité, hybride¹) de 1980 à 2010 et permet de voir l'importance de plus en plus grande des REIT d'équités dans l'industrie.

¹ Les REIT hybrides ont à la fois des activités de REIT hypothécaire et de REIT d'équité.

Figure 2.1 – Nombre de REIT selon leur type entre 1980 et 2010

Nous pouvons voir que l'industrie tend à se spécialiser. Ainsi, les REIT hybrides ont quasiment disparu² pour laisser place à des REIT d'équités et d'hypothèques. À l'intérieur même des types de REIT, les propriétés gérées sont de moins en moins diversifiées. La figure 2.2 montre le nombre de REIT diversifié au sein des REIT d'équités. Comme nous pouvons le voir, la proportion des REIT d'équités diversifiés est en baisse vis-à-vis des REIT d'équités spécialisés³.

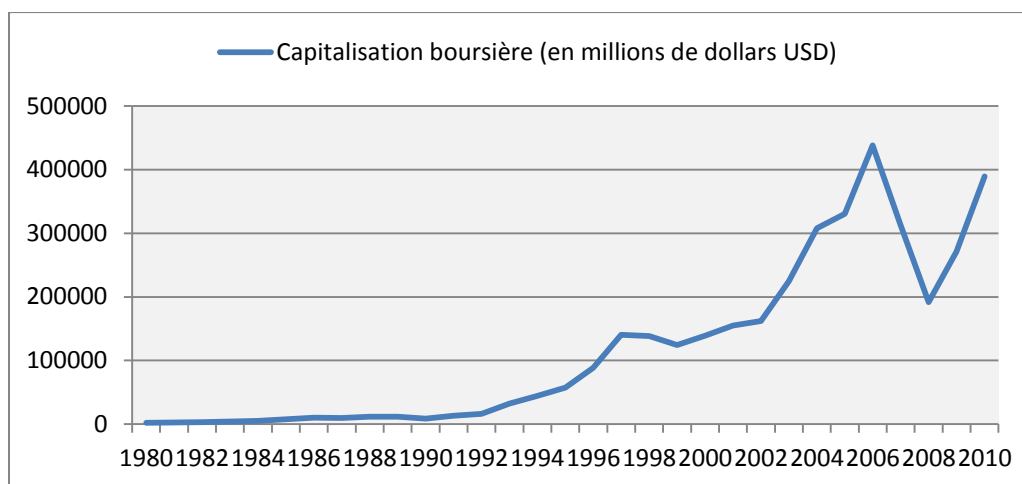
Figure 2.2 – Nombre de REIT diversifiés et spécialisés entre 1980 et 2010

² L'indice FTSE NAREIT Hybrid REIT a été interrompu le 17 Décembre 2010.

³ Un REIT spécialisé gère seulement un type de propriété, contrairement à un REIT diversifié.

Ces modifications de l'industrie des REIT en fait un acteur potentiellement intéressant pour une stratégie de « *pairs trading* », l'homogénéité entre les entreprises étant de plus en plus grande. De plus, le marché des REIT en tant qu'investissement alternatif a pris une importance considérable durant ces 20 dernières années, comme cela peut être vu sur la figure 2.3, montrant la capitalisation boursière totale des REIT états-uniens au fil des années.

Figure 2.3 – Capitalisation boursière totale du marché des REIT entre 1980 et 2010



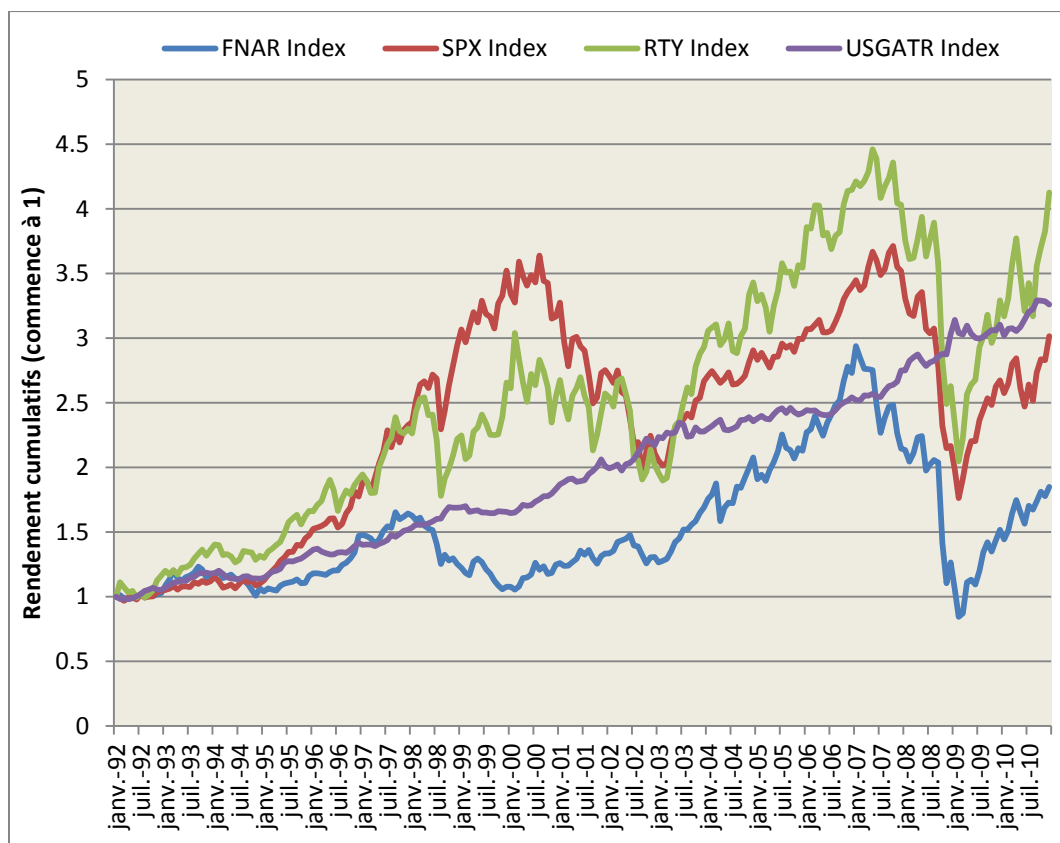
Bien que durement touchée par la crise de 2007, l'effervescence du marché des REIT est capitale pour notre stratégie de « *pairs trading* ». Un marché suffisamment large et liquide étant la base de l'hypothèse d'efficience des marchés, on devrait s'attendre à voir une efficience à long terme de plus en plus présente sur le marché des REIT.

2.3. Performance

On peut comparer la performance de l'indice des REIT états-uniens (FNAR Index) par rapport à des indices de classe d'actif différents. Nous utilisons le S&P 500 (SPX Index) pour représenter les actions à grande capitalisation (« *large-cap* »), le Russel 2000 (RTY Index) pour les petites capitalisations (« *small-cap* ») et l'indice de Bloomberg/EFFAS pour les obligations gouvernementales états-

uniennes de maturité supérieure à un an (USGATR Index). La figure 2.4 présente les rendements cumulés des quatre indices sur la période allant de 1992 à 2010⁴. On remarque que l'indice FNAR a moins bien performé que les autres indices, tout en restant très volatile. Il semble particulièrement corrélé avec l'indice RTY et l'indice SPX, soit le marché des actions états-uniennes.

Figure 2.4 – Rendements cumulatifs des différents indices de 1992 à 2010



D'après le tableau 2.1, on peut voir que l'indice FNAR engendre un rendement mensuel moyen de 0.427%, en dessous des trois autres indices. Cette piètre performance s'explique principalement par la crise de 2007, qui a particulièrement touché le secteur immobilier. Le rendement minimum de toute la période a été de -30.5%, comparativement à -20.90% pour l'indice RTY et -16.94% pour l'indice SPX. Le niveau de l'indice des REIT a même atteint le niveau le plus bas de son

⁴ Une période plus longue n'aurait pas été possible, car l'indice USGATR a été créé en janvier 1992.

histoire en février 2009. Dans ce contexte de crise, l'indice USGATR a bien performé, et ce de façon constante. La volatilité de l'indice FNAR (5.489%) est très proche de celle de l'indice RTY (5.621%), et bien plus élevée que l'indice SPX (4.329%) et pratiquement quatre fois plus élevé que l'indice USGATR (1.365%). Il n'est ainsi pas étonnant de voir que le marché des REIT offre le rendement ajusté pour le risque et le ratio de Sortino le plus faible des quatre indices (respectivement 0.08 et 0.11). La meilleure performance revient à l'indice USGATR avec un rendement ajusté pour le risque de 0.38 et un ratio de Sortino de 0.71.

Tableau 2.1 – Statistiques des rendements mensuels pour les différents indices de 1992 à 2010

	FNAR Index	SPX Index	RTY Index	USGATR Index
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.00427	0.00580	0.00784	0.00521
Erreur type (Newey-West)	0.00462	0.00356	0.00472	0.00113
Statistique t	0.9242	1.63	1.66	4.62***
Médiane	0.01046	0.01032	0.01609	0.00550
Écart-type (2)	0.05489	0.04329	0.05621	0.01365
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.08	0.13	0.14	0.38
Ratio de Sortino	0.11	0.19	0.20	0.71
Coefficient d'asymétrie	-0.95	-0.72	-0.58	-0.14
Coefficient d'aplatissement	10.90	4.22	4.15	3.91
Maximum	0.2741	0.0967	0.1642	0.0553
Minimum	-0.3050	-0.1694	-0.2090	-0.0408
% de mois ayant un rendement positif	0.58	0.63	0.62	0.66

La statistique t est calculée en utilisant l'erreur type (Newey-West) avec un retard de 6 périodes. Le rendement ajusté pour le risque est calculé en divisant la moyenne des rendements mensuels par l'écart-type des rendements. *** indique une signification statistique à un seuil de 1 %. ** indique une signification statistique à un seuil de 5 %.

CHAPITRE 3 : REVUE DE LITTÉRATURE

Selon Fama (1991), un marché se veut efficient lorsqu'il est impossible pour les acteurs du marché d'obtenir des rendements ajustés pour le risque supérieur à ceux du marché. L'auteur soutient qu'à long terme, dans un marché suffisamment large où l'information se répand de manière instantanée, les marchés tendent à être efficients.

Toutefois, des divergences à court-terme peuvent être décelées. Dans leur recherche, Lamont et *al.* (2003), exposent différents cas où l'on distingue des rendements anormaux sur les stratégies de couplets (« *pairs strategies* »). Selon eux, ces rendements servent à indemniser les arbitragistes pour l'application de la Loi du prix unique. Pour notre étude, nous postulons que la forme faible de l'efficience de marché est valide à long terme seulement et que des divergences de prix à court terme sont possibles.

3.1. Pairs trading

Le « *pairs trading* » est une stratégie d'arbitrage statistique utilisée majoritairement par les fonds de couverture et les banques d'investissements pour exploiter une déviation de court terme d'un équilibre de prix de long terme entre deux actions. Au lieu de s'intéresser à la valeur d'un actif financier en lui-même, l'arbitrage statistique cherche à évaluer si un actif financier est sur ou sous-évalué par rapport à un autre (Namang, 2009).

3.1.1. Histoire

Cette méthode, développée par l'équipe quantitative de Nunzio Tartaglia à Morgan Stanley, est apparue vers le milieu des années 80. Comme l'expliquent Gatev et *al.* (2006), « l'utilisation de méthodes statistiques sophistiquées leur a permis de développer des programmes de négociation automatiques, remplaçant l'intuition et les compétences de l'opérateur de marché par une discipline et un ensemble de règles prédéfinies » (Gatev et *al.*, 2006 : 4, traduction libre). En 1987,

le groupe mené par Tartaglia enregistre un profit de 50 millions de dollars, propulsant la popularité de la stratégie de « *pairs trading* » auprès des investisseurs. Il est toutefois à noter que l'équipe fût démantelée en 1989 après deux années de contre-performance.

L'idée derrière cette stratégie est de trouver deux actions dont les prix ont historiquement évolué de manière similaire. Lorsque l'écart entre ces deux prix augmente au-delà d'un certain seuil, la règle veut que l'on vende l'action « gagnante » (celle dont le prix a augmenté) et que l'on achète l'action « perdante » (celle dont le prix a diminué). À la suite de cette prise de position, on s'attend que les deux prix convergent pour alors obtenir un profit lorsque l'on ferme la position.

Tartaglia explique le succès du « *pairs trading* » par l'aspect psychologique de cette stratégie : « ... *Human beings don't like to trade against human nature, which wants to buy stocks after they go up not down.* » (Hansell, 1989; cité par Gatev et al., 2006 : 4). De plus, Gatev et al. (2006) émettent l'hypothèse suivante : « *Could pairs traders be the disciplined investors taking advantage of the undisciplined over-reaction displayed by individual investors?* » (Gatev et al., 2006 : 4). La relative inefficience des marchés à court terme, due en partie à l'aspect psychologique et la surréaction des investisseurs, seraient un élément clé du succès du « *pairs trading* ». La recherche de Jegadeesh et Titman (1995) corrobore cette hypothèse, montrant que les profits d'une stratégie « *contrarian* » sont en partie causés par la surréaction des investisseurs aux chocs informationnels spécifiques à une entreprise.

3.1.2. Méthode de distance

Plusieurs études présentent un cadre pour implanter une stratégie de « *pairs trading* ». Une des premières à avoir fait l'objet de recherche est la méthode de Gatev et al. (1999, 2006) et s'intéressait à coupler les actions du S&P500 selon une certaine mesure de distance, soit la somme des différences au carré entre les séries de prix normalisées de deux actifs. Une méthode de négociation est ensuite

présentée pour analyser la performance des couplets choisie. L'ouverture d'une position d'achat et de vente se fait lorsque la divergence entre les prix est supérieure à deux écarts-types de la divergence historique et la fermeture se fait lorsque les prix se croisent. Les résultats obtenus par les auteurs montrent une rentabilité de la stratégie sur la période allant de 1962 à 1998. De plus, dans un deuxième article publié en 2006, la stratégie est à nouveau analysée, et ce jusqu'en 2002, pour permettre de tester sa robustesse. Les nouveaux résultats obtenus montrent une rentabilité en baisse et de plus en plus décroissante au fil des années et sont causés, selon les auteurs, par l'utilisation grandissante de la stratégie par les fonds de couverture.

Ce cadre analytique est repris par Do et Faff (2009) qui testent la stratégie pour les périodes subséquentes, soit jusqu'en 2008. Leurs résultats appuient ceux de Gatev et *al.* (2006). Toutefois, les auteurs montrent que la baisse de la rentabilité n'est pas due aux fonds de couverture, mais à une variation de la Loi du prix unique durant la période de négociation. Selon eux, la forte dépendance trouvée entre deux actifs d'un couplet durant l'année de formation disparaît durant les six mois consécutifs.

Mori et Zbrowski (2011), quant à eux, testent la stratégie sur un marché différent, soit le marché des REIT. Selon les auteurs, la forte homogénéité entre les REIT fait du marché un excellent candidat pour une stratégie de « *pairs trading* ». Leurs résultats sont similaires à ceux de Gatev et *al.* (2006), voire supérieurs pour le marché des REIT durant la période de 1987 à 2000. Toutefois, après 2000, cette supériorité a complètement disparu, la raison étant selon eux la forte reconnaissance des anomalies de prix sur le marché des REIT, comme l'ont suggéré Gatev et *al.* (2006).

Nath (2003) utilise lui aussi le modèle de Gatev et *al.* (2006) et y inclut des paramètres de gestion de risque. Au lieu d'être basé sur les écarts-types, le modèle prend en compte la distribution empirique pour placer les signaux de prise de position. Par exemple, une position est prise lorsque la divergence est supérieure

au 15^e percentile et une position « *stop-loss* » est placée au 20^e percentile. L'auteur est le premier à incorporer une méthode de gestion des risques à la stratégie, en plus d'analyser les résultats selon plusieurs seuils de divergence dans la prise de position. Cette stratégie, faite sur le marché secondaire des obligations du trésor américain, obtient des résultats satisfaisants par rapport à différents indices de référence, et permet selon l'auteur de bénéficier des anomalies de prix à court terme des obligations.

Papadakis et Wysocki (2007) implémentent le modèle de Gatev et *al.* (2006) en le conditionnant selon les informations comptables soumises au marché (annonce de résultats, prévisions des analystes, etc.) durant la période allant de 1981 à 2006. Leurs résultats montrent que les positions prises avant les événements comptables sont moins profitables et que le fait d'attendre que l'information soit disponible avant de prendre position permet d'obtenir un meilleur rendement. Ainsi, l'information comptable semble affecter significativement la profitabilité du « *pairs trading* ».

Engelberg et *al.* (2009) cherchent à vérifier l'impact des nouvelles et de la liquidité sur la performance d'une stratégie de « *pairs trading* ». Les auteurs utilisent le modèle de Gatev et *al.* (2006) sur les actions négociées sur NYSE, AMEX et NASDAQ sur la période allant de 1992 à 2006. Leurs résultats montrent que la stratégie est plus profitable quand la divergence des prix vient d'une réduction temporaire de la liquidité sur les marchés, ainsi que de la diffusion d'une nouvelle affectant les deux actions d'un couplet, une des actions réagissant plus rapidement que l'autre. Corroborant les résultats de Papadakis et Wysocki (2007), ils montrent qu'une nouvelle information, pas seulement comptable, qui impacte seulement une des deux actions du couplet a une répercussion négative sur la profitabilité de la stratégie. De plus, le fait de forcer la fermeture d'une position au bout de dix jours plutôt qu'à la fin de la période de négociation (six mois) amène un rendement ajusté pour le risque supérieur selon les auteurs.

Finalement, Perlin (2010) s'intéresse à vérifier la performance de la stratégie de Gatev et *al.* (2006) pour différentes fréquences de temps (journalière,

hebdomadaire et mensuelle), et ce sur les 100 actions les plus liquides du marché brésilien sur la période allant de 2000 à 2006. La stratégie est analysée pour différent seuil de divergence choisi arbitrairement. Il observe que sa performance est accrue à mesure que l'on augmente la fréquence des données, même en considérant les frais de transactions.

Plusieurs limites sont évoquées par les différents auteurs concernant le cadre d'analyse. Tout d'abord, le choix des fenêtres de temps et des seuils de prise de position sont faits de manière arbitraire, sans réelle intuition économique ou soucis d'optimisation. Selon Gatev et *al.* (2006), il serait difficile de pouvoir changer ses paramètres sans amener des problèmes de « *data mining* » et de « *data snooping* ». De plus, cette approche non-paramétrique ne permet pas d'avoir de l'information sur le temps de convergence des couplets, ce qui amène certains couplets à ne pas converger durant la période de négociation.

3.1.3. Réseaux de neurones

Certains auteurs mettent en place quant à eux des méthodes non-linéaires basées en partie ou complètement sur les réseaux de neurones. Le premier à implanter une telle stratégie est Burgess (1999). Ce dernier définit un cadre méthodologique et effectue une analyse empirique appliquée sur le FTSE 100 de juin 1996 à octobre 1998. L'utilisation des réseaux de neurones multicouches permet selon ses résultats d'obtenir des rendements ajustés pour le risque supérieurs à une méthode linéaire, même en incluant les frais de transactions.

Sorour (2010), se basant sur les travaux de Burgess (1999), implante une stratégie utilisant les réseaux de neurones multicouches sur le marché des changes. Sa stratégie obtient des rendements ajustés pour le risque supérieurs à une stratégie basique non-conditionnelle, et reste rentable après l'incorporation de frais de transaction.

Thomaidis et *al.* (2006) combinent à la fois les réseaux de neurones et le modèle GARCH pour prendre en compte de manière efficace la dynamique de la divergence des prix entre deux actions. Son analyse est faite sur deux actions du

secteur des technologies du marché indien, entre février 2005 et novembre 2005, avec des données à la minute. Bien qu'ils obtiennent des rendements positifs après avoir pris en compte les frais de transaction, les auteurs suggèrent qu'une optimisation des paramètres doit être effectuée, particulièrement au niveau de la fréquence des données, de la durée de la période de négociation, ainsi que des points d'entrée et de sortie de la stratégie.

Finalement, Huck (2010) utilise quant à lui une technique de décision multicritère ainsi que des réseaux de neurones pour sélectionner ses couplets et détecter les actions sur et sous-évaluées. Les résultats, appliqués sur les actions de l'indice du S&P 100 sont prometteurs et semblent « particulièrement adaptés à un environnement non-linéaire » (Huck, 2010 :1702, traduction libre).

Une certaine supériorité de la stratégie utilisant les réseaux de neurones vis-à-vis d'une stratégie linéaires semble avoir été identifiée par les auteurs. Toutefois, les mêmes limites en ce qui a trait à l'optimisation des paramètres se retrouvent dans ces recherches.

3.1.4. Autres méthodes

D'autres auteurs présentent différentes approches pour développer une stratégie de « *pairs trading* ». Dans son livre, Vidyamurthy (2004) explique le lien entre la théorie d'évaluation des actifs financiers et l'arbitrage statistique et implémente une stratégie basée sur la cointégration, sans présenter de résultats empiriques de la profitabilité de la stratégie.

Jacobsen (2008) et Schmidt (2008) présente tous les deux une stratégie de cointégration couplée à un modèle de correction d'erreur (« *error-correction model* ») pour analyser les résidus et par la suite sélectionner les actions des couplets. Au-delà de prendre en compte la relation à long-terme entre deux actifs financiers, cette stratégie permet de prendre en compte le temps nécessaire pour corriger une divergence de prix. Seul Jacobsen (2008) fait une analyse empirique de la profitabilité de la stratégie. Il la teste sur deux ETF entre mars 2006 et décembre 2009, avec des données à la minute. Bien qu'il ne compare pas ses

résultats avec ceux d'une stratégie de cointégration classique, l'auteur présente un gain substantiel par rapport à une stratégie « *buy and hold* ».

Perlin (2007), quant à lui, implémente une stratégie basée sur une approche multivariée. Au-delà de former des couplets de deux actions, l'auteur crée des couplets comportant m actions. Trois stratégies différentes de formation des couplets sont présentées, soit une approche par la méthode des moindres carrés ordinaire (MCO), une approche équipondérée et une approche par pondération de corrélation (« *Correlation Weighting Scheme* »). Concernant la prise de position dans les couplets, l'auteur utilise différents seuils, choisis de façon arbitraire. Des résultats empiriques sont présentés par une implémentation sur le marché brésilien des actions durant la période allant de 2000 à 2006. Ses résultats montrent une performance positive pour chacune de ses stratégies, particulièrement pour son approche par pondération de corrélation.

Elliott et *al.* (2005) présente un cadre analytique pour une stratégie de « *pairs trading* » basée une chaîne de Markov gaussienne avec un processus de retour vers la moyenne. Ce modèle a l'avantage d'être en temps continu et facilement applicable par l'utilisation de filtre de Kalman, en plus de prendre en compte la dynamique de retour vers la moyenne.

Finalement, Avellaneda et Lee (2008) appliquent deux modèles d'arbitrage statistique, soit l'Analyse en Composantes Principales (« *Principal Component Analysis* ») et une régression des rendements des actions par rapport à leur ETF par secteur. Un test inversé (« *back-test* ») est effectué sur le marché des actions états-uniennes entre 1996 et 2007, incluant des frais de transactions. Les stratégies sont profitables tout au long de la période analysée. Leurs résultats suggèrent que la stratégie de « *pairs trading* » devient de plus en plus profitable à mesure que l'on augmente le nombre d'actions dans le marché.

3.1.5. Principaux résultats

L'étude de la littérature permet de mieux cerner les paramètres permettant la réussite d'une stratégie de « *pairs trading* ». Tout d'abord, la stratégie semble

fonctionner sur n'importe quel marché, mais particulièrement sur ceux ayant une forte homogénéité. Toutefois, un marché assez large et liquide est important, car l'efficience des marchés à long-terme est requise pour permettre à la stratégie d'être rentable. Deuxièmement, les modèles conditionnels, prenant en compte l'information présente sur les marchés et l'interdépendance non-linéaire entre les actions d'un couplet, performant mieux que les modèles plus basiques. Le fait de pouvoir réduire au maximum la composante idiosyncratique des rendements des actions semble apporter une rentabilité accrue. Finalement, l'optimisation des paramètres est cruciale pour la stratégie, mais difficilement applicable pour certaines variables, dont les seuils de divergence pour la prise de position. Un paramètre particulièrement important semble être la fréquence des données. La rentabilité est accrue à mesure que l'on augmente la fréquence de ces dernières.

CHAPITRE 4 : CADRE MÉTHODOLOGIQUE

Suivant la méthodologie employée par Gatev et *al.* (2006) et repris ensuite par Do et Faff (2010), puis par Mori et Ziobrowski (2011), l'implémentation des stratégies de « *pairs trading* » se fera en deux étapes. Nous allons tout d'abord utiliser une période de douze mois pour former les couplets, puis les négocier sur les six mois suivants. Il est à noter que ces intervalles de temps ont été choisis de façon arbitraire par les auteurs et qu'il serait hasardeux de les changer afin d'obtenir de meilleurs résultats. Une modification de ces intervalles peut amener des problèmes liés au « *data snooping* », problèmes inhérents pour ce type de recherche faisant usage de tests inversés.

4.1. Modèle de Gatev et *al.* (2006)

Dans un premier temps, nous allons répliquer les résultats obtenus par Mori et Ziobrowski (2011), ces derniers se basant sur la méthodologie employée par Gatev et *al.* (2006) et Do et Faff (2010). Cette méthodologie utilise l'approche par distance et inclut à la fois des critères de « *sample screening* », un algorithme de négociation et un calcul des rendements. Bien que cela amène une certaine répétition de leur recherche, nous allons présenter en détail la méthodologie mise en place par les auteurs pour éviter des erreurs d'interprétation.

4.1.1. Formation des couplets

Tout d'abord, pour chaque période de formation des couplets, nous n'incluons pas les actions qui ont au moins passé un jour sans être cotées, soit ayant un volume de transaction journalier de zéro. Comme l'explique Gatev et *al.* (2006), cela permet de seulement tenir compte des actions les plus liquides et de faciliter la formation des couplets, tout en excluant les actions ayant de l'information manquante. La coévolution entre les couplets d'actions est mesuré par la somme

de la différence au carré entre les deux indices de rendements totaux cumulatifs, où les indices incluent le réinvestissement des dividendes. Il est à noter que les indices sont construits en se basant sur le rendement total cumulatif et commence à la valeur 1 (en dollars). Chaque action est alors associée à un « partenaire », c'est-à-dire une action qui minimise la somme de la différence au carré entre les deux séries de prix normalisé. Lorsque l'on obtient deux couplets identiques, soit $\{A, B\}$ l'action A est associée à l'action B et $\{B, A\}$ l'action B est associée à l'action A, seulement un des deux couplets est conservé.

4.1.2. Période de négociation

Une fois les couplets formés, ils sont alors négociés durant les six mois consécutifs. Nous étudions la totalité des couplets formés, à l'instar de Mori et Ziobrowski (2011). La recherche initiale de Gatev et *al.* (2006) s'intéresse à classer les couplets par groupe⁵ afin de les analyser, mais nous ne suivrons pas cette méthode du fait du nombre limité d'actions de REIT disponibles comparativement aux actions ordinaires. À titre de comparaison, il y a 133 actions de REIT utilisables en 2008 contre 2998 actions ordinaires (Mori et Ziobrowski, 2011). Pour chaque action, un indice de rendement total cumulatif pour la période de négociation est calculé et normalisé à 1 \$, de la même manière que pour la période de formation des couplets.

La règle de négociation se base sur la proposition que la position sur le marché est prise lorsque le prix entre les couplets diverge d'un certain montant, et est fermée lorsque les prix ont de nouveau convergé. Ainsi, nous utiliserons un seuil de divergence minimale de deux écarts-types pour ouvrir nos positions, soit à la fois acheter pour 1 \$ de l'action sous-évaluée et vendre pour 1 \$ de l'action surévaluée. Trois événements amènent le renversement des positions établies dans une paire :

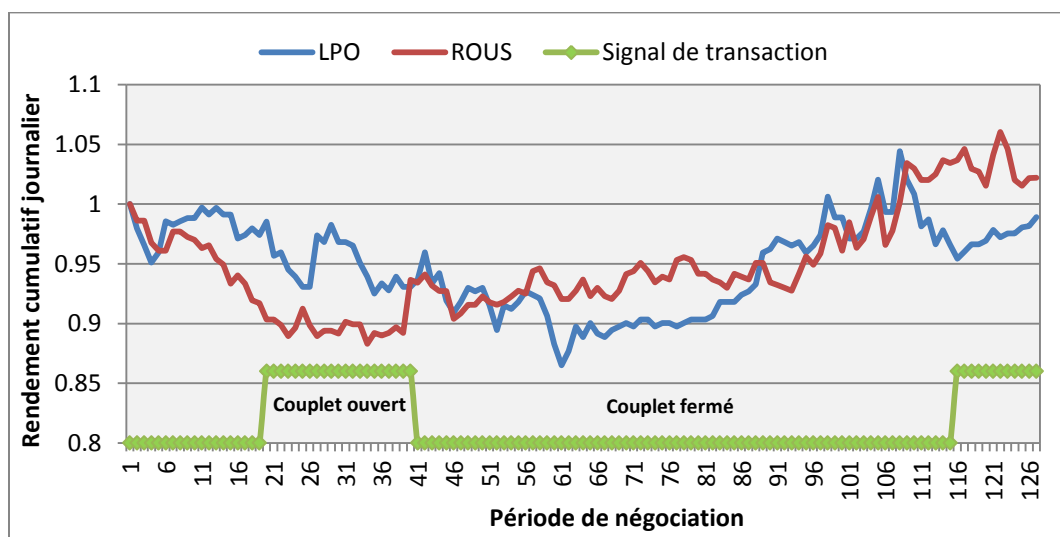
- Les prix des actions se croisent.
- Au moins une des deux actions est déréférencée de la base de données.

⁵ Gatev et *al.* (2006) analysent les 5 et les 20 couplets ayant la plus petite mesure de distance historique, comparativement aux 20 couplets après les 100 meilleures (couplets allant de 101 à 120).

- Les positions sont toujours ouvertes à la fin de la période de négociation.

Dans le cas d'un dérèfèrencement, le rendement est calculé en utilisant le dernier prix disponible. Bien sûr, si les positions dans une paire s'ouvrent puis se referment durant la période de négociation, il est toujours possible d'ouvrir les positions à nouveau durant la période.

Figure 4.1 – Exemple de « *pairs trading* » sur un couplet



La figure 4.1 présente un exemple de la stratégie de « *pairs trading* » avec un couplet d'actions, soit Linpro Specified Properties (LPO) et Rouse Company (ROUS), toutes deux des REIT d'équités mais ayant des types de propriétés sous gestion différents (respectivement « *Industrial /Office* » et « *Retail* »). Sur la période envisagée, soit d'août 2000 à janvier 2001, le couplet s'est ouvert deux fois. La prise de position se fait dès lors que la divergence entre les prix normalisés des deux actions est supérieure à deux écarts-types historiques, soit pour la première fois au 20^e jour de la période de négociation. À cette date, LPO est vendu et ROUS est acheté. La position est fermée au moment où les deux prix normalisés se croisent (au 41^e jour), ce qui engendre un gain pour la stratégie. S'ensuit une période où le rendement des actions divergent et convergent à plusieurs reprises sans créer de prises de position, du fait de divergences inférieures au seuil requis. Au 116^e jour, une position inverse à la première (soit

vendre ROUS et acheter LPO) est prise. Toutefois, cette position est fermée non pas parce que les prix se croisent à nouveau, mais parce que la période de négociation touche à sa fin. Ainsi, la première position engendre un profit alors que la deuxième position peut aboutir à une perte.

4.1.3. Calcul du rendement excédentaire

L'ouverture et la fermeture des positions pouvant survenir à n'importe quel moment durant la période de négociation, le calcul du rendement n'est pas trivial, comme l'explique Gatev et *al.* (2006). Le profit de ce type de stratégie est un ensemble de flux monétaires distribués de manière aléatoire à travers la période de négociation. Il peut y avoir par exemple une multitude de flux monétaires, les positions s'ouvrant et se fermant pour une même paire durant la période de négociation. Au contraire, une paire n'affichant pas de divergence n'offrira aucun flux monétaire.

On peut interpréter le profit comme le rendement excédentaire, car les gains et les pertes de la stratégie sont calculés sur la base d'une position autofinancée de 1 \$. En reprenant la formulation présentée dans Do et Faff (2010), le profit journalier pour chaque paire $i = \{A, B\}$ est alors :

$$c_{i,t} = I_{i,t}(w_{B,t}r_{B,t} - w_{A,t}r_{A,t})$$

où

$$I_{i,t} = \begin{matrix} 0 & \text{non ouvert} \\ +1 & \text{Vendre A, Acheter B} \\ -1 & \text{Acheter A, Vendre B} \end{matrix}$$

$$w_{j,t} = w_{i,t-1}(1 + r_{i,t-1}) = (1 + r_{j,t}) \dots (1 + r_{j,t-1})$$

et

c représente le profit, r le rendement journalier de l'action et w la pondération.

Il est à noter que le calcul du rendement excédentaire reste toutefois conservateur, car comme l'expliquent Gatev et *al.* (2006), l'argent non-investi dans une paire ne s'apprécie pas (le taux d'intérêt est de zéro).

Le rendement mensuel du portefeuille au mois k est calculé de la manière suivante :

$$r_{P,k} = \frac{\sum_{i \in P} \sum_{t \in k} c_{i,t}}{n}$$

où

n est le nombre de couplets réellement négocié durant cette période de négociation particulière⁶.

Il est à noter que le calcul du rendement ci-dessous est différent de celui présenté dans l'article de Gatev et al. (2006), soit :

$$r_{P,t} = \frac{\sum_{i \in P} w_{i,t} r_{i,t}}{\sum_{i \in P} w_{i,t}}$$

où

w_i et r_i sont dans ce cas respectivement la pondération et le rendement de la paire i .

Do et Faff (2010), dans leur article, ont toutefois montré que les deux équations amènent au même résultat.

4.1.4. Mesure de performance

Dans leur étude, Mori et Ziobrowski (2011) utilisent un rendement ajusté pour le risque calculé en divisant le rendement mensuel moyen par l'écart-type des rendements. Nous utiliserons cette méthode seulement à des fins de comparaisons entre nos résultats et ceux des auteurs, car il comporte de nombreux défauts, principalement le fait qu'il prenne en compte de manière similaire les hausses et les baisses.

⁶ Ce rendement est défini comme « *fully invested return* » par Gatev et al. (2006).

Pour pallier ce problème, nous utiliserons le ratio de Sortino, soit la formule suivante :

$$Sortino = \frac{E[R_p] - R_L}{\sqrt{SV(R_L)}}$$

où

$E[R_p]$ représente le rendement mensuel moyen, R_L est le niveau de rendement minimal acceptable et $SV(R_L)$ la semi-variance par rapport à R_L .

Dans notre étude, R_L sera égale à zéro car l'on s'intéresse seulement aux rendements positifs. Ainsi :

$$Sortino = \frac{E[R_p]}{\sqrt{SV(0)}}$$

4.1.5. Implantation

La stratégie est initialisée en prenant position sur les couplets à chaque début de mois, à l'exception des 12 premiers mois, ces derniers servant à estimer les couplets pour la première période de négociation. Do et Faff (2010) explique que cet échelonnement permet de prendre en compte de possibles variations temporelles de la relation entre les actions d'une paire. Selon Gatev et *al.* (2006), ce cycle d'implémentation peut être interprété comme le profit d'un pupitre de négociation pour compte propre, où six gestionnaires doivent former et négocier leur portefeuille d'actions, chacun à un mois d'intervalle. Do et Faff (2010) donne l'exemple suivant : si la relation entre deux actions d'une paire change fondamentalement (on peut penser à une restructuration d'actifs qui modifie de manière permanente le profil d'une action) durant la période de négociation d'un gestionnaire, cet effet pourra alors être pris en compte par le gestionnaire étant toujours dans la phase de formation des couplets. Les rendements mensuels sont calculés comme la moyenne des rendements mensuels des 6 stratégies, comme

utilisés par Jegadeesh et Titman (1993) et Gatev et *al.* (2006), et permet de corriger la corrélation induite par le chevauchement.

Finalement, nous implantons une règle pour prendre en compte le « *bid-ask bounce effect* » et éviter de biaiser positivement nos rendements durant le test inversé. Comme l'explique Gatev et *al.* (2006), la stratégie de « *pairs trading* » est par nature « *contrarian* » du fait qu'elle nous amène à acheter des actions ayant mal performés vis-à-vis de leur partenaire et de vendre les actions ayant bien performés. Ainsi, l'achat d'action se faisant sur des actions dont le prix a diminué, leur prix à la fermeture tend à être le « *bid price* » dû aux pressions de vente sur les marchés. La vente d'action se fait quant à elle au « *ask price* » par raisonnement inverse. Il est toutefois difficile de quantifier si les rendements sont artificiellement augmentés du fait du « *bid-ask bounce effect* » ou s'ils proviennent bel et bien d'un retour des prix vers un équilibre de long-terme. Nous suivons une méthodologie dite « conservatrice » et exposée par Gatev et *al.* (2006) pour traiter ce problème. On impose un délai entre la détection du signal de transaction et la prise de position. Ainsi, nous prenons position dans le couplet le jour suivant sa détection et nous fermons nos positions un jour après que les prix des actions du couplet se sont croisés.

4.2. Contrainte de cointégration

L'ajout d'une contrainte basée sur la cointégration entre les actifs d'un couplet permet de sélectionner les couplets suivant un processus de retour vers la moyenne et qui est selon Schmidt, « *the single most important statistical relationship required for success* » (Schmidt, 2008 : 24). La cointégration est une relation statistique entre deux séries chronologiques, toutes deux intégrées d'ordre d , et qui peuvent être combiné pour former une seule série chronologique intégrée d'ordre $d-b$, où $b > 0$. Dans un contexte d'arbitrage statistique, il faut se référer au cas où deux séries chronologiques d'actions intégrées d'ordre 1, soit $I(1)$, sont combinées pour obtenir une série chronologique stationnaire, soit $I(0)$. Si la valeur d'équilibre d'un couplet est connue, alors toute déviation vis-à-vis de cette valeur peut être négociée, l'investisseur s'attendant à ce que le prix revienne à l'équilibre.

4.2.1. Implantation de la contrainte de cointégration

L'approche pour estimer la cointégration entre deux séries chronologiques se fait selon la méthodologie présentée par Engle et Granger (1987) et est basée sur deux étapes. Cette méthodologie est relativement simple à appliquer en pratique.

La première étape est de tester pour chaque série chronologique leur ordre d'intégration, et particulièrement si elles sont intégrées d'ordre 1, c'est-à-dire si elles ont une racine unitaire. Pour cela, on applique le test augmenté de Dickey-Fuller. Si chaque série chronologique a un ordre d'intégration différent, alors il peut être conclut qu'elles ne sont pas cointégrées, car une relation de cointégration est seulement présent entre deux séries ayant le même ordre d'intégration.

La deuxième étape est d'estimer la relation d'équilibre à long-terme entre les deux séries chronologiques. Par exemple, si $\{y_t\}$ et $\{z_t\}$ sont deux séries chronologiques intégrées d'ordre 1, alors la relation à long-terme prend la forme :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + \epsilon_t$$

Si les séries sont cointégrées, alors les estimateurs $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$ obtenus par une régression des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) sont « *super-consistent* » selon Stock (1987), ce dernier montrant que ces estimés convergent plus rapidement en présence de cointégration. On teste ensuite la stationnarité de la série résiduelle $\{\epsilon_t\}$ par l'entremise du test augmenté de Dickey-Fuller. Si la déviation par rapport à l'équilibre de long-terme $\{\epsilon_t\}$ est stationnaire, soit intégré d'ordre 0, alors $\{y_t\}$ et $\{z_t\}$ sont cointégrés d'ordre (1, 1).

La contrainte de cointégration peut alors être appliquée sur les couplets précédemment obtenus par la méthode de distance. Les couplets conservés sont ceux ayant une relation de cointégration. Le fait de se baser sur les couplets formés avec la stratégie initiale permet d'obtenir des résultats qui peuvent être comparés avec ceux de la stratégie de Mori et Ziobrowski (2011). Toutefois, il est à noter que les couplets retenus ne sont pas forcément optimaux par rapport à la contrainte de cointégration. L'utilisation unique de la cointégration pour la

formation et la négociation des couplets aurait permis d'obtenir des couplets potentiellement plus cointégrés, au détriment de résultats facilement comparables.

4.3. Contrainte de copules

L'utilisation des copules dans notre étude permet d'assouplir les contraintes liées à la relation de dépendance entre les actifs. Ainsi, au-delà de seulement observer la dépendance linéaire entre ces derniers, la dépendance non-linéaire est aussi analysée. Bien que notre modèle n'impose aucune restriction quant au choix de la copule à utiliser, notre étude se concentre sur quatre copules spécifiques, soit la copule gaussienne, la copule de Gumbel, la copule de Clayton, la copule de Frank. Cet éventail de copules permet de prendre en compte les grands types de relations de dépendance entre les actifs d'un couplet. Les copules gaussiennes, dites copules elliptiques, s'appliquent à des distributions symétriques alors que les copules archimédiennes (de Gumbel, de Clayton et de Frank) ont l'avantage de décrire des structures de dépendance très diverses dont notamment les dépendances dites asymétriques, où les coefficients de queue inférieure et supérieure diffèrent. En particulier, la copule de Gumbel n'appréhende que des dépendances positives et présente ainsi une structure de dépendance plus accentuée dans la queue supérieure. La copule de Clayton, à l'inverse de celle de Gumbel, accentue la dépendance dans la queue inférieure. Finalement, la copule de Frank accentue la dépendance dans les deux queues.

4.3.1. Définition des copules

Une copule est une fonction, notée C , définie sur $[0, 1]^d$ et qui possède les propriétés suivantes :

- Il y a d variables aléatoires à valeurs $[0, 1]$ de manière à ce que C soit leur fonction de distribution.
- C a des marges uniformément distribuées, ce qui signifie que pour tout $u_i \in [0, 1]$ et $i = 1, 2, \dots, d$, on a $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$.

La forme de la copule gaussienne se définit ainsi :

$$C_{\Lambda}(u) = \phi_{\Lambda}\{\phi^{-1}(u_1), \dots, \phi^{-1}(u_i), \dots, \phi^{-1}(u_d)\}$$

où

Λ est une matrice de corrélation symétrique, définie positive avec une diagonale faite de 1 et ϕ_{Λ} est une distribution suivant la loi normale centrée réduite multivariée de matrice de corrélation Λ . ϕ^{-1} est la fonction inverse de la distribution normale centrée réduite univariée.

Pour ce qu'il est des copules archimédiennes, soit de Clayton, de Gumbel et de Frank, il est possible de déterminer leur fonction de densité à partir de la forme suivante :

$$C(u) = \phi^{-1}(\phi(u_1) + \dots + \phi(u_d)),$$

où

$\phi : [0, 1] \rightarrow [0, \infty)$ est une fonction génératrice continue, convexe et décroissante telle que $\phi(1) = 0$ et $\lim_{u_i \rightarrow 0^+} \phi(u_i) = \infty$. ϕ^{-1} est strictement monotone sur $[0, \infty)$.

Plus particulièrement, la copule de Clayton a une fonction de distribution de la forme suivante:

$$C_{\theta}(u) = \left(1 - d + \sum_{i=1}^d u_i^{-\theta}\right)^{-\frac{1}{\theta}}$$

où

$$\phi_{\theta}(t) = \frac{(t^{-\theta} - 1)}{\theta}, \quad \theta > 0$$

La copule de Gumbel, quant à elle, a une fonction de distribution définie par:

$$C_{\theta}(u) = \exp\left\{-\left[\sum_{i=1}^d (-\log(u_i))^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\}$$

où

$$\phi_{\theta}(t) = [-\log(t)]^{\theta}, \quad \theta > 1$$

Finalement, la copule de Frank a une fonction de distribution telle que:

$$C_\theta(u) = \frac{1}{\theta} \log \left\{ 1 + \frac{\prod_{i=1}^d [\exp(\theta u_i - 1)]}{[\exp(-\theta) - 1]^{d-1}} \right\}$$

où

$$\phi_\theta(t) = -\log \left(\frac{\exp(-\theta t) - 1}{\exp(-\theta) - 1} \right),$$

avec $\theta \in (-\infty, \infty) \setminus \{0\}$ pour $d = 2$ et $\theta > 0$ pour $d \geq 3$

Il est à noter que dans notre cas, d sera égale à 2, car nous formons nos copules à partir des rendements de deux actions de REIT.

4.3.2. Estimation des copules

Plusieurs méthodes paramétriques permettent d'estimer les copules. Dans notre étude, la méthode de maximum de vraisemblance est privilégiée comme suggérés par Genest et *al.* (1995). De plus, afin d'éviter d'éventuelles erreurs d'estimation des marginales qui pourrait à leur tour biaiser l'estimation et le choix de la copule, l'étude des rangs normalisés est préférée aux marginales. Par exemple, si $(y_1, z_1), \dots, (y_n, z_n)$ représentent les rendements quotidiens des actifs d'un couplet, alors R_{i1} est le rang de y_i au sein de $y_1, \dots, y_n$ et R_{i2} est le rang de z_i au sein de $z_1, \dots, z_n$, avec $R_{ij} = 1$ pour la plus petite observation. Il faut ensuite poser :

$$U_{1,i} = \frac{R_{i1}}{n+1}, \quad U_{2,i} = \frac{R_{i2}}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n$$

L'estimation de la copule C_θ se fait alors à travers l'estimation de θ en maximisant la quasi-log-vraisemblance :

$$\sum_{i=1}^n \log c_\theta(U_{1,i}, U_{2,i})$$

4.3.3. Test d'adéquation

Lorsque l'estimation des copules pour chaque couplet est terminée, la dernière étape est de sélectionner, par un test d'adéquation, laquelle des copules est la

meilleure, soit celle qui représente au mieux la structure de dépendance des actifs du couplet. Pour cela, nous utiliserons le test proposé par Papageorgiou et al. (2008), qui se base sur les travaux de Genest et al. (2007) et utilise la transformée de Rosenblatt. Cette procédure utilise comme hypothèse: $H_0: C \in C_0$ avec C_0 une famille de copules.

Avant de rentrer dans les détails de la méthode proposée par Papageorgiou et al. (2008), nous devons définir la transformée de Rosenblatt. L'intégrale de la probabilité de la transformée de Rosenblatt de la copule C définie sur $\mathbb{R}: (0,1)^d \rightarrow (0,1)^d$ qui pour tout $u = (u_1, \dots, u_d) \in (0,1)^d$ attribue un autre vecteur $\mathbb{R}(u) = (e_1, \dots, e_d)$ avec $e_1 = u_1$ et pour tout $i = \{2, \dots, d\}$,

$$e_i = \frac{\frac{\partial^{i-1} C(u_1, \dots, u_1, 1, \dots, 1)}{\partial u_1, \dots, \partial u_{i-1}}}{\frac{\partial^{i-1} C(u_1, \dots, u_{i-1}, 1, \dots, 1)}{\partial u_1, \dots, \partial u_{i-1}}}.$$

Une propriété importante de la transformé de Rosenblatt est que $H_0: U \sim C \in C_0$ est équivalent à $H_0^*: \mathbb{R}(U) \sim C_\perp$ pour un $\theta \in \vartheta$, où θ est l'ensemble des paramètres de la copule, ϑ est l'ensemble des valeurs possibles de θ , et $C_\perp$ est la copule indépendante définie comme suit :

$$C_\perp(e_1, \dots, e_d) = e_1 \times \dots \times e_d, \quad e_1, \dots, e_d \in [0,1]$$

Ainsi, pour tester cette hypothèse nulle nous pouvons utiliser le fait que sous H_0 les pseudo-observations $E_1 = \mathbb{R}_{\theta_n}(U_1), \dots, E_n = \mathbb{R}_{\theta_n}(U_n)$ peuvent être lues comme un échantillon de la copule indépendante $C_\perp$. Les pseudo-observations, comme nous les avons définies auparavant sont basées sur le rang.

Afin de tester l'hypothèse nulle $H_0^*: \mathbb{R}(U) \sim C_\perp$ nous utilisons la statistique suivante :

$$S_n^{(B)} = n \int_{[0,1]^d} \{D_n(u) - C_\perp\}^2 du$$

$$= \frac{n}{3^d} - \frac{1}{2^{d-1}} \sum_{i=1}^n \prod_{k=1}^d (1 - E_{ik}^2) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \prod_{k=1}^d (1 - E_{ik} \vee E_{jk})$$

où

$$a \vee b = \max(a, b)$$

Une méthode de « *bootstrap* » paramétrique est ensuite employé pour calculer la statistique $S_n^{(B)}$. L'algorithme du test se fait à chaque couplet et ce pour chaque type de copule. Il se décompose comme suit :

1. Tout d'abord, nous calculons $D_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(E_i \leq u)$, avec $u \in [0,1]^d$.
Cela est dû au fait que sous l'hypothèse nulle H_0 , $D_n(u)$, soit la fonction de distribution empirique associée aux pseudo-observations $E_1, \dots, E_n$, devrait être « proche » de $C_\perp$. Nous estimons ensuite θ en maximisant la quasi-log vraisemblance, comme expliqué à la section 4.3.2.
2. Puis nous calculons la valeur de $S_n^{(B)}$.
3. Pour un entier N assez grand il faut répéter les pas suivantes pour tout $k \in \{1, \dots, N\}$. Dans notre cas, nous utiliserons N=999.
 - a. Il faut générer un échantillon aléatoire $Y_{1,k}^*, \dots, Y_{n,k}^*$ à partir de C_{θ_n} et calculer les vecteurs de rangs associés $R_{1,k}^*, \dots, R_{n,k}^*$.
 - b. Ensuite, nous calculons $U_{i,k}^* = \frac{R_{i,k}^*}{(n+1)}$ pour $i \in \{1, \dots, n\}$
 - c. Nous estimons ensuite θ en faisant $\theta_{n,k}^* = \tau_n(U_{1,k}^*, \dots, U_{n,k}^*)$ et calculons $E_{1,k}^*, \dots, E_{n,k}^*$ où $E_{i,k}^* = \mathbb{R}_{\theta_{n,k}^*}(U_{i,k}^*), i \in \{1, \dots, n\}$.

- d. Nous calculons alors $D_{n,k}^*(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1(E_{i,k}^* \leq u)$, $u \in [0,1]^d$ et déterminons la valeur de $S_n^{(B)*}$.

$$\begin{aligned} S_n^{(B)} &= n \int_{[0,1]^d} \{D_n^*(u) - C_\perp\}^2 du \\ &= \frac{n}{3^d} - \frac{1}{2^{d-1}} \sum_{i=1}^n \prod_{k=1}^d (1 - E_{ik}^{*2}) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \prod_{k=1}^d (1 - E_{ik}^* \vee E_{jk}^*) \end{aligned}$$

Une approximation de la *p-value* est alors donné par $\frac{\sum_{k=1}^N 1(S_{n,k}^{(B)*} > S_n^{(B)})}{N}$.

- e. Finalement, nous choisissons de conserver le couplet lorsque la *p-value* est inférieur au seuil critique établi. Dans notre cas, nous utilisons un seuil de 5% pour la prise de decision.

L'avantage de ce type de test est qu'un calibrage des copules à partir des paramètres initiaux n'est pas nécessaire. Une étude comparative des différents tests d'adéquation est présentée dans Genest et *al.* (2009).

4.3.4. Implantation de la contrainte de copules

À l'instar de la contrainte de cointégration, le conditionnement sur les copules vient affecter le choix des couplets initialement formés. Ainsi, seulement les couplets suivant un certain type de copule sont conservés pour la période de négociation. Cette filtration permet d'assurer que la dépendance entre les deux actifs d'un couplet soit conditionnée, tout en rendant possible une comparaison des résultats avec ceux de Mori et Ziobrowski (2011).

CHAPITRE 5 : LES DONNÉES

5.1. REIT

La base de données utilisée provient du *Center for Research in Security Prices* (CRSP/Ziman), organisme reconnu pour la haute qualité et l'exactitude de ses données. Nous utiliserons plus particulièrement les données journalières sur les REIT de la série *Ziman Real Estate*. La série s'étend de 1980 à 2011, mais nous l'utiliserons à partir de janvier 1987. Cela est dû au fait qu'au mois d'octobre 1986, le Congrès américain a mis en place une réforme fiscale, connu sous le nom de « *Tax Reform Act* », qui a pris effet en janvier 1987. Cette réforme a permis d'augmenter la popularité des REIT en permettant à ces derniers de ne plus avoir seulement la possibilité de détenir des biens immobiliers, mais aussi d'opérer et de gérer la majorité des propriétés commerciales. Les REIT n'étaient ainsi plus limités à du conseil externe et permettait alors de réduire les conflits d'intérêts potentiels entre les gestionnaires des REIT et les actionnaires (Block, 2006).

Notre échantillon contient 538 REIT, dont 169 sont actuellement négociés. Le choix de cette série et de cet intervalle de temps ne sont pas toutefois pas anodin, car ce sont les données utilisées par Mori et Ziobrowski (2011) et nous souhaitons répliquer en premier lieu leurs résultats.

Le tableau 5.1 présente le nombre d'actions de REIT utilisable chaque année durant toute la période d'analyse, soit de 1987 à 2011, excluant celles ayant au moins un jour sans être négociées durant chaque période de formation. Concordant avec notre analyse du marché des REIT, nous pouvons voir d'après le tableau l'importance des REIT d'équités, qui représente en moyenne 78% du nombre de REIT utilisables. Cette proportion a augmenté au fil des années, passant de 65% en 1987 à 76% en 2011, avec un maximum de 89% en 1998. Comparativement, la proportion des REIT hybride a baissé, passant de 25% en 1987 à 4% en 2011. La proportion des REIT hypothécaires a quant à elle augmenté au fil de la période, avoisinant les 20% en 2011, comparativement à 11% en 1987. Le tableau 5.1 donne également des statistiques concernant le rendement annuel moyen des

actions de REIT. D'après les résultats de l'analyse transversale, nous pouvons voir que le rendement entre les différentes actions de REIT est très volatile. Par exemple, pour l'année 2000, le rendement annuel moyen a été de -4.46%, pour un écart-type de 22.06%. Bien que le rendement moyen soit négatif, une des actions de REIT a obtenu un rendement de 81.77% sur l'année, alors qu'une autre action a engendré un rendement négatif de -74.78%.

Tableau 5.1 – Statistiques descriptives des actions de REIT conservées entre 1987 et 2011

Année	Nombre moyen d'actions de REIT	Nombre moyen d'actions de REIT d'équité	Nombre moyen d'actions de REIT hypothécaire	Nombre moyen d'actions de REIT hybride	Rendement annuel moyen	Écart-type	Maximum	Minimum
1987	81	53	9	20	0.1481	0.2856	0.8734	-0.6897
1988	90	60	10	21	-0.1533	0.2043	0.2915	-0.7498
1989	96	64	11	20	0.0945	0.2277	0.6110	-0.7368
1990	105	69	16	19	-0.0923	0.2568	0.4316	-0.7325
1991	105	70	19	16	-0.2159	0.3839	1.0297	-0.8974
1992	108	75	18	15	0.2553	0.5491	3.1775	-0.8055
1993	119	88	17	14	0.1023	0.3430	1.1279	-0.8750
1994	135	105	17	12	0.3353	0.4194	2.4301	-0.7213
1995	191	163	18	11	0.0309	0.2552	1.9321	-0.5762
1996	194	170	15	9	0.2019	0.2699	1.9107	-0.5276
1997	182	161	13	8	0.3861	0.4233	3.9173	-0.5969
1998	179	160	13	6	0.2490	0.3548	3.0936	-0.4139
1999	198	170	22	6	-0.1403	0.2142	0.6691	-0.7812
2000	197	168	24	6	-0.0446	0.2206	0.8177	-0.7478
2001	186	157	24	5	0.1715	0.3113	0.9180	-0.9202
2002	176	149	23	4	0.3298	0.5235	3.9765	-0.9614
2003	168	142	21	5	0.1377	0.3319	1.6695	-0.6449
2004	160	135	20	5	0.4010	0.2985	2.2878	-0.0361
2005	172	141	25	6	0.2739	0.1943	1.0053	-0.4544
2006	179	140	33	6	0.0582	0.2123	0.7623	-0.5269
2007	158	120	32	5	0.2591	0.2213	0.8299	-0.5933
2008	147	111	29	7	-0.2195	0.2462	0.6389	-0.9727
2009	138	107	23	8	-0.3864	0.3113	0.6158	-0.9493
2010	137	107	24	7	0.3736	0.6833	6.5620	-0.6640
2011	147	112	29	6	0.3577	0.4180	2.3189	-0.3127

5.2. Indice de référence

Au-delà de seulement comparer la performance de notre stratégie selon les différentes contraintes appliquées, nous analyserons la stratégie par rapport au reste de l'industrie. Pour cela, nous utiliserons l'indice HFRI Relative Value Arbitrage. Cette indice suit la performance de différentes stratégies d'arbitrage statistique employées par les fonds de couverture, et ce sur différent marché. Plus particulièrement, Bloomberg décrit l'indice de la manière suivante :

*Investment Managers who maintain positions in which the investment thesis is predicated on realization of a valuation discrepancy in the relationship between multiple securities. Managers employ a variety of fundamental and quantitative techniques to establish investment theses, and security types range broadly across equity, fixed income, derivative or other security type (Bloomberg).*⁷

La série de données mensuelles a été téléchargée via la plateforme Bloomberg (ticker : HFRIRVA Index) et s'étend de janvier 1990 à mars 2012. À des fins de comparaison, nous analyserons les données jusqu'en avril 2011.

⁷ Pour plus d'informations concernant la méthodologie employée pour la construction de l'indice, veuillez consulter: <http://www.hedgefundresearch.com/index.php?fuse=indices-met>.

CHAPITRE 6 : RÉSULTATS EMPIRIQUES

Dans ce chapitre, nous analyserons et comparerons les trois différentes stratégies mises en place et évaluerons laquelle permet d'obtenir le meilleur rendement ajusté pour le risque. Nous analyserons également leur performance par rapport à notre indice de référence. Au-delà de tels résultats, nous essayerons d'établir les qualités et défauts de chaque modèle.

6.1. Modèle de Gatev. et *al.* (2006)

En utilisant le modèle de Gatev et *al.* (2006), nous allons tout d'abord nous assurer que notre méthodologie permet de répliquer les résultats obtenus par Mori et Ziobrowski (2011) sur la période allant de janvier 1987 à décembre 2008. Ensuite, nous analyserons nos résultats sur la période envisagée par notre étude, soit de janvier 1987 à avril 2011.

6.1.1. Réplication

Les résultats obtenus sur la période 1987-2008 sont très proches de ceux de Mori et Ziobrowski (2011). En prenant en compte le délai de un jour dans l'implantation de la stratégie, nous obtenons un rendement mensuel moyen de 0.391 % et un écart-type de 1.000 % comparativement à une moyenne de 0.377 % et un écart-type de 0.979 % pour Mori et Ziobrowski (2011). Ainsi, notre réplication engendre un rendement mensuel moyen supérieur de seulement 2.4 points de base et un écart-type supérieur de 2.1 points de base par rapport aux résultats de Mori et Ziobrowski (2011). Le rendement ajusté pour le risque est quant à lui égal pour les deux stratégies, soit 0.39. Le tableau 6.1 présente les statistiques détaillées des deux stratégies avec un délai de un jour entre 1987 et 2008.

Bien que les résultats ne soient pas parfaitement identiques, ils sont toutefois assez proches pour nous conforter dans l'idée que la méthodologie utilisée réplique adéquatement les résultats de Mori et Ziobrowski (2011). On peut s'attendre que

les différences proviennent de la mise à jour constante de la base de données de CRSP/Ziman.

Tableau 6.1 – Statistiques des rendements mensuels pour la période de réplcation de Mori et Ziobrowski (2011)

	Mori et Ziobrowski (2011)	Réplcation
Moyenne des rendements mensuels (1)	0,00377	0,00391
Erreur type (Newey-West)	0,00074	0,00087
Statistique t	5,12***	4,48***
Écart-type (2)	0,00979	0,01000
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0,39	0,39
Coefficient d'asymétrie	1,11	1,30
Coefficient d'aplatissement	8,74	10,28
Maximum	0,0625	0,0685
Minimum	-0,02793	-0,02822
% de mois ayant un rendement positif	0,67	0,65

La statistique t est calculée en utilisant l'erreur type (Newey-West) avec un retard de 6 périodes. Le rendement ajusté pour le risque est calculé en divisant la moyenne des rendements mensuels par l'écart-type des rendements. *** indique une signification statistique à un seuil de 1 %.

6.1.2. Analyse sur la période 1987-2011

Il est maintenant possible d'analyser les performances de la stratégie sur la période allant de janvier 1988 à avril 2011. L'étude de la stratégie de « *pairs trading* » sur le marché des REIT étant d'abord motivée par le caractère homogène de l'industrie, nous allons étudier en premier lieu les couplets formés. Pour cela, les couplets sont classés selon leur type (équité, hypothécaire, hybride) et leurs propriétés sous gestion (résidentielles, bureaux, etc.). Le tableau 6.2 présente la proportion de chaque type de couplets vis-à-vis de l'ensemble des couplets. D'après les résultats, 74.76 % des couplets sont formés entre des REIT de même type, 70.18 % étant des REIT d'équités. Les couplets de même REIT hypothécaires et hybrides ne représentent quant à eux que 4.58 % du total. Ces données confirment l'homogénéité présente sur le marché et l'importance de cette variable dans la formation des couplets. Concernant les types de propriétés, 49.64 % des couplets de REIT d'équité, soit une grande majorité de ces couplets, se fait entre des propriétés sous gestion différentes. Ainsi, le cours des actions de

REIT d'équité semble varier de la même façon même si les propriétés sont différentes.

Tableau 6.2 – Caractéristiques des couples de REIT formés avec la stratégie initiale

	Total	Même type de propriétés	Type de propriétés différent
Même type de REIT			
Équité	70.18 %	20.54 %	49.64 %
Hypothécaire	3.95 %	3.54 %	0.41 %
Hybride	0.63 %	0.37 %	0.26 %
Type de REIT différent	25.24 %		

Le tableau 6.3 présente les statistiques des rendements mensuels de la stratégie sur la période allant de janvier 1987 à avril 2011, pour les cas avec et sans délai dans la prise de position. Il est logique de remarquer que les résultats restent très proches de ceux obtenus par Mori et Ziobrowski (2011) sur la période se terminant en 2008. Le rendement mensuel moyen est toutefois supérieur, du fait de la forte rentabilité de la stratégie durant les dernières années (2008 à 2011), comme nous le verrons plus loin dans l'analyse.

Il n'est pas étonnant de voir que quand un temps d'attente est pris en compte, la rentabilité de la stratégie est fortement revue à la baisse. Durant la période étudiée, l'ajout d'un délai de transaction fait passer la moyenne des rendements mensuels de 1.030 % à 0.445 %, soit une baisse 58.5 points de base. La volatilité de la stratégie est toutefois diminuée, passant de 1.433 % sans délai à 1.043 % avec un délai de un jour. De ce fait, le rendement ajusté pour le risque de la stratégie passe de 0.72 pour la stratégie sans délai à 0.43 avec un délai de un jour. Si l'on s'intéresse au ratio de Sortino, ce dernier est sans surprise bien meilleur sans délai dans la prise de position (3.62 comparativement à 1.04). Concernant le pourcentage des mois ayant un rendement positif, on remarque que ce ratio passe de 83 % à 66 %. D'après ces résultats, on constate qu'une partie importante et non-négligeable des rendements de la stratégie semble provenir du « *bid-ask bounce effect* ». Ainsi, le moment d'exécution de la stratégie de « *pairs trading* »

est primordial à son succès bien que les profits restent positifs et significatifs à un seuil de 1% avec et sans le délai de un jour. Pour la suite de cette analyse, nous nous focaliserons sur la stratégie incluant le délai de transaction, cette dernière permettant de prendre en compte les profits réellement générés par la stratégie de « *pairs trading* » sur la période de test inversé et éviter un biais positif dans nos résultats.

Tableau 6.3 – Statistiques des rendements mensuels pour la stratégie initiale

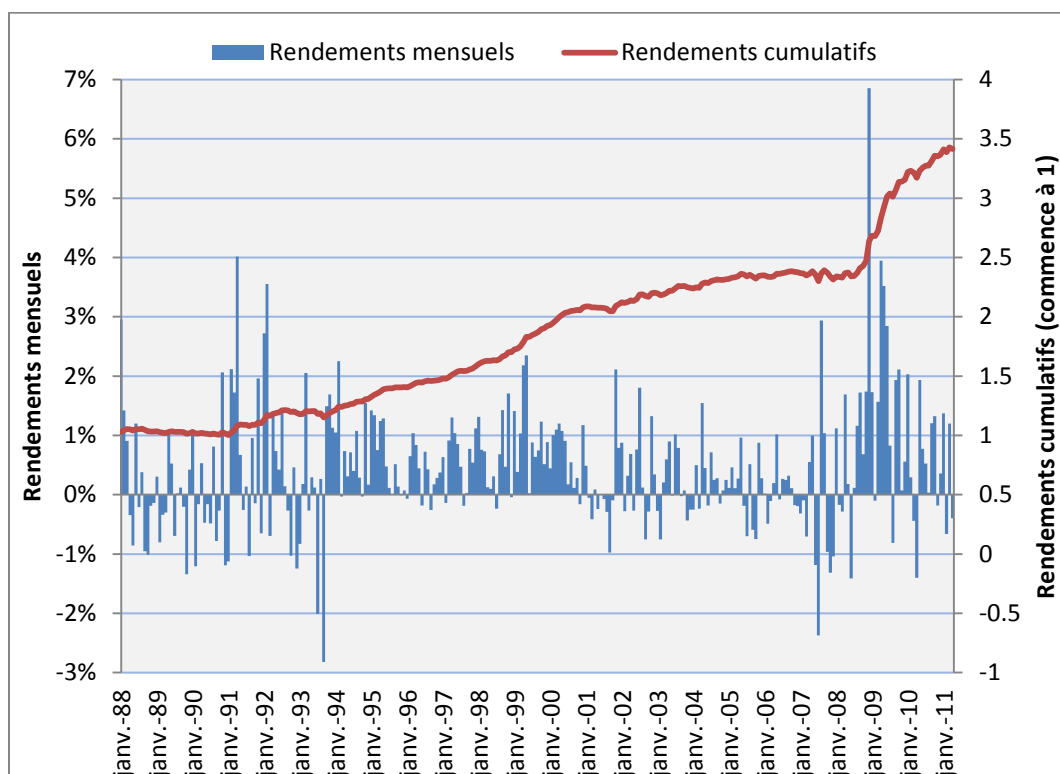
	Sans délai	Délai de 1 jour
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.01030	0.00445
Erreur type (Newey-West)	0.00161	0.00095
Statistique t	6.41***	4.70***
Médiane	0.00810	0.00307
Écart-type (2)	0.01433	0.01043
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.72	0.43
Ratio de Sortino	3.61	1.04
Coefficient d'asymétrie	2.84	1.20
Coefficient d'aplatissement	21.05	8.58
Maximum	0.1301	0.0685
Minimum	-0.0231	-0.0282
% de mois ayant un rendement positif	0.83	0.66

La statistique t est calculée en utilisant l'erreur type (Newey-West) avec un retard de 6 périodes. Le rendement ajusté pour le risque est calculé en divisant la moyenne des rendements mensuels par l'écart-type des rendements. *** indique une signification statistique à un seuil de 1 %.

D'après l'étude graphique des rendements mensuels de la stratégie (figure 6.1), nous pouvons voir que la performance diffère au fil des années, tout en restant constamment positive. Nous allons donc scinder la performance en quatre sous-périodes pour mieux les analyser. La première période, de janvier 1988 à décembre 1993, présente des rendements volatils et une faible performance. La deuxième période est définie entre janvier 1994 et décembre 2000. Durant cette période, les rendements sont très majoritairement positifs et l'on observe un rendement cumulatif stable et en hausse constante. La troisième période s'étend de janvier 2001 à décembre 2007. À l'instar de la première période, la performance durant cette période est quasi-nulle, bien que les rendements soient moins volatils.

Finalement, la quatrième période, de janvier 2008 à avril 2011, présente une hausse accentuée du rendement cumulé, du fait de rendements mensuels positifs très importants et au détriment d'une forte volatilité.

Figure 6.1 – Rendements mensuels et cumulatifs de la stratégie initiale



Le tableau 6.4 expose les statistiques des rendements mensuels pour lesdites périodes. On remarque que la moyenne des rendements mensuels demeure positive sur les quatre sous-périodes, bien que seulement significative sur les sous-périodes 1994-2000 (à un seuil de 1%) et 2008-2011 (à un seuil de 5%). Durant les deux sous-périodes statistiquement non-significative, soit 1988-1993 et 2001-2007, la profitabilité de la stratégie n'est pas probante et engendre un rendement moyen mensuel quasiment nul (respectivement 0.263 % et 0.131 %), et concorde avec notre analyse graphique.

Plus spécifiquement, la sous-période 1988-1993 présente une volatilité des rendements élevée, soit 1.243%, et des rendements positifs seulement un mois sur 2 (53% des mois ont un rendement positif), pour un ratio de Sortino de 0.41. On

retrouve durant cette sous-période le plus faible rendement de toute la période, soit -2.82% en septembre 1993. Comme mentionnée par Mori et Ziobrowski (2011), la sous-période 1988-1993 présente plusieurs désavantages pour l'industrie des REIT. Tout d'abord, le nombre de REIT disponible pour la stratégie est encore limité et composé de nombreux REIT ayant des propriétés sous gestion diversifiées, comparativement à aujourd'hui. De ce fait, l'homogénéité sur le marché est moins présente et amène un nombre de bons candidats pour la stratégie de « *pairs trading* » moins important. De plus, Chan et *al.* (2003) mentionnent qu'avant l'« *Omnibus Budget Reconciliation Act* » de 1993, la part moyenne des avoirs des institutions financières dans les REIT était de 15 % et qu'ainsi l'industrie des REIT était principalement dominée par des investisseurs individuels. Le marché était alors certainement moins efficient, et les divergences de prix moins souvent corrigées.

Entre 1994 et 2000, soit la deuxième sous-période étudiée, nous observons le meilleur ratio de Sortino (12.16), et le seul rendement ajusté pour le risque supérieur à un (1.13) des quatre sous-périodes. Le rendement mensuel moyen de 0.656%, couplé à la volatilité la plus faible de toute la période (0.578%) et à des rendements mois après mois très majoritairement positif (87% des mois ont un rendement positif), permet à cette sous-période d'être la plus profitable. Bien que l'on observe des rendements positifs moins importants, avec un maximum de 2.35% en mai 1999, les rendements négatifs sont quant à eux quasiment inexistant, le pire rendement étant de -0.26% en septembre 1996. Plusieurs changements structuraux ayant eu lieu sur le marché des REIT durant cette période peuvent expliquer cette nette amélioration des rendements. Tout d'abord, on constate d'après le tableau 4.1 que le nombre d'action de REIT disponible a presque doublé, passant de 119 en 1993 à 197 en 2000. En y ajoutant le fait que les REIT ont continué de se spécialiser durant cette période (figure 2.2), l'homogénéité de marché des REIT et le nombre de couplet potentiel a alors cru de façon importante, permettant à la stratégie de mieux fonctionner. De plus, Mori et Ziobrowski (2011) mentionnent la part importante qu'ont pris les fonds institutionnels dans le marché des REIT, passant de 19% en 1993 à 40% en 2000. Au niveau de la capitalisation

boursière de l'industrie, elle est passée de 3.2 milliards de dollars USD en 1993 à 13.9 milliards de dollars USD en 2000 (figure 2.3). L'efficacité sur le marché semble s'être alors accrue, les divergences étant plus souvent corrigées.

La sous-période 2001-2007 présente de nombreuses similarités avec la sous-période allant de 1988-1993, soit un rendement ajusté pour le risque très faible et un ratio de Sortino inférieur à un (0.30), le plus faible des quatre sous-périodes. Le rendement mensuel moyen est le plus faible des quatre sous-périodes, soit 0.131%, et la volatilité est elle aussi relativement faible (0.763%), comparativement aux autres sous-périodes. Le rendement reste toutefois très variable, seulement 54% des mois étant positifs. Mori et Ziobrowski (2011) émettent l'hypothèse que la forte reconnaissance de stratégie par les investisseurs résultant dans un nombre d'opportunités d'arbitrage statistique réduit. Toujours selon les auteurs, le « *REIT Modernization Act* » de 1999 a pu affecter les profits des REIT, mais dans une moindre mesure.

La crise de 2007 semble avoir amené un regain des divergences sur le marché des REIT. Le manque de liquidité temporaire sur les marchés (« *liquidity squeeze* »), due au retrait des capitaux de nombreux fonds institutionnels, a engendré de nombreuses opportunités pour la stratégie. Durant la sous-période 2007-2011, le rendement mensuel moyen est le plus haut des quatre sous-périodes (0.988 %), mais présente aussi la volatilité la plus forte (1.532 %). On retrouve de ce fait le rendement mensuel le plus élevé des quatre sous-période, soit 6.85% en décembre 2008. Similairement à la sous-période allant de 1994 à 2000, la grande majorité des mois ont un rendement positif (75%), ce qui amène à nouveau un ratio de Sortino supérieur à un, soit 2.53. Ces bons résultats corroborent les suggestions de Engelberg et *al.* (2009) quant à la bonne rentabilité des stratégies de « *pairs trading* » durant les périodes de diminution de la liquidité sur les marchés. Alors que Mori et Ziobrowski (2011) présentaient la stratégie de « *pairs trading* » sur le marché des REIT comme une stratégie n'offrant plus de réel avantage sur le plan de la rentabilité depuis les années 2000, les résultats nous encouragent à penser que des profits sont bel et bien possibles. On pourrait même être porté à croire que

la rentabilité de la stratégie ait été supérieure sur le marché des REIT que sur le marché des actions, car le secteur de l'immobilier a été plus touché par la baisse de liquidité.

Tableau 6.4 – Statistiques des rendements mensuels de la stratégie initiale pour les différentes sous-périodes

	Période			
	1988-1993	1994-2000	2001-2007	2008-2011
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.00263	0.00656	0.00131	0.00988
Erreur type (Newey-West)	0.00175	0.00089	0.00100	0.00391
Statistique t	1.50	7.38***	1.31	2.53**
Médiane	0.00120	0.00636	0.00079	0.00800
Écart-type (2)	0.01243	0.00578	0.00763	0.01532
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.21	1.13	0.17	0.65
Ratio de Sortino	0.41	12.16	0.30	2.65
Coefficient d'asymétrie	0.63	0.65	0.41	1.46
Coefficient d'aplatissement	3.75	3.26	5.44	6.78
Maximum	0.0402	0.0235	0.0294	0.0685
Minimum	-0.0282	-0.0026	-0.0237	-0.0141
% de mois ayant un rendement positif	0.53	0.87	0.54	0.75

La statistique t est calculée en utilisant l'erreur type (Newey-West) avec un retard de 6 périodes. Le rendement ajusté pour le risque est calculé en divisant la moyenne des rendements mensuels par l'écart-type des rendements. *** indique une signification statistique à un seuil de 1 %. ** indique une signification statistique à un seuil de 5 %.

6.2. Ajout de la contrainte de cointégration

La contrainte de cointégration s'applique directement aux couplets formés par la stratégie de base. En analysant tout d'abord les caractéristiques des couplets nouvellement formés, le tableau 6.5 nous montre une certaine amélioration de l'homogénéité. Les couplets de même type représentent 80.40 % de la totalité des couplets formés, dont 76.22 % pour les couplets de REIT d'équité, comparativement à 74.76 % et 70.18 % pour la stratégie de base. Ainsi, la contrainte de cointégration permet de conserver les couplets de même type au détriment des couplets mixtes. Cette augmentation de la proportion des couplets

de même type se fait majorité au niveau des couplets de même type de propriétés, passant à 25.96 % (comparativement à 20.54 % pour la stratégie de base).

Tableau 6.5 – Caractéristiques des couplets de REIT formés avec la stratégie de cointégration

	Total	Même type de propriétés	Type de propriétés différent
Même type de REIT			
Équité	76.22 %	25.96 %	50.26 %
Hypothécaire	3.58 %	3.30 %	0.28 %
Hybride	0.60 %	0.26 %	0.34 %
Type de REIT différent	19.60 %		

Le type de REIT ainsi que les actifs sous gestion sont des facteurs d'appariement plus important selon la stratégie cointégrée. Il faut toutefois se rendre compte que l'amélioration de cette homogénéité se fait au détriment du nombre de couplets disponible. Si l'on s'intéresse non plus seulement aux nombres d'actions potentiels pour la stratégie, mais bel et bien au nombre de couplets satisfaisants la contrainte de cointégration, on réduit drastiquement la liste des candidats.

D'après le tableau 6.6, on voit très bien que la grande majorité des couplets formés via la stratégie initiale ne sont pas cointégrés. En moyenne, sur toute la période étudiée, seulement 25 % des couplets sont cointégrés. Ce ratio tombe à 17 % de moyenne si l'on s'intéresse seulement à la période allant de 1988 à 1993 et il est le plus important durant la période subséquente finissant en 2000 (31 %). Bien que ce ratio soit faible, il n'est pas forcément un problème pour la stratégie, tant que le nombre de couplets disponibles est suffisamment grand. On peut toutefois voir que durant les premières années, ainsi que les dernières années, le choix de couplet pour la stratégie est grandement limité. La composante idiosyncratique des rendements des actions devrait donc se faire valoir durant ces périodes. Comme nous allons le voir plus loin dans l'analyse, la volatilité sera ainsi bien plus élevée au début et à la fin de la période étudiée.

Tableau 6.6 – Nombre de couplets moyen formé par année pour la stratégie initiale et la stratégie de cointégration entre 1988 et 2011

Années	Nombre de couplets moyens — initiale	Nombre de couplets moyens — cointégration	Pourcentage de couplet conservé — cointégration
1988	74	12	16%
1989	79	7	9%
1990	86	13	15%
1991	84	20	24%
1992	90	16	18%
1993	98	26	27%
1994	113	12	11%
1995	162	37	23%
1996	160	61	38%
1997	150	66	44%
1998	149	51	34%
1999	165	57	35%
2000	164	50	30%
2001	154	42	27%
2002	144	45	31%
2003	139	47	34%
2004	131	40	31%
2005	142	34	24%
2006	148	30	20%
2007	127	32	25%
2008	115	27	23%
2009	110	26	24%
2010	112	20	18%
2011	120	32	27%

Le tableau 6.7 expose les statistiques détaillées de la stratégie avec l'ajout de la contrainte de cointégration et une étude comparative avec la stratégie de base sur la période allant de 1988 à 2011, et ce avec un délai de un jour pour la prise de position. On voit que la stratégie avec la contrainte de cointégration amène un rendement mensuel moyen supérieur à la stratégie de base (respectivement 0.613 % et 0.445 %), mais une volatilité plus élevée (1.621 % contre 1.043 %), tout en restant significatif à un seuil de 1%. On retrouve logiquement des rendements mensuels plus élevés (maximum de 8.71% pour la stratégie de

cointégration contre 6.85% pour la stratégie initiale) mais aussi des rendements plus faible (-4.20% contre -2.82%) Le rendement ajusté pour le risque est ainsi plus bas (0.38) pour la stratégie incluant la cointégration comparativement à la stratégie de base (0.43). Le ratio de Sortino amène les mêmes conclusions que le rendement ajusté pour le risque, avec une valeur de 0.90 pour la stratégie incluant la cointégration, contre 1.04 pour la stratégie initiale. La stratégie cointégrée amène toutefois des rendements mensuels plus souvent positifs. 71 % des mois ont un rendement positif, contre 66 % pour la stratégie de base. Selon ces résultats, ils ne seraient donc pas avantageux d'ajouter une contrainte de cointégration à la stratégie initiale si l'on s'intéresse aux ratios de performance.

Tableau 6.7 – Statistiques comparatives des rendements mensuels de la stratégie initiale et de la stratégie de cointégration entre 1987 et 2011

	Cointégration	Initiale	Différence (Coint.–Initiale)
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.00613	0.00445	0.00168
Erreur type (Newey-West)	0.00137	0.00095	0.00102
Statistique t	4.48***	4.70***	1.65*
Médiane	0.00454	0.00307	0.00100
Écart-type (2)	0.01621	0.01043	0.01260
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.38	0.43	
Ratio de Sortino	0.90	1.04	
Coefficient d'asymétrie	1.38	1.20	1.14
Coefficient d'aplatissement	8.26	8.58	8.29
Maximum	0.0871	0.0685	0.0664
Minimum	-0.0420	-0.0282	-0.0351
% de mois ayant un rendement positif	0.71	0.66	0.56

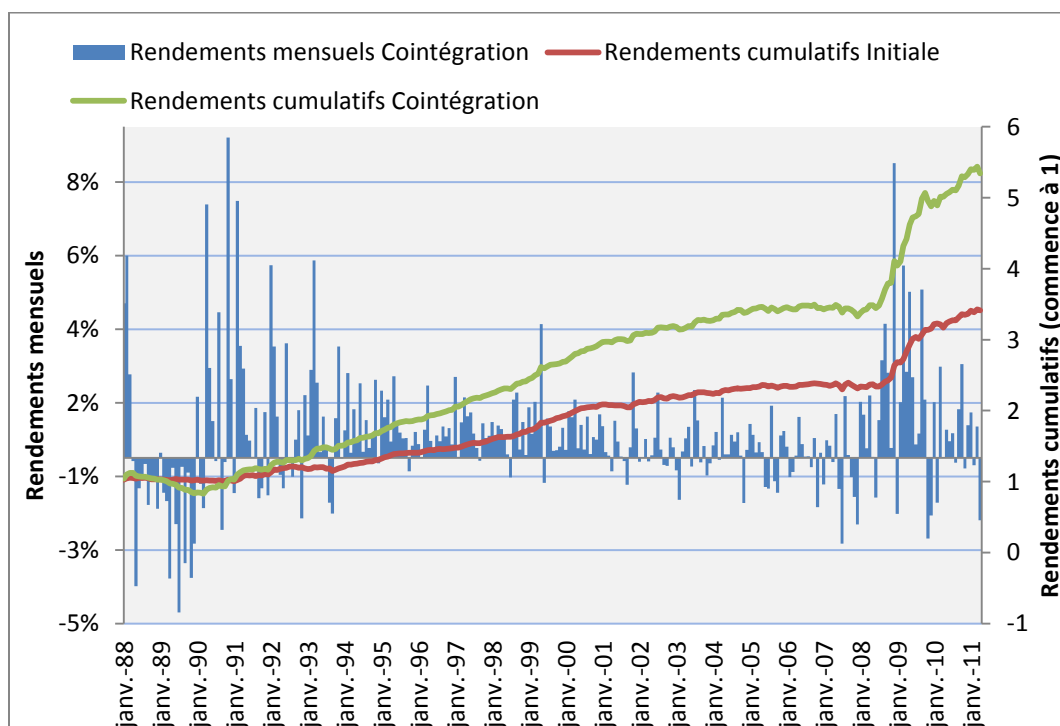
La statistique t est calculée en utilisant l'erreur type (Newey-West) avec un retard de 6 périodes. Le rendement ajusté pour le risque est calculé en divisant la moyenne des rendements mensuels par l'écart-type des rendements. *** indique une signification statistique à un seuil de 1 %. * indique une signification statistique à un seuil de 10 %.

En analysant la différence des rendements mensuels entre les deux stratégies, on voit qu'ils sont positifs et statistiquement significatifs à un seuil de 10 %, engendrant un rendement mensuel moyen de 0.168 % au-delà de la stratégie initiale, pour un écart-type de 1.26 %. Un gain de profitabilité peut donc être

engendré par l'entremise de la contrainte de cointégration, sans pour autant permettre un rendement ajusté pour le risque supérieur.

D'après la figure 6.2, on remarque quand règle générale, la forme de la courbe des rendements cumulatifs est semblable pour les deux stratégies. Cependant, on peut voir la supériorité des rendements de la stratégie cointégrée, particulièrement durant la deuxième sous-période (1994-2000). La volatilité des rendements mensuels est quant à elle bien plus élevée, avec bien plus de rendements au-delà de 4 % (14 mois contre 2 mois pour la stratégie initiale) et en-dessous de 3 % (5 mois contre aucun mois). Les plus importantes divergences de rendements entre les deux stratégies se retrouvent durant la première période (1988-1993) et la dernière période (2007-2011), principalement à cause du petit nombre de couples cointégrés durant cette période. En comparant graphiquement les rendements mensuels, on constate que la majorité des divergences de rendements semble venir de l'amplitude de ces derniers, les mois ayant des rendements positifs avec la stratégie initiale étant aussi positif avec la stratégie cointégrée.

Figure 6.2 — Rendements mensuels et cumulatifs de la stratégie initiale et de la stratégie de cointégration entre 1988 et 2011



Le tableau 6.8 présente l'analyse comparative des deux stratégies sur les différentes sous-périodes. On remarque que la stratégie incluant la cointégration apporte systématiquement un rendement mensuel moyen supérieur à la stratégie ne l'incluant pas, mais cette augmentation s'accompagne d'une augmentation, elle aussi systématique, de la volatilité. À l'instar de la stratégie initiale, les rendements mensuels sont significatifs à un seuil de 1% seulement pour les périodes 1994-2000 et 2008-2011. Durant la première sous-période, soit de 1988 à 1993, la stratégie incluant la cointégration engendre un rendement de 0.600% et un écart-type de 2.504%, soit des résultats respectivement 33.7 points de base et 126.1 points de base supérieurs à la stratégie classique. Nous observons la plus grande volatilité des rendements mensuels de la stratégie cointégrée durant cette sous-période, et non pas durant la dernière sous-période, contrairement à la stratégie initiale. Il n'est ainsi pas étonnant de voir que les rendements mensuels maximum (8.71% en novembre 1990) et minimum (-4.20% en juillet 1989) de la stratégie sont enregistrés durant cette sous-période. Concernant le ratio de Sortino, il est plus élevé pour la stratégie incluant la cointégration (0.53 contre 0.41 pour la stratégie initiale), bien que le pourcentage de mois ayant un rendement positif soit inférieur (49% contre 53%). La contrainte de cointégration permet donc d'obtenir une performance durant cette sous-période. Toutefois, le nombre de couplets cointégrés étant très faible durant cette période, les rendements sont fortement sujets à la performance de couplet individuelle, réduisant les bénéfices de la diversification et augmentant ainsi le risque.

La période 1994-2000 présente quant à elle une performance moindre pour la stratégie incluant la cointégration. Le ratio de Sortino est presque réduit de moitié (7.76 comparativement à 12.16), du fait en partie de la plus grande volatilité des rendements mensuels (0.705% contre 0.578%). Le rendement mensuel moyen, ainsi que le pourcentage de mois positif sont toutefois supérieurs (0.803% et 93% comparativement à 0.656% et 87%). Toutefois, on remarque un rapprochement entre les deux stratégies. Le plus grand nombre de couplets disponibles amenant plus de couplets cointégrés, la volatilité de la stratégie incluant la cointégration a

diminuée de plus de 70%, alors que celle de la stratégie initiale a diminuée d'un peu moins de 50%.

La troisième sous-période, soit de 2001 à 2007, présente des performances très similaires entre les deux stratégies. Les ratios de Sortino sont de 0.31 pour la stratégie cointégrée et de 0.30 pour la stratégie basique. Le rendement mensuel moyen de la stratégie cointégrée est seulement supérieur de 1.9 points de base à la stratégie initiale, et l'écart-type est lui supérieur de 2.4 points de base. La principale différence se retrouve au niveau du pourcentage de mois ayant un rendement positif, soit un écart de 10% en faveur de la stratégie cointégrée. Il semble donc que la méthode de cointégration ait subi le même sort que l'arbitrage statistique traditionnel, soit une forte reconnaissance de la stratégie sur les marchés et une réduction importante des opportunités de profits.

À l'instar de la stratégie initiale, la sous-période allant de 2008 à 2011 amène un regain de la profitabilité de la stratégie. Cependant, la performance de la stratégie incluant la cointégration reste en deçà de la stratégie basique, le ratio de Sortino étant de 1.97 comparativement à 2.65 pour la stratégie basique. De manière similaire à la première sous-période, la stratégie cointégrée semble faire les frais du faible nombre de couplets cointégrés, la crise de 2007 ayant réduit significativement le nombre d'action de REIT. De ce fait, nous pouvons voir un regain de la volatilité bien au-delà de ce qu'a pu subir la stratégie initiale. L'écart-type de la stratégie cointégrée a augmenté de plus de 250%, passant en moyenne de 0.787% à 2.022%, contre une hausse de 200% pour la stratégie initiale (passant de 0.763% à 1.532%). À la manière des autres sous-périodes, le rendement mensuel moyen, ainsi que la proportion de mois ayant un rendement positif restent supérieurs pour la stratégie incluant la cointégration, respectivement 1.213% et 78% contre 0.988% et 75%. Imitant en partie la performance de la stratégie initiale, la contrainte de cointégration a permis de profiter des opportunités d'arbitrage résultant du manque de liquidité sur les marchés durant la crise.

En analysant la différence entre les rendements des deux stratégies, nous pouvons voir que seule la période allant de 1994 à 2000 apporte une différence de

rendement entre les deux stratégies statistiquement supérieur à un seuil de 1 %. Durant cette sous-période, le rendement mensuel excédentaire moyen est de 0.147%, pour un écart-type de 0.519%. Bien que les différences des rendements mensuels moyens sont positives durant toutes les sous-périodes, la trop grande volatilité des rendements mensuels de la stratégie cointégrée rend ces différences non-significatives.

Tableau 6.8 – Statistiques comparatives des rendements mensuels de la stratégie initiale et la stratégie de cointégration pour les différentes sous-périodes

	Cointégration	Initiale	Différence (Coint.–Initiale)
Période : 1988-1993			
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.00600	0.00263	0.00337
Erreur type (Newey-West)	0.00452	0.00175	0.00369
Statistique t	1.33	1.50	0.91
Médiane	-0.00047	0.00120	-0.00115
Écart-type (2)	0.02504	0.01243	0.02106
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.24	0.21	
Ratio de Sortino	0.53	0.41	
Coefficient d'asymétrie	0.96	0.63	0.72
Coefficient d'aplatissement	4.11	3.75	3.54
Maximum	0.0871	0.0402	0.0664
Minimum	-0.0420	-0.0282	-0.0351
% de mois ayant un rendement positif	0.49	0.53	0.47
Période : 1994-2000			
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.00803	0.00656	0.00147
Erreur type (Newey-West)	0,00046	0.00089	0.00019
Statistique t	17.12***	7.38***	7.87***
Médiane	0.00679	0.00636	0.00138
Écart-type (2)	0.00705	0.00578	0.00519
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	1.14	1.13	
Ratio de Sortino	7.76	12.16	
Coefficient d'asymétrie	1.00	0.65	0.06
Coefficient d'aplatissement	5.10	3.26	3.44
Maximum	0.0364	0.0235	0.0157
Minimum	-0.0068	-0.0026	-0.0123
% de mois ayant un rendement positif	0.93	0.87	0.63

	Cointégration	Initiale	Différence (Coint.–Initiale)
Période : 2001-2007			
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.00150	0.00131	0.00018
Erreur type (Newey-West)	0.00100	0.00100	0.00047
Statistique t	1.50	1.31	0.40
Médiane	0.00146	0.00079	0.00099
Écart-type (2)	0.00787	0.00763	0.00490
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.19	0.17	
Ratio de Sortino	0.31	0.30	
Coefficient d'asymétrie	-0.13	0.41	-0.51
Coefficient d'aplatissement	4.04	5.44	3.64
Maximum	0.0232	0.0294	0.0126
Minimum	-0.0233	-0.0237	-0.0129
% de mois ayant un rendement positif	0.64	0.54	0.56
Période : 2008-2011			
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.01213	0.00988	0.00224
Erreur type (Newey-West)	0.00300	0.00391	0.00224
Statistique t	4.04***	2.53**	1.00
Médiane	0.00959	0.00800	0.00131
Écart-type (2)	0.02022	0.01532	0.01446
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.60	0.65	
Ratio de Sortino	1.97	2.65	
Coefficient d'asymétrie	1.04	1.46	0.00
Coefficient d'aplatissement	4.88	6.78	3.04
Maximum	0.0802	0.0685	0.0366
Minimum	-0.0219	-0.0141	-0.0324
% de mois ayant un rendement positif	0.78	0.75	0.55

La statistique t est calculée en utilisant l'erreur type (Newey-West) avec un retard de 6 périodes. Le rendement ajusté pour le risque est calculé en divisant la moyenne des rendements mensuels par l'écart-type des rendements. *** indique une signification statistique à un seuil de 1 %. ** indique une signification statistique à un seuil de 5 %.

Les résultats de l'ajout de la contrainte de cointégration sont donc mitigés. Évoluant sensiblement de la même manière que la stratégie initiale, cette nouvelle contrainte amène à la fois un meilleur rendement et un pourcentage de mois ayant un rendement positif supérieur, mais au détriment de plus de volatilité. Cette stratégie améliore le rendement de manière significative à un seuil de 10% sur toute la période étudiée, mais le rendement ajusté pour le risque est quant à lui inférieur, d'après le ratio de Sortino. La principale raison de cette contre-

performance relative semble provenir du faible nombre de couplets cointégrés, particulièrement durant les premières et dernières années de notre test inversé, engendrant alors une volatilité accrue. Le fait de choisir les couplets en premier lieu avec la méthode de distance semble réduire drastiquement le nombre de couplets disponibles. Il est toutefois à noter que la stratégie cointégrée reste très influencée par la dynamique et les conditions du marché, comme cela est le cas également pour la stratégie initiale.

6.3. Ajout de la contrainte de copule

Nous testons maintenant l'utilisation de la contrainte de copule. Pour cela, nous conserverons les couplets suivant un certain type de copule. Pour cette partie, nous nous intéresserons seulement à la dernière sous-période, soit de janvier 2008 à avril 2011, car ces années semblent présenter le plus de divergence entre la stratégie initiale et la stratégie incluant la cointégration. Également, nous verrons plus loin dans le mémoire que la divergence entre la stratégie initiale et l'indice HFRI Relative Value est elle-aussi plus important durant cette période. De plus, l'estimation des différentes copules ainsi que leur test d'adéquation subséquent exige énormément de ressources informatiques. Pour les quatre copules envisagées, on s'attend qu'une étude de tous les couplets formés prenne au-delà d'un mois (plus de 36000 ont été formé entre 1988 et 2011). Nous présenterons les résultats pour chacune des copules envisagées.

Le tableau 6.10 présente le nombre de couplets moyens par année pour chaque copule. On remarque en premier lieu qu'en moyenne, aucun couplet n'est conservé durant chaque année lorsque l'on les conditionne par rapport à la copule de Frank. Sur la totalité des couplets analysés, seulement deux sont maintenu avec la copule de Frank. De ce fait, l'utilisation de cette copule nous sera impossible pour implanter notre stratégie de « *pairs trading* ». De manière similaire, il y a très peu de couplets suivant la copule de Gumbel, soit en moyenne entre 3 et 4 par année, ce qui limite également la stratégie. Les copules gaussiennes et de Clayton

sont clairement les plus utilisés, représentant respectivement 58% et 40% de la totalité des couplets formés avec la stratégie initiale.

Tableau 6.9 – Nombre de couplets moyens par années pour la stratégie initiale les différentes stratégies de copule entre 2008 et 2011

Années	Initiale	Copule gaussienne	Copule de Clayton	Copule de Gumbel	Copule de Frank
2008	115	67	45	4	0
2009	110	65	42	3	0
2010	112	62	47	3	0
2011	120	70	47	4	0

Il était prévisible de voir une importante proportion des couplets suivre une copule gaussienne, car la formation même des couplets se faisait sur la base de la coévolution entre les rendements des actions. Ainsi, nous nous attendions à une symétrie dans la dépendance des rendements. Le grand nombre de couplets suivant une copule de Clayton est toutefois surprenant au premier abord. Selon cette copule, la dépendance entre les actions d'un couplet se fait principalement dans la queue inférieure, soit au niveau des rendements les plus faibles. La coévolution des rendements est ainsi plus importante lorsqu'une information négative touche les deux actions. Le fait que l'analyse est faite sur la période 2008-2011, soit durant la crise financière de 2007, pourrait toutefois expliquer pourquoi le nombre de couplets suivant la copule de Clayton est si important.

Du fait du très petit nombre de couplets maintenu pour la stratégie incluant la copule de Gumbel et la copule de Frank, nous n'analyserons pas ni les caractéristiques de leurs couplets, ni leur performance. L'échantillon de données semble être beaucoup trop petit pour avoir une quelconque significativité. De plus, il est certain qu'une partie importante du rendement proviendra de facteurs idiosyncratiques, plutôt que d'un réel succès de la stratégie.

Le tableau 6.9 nous montre les caractéristiques des couplets retenus pour les stratégies de copule gaussienne et de Clayton, les deux copules que nous avons conservés. L'homogénéité des marchés semble moins importante pour la copule

gaussienne, seulement 75.22% des actions des couplets ayant le même type de REIT, dont une majorité pour les REIT d'équités (64.19%). Cette proportion est inférieure à celle de la stratégie initiale durant la même période (78.15%, dont 69.54% pour les REIT d'équités sur la même période). Au contraire, la copule de Clayton permet de conserver des couplets plus homogènes. 83.12% des couplets sont de même type, dont 77.77% de REIT d'équité, soit même plus que la stratégie incluant la cointégration (81.28%, dont 71.27% pour les REIT d'équités sur la même période). La proportion de couplets présentant les mêmes types de propriété sous gestion se retrouve de manière similaire pour les deux stratégies de copules (28.99% pour la stratégie de couple gaussienne et 28.86% pour la stratégie de copule de Clayton). Cette proportion est semblable à celle de la stratégie initiale mais inférieur à celle de la stratégie de cointégration (respectivement 28.69% et 33.22%). Le type de propriété sous gestion semble ainsi toujours avoir une importance secondaire dans la formation des couplets, le type de REIT étant le principal facteur d'appariement.

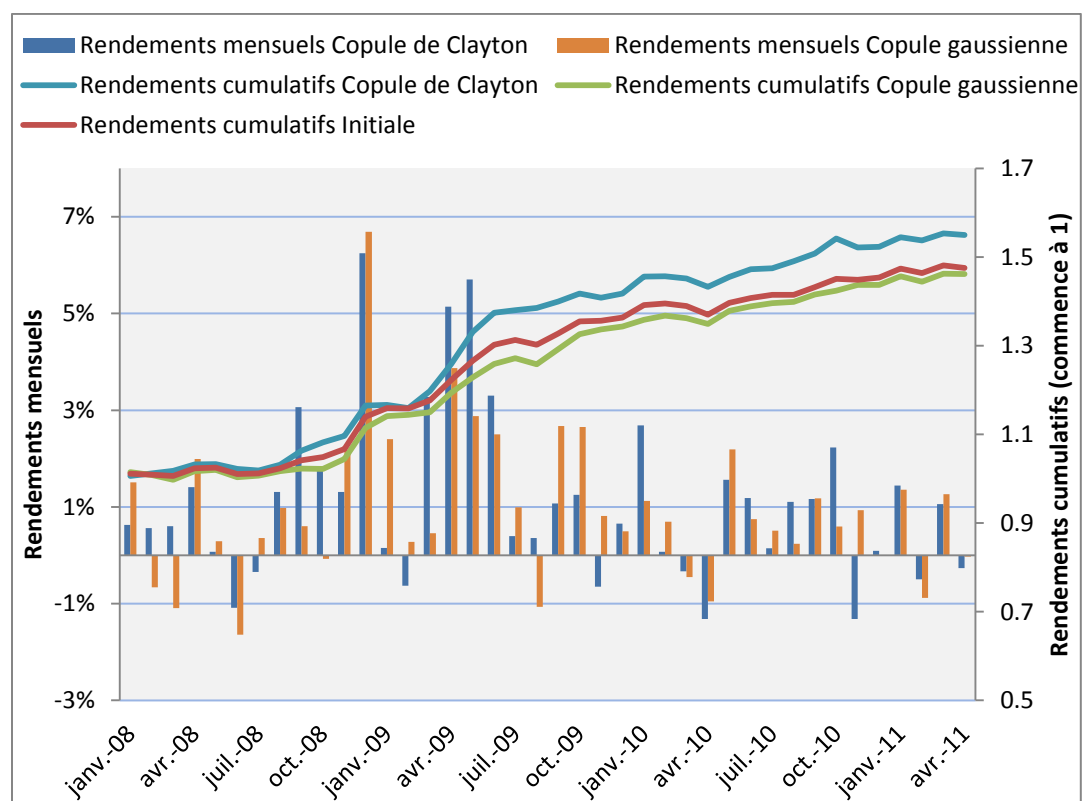
Tableau 6.10 – Caractéristiques des couplets de REIT formés avec les stratégies de copule

	Total	Même type de propriétés	Type de propriétés différent
Copule gaussienne			
Même type de REIT			
Équité	64.19%	19.59 %	44.60%
Hypothécaire	10.83%	9.30 %	1.53 %
Hybride	0.20%	0.10 %	0.10 %
Type de REIT différent	24.78%		
Copule de Clayton			
Même type de REIT			
Équité	77.77 %	24.16 %	53.61 %
Hypothécaire	5.20 %	4.55 %	0.65 %
Hybride	0.15 %	0.15 %	0.00 %
Type de REIT différent	16.88 %		

D'après la figure 6.3, on peut voir que la stratégie incluant la copule de Clayton surperformance à la fois la stratégie initiale et la stratégie incluant la copule

gaussienne sur la période 2008-2011. La performance des trois stratégies restent toutefois sensiblement similaire, les courbes de rendements cumulatifs ayant le même aspect. De plus, la volatilité des rendements mensuels semble coïncidée entre les trois stratégies, avec une volatilité plus élevée entre la fin de l'année 2008 et le début de l'année 2009.

Figure 6.3 — Rendements mensuels et cumulatifs de la stratégie initiale et des stratégies de copule entre 2008 et 2011



Le tableau 6.11 présente les statistiques des rendements mensuels sur la période allant de janvier 2008 à avril 2011, à la fois pour la stratégie initiale et pour les deux stratégies de copule. La stratégie de copule de Clayton offre le rendement mensuel moyen le plus élevé des trois stratégies, soit 1.116% comparativement à 0.965% pour la stratégie de copule gaussienne et 0.988% pour la stratégie initiale. La stratégie offre donc un gain de 12.8 points de base par rapport à la stratégie classique. De plus, la stratégie de copule de Clayton a la proportion de mois positive le plus élevé, soit 78%, soit la même proportion que pour la stratégie de

copule gaussienne. Comparativement, la stratégie initiale à 75% de ses mois qui ont un rendement positif. Cependant, la volatilité est elle aussi plus élevée, soit 1.765%, une hausse de 22.3 points de base par rapport à la stratégie initiale (1.532%). La stratégie incluant la copule gaussienne a quant à elle une volatilité quasiment égale à la stratégie basique, soit 1.540%. Finalement, lorsque l'on regarde le rendement ajusté pour le risque, la stratégie de copule de Clayton obtient un ratio de Sortino supérieur à la stratégie initiale, soit 2.88 comparativement à 2.65. La stratégie de copule gaussienne a un ratio de Sortino plus faible, soit 2.25. La bonne performance de la stratégie incluant la copule de Clayton s'explique par des rendements mensuels positifs plus élevés et des rendements mensuels négatifs moindres.

Tableau 6.11 – Statistiques des rendements mensuels de la stratégie initiale et des stratégies de copule entre 2008 et 2011

	Initiale	Copule gaussienne	Copule de Clayton
Moyenne des rendements mensuels (1)	0.00988	0.00965	0.01116
Erreur type (Newey-West)	0.00391	0.00383	0.00484
Statistique t	2.53**	2.52**	2.30**
Médiane	0.00800	0.00722	0.00858
Écart-type (2)	0.01532	0.01540	0.01755
Rendement ajusté pour le risque (1)/(2)	0.65	0.63	0.64
Ratio de Sortino	2.65	2.25	2.88
Coefficient d'asymétrie	1.46	1.28	1.25
Coefficient d'aplatissement	6.78	6.14	4.44
Maximum	0.0685	0.0669	0.0625
Minimum	-0.0141	-0.0164	-0.0132
% de mois ayant un rendement positif	0.75	0.78	0.78

La statistique t est calculée en utilisant l'erreur type (Newey-West) avec un retard de 6 périodes. Le rendement ajusté pour le risque est calculé en divisant la moyenne des rendements mensuels par l'écart-type des rendements. ** indique une signification statistique à un seuil de 5 %.

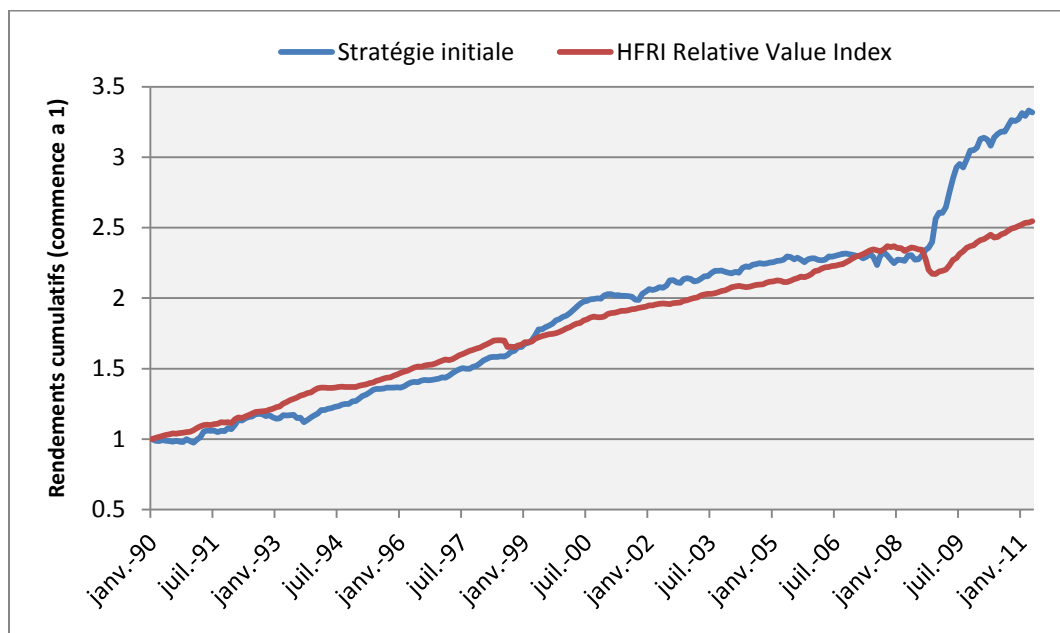
La stratégie de copule de Clayton offre ainsi le plus haut rendement ajusté pour le risque de toutes les stratégies de copules. De ce fait, une plus forte dépendance dans la queue inférieure de la distribution des rendements entre deux actions semble avoir un meilleur pouvoir prédictif quant à la profitabilité de la stratégie de

« *pairs trading* ». Toutefois, bien que le rendement mensuel moyen de la stratégie de copule de Clayton soit supérieur à la stratégie initiale, la différence des deux rendements n'est pas statistiquement significative. Les résultats sont encourageants, particulièrement pour la stratégie incluant la copule de Clayton. Cette dernière permet d'obtenir un rendement ajusté pour le risque supérieur à la stratégie initiale, et ce avec un nombre moindre de couplets. Elle semble donc sélectionner les couplets les plus propices à être profitable en cas de divergence. La stratégie de copule gaussienne ne semble pas

6.4. Comparaison avec l'indice de référence

Nous allons maintenant examiner la performance de nos différentes stratégies de « *pairs trading* » par rapport à celle de notre indice, soit l'indice HFRI Relative Value. Au-delà de connaître quelles stratégies obtient le meilleur rendement ajusté pour le risque sur le marché des REIT, nous allons nous intéresser à la performance relative de ces dernières par rapport à l'industrie.

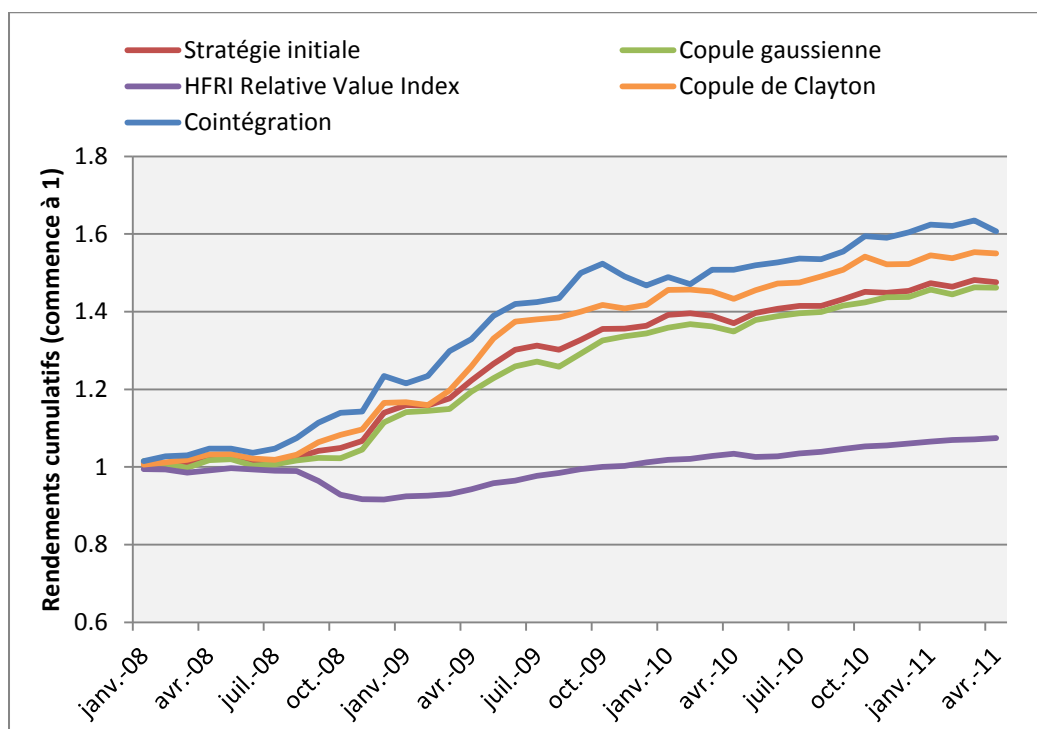
Figure 6.4 — Rendements cumulatifs de la stratégie initiale et de l'indice entre 1990 et 2011



Sur la période allant de janvier 1990 à avril 2011, la figure 6.4 nous montre que la stratégie initiale présente une performance sensiblement identique à l'indice entre 1990 et 2008. Cependant, après 2008, la tendance semble s'inversée, et une importante divergence se crée entre la stratégie de « *pairs trading* » et l'indice. Il sera donc intéressant d'étudier de manière plus spécifique la période 2008-2011.

Pour pouvoir comparer les rendements de l'indice avec ceux des stratégies incluant les copules, nous allons nous concentrer sur la période 2008-2011. La figure 6.5 présente les rendements cumulatifs de chaque stratégie sur ladite période. Graphiquement, nous pouvons voir que toutes les stratégies décrites dans ce mémoire surperformance l'indice HFRI Relative Value en terme de rendements cumulatifs. Plus spécifiquement, la stratégie cointégrée amène la meilleure performance, avec un rendement mensuel moyen de 1.213%. L'indice HFRI Relative Value engendre quant à lui un rendement mensuel moyen de seulement 0.185%. Toutefois, si l'on s'intéresse au rendement ajusté pour le risque, c'est alors la stratégie de copule de Clayton, qui offre le meilleur ratio de Sortino (2.88). À nouveau, l'indice a sous-performé nos stratégies, avec un ratio de Sortino de 0.24.

Figure 6.5 — Rendements cumulatifs des stratégies et de l'indice entre 2008 et 2011



Ces résultats permettent de démontrer la supériorité des stratégies de « *pairs trading* » par rapport à l'indice de référence. Il semble que les conditions de marché, particulièrement la diminution temporaire de la liquidité sur les marchés de ces dernières années, ont amené le « *pairs trading* » à surperformer en moyenne les autres stratégies d'arbitrage statistique. Ce facteur semble particulièrement avoir profité aux couples suivant une copule de Clayton. De plus, l'homogénéité du marché des REIT a permis de sélectionner une majorité de bons candidats pour la stratégie.

CHAPITRE 7 : CONCLUSION

L'objectif de ce mémoire était de présenter la supériorité des stratégies prenant en compte la dépendance non-linéaire entre les actions pour la mise en place d'une stratégie de « *pairs trading* ». En comparant la performance d'une stratégie basique par rapport à des stratégies incluant des contraintes de cointégration et de copules, nous souhaitions démontrer que ces dernières permettaient d'obtenir des rendements ajustés pour le risque supérieurs.

Les résultats obtenus sont loin d'être concluant, dans la mesure où les stratégies développées n'ont pas toutes permis d'obtenir un rendement ajusté pour le risque, calculé à partir du ratio de Sortino, supérieur à celui de la stratégie initialement implantée par Gatev et *al.* (2006). Plus particulièrement, seul la stratégie conditionnée en fonction de la copule de Clayton offre un rendement ajusté pour le risque supérieur à celui de la stratégie initiale. Sur la période allant de 2008 à 2011, il est de 2.88, comparativement à 2.65 pour la stratégie basique. Les stratégies de cointégration et de copule gaussienne ont quant à elle amené un ratio de Sortino inférieur, respectivement 1.97 et 2.25 sur la même période. Toutefois, à l'égard de notre indice de référence, l'indice HFRI Relative Value, la totalité de nos stratégies offre un rendement ajusté pour le risque supérieur à ce dernier. Au-delà du type de stratégie de « *pairs trading* » envisagée, il semble que le succès des stratégies implantées provient principalement de la crise de liquidité apparue durant cette période. Cette hypothèse corrobore les résultats de Engelberg et *al.* (2009). De plus, l'homogénéité du marché des REIT semble avoir permis d'obtenir de bons candidats pour la stratégie et de former des couplets corrigeant les divergences de prix, comme nous nous y attendions et reflétant les hypothèses de Mori et Ziobrowski (2011).

Un facteur principal permet d'expliquer la sous-performance de nos stratégies utilisant des méthodes non-linéaires. Concernant la stratégie de cointégration, son principal défaut semble être le peu de couplets cointégrés. Comme le disent Do et Faff (2010), « *no hedge fund manager would make bet on a few pairs* » (Do et

Faff, 2010 :6). De ce fait, la stratégie est trop exposée à des rendements individuels, allant à l'encontre des pratiques de gestion des risques. Bien que non étudié, il est certain que les stratégies incluant la copule de Gumbel et de Frank aboutiraient à la même conclusion.

Plusieurs développements et approfondissements seraient possibles pour de futures recherches. Dans un premier temps, il serait intéressant d'étudier la performance des stratégies cointégrées et de copules sans utiliser l'approche de distance pour la formation des couplets. Cela permettrait d'avoir potentiellement plus de couplets à disposition et des signaux de négociation basés sur les caractéristiques propres aux deux méthodes. Concernant la stratégie cointégrée, l'utilisation de modèle de correction d'erreur pourrait permettre de mieux prendre en compte le temps de correction des divergences. De ce fait, il serait possible de conditionner la prise de position en fonction du délai de correction et du temps qu'il reste à l'intérieur de la période de négociation. Au niveau de la stratégie incluant les copules, il serait intéressant de prendre en compte les caractéristiques et les paramètres spécifiques des copules dans la prise de position. Ainsi, au lieu d'utiliser l'écart-type historique comme seuil de divergence, d'autres statistiques pourraient être utilisées. De plus, des techniques de séquençage, particulièrement d'information parallèle (« *parallel computing* »), pourraient être mis en place et permettrait d'effectuer l'analyse de la performance de la stratégie sur toute la période de test inversé. Finalement, nous ne nous sommes pas intéressés à optimiser les paramètres utilisés. La rentabilité de nos stratégies pourrait être étudiée selon différentes fenêtres de temps et seuils de divergence. Ces derniers, choisis arbitrairement, ne sont certainement pas optimaux.

BIBLIOGRAPHIE

AVELLANEDA, Marco et LEE, Jeong-Hyun (2008). « Statistical arbitrage in the US equities market », document de travail.

BLOCK, Ralph L. (2006). « Investing in REITs », 3^e édition, New York, Bloomberg Press, 384 p.

BURGESS, Andrew N. (1999). « A computational methodology for modelling the dynamics of statistical arbitrage », thèse de doctorat, Londres, University of London, 355 p.

CHAN, Su H., ERICKSON, John et WANG, Ko (2003). « Real Estate Investment Trusts : Structure, Performance, and Investment Opportunities », Oxford University Press, New York, 230 p.

DO, Binh H. et FAFF, Robert W. (2010). « Does Simple Pairs Trading Still Work? », *Financial Analysts Journal*, vol. 66, n°4, p. 83-95.

ELLIOTT, Robert J., VAN DER HOEK, John et MALCOLM, William P. (2005). « Pairs Trading », *Quantitative Finance*, vol. 5, n°3, p. 271-276.

ENGELBERG, Joseph, GAO, Pengjie et JAGANNATHAN, Ravi (2009). « An Anatomy of Pairs Trading: the Role of Idiosyncratic News, Common Information and Liquidity », document de travail.

ENGLE, Robert F. et GRANGER, C. W. J. (1997). « Co-integration and Error Correction : Representation, Estimation, and Testing », *Econometrica*, vol. 55, n°2, p. 251-276.

FAMA, Eugene F. (1991). « Efficient capital markets : II », *Journal of finance*, vol 46, n°5, p. 1575-1617.

FAMA, Eugene F. (1998). « Market efficiency, long-term returns, and behavioural finance », *Journal of Financial Economics*, vol. 49, n°3, p. 283-306.

GATEV, Evan, GOETZMANN, William N. et ROUWENHORST, K. Geert (1999). « Pairs Trading : Performance of a Relative Value Arbitrage Rule », document de travail, Yale School of Management.

GATEV, Evan, GOETZMANN, William N. et ROUWENHORST, K. Geert (2006). « Pairs Trading : Performance of a Relative Value Arbitrage Rule », *Review of Financial Studies*, vol. 19, n°3, p. 797-827.

GENEST, Christian, GHOUDI, K. et RIVEST L. P. (1995). « A Semiparametric Estimation Procedure of Dependence Parameters in Multivariate Families of Distribution », *Biometrika*, vol. 82, p. 543-552.

GENEST, Christian, QUESSY, Jean-François et RÉMILLARD, Bruno (2007). « Asymptotic Local Efficiency of Cramér-Von Mises Tests for Multivariate Independence », *The Annals of Statistics*, vol. 35, n°1, p. 166-191.

GENEST, Christian, RÉMILLARD, Bruno et BEAUDOIN David (2009). « Goodness-of-fit tests for copulas : A review and a power study », *Insurance : Mathematics and Economics*, vol. 44, p. 199-213.

HUCK, Nicolas (2010). « Pairs trading and outranking : The multi-step ahead forecasting case », *European Journal of Operational Research*, vol. 207, n°3, p. 1702-1716.

JACOBSEN, Brian (2008). « Demonstrating error-correction modelling for intraday statistical arbitrage », *Applied Financial Economics Letters*, vol. 4, n°4, p. 287-292.

JEGADEESH, Narasimhan et TITMAN, Sheridan (1993). « Returns to Buying Winners and Selling Losers : Implication for Stock Market Efficiency », *The Journal of Finance*, vol. 48, n°1, p. 65-91.

JEGADEESH, Narasimhan et TITMAN, Sheridan (1995). « Overreaction, Delayed Reaction, and Contrarian Profits », *Review of financial studies*, vol. 8, n°4, p. 973-993.

KESTNER, Lars N. (2003). « Quantitative trading strategies : harnessing the power of quantitative techniques to create a winning trading program », Boston, Mass., McGraw-Hill, 344 p.

LAMONT, Owen A. et THALER, Richard H. (2003), « Anomalies: The Law of One Price in Financial Markets ». *Journal of Economic Perspectives*, vol. 17, n°4, p. 191–202.

MORI, Masaki et ZIOBROWSKI, Alan. J. (2011). « Performance of Pairs Trading Strategy in the U.S. REIT Market », *Real Estate Economics*, vol. 39, n°3, p. 409-428.

NATH, Purnendu (2003). « High Frequency Pairs Trading with U.S. Treasury Securities: Risks and Rewards for Hedge Funds », document de travail.

NATIONAL ASSOCIATION OF REAL ESTATE INVESTMENT TRUSTS (2011) « The REIT Story » [en ligne], Washington D.C., <<http://www.reit.com/IndividualInvestors/~media/Portals/0/PDF/2011REITSTORY.ashx>>.

NAMANG, Rishi K. (2009). « Inside the black box : the simple truth about quantitative trading », Hoboken, N.J., J. Wiley & Sons, 224 p.

PAPADAKIS, George et WYSOCKI, Peter (2007). « Pairs Trading and Accounting Information », document de travail.

PAPAGEORGIOU, Nicolas, RÉMILLARD, Bruno et HOCQUARD, Alexandre (2008). « Replicating the Properties of Hedge Fund Returns », *Journal of Alternative Investments*, vol. 11, n°2, p. 8-38.

PERLIN, Marcelo (2007). « M of a Kind: A multivariate approach at Pairs Trading », document de travail.

PERLIN, Marcelo (2010). « Evaluation of Pairs Trading Strategy at the Brazilian Financial Market », *Journal of Derivatives & Hedge Funds*, vol. 15, p. 122-136.

SCHMIDT, Arlen D. (2008). « Pairs Trading : A Cointegration Approach », recherche de baccalauréat, Sydney, University of Sydney, 130 p.

SOROUR, Karim K. (2010). « Utilisation de techniques non-linéaires pour la mise en application d'une stratégie d'arbitrage statistique avec des données hautes fréquences sur le marché des changes », mémoire de maîtrise, Montréal, HEC Montréal, 56 p.

STOCK, James H. (1988). « Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors », *Econometrica*, vol. 55, n°5, p. 1035-1056.

THOMAIDIS, Nikos S., KONDAKIS Nick et DOUNIAS, George D. (2006). « An Intelligent Statistical Arbitrage Trading System », *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3955, p. 596-599.

VIDYAMURTHY, Ganapathy (2004). « Pairs trading : quantitative methods and analysis », Hoboken, N.J., J. Wiley & Sons, 210 p.